



بررسی عددی جریان سه بعدی ناپایدار سیال ویسکوالاستیک غیر خطی حول کره

محمود نوروزی^{1*}، آلاله انارکی حاجی باقری²، محمدهادی صداقت³، محمد محسن شاه مردان⁴

1- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود
 2- کارشناس ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود
 3- دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود
 4- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود
 * شاهرود، صندوق پستی 3619995161، mnorouzi@shahroodut.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
 دریافت: 27 دی 1396
 پذیرش: 19 خرداد 1396
 ارائه در سایت: 17 آذر 1396
 کلید واژگان:
 بررسی سه بعدی
 سیال ویسکوالاستیک
 کره
 مدل گزیکس
 نرم افزار این فوم

چکیده

در این تحقیق به بررسی سه بعدی جریان ناپایای سیال ویسکوالاستیک حول کره در محیط بی نهایت پرداخته شده است. برای بررسی مناسبتر اثرات خواص سیال از مدل غیر خطی گزیکس به عنوان معادله متشکله سیال ویسکوالاستیک استفاده شده است. با توجه به سه بعدی بودن هندسه مورد مطالعه با تقسیم بندی دامنه محاسباتی به بخش های گوناگون از یک شبکه با سازمان در بسیاری از مناطق دامنه محاسباتی استفاده شده است. حل معادلات مومنتم و معادلات متشکله سیال در این تحقیق توسط کد عددی منبع باز این فوم که از روش حجم محدود جهت مدل سازی معادلات حاکم بر جریان استفاده می کند، انجام گرفته است. در ابتدا نتایج میدان سرعت و خطوط جریان سیال نیوتنی حول یک کره در محیط بی نهایت ارائه شده و با ترسیم مقدار سرعت در پشت کره عدد رینولدز مربوط به ناپایداری جریان ارائه شده است. در ادامه جهت معتبر سازی این کد عددی نتایج حاصل از ضریب درگ بر روی کره با نتایج تحقیقات گذشته مقایسه شده است. سپس به بررسی جریان سیال ویسکوالاستیک بر ناپایداری گردابه های تولیدی در پشت کره در اعداد رینولدز بالا پرداخته شده و اثرات عدد رینولدز و وایزبرگ در تولید و ناپایداری این گردابه ها و تأثیر آن بر عدد استروهال توضیح داده شده است. نتایج نشان می دهد در اعداد رینولدز بالا اثرات خواص الاستیک بر روی رژیم جریان ناچیز بوده و عدد رینولدز در ناپایداری گردابه های تولیدی در پشت کره نقش بارزتری ایفا می کند.

Numerical study of three dimensional instability of nonlinear viscoelastic fluid flow around a sphere

Mahmood Norouzi^{*}, Alaleh Anaraki Haji Bagheri, Mohammad Hadi Sedaghat, Mohammad Mohsen Shahmardan

Department of Mechanical Engineering, Shahrood University of Technology, Shahrood, Iran
 * P.O.B. 3619995161 Shahrood, Iran, mnorouzi@shahroodut.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
 Received 17 January 2017
 Accepted 09 June 2017
 Available Online 08 December 2017

Keywords:
 3D Investigation
 Viscoelastic fluid
 Sphere
 Giesekus model
 OpenFoam

ABSTRACT

In this paper, 3D investigation has been employed to study the wake instability of viscoelastic fluid flow behind unconfined sphere. For estimating the proper properties of the viscoelastic fluid in this study a non-linear Giesekus model is used as the constitutive equation of viscoelastic fluid. Numerical computations are carried out by solving the governing and the constitutive equations of the viscoelastic fluid flow using the finite volume technique and OpenFOAM which is an open source code is used as the CFD solver. At first velocity field and flow streamlines of Newtonian fluid around the sphere for various Reynolds numbers have been plotted and by plotting the velocity magnitude and pressure at a point behind the sphere versus time, the value of Re_{cr} in which the flow become unstable has been reported. Furthermore, for validating the present numerical code, variation of drag coefficient around the sphere versus Reynolds number has been compared with previous investigations. In the following, the effect of Reynolds and Wisenberg number on fluid flow and instability of wake formation behind a sphere have been investigated at high values of Reynolds number for the first time. Results show that at high values of Reynolds number the effect of Wisenberg number has less effect in contrast with Reynolds number on flow instability behind the sphere.

1- مقدمه

مواد متخلخل دارای بستری با ذرات کروی، مدل سازی فرایند رسوب گذاری در دریاچه های ته نشینی مواد معلق و نیز بررسی حرکت ریزگردها موجود در هوا [1] اشاره کرد. اولین حل تئوری موجود جهت مدل سازی جریان سیال نیوتنی در اطراف یک کره صلب به عنوان مساله استوک شناخته می شود. در واقع در این مطالعه، جریان خزشی (جریان لزج) در اعداد رینولدز بسیار

بررسی جریان سیال در اطراف ذرات صلب کروی شکل به دلیل کاربردهای گوناگون در علوم مهندسی و نیز مدل سازی جریان های موجود در محیط پیرامون از دیرباز مورد توجه بسیاری از محققان قرار گرفته است. از جمله این کاربردها، می توان به مدل سازی جریان سیال در فیلترهای صنعتی حاوی

Please cite this article using:

M. Norouzi, A. Anaraki Haji Bagheri, M. H. Sedaghat, M. M. Shahmardan, Numerical study of three dimensional instability of nonlinear viscoelastic fluid flow around a sphere, Modares Mechanical Engineering, Vol. 17, No. 12, pp. 213-222, 2018 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

کوچک ($Re \ll 1$) مورد بررسی قرار گرفت [2]. در ادامه، محققان در مطالعات بسیاری به بررسی جریان سیال نیوتنی غیرقابل تراکم در اطراف کره با در نظر گرفتن فرض تقارن¹ محوری در رژیم پایدار پرداختند [4,3]. از جمله معایب این مطالعات استفاده از فرض تقارن محوری در مساله می‌باشد، زیرا این فرض در صورت پایین بودن سرعت سیال عبوری از روی جسم و آرام بودن میدان سرعت، صادق است و امکان مدل‌سازی صحیح و بررسی الگوی جریان برای اعداد رینولدز بالاتر را نمی‌دهد. در ادامه، محققان به بررسی جریان سیال در اعداد رینولدز بالاتر و مکانیزم تشکیل گردابه‌های ایجاد شده در پشت کره پرداختند. در اولین قدم، با افزایش عدد رینولدز به بررسی روند رشد گردابه‌های پایدار ایجاد شده در پشت کره و زمان پدید آمدن گردابه‌های ناپایدار مورد بررسی قرار گرفت. [6,5]. با مروری بر مطالعات انجام شده، می‌توان عدد رینولدز بحرانی را که در آن گردابه‌های ناپایدار در پشت کره شروع ایجاد می‌شوند را در بازه بین 270 تا 300 گزارش کرد [8,7]. مطالعات زیادی جهت بررسی الگوی جریان و میدان سرعت در اعداد رینولدز بالاتر از عدد رینولدز بحرانی و بررسی الگوی جریان گردابه‌های ناپایدار ایجاد شده در پشت کره انجام شد. از جمله این مطالعات می‌توان به مطالعات اکندو [9] و ریمن و چنگ [10] اشاره کرد که در آن به بررسی میدان جریان و سرعت با استفاده از شرط تقارن پرداخته شده است. هانازاکی [11] معادلات ناوییر-استوکس را برای جریان ناپایدار حول کره به روش تفاضل محدود تا رینولدز 200 مورد بررسی قرار داد که به دلیل پایین بودن عدد رینولدز در نظر گرفته شده در محاسبات نتوانست شروع شدینگ² در پشت کره را مشاهده کند. در ادامه مطالعات زیادی به بررسی جریان سیال نیوتنی حول کره تا حدود رینولدز 300 انجام شد [13,12]. در این مطالعات جریان دوبعدی فرض شده و شرط تقارن محوری در حل معادلات مورد استفاده قرار گرفته است. همچنین تحقیقات آزمایشگاهی زیادی جهت محاسبه عدد رینولدز بحرانی و بررسی شروع ناپایداری گردابه‌های ایجاد شده در پشت کره انجام شد. طبق این تحقیقات عدد رینولدز بحرانی در حدود اعداد رینولدز 300 [14,5] تا 400 [16,15] گزارش شد. کیم و پیرلستین [17] و ناتاراجان و اکیروس [18] شروع شدینگ در پشت کره را در بازه عدد رینولدز بین 175 تا 210 گزارش کردند. با توجه به مغایرت این نتایج، تحقیقات بیشتری جهت بررسی این موضوع انجام شد. هارتمان و همکاران [19] در قسمتی از مطالعه خود به بررسی میدان جریان و ضریب درگ حول کره با استفاده از روش برش سلول در مختصات دکارتی در بازه عدد رینولدز بین 250 تا 300 پرداختند. از جمله تحقیقات انجام شده جهت بررسی الگوی جریان سیال عبوری از روی کره در اعداد رینولدز مختلف می‌توان به تحقیق لی [20] اشاره کرد. در این مطالعه، جریان سه بعدی سیال نیوتنی بر روی کره در محیط بی‌نهایت برای اعداد رینولدز مختلف مورد بررسی قرار گرفت. نتایج حاصله از این تحقیق نشان داد که در حدود عدد رینولدز 20 جدایش لایه مرزی از سطح کره اتفاق افتاده و دو گردابه متقارن پایدار در پشت کره تشکیل می‌شود. با افزایش عدد رینولدز تا حدود رینولدز 300 همچنان گردابه‌های ایجاد شده پایدار بوده و افزایش عدد رینولدز تنها باعث تغییر زاویه جدایش و افزایش اندازه گردابه‌های تشکیل شده می‌شود. همچنین، اثرات افزایش عدد رینولدز بر روی زاویه جدایش و طول گردابه‌های پایدار ایجاد شده در پشت کره گزارش شد. نتایج ایشان نشان داد، با افزایش عدد رینولدز و در بازه عدد رینولدز بین 300 تا 375، گردابه‌های ایجاد شده در ابتدا شروع به ناپایداری

ضعیفی می‌کنند که با گذشت زمان در طی جریان دمپ می‌شوند و جریان پایدار می‌گردد. با افزایش عدد رینولدز و در بازه عدد رینولدز بین 400 تا 500 گردابه‌های ایجاد شده در پشت کره شروع به ناپایداری به صورت پیرویدیک می‌کنند. بنابراین عدد رینولدز بحرانی که مرز بین جریان پایا و ناپایا را مشخص می‌کند، $Re_{Cr} = 400$ گزارش شده است. با توجه به اینکه بسیاری از سیالات مورد استفاده در صنعت و محیط پیرامون مانند انواع پلیمرها، حلال‌ها و غیره از خود رفتار غیرنیوتنی نشان می‌دهند، بررسی جریان سیال غیرنیوتنی در اطراف اجسام صلب مانند کره از اهمیت خاصی برخوردار است. به عنوان مثال، با مدل‌سازی جریان سیال ویسکوالاستیک در اطراف یک ذره کروی که در ستونی از سیال در حال سقوط است، می‌توان خواص رئولوژیکی سیال مورد نظر و بررسی فرایندهای ته‌نشینی مواد و فیلتراسیون ذرات و غیره را مورد بررسی قرار داد [21]. چاپرا و همکاران [22] با استفاده از این آزمایش، به بررسی خواص رئولوژیک یک سیال غیرنیوتنی جدید (سیال بوگر³) پرداختند. آریگو و مکن‌لی [23] در یک مطالعه آزمایشگاهی به بررسی میدان جریان حول کره‌ای که در حال سقوط در یک ستون از سیال باریک شونده می‌باشد، پرداختند. در این مطالعه، اثرات دیواره‌های توبویی که کره در آن در حال سقوط است و نیز خواص سیال باریک شونده بر گردابه‌های تولید شده در رینولدزهای پایین (جریان خزشی) بررسی شده است. نتایج این تحقیق نشان داد که اندازه سرعت برگشتی با افزایش عدد دورا افزایش می‌یابد. و همچنین با افزایش عدد دورا، مکان این سرعت کمینه به سمت پایین دست جریان حرکت می‌کند. آکرز و بلمنت [24] در یک مطالعه آزمایشگاهی به بررسی جریان ویسکوالاستیک سیال میسلی حول کره پرداختند. در این مطالعه کره از ارتفاع‌های مختلف وارد یک ستون از سیال ویسکوالاستیک گردید. جهت مشاهده گردابه‌های تشکیل شده در پشت کره، کره از ارتفاع‌های مختلفی به داخل ستون سیال رها شده است. نتایج آن‌ها نحوه تشکیل و شکل گردابه‌های ایجاد شده در پشت کره را برای عدد رینولدز ($Re < 1$)، مشخص کرد. وارگاس و همکاران [25] به بررسی جریان سیال ویسکوالاستیک حول کره با استفاده از مدل فنه پرداختند. در این مطالعه به بررسی اثرات خواص سیال ویسکوالاستیک بر مقادیر تنش و نیز خطوط جریان در رینولدزهای پایین ($Re < 20$) پرداخته شد. هوسیداس و تنر [26] با استفاده از روش حساب اختلالات به حل تحلیلی جریان سه بعدی خزشی ویسکوالاستیک حول یک کره که تحت جریان برشی قرار گرفته است، پرداخته‌اند. آن‌ها در این مطالعه از مدل‌های ماکسول، سیال مرتبه دو، فن‌تین‌تر و نیز گزیکس جهت مدل‌سازی سیال استفاده کرده‌اند. یو و همکاران [27] و پوتز و همکاران [28] در تحقیقات جداگانه‌ای به بررسی فرایند ته‌نشینی ذره کروی صلب در داخل ستونی از سیال باریک شونده⁴ در اعداد رینولدز کوچک ($Re < 1$) پرداختند. همچنین، هارلن [29] و فرانک و لی [30] به بررسی خواص رئولوژیکی جریان سیالات ویسکوالاستیک حول کره بر الگوی جریان (در رینولدزهای کوچک) پرداختند. نتایج آنان نشان داد که الگوی جریان با توجه به نوع سیال ویسکوالاستیک می‌تواند متفاوت باشد. بر طبق این مطالعات، در سیالات باریک شونده و ضخیم شونده پدیده جریان برگشتی مشاهده شد ولی در جریان سیال بوگر این پدیده مشاهده نشد. آهوه‌گویو و جوسیک [31] به بررسی اثرات زبری سطح کره که در داخل ستونی از سیال بینگهام بر الگوی جریان و ضریب درگ سطح کره پرداخته است.

³ Booger⁴ Shear thinning fluid¹ Axisymmetric² Shading

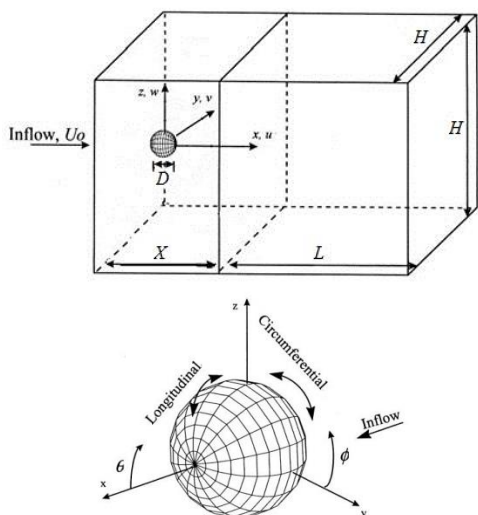


Fig. 1 Schematic geometry in current research

شکل 1 مشخصات هندسه مورد بررسی در تحقیق حاضر

$$\sigma_E + \lambda \nabla \sigma_E + \alpha \frac{\lambda}{\eta_E} (\sigma_E \cdot \sigma_E) = \eta_E \dot{\gamma} \quad (4)$$

در معادلات (3) و (4)، η_N ویسکوزیته سهم نیوتنی سیال و η_E ویسکوزیته سهم ویسکوالاستیک سیال است که η_0 ویسکوزیته کل سیال و β نسبت ویسکوزیته از رابطه (5) قابل محاسبه است:

$$\eta_0 = \eta_N + \eta_E, \quad \beta = \frac{\eta_E}{\eta_0} \quad (5)$$

همچنین در معادله (4)، λ زمان رهایی از تنش سیال و α ضریب پویایی³ یا تحرک در سیال ویسکوالاستیک می‌باشد که بیانگر رفتار غیر ایزوتروپیک برونی در هیدرودینامیک مولکولی ماده ویسکوالاستیک است. همچنین مشتق زمانی همرفتی پاد همبسته بخش الاستیک تانسور تنش⁴ $(\dot{\sigma}_E)$ به صورت رابطه (6) قابل محاسبه است:

$$\dot{\sigma}_E = \frac{\partial \sigma_E}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \sigma_E - \sigma_E \cdot \nabla \vec{u} - \nabla \vec{u}^T \cdot \sigma_E \quad (6)$$

در معادلات (3) و (4) تانسور نرخ برش است و مقدار آن از رابطه (7) قابل محاسبه است:

$$\dot{\gamma} = \nabla \vec{u} + \nabla \vec{u}^T \quad (7)$$

برای تعیین نسبت نیروی اینرسی به نیروی ویسکوز از عدد بی‌بعد رینولدز (Re)، نسبت نیروی ناشی از خاصیت الاستیک به نیروی حاصل از ویسکوزیته عدد بی‌بعد وایزبرگ (We) و همچنین فرکانس بی بعد استروهمال (St) استفاده شده است. پارامترهای بی‌بعد ذکر شده حاکم بر مساله مطابق رابطه (8) عبارتند از:

$$\text{Re} = \frac{\rho U_0 D}{\eta_0}, \quad \text{We} = \frac{U_0 \lambda}{D}, \quad \text{St} = \frac{f_s D}{U_0}, \quad C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2} \rho U_0^2 D} \quad (8)$$

در معادله (8) U_0 سرعت جریان آزاد، D قطر کره، f_s فرکانس گردابه‌های تشکیل شده در پشت کره و λ و η_0 به ترتیب زمان رهایی از تنش و ویسکوزیته کل سیال می‌باشند. همچنین F_D نیروی درگ کل بوده که شامل هر دو درگ فشاری و اصطکاکی است و C_D ضریب درگ شکلی است که مجموع ضریب درگ اصطکاکی و فشاری است.

3-2- شرایط مرزی

با مروری بر مطالعات پیشین، می‌توان دریافت که تحقیقات محدودی در زمینه بررسی الگوی جریان سیال ویسکوالاستیک حول کره انجام شده و اکثر تحقیقات گذشته به بررسی میدان سرعت و الگوی جریان خزشی (اعداد رینولدز پایین) پرداخته‌اند که این خود باعث درک محدود فیزیکی این مساله می‌شود. علاوه بر بیشتر مطالعات گذشته از یک مدل دو بعدی استفاده شده است در صورتی که تحلیل و مدل‌سازی دقیق این مساله نیاز به یک مدل‌سازی سه بعدی دارد [31]. در این پژوهش، به بررسی میدان سرعت سیال و الگوی جریان سیال ویسکوالاستیک حول کره صلب پرداخته شده است. جهت بررسی جریان سیال ویسکوالاستیک، مدل سه ثابت گزیکس به کار گرفته شده است. مدل سه ثابت گزیکس¹ بر مبنای دیدگاه مولکولی بدست آمده است. امتیاز اصلی این مدل آن است که قادر به ارائه رفتار پاورلو² برای ویسکوزیته و ثابت‌های اختلاف تنش‌های نرمال است. همچنین جهت بررسی دقیق الگوی جریان و اثرات خواص رئولوژیک سیال ویسکوالاستیک بر الگوی شکل‌گیری گردابه‌های ایجاد شده، مدل‌سازی سه بعدی جریان حول کره در غیاب اثرات دیواره‌های محدود کننده یا به عبارتی در محیط بی‌نهایت (مطابق شکل 1) انجام شده است. به بیان دیگر در مطالعه حاضر، به بررسی اثرات خاصیت الاستیک و عدد رینولدز بر نحوه شکل‌گیری گردابه‌ها و نیز بررسی شروع ناپایداری و فرکانس گردابه‌های ایجاد شده در پشت کره و مقایسه آن با جریان سیال نیوتنی پرداخته شده است.

در ادامه ابتدا معادلات حاکم و یا به عبارتی معادلات ساختاری جریان سیال ویسکوالاستیک بحث شده و پس از بحث در مورد نحوه مدل‌سازی عددی، به بحث در مورد نتایج عددی پرداخته می‌شود.

2- فرمول بندی ریاضی

در این قسمت، معادلات حاکم و معادلات متشکله در مدل سه ثابت گزیکس مدل گزیکس معرفی می‌گردد. پس از آن به بحث در مورد نحوه مدل‌سازی عددی پرداخته خواهد شد.

1-2- معادلات حاکم

در این تحقیق از دستگاه مختصات دکارتی نشان داده شده در شکل 1 استفاده شده است. معادلات حاکم بر جریان آرام غیر قابل تراکم سیال ویسکوالاستیک در مطالعه حاضر که شامل معادلات پیوستگی و مومنتم می‌باشند، مطابق با معادله (1) عبارتند از:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{u} = 0$$

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{u} \cdot \vec{\nabla} \vec{u} + \frac{1}{\rho} \vec{\nabla} p = \frac{1}{\rho} \vec{\nabla} \cdot \sigma + \vec{g} \quad (1)$$

در روابط (1)، t زمان، p فشار، ρ چگالی، \vec{u} بردار سرعت، \vec{g} بردار شتاب جاذبه و σ تانسور تنش می‌باشد.

2-2- معادلات متشکله

تانسور تنش در مدل گزیکس را می‌توان به صورت مجموع تنش نیوتنی و تنش الاستیک مطابق رابطه (2) بیان نمود:

$$\sigma = \sigma_N + \sigma_E \quad (2)$$

در معادله (2)، σ_N مربوط به سهم حلال نیوتنی و σ_E سهم ویسکوالاستیک تانسور تنش است. سهم نیوتنی سیال به صورت معادله (3) تعریف می‌شود:

$$\sigma_N = \eta_N \dot{\gamma} \quad (3)$$

بخش الاستیک تانسور تنش نیز طبق رابطه (4) قابل بیان است:

³ Mobility factor

⁴ Upper convected derivative

¹ Giesekus

² Power-law

نظر گرفته شده است [20]. جهت تولید شبکه بندی تا حد امکان از شبکه سازمان یافته^۸ استفاده شده است و نیز کنترل شبکه ایجاد شده در اطراف کره، ناحیه محاسباتی مطابق شکل 2، تقسیم بندی شده است. مطابق شکل 2، مکعب کوچک اطراف کره، به صورت غیرسازمان یافته و مابقی نواحی به صورت سازمان یافته شبکه بندی شده اند. جدول 1 مقادیر ضریب درگ بر روی کره به ازای مقادیر نسبت طول سلول به قطر کره در گره های اطراف کره به ازای سه عدد رینولدز نشان داده شده است. با بررسی استقلال حل عددی از شبکه محاسباتی و مقادیر جدول 1 اندازه کوچکترین سلول نسبت به قطر کره در ناحیه مکعب اطراف کره برابر با 0.05، در هشت مکعب اطراف مکعب داخلی برابر با 0.1 و در نواحی اطراف برابر با 0.4 در نظر گرفته شده است.

4- نتایج عددی

در این بخش، نتایج حاصل از حل عددی برای شبیه سازی جریان سیال ناپایا ویسکوالاستیک بر روی یک کره در محیط بی نهایت پرداخته می شود. در ابتدا جهت معتبرسازی مدل سازی عددی، به بررسی جریان سیال نیوتنی ($We = 0$) بر روی کره در محیط بی نهایت پرداخته شده است و نتایج حاصله با

شرایط مرزی حاکم بر این جریان مطابق با شکل 1، به صورت زیر قابل بیان است:

$$\text{بر روی سطح کره شرط مرزی عدم لغزش به صورت رابطه (9) برقرار است:} \\ \frac{\partial P}{\partial n} = 0, \frac{\partial \sigma}{\partial n} = 0, u = 0, v = 0, w = 0 \quad (9)$$

همچنین در مرز ورودی فرض بر این است که جریانی با سرعت یکنواخت وارد شود، بنابراین مطابق رابطه (10) میدان تنش و گرادیان فشار در ورودی صفر است:

$$\frac{\partial P}{\partial n} = 0, \sigma = 0, u = U_0, v = 0, w = 0 \quad (10)$$

در مرز خروجی جریان، گرادیان سرعت و تنش برابر صفر می باشد و فشار برابر فشار اتمسفری در نظر گرفته شده است. بنابراین مطابق رابطه (11) می توان نوشت:

$$P = P_{atm}, \frac{\partial \sigma}{\partial n} = 0, \frac{\partial u}{\partial n} = 0, \frac{\partial v}{\partial n} = 0, \frac{\partial w}{\partial n} = 0 \quad (11)$$

برای مرزهای اطراف هم شرط مرزی محیط بی نهایت^۱ مطابق رابطه (12) مورد استفاده قرار گرفته است:

$$\frac{\partial P}{\partial n} = 0, \frac{\partial \sigma}{\partial n} = 0, \frac{\partial u}{\partial n} = 0, \frac{\partial v}{\partial n} = 0, \frac{\partial w}{\partial n} = 0 \quad (12)$$

در معادلات (9-12)، n نشان دهنده بردار نرمال بر صفحه می باشد.

3- مدل سازی عددی

با توجه به پیچیدگی در هندسه سه بعدی این مساله و همچنین دشواری های حل معادلات حاکم بر جریان سیال ویسکوالاستیک، می توان با گزینش مناسب نرم افزارهای کامپیوتری حل مناسبی برای این مساله ارائه نمود. در تحقیق حاضر، مدل سازی عددی با استفاده از نرم افزار این فوم^۲ انجام شده است. این فوم یک نرم افزار منبع باز^۳ رایگان تحت لینوکس که خود یک سیستم عامل منبع باز و رایگان است، می باشد. این نرم افزار شامل یک مجموعه بزرگ از حلگرها^۴ و قابلیت های^۵ از پیش نوشته شده قابل بهره گیری در محدوده وسیعی از مسائل مختلف دینامیک سیالات محاسباتی در حوزه مکانیک محیط پیوسته می باشد. همچنین با داشتن معلومات پیش نیاز از روش مورد استفاده در فیزیک مسئله و تکنیک های برنامه نویسی به زبان ++C می توان حلگر و کاربرد جدید به این نرم افزار اضافه کرد. در این نرم افزار گسسته سازی معادلات بر پایه روش حجم محدود^۶ بوده و از الگوریتم سیمپل^۷ جهت حل معادلات غیر خطی و تصحیح فشار در تکرارهای عددی استفاده شده است. در این روش به جای استفاده مستقیم از مقادیر فشار از تصحیح فشار در محاسبات استفاده می گردد. همین امر در مورد میدان سرعت نیز برقرار است. یعنی سرعت هایی که از حل معادله مومنتم و با کمک فشار در گام زمانی قبلی به دست آمده اند به عنوان مقادیر مبنایی فرض می شوند که تصحیحی باید به آنها اضافه شود.

3-1- تولید دامنه و شبکه محاسباتی

در تحقیق حاضر، جهت حذف اثر دیواره های محدود کننده (محیط بی نهایت) و نیز با بررسی استقلال حل عددی از دامنه محاسباتی، مطابق شکل 1، مقادیر $H=12D$ ، $L=10D$ و $X=12D$ و موقعیت کره در $X=6D$

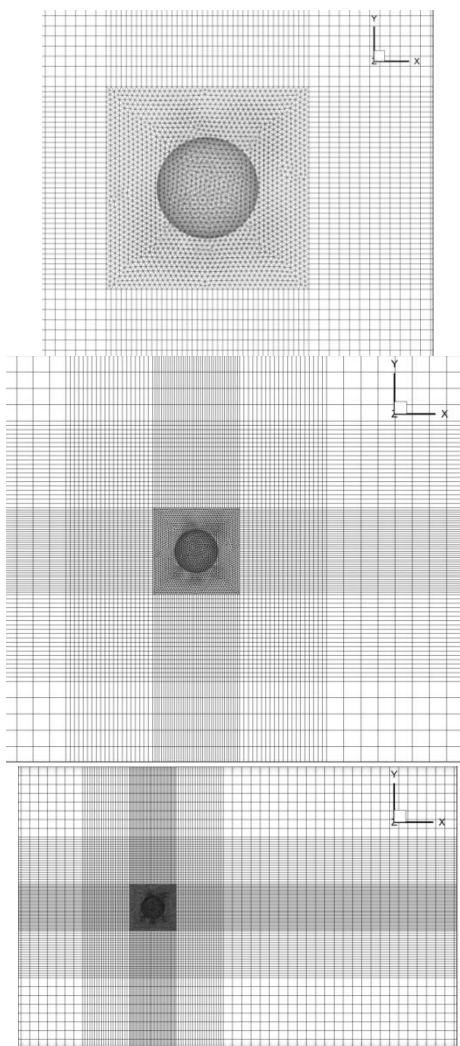


Fig. 2 Generated grid for the present numerical solution

شکل 2 تولید شبکه محاسباتی برای حل عددی حاضر

⁸ Structure

¹ Free stream

² OpenFOAM

³ Open source

⁴ Solvers

⁵ Utilities

⁶ Finite volume method

⁷ Simple

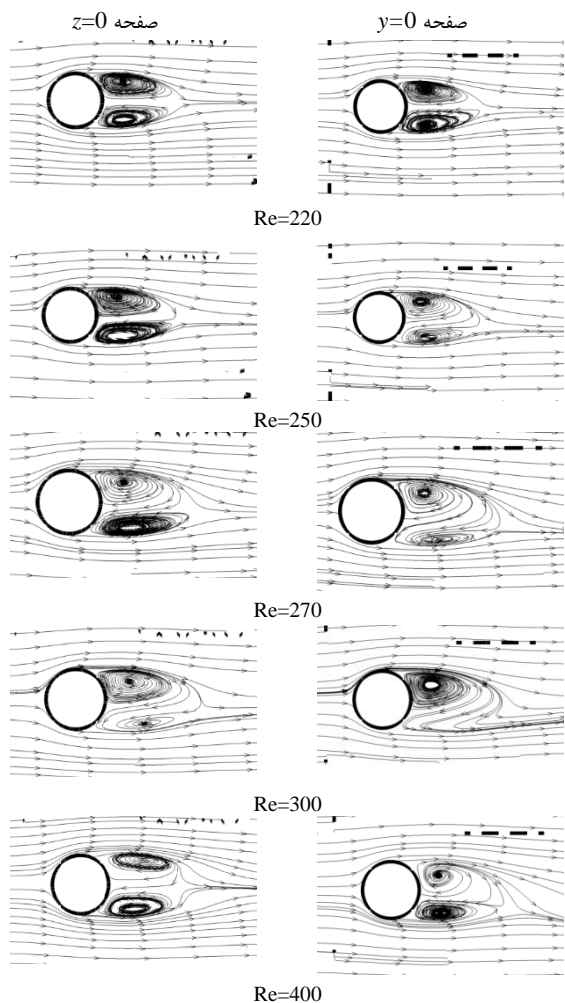
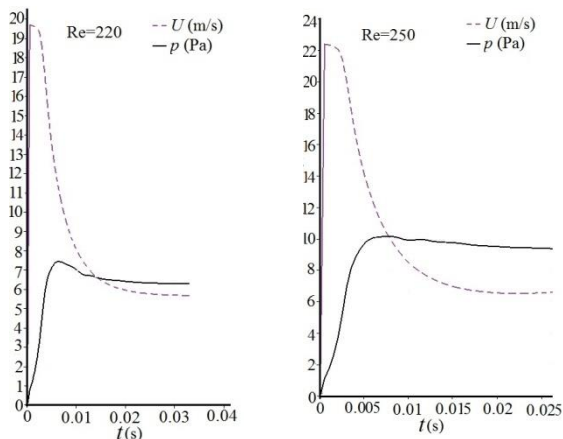


Fig. 3 Streamlines around sphere versus Reynolds number on xy and xz planes

شکل 3 خطوط جریان سیال نیوتنی اطراف کره به ازای مقادیر مختلف رینولدز در صفحات xy و xz

همان طور که در جدول 2 مشاهده می شود، مقادیر عدد استروهال برای اعداد رینولدز مختلف برای سیال نیوتنی در اعداد رینولدز 300 و 400 گزارش شده است. مقادیر عدد استروهال برای این دو عدد رینولدز نشان می دهد با افزایش عدد رینولدز و در نتیجه اثرات اینرسی در سیال نیوتنی به علت افزایش فرکانس گردابه های تولیدی در پشت کره عدد استروهال کوچکتر می گردد.



جدول 1 مقادیر ضریب درگ بر روی کره در شبکه های مختلف به ازای سه عدد رینولدز متفاوت

Table 1 Values of drag coefficient around the sphere for various grids at three different Reynolds number

Re=270	Re=250	Re=220	$\Delta x/D$
0.8315	0.8514	0.9854	0.4
0.7825	0.8125	0.9432	0.2
0.7413	0.7826	0.8912	0.1
0.7217	0.7377	0.8707	0.05
0.7211	0.7375	.8706	0.025

تحقیقات گذشته مقایسه می شود. در ادامه به بررسی جریان سیال ویسکوالاستیک (مدل گزیکس) در هندسه ذکر شده پرداخته شده و اثرات پارامترهای مختلف از جمله اعداد بی بعد رینولدز و وایزنبرگ بر الگوی جریان بحث می گردد.

همان طور که ذکر شد در ابتدای این بخش به بررسی جریان سیال نیوتنی ($We = 0$) بر روی یک کره در محیط بی نهایت (مطابق با هندسه مشخص شده در شکل 1) به ازای اعداد رینولدز مختلف پرداخته می شود. در شکل 3، خطوط جریان سیال نیوتنی حول کره به ازای اعداد رینولدز مختلف در صفحات xy و zy ترسیم شده است. همان طور که در شکل 3 مشاهده می شود دو گردابه تشکیل شده در پشت کره تا حدود عدد رینولدز 300 ($Re = 300$) متقارن بوده و در صفحات xy و zy دو گردابه تقریباً شبیه به هم مشاهده می شوند. با افزایش عدد رینولدز از این دو گردابه تقارن خود را از دست داده و تصویر گردابه ها در صفحات xy و zy متفاوت است. در واقع عدد رینولدز 300 عدد رینولدز بحرانی بوده ($Re_{cr} = 300$) و گردابه های ایجاد شده در پشت کره علاوه بر اینکه تقارن خود را از دست می دهند شروع به ناپایداری می کنند. برای بررسی چگونگی این ناپایداری، نمودار اندازه سرعت و فشار در یک نقطه به فاصله $3D$ از پشت کره بر حسب زمان در شکل 4 ترسیم شده است. همان طور که در این شکل مشاهده می شود، در اعداد رینولدز کوچکتر از 300 ناپایداری در مقادیر سرعت و فشار مشاهده نمی شود ولی در عدد رینولدز بحرانی $Re_{cr} = 300$ مقادیر سرعت و فشار در پشت کره ناپایدار شده و و یک جریان ناپایدار متناوب نسبت به زمان مشاهده می شود. همچنین با بالا رفتن عدد رینولدز و در $Re = 400$ جریان در پشت کره از حالت تناوب طبیعی خود خارج شده و نمودارهای سرعت و فشار با دامنه های متفاوتی به صورت نامتقارن نوسان می کنند. جهت مقایسه حل عددی تحقیق حاضر و مطالعات پیشین، مقادیر ضریب درگ متوسط بر روی کره برای اعداد رینولدز مختلف در جدول 2 گزارش شده است. نتایج این جدول تطابق خوبی بین نتایج تحقیق حاضر و نتایج تحقیق لی [20] از خود نشان می دهد. اختلاف حدود 10 درصدی مشاهده شده بین نتایج این دو تحقیق احتمالاً ناشی از محاسبه ضریب درگ در اطراف کره که یک ناحیه سه بعدی را تشکیل داده است می باشد. در ادامه مقادیر ضریب درگ بر حسب زمان در اعداد رینولدز مختلف در شکل 5 ترسیم شده است. همان طور که در این شکل مشاهده می شود، مقادیر ضریب درگ در زمان های مختلف بر روی کره نیز از عدد رینولدز 300 به بعد از حالت پایدار خارج شده و دچار نوسان می شود. با افزایش عدد رینولدز و در عدد رینولدز 400، به علت افزایش اینرسی سیال در پشت کره دامنه نواسانات عوض می شود. جهت توصیف جریان نوسانی ایجاد شده در پشت کره می توان با استفاده از رابطه (8) و فرکانس مقادیر سرعت، عدد استروهال را محاسبه کرد.

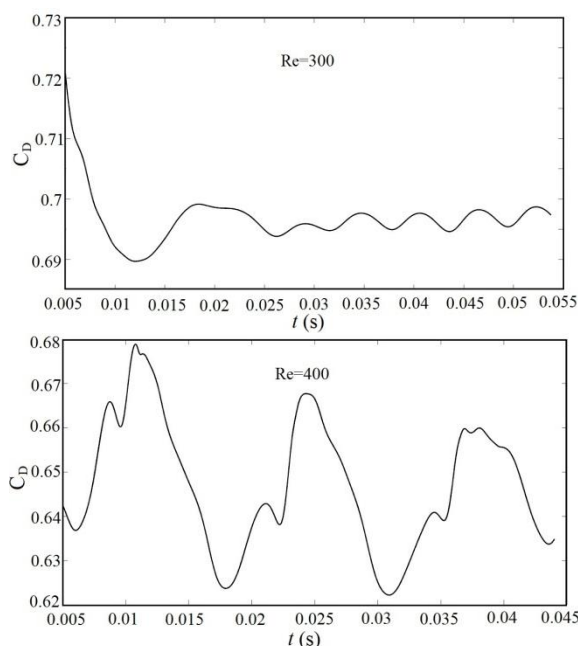


Fig. 5 Values of drag coefficient on the sphere versus time at various Reynolds number

شکل 5 مقادیر ضریب درگ بر روی کره بر حسب زمان به ازای مقادیر مختلف عدد رینولدز

خواص ماده مورد استفاده در این تحقیق به صورت رابطه (13) در نظر گرفته شده است [32]:

$$\eta_N = 0.2 \text{ Pa}\cdot\text{s}, \eta_E = 0.2 \text{ Pa}\cdot\text{s}, \alpha = 0.4, \rho = 803 \text{ Kg/m}^3 \quad (13)$$

برای بررسی اثرات ناپایداری جریان در پشت کره در شکل 6 مقادیر تغییرات اندازه سرعت و فشار در یک نقطه در فاصله $3D$ از پشت کره به ازای اعداد رینولدز 400، 500 و 1000 در عدد وایزنبرگ 100 گزارش شده است. همان طور که در شکل 6 مشاهده می‌شود، برای هر سه عدد رینولدز میدان سرعت و فشار مشاهده شده نوسانی بوده و با افزایش عدد رینولدز فرکانس حرکت گردابه‌ها در پشت کره افزایش می‌یابد. برای بررسی اثرات تغییرات عدد رینولدز و وایزنبرگ بر نوسانات مشاهده شده در گردابه‌های ایجاد شده در پشت کره، تغییرات عدد استروهل بر حسب عدد رینولدز و وایزنبرگ در جدول 3 گزارش شده است. همان طور که مقادیر جدول 3 نشان می‌دهد، با افزایش عدد رینولدز یا به عبارتی افزایش اینرسی جریان، عدد استروهل در گردابه‌های تولیدی در پشت کره افزایش می‌یابد. این در حالی است که افزایش عدد وایزنبرگ که در واقع نشان دهنده افزایش خواص الاستیک سیال می‌باشد، تغییر چندانی در نوسان گردابه‌های تولیدی در پشت سیلندر ندارد و عدد استروهل با افزایش عدد وایزنبرگ تقریباً ثابت می‌ماند.

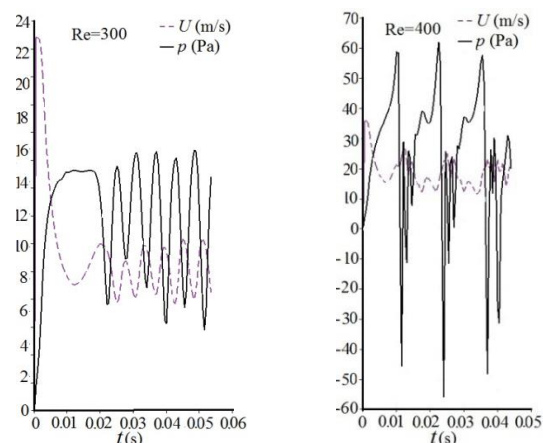
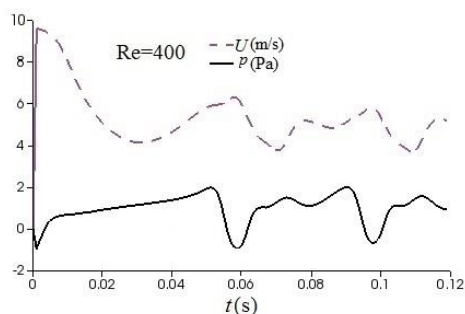


Fig. 4 Values of velocity magnitude and pressure behind the sphere versus time at various Reynolds number

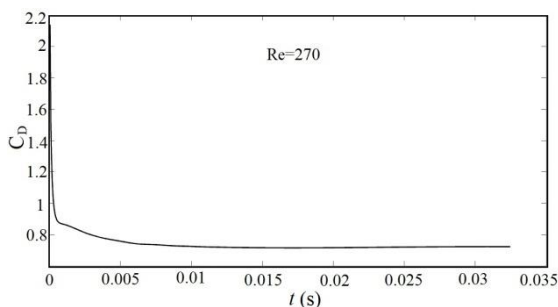
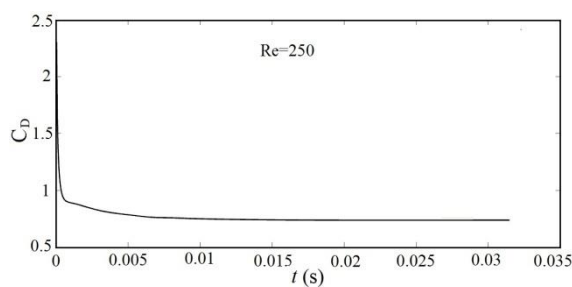
شکل 4 مقادیر اندازه سرعت و فشار در یک نقطه در پشت کره بر حسب زمان به ازای مقادیر مختلف رینولدز

جدول 2 تغییرات متوسط ضریب درگ و عدد استروهل بر روی کره

Table 1 Variation of averaged drag coefficient and Strohal number around the sphere

St (Ref [20])	St (تحقیق حاضر)	C_D (Ref [20])	C_D (تحقیق حاضر)	Re
-	-	0.85	0.7807	220
-	-	0.8	0.7377	250
-	-	0.79	0.7217	270
-	0.1224	0.77	0.6964	300
0.137	0.135	0.73	0.6406	400

همچنین عدد استروهل بدست آمده از تحقیق حاضر برای $Re=400$ تطابق مناسب با عدد استروهل در تحقیق نتایج تحقیق لی [20] را نشان می‌دهد. در ادامه این بخش به بررسی تأثیر خواص غیر خطی ویسکومتریک بر روی جریان سیال ویسکوالاستیک بر روی یک کره در محیط بی‌نهایت پرداخته می‌شود. همان طور که قبلاً ذکر شد، مدل مورد استفاده جهت بررسی معادله متشکله سیال ویسکوالاستیک در این بخش مدل گزیکس است.



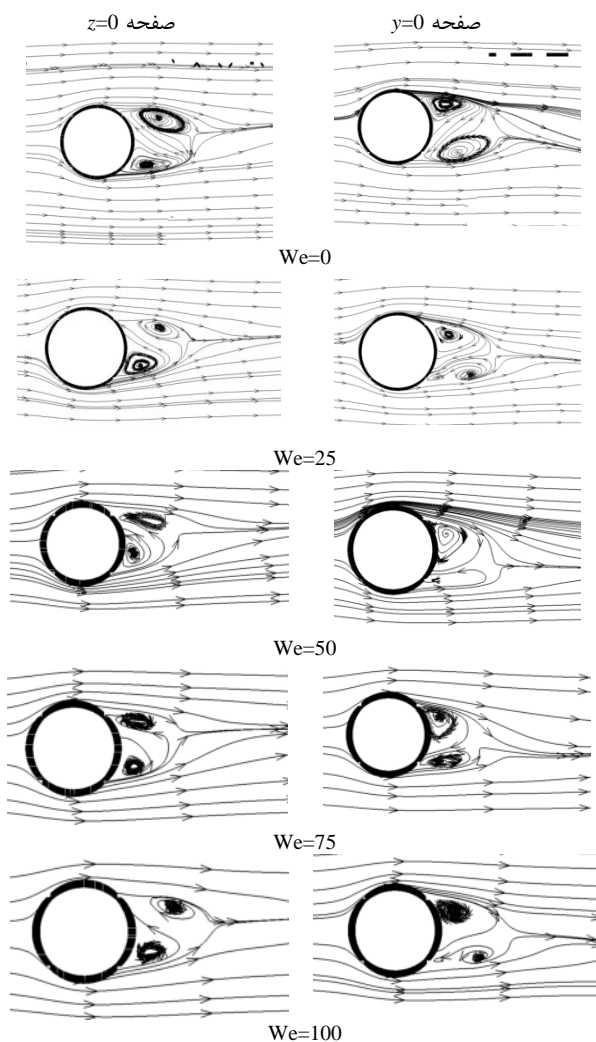


Fig. 7 Streamlines around sphere for various Weissenberg number at Re=1000 on xy and xz planes

شکل 7 خطوط جریان سیال اطراف کره به ازای مقادیر مختلف عدد وایزنبرگ در صفحات xy و xz در $Re=1000$

همچنین نشان می‌دهد در حالت $Re=400$ با افزایش خواص الاستیک سیال (عدد وایزنبرگ) تغییر چندانی در توزیع فشار اطراف کره مشاهده نمی‌شود اما با افزایش عدد رینولدز بازه تغییرات فشار در اطراف کره تقریباً پنج برابر می‌شود. این بدان معناست که تنش فشاری در اعداد رینولدز بالا فقط تابع عدد رینولدز است و خواص الاستیک سیال در آن تقریباً بی تأثیر است. همچنین شکل‌های 9 و 10 تنش‌های برشی در راستای جریان را نشان می‌دهد.

این دو شکل نیز نشان می‌دهند در اعداد رینولدز بالا خواص الاستیک سیال تأثیر چشمگیری بر روی تنش‌های برشی بر روی کره ندارد اما افزایش عدد رینولدز باعث افزایش تنش برشی و در نتیجه ضریب درگ اصطکاکی بر روی کره شود. برای مثال در شکل 10 مقدار تنش σ_{xy} در پشت کره در حالت $Re=400$ حدود 30 پاسکال است اما با افزایش عدد رینولدز تا $Re=1000$ مقدار این تنش برشی در پشت کره به حدود 200 پاسکال می‌رسد. علت این امر را می‌توان به ناپایدار شدن بیشتر جریان در پشت کره و در نتیجه افزایش درگ اشاره نمود.

با وجود اینکه در سیالات نیوتنی مقدار تنش‌های نرمال صفر است اما شکل‌های 11 تا 13 نشان می‌دهند این تنش‌ها در سیال ویسکوالاستیک سهم

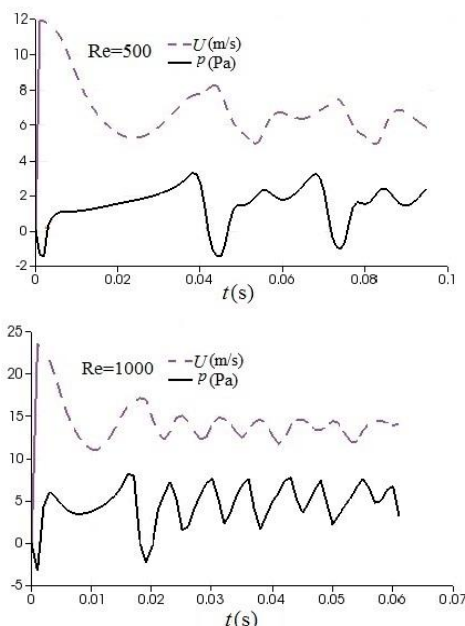


Fig. 6 Variation of velocity magnitude and pressure behind the sphere for various Reynolds number at $We=100$

شکل 6 تغییرات مقادیر اندازه سرعت و فشار در پشت کره بر حسب اعداد رینولدز در $We=100$

جدول 3 تغییرات عدد استروهل بر روی کره بر حسب اعداد رینولدز و وایزنبرگ

Table 2 Variation of Strohal number around the sphere versus Reynolds and Weissenberg numbers

We=100	We=75	We=50	We=25	Re
0.144	0.144	0.146	0.147	400
0.136	0.141	0.155	0.155	500
0.327	0.333	0.338	0.341	1000

مقایسه عدد استروهل از مقادیر جداول 2 و 3 برای $Re=400$ نشان می‌دهد که فرکانس گردابه‌های تشکیل شده در سیال نیوتنی نسبت به سیال ویسکوالاستیک کمتر است. علت این موضوع را می‌توان به وجود اختلاف تنش نرمال اول و دوم دانست که در ادامه به توضیح آنها پرداخته می‌شود. در شکل 7 نمودار خطوط جریان سیال ویسکوالاستیک حول کره به ازای مقادیر مختلف عدد وایزنبرگ در صفحات xy و xz ترسیم شده است.

شکل 7 نشان می‌دهد، با افزایش عدد وایزنبرگ به علت افزایش خواص الاستیک سیال در مقابل خواص اینرسی آن، گردابه‌های ایجاد شده در پشت کره کوچکتر می‌شوند. جهت بررسی بیشتر اثرات عدد رینولدز و وایزنبرگ بر روی رژیم جریان کانتورهای فشار و تنش‌های برشی σ_{xy} ، σ_{xz} و تنش‌های نرمال σ_{zz} ، σ_{yy} ، σ_{xx} اطراف کره را به ازای $Re=20$ ، 100 و 400 و همچنین در حالت $Re=1000$ و $We=100$ بر روی صفحه $y=0$ و در لحظه $t=0.11s$ در شکل‌های 8 - 13 ترسیم شده است. هر سه بخش شکل 8 نشان می‌دهد که فشار در نقطه سکون در جلوی کره به ماکزیمم مقدار خود می‌رسد و به تدریج با افزایش زاویه از نقطه سکون فشار شروع به کاهش می‌کند تا به نقاط بالا و پایین کره می‌رسد. در ادامه با افزایش زاویه، فشار در پشت کره شروع به کاهش می‌کند و یک گرداب فشار معکوس در پشت کره به وجود می‌آید. به علت بازیابی مومنتم ورودی به مقدار اولیه، دو گردابه در پشت کره شروع به تشکیل می‌کنند. این گردابه‌ها همان‌طور که قبلاً نیز توضیح داده شد با افزایش اینرسی سیال به تدریج بزرگتر شده و تقارن خود را از دست می‌دهند و یک جریان ناپایای نوسانی در پشت کره به وجود می‌آورند. شکل 8

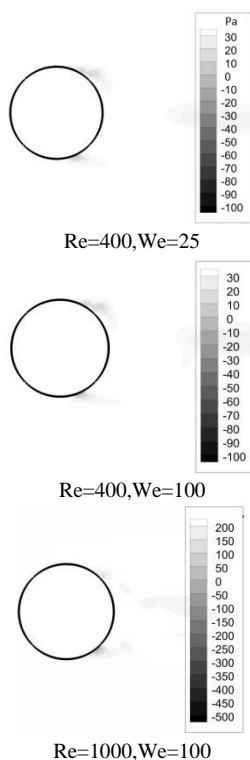


Fig. 10 Distribution of σ_{xy} (Pa) around the sphere on $y=0$ plane at $t=0.11s$

شکل 10 توزیع تنش σ_{xy} بر حسب پاسکال در اطراف کره بر روی صفحه $y=0$ در زمان $t=0.11s$

بسیاری در جریان دارند و مقدار آنها از تنش‌های برشی حول کره نیز بیشتر است. شکل 11 نشان می‌دهد با افزایش زاویه از جلوی کره مقدار تنش نرمال در راستای جریان (σ_{xx}) افزایش می‌یابد و در نقطه جدایش به ماکزیمم مقدار خود می‌رسد و در پشت کره شروع به کاهش می‌کند. این شکل همچنین نشان می‌دهد با افزایش عدد رینولدز از 400 به 1000 به علت افزایش ناپایداری و فرکانس گردابه‌های در پشت کره مقدار تنش نرمال σ_{xx} از حدود 500 به 1500 پاسکال بر روی کره افزایش می‌یابد. این در حالی است که افزایش عدد وایزنبرگ از 20 به 40 در حالت $Re=400$ تأثیر قابل ملاحظه‌ای بر توزیع تنش نرمال σ_{xx} بر روی کره ندارد. همچنین شکل‌های 11 و 12 نشان از اختلاف تنش نرمال اول ($N_1 = \sigma_{xx} - \sigma_{yy}$) بزرگی در اطراف کره را نشان می‌دهد که با افزایش عدد رینولدز افزایش قابل ملاحظه‌ای دارد و از حدود 250 پاسکال در حالت $Re=400$ به حدود 900 پاسکال در حالت $Re=1000$ می‌رسد. این اختلاف تنش نرمال یکی از عوامل کاهش فرکانس گردابه‌ها در پشت کره و در نتیجه کاهش عدد استروهال می‌گردد.

مقایسه شکل‌های 12 و 13 نشان می‌دهند با وجود افزایش مقادیر تنش‌های نرمال σ_{yy} و σ_{zz} با افزایش عدد رینولدز مقدار اختلاف تنش نرمال دوم ($N_2 = \sigma_{yy} - \sigma_{zz}$) بر روی رژیم جریان قابل ملاحظه نیست.

5- نتیجه گیری

در این تحقیق برای نخستین بار به بررسی ناپایداری جریان سیال ویسکوالاستیک حول یک کره در اعداد رینولدز بالا پرداخته شده است. با توجه به ماهیت سه بعدی گردابه‌های ناپایا تولیدی در پشت کره که در تحقیقات آزمایشگاهی گذشته بر روی جریان سیال نیوتنی بر روی کره نیز

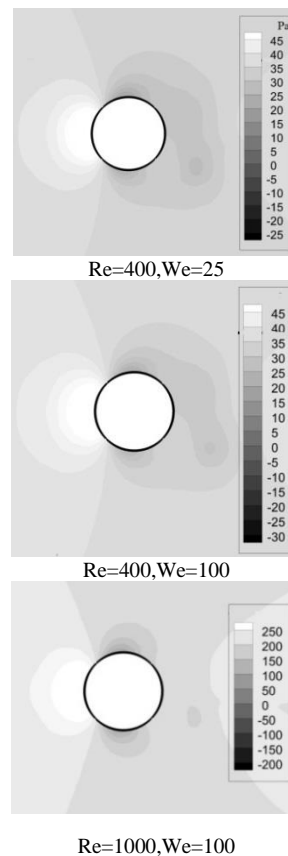


Fig. 8 Distribution of pressure (Pa) around the sphere on $y=0$ plane at $t=0.11s$

شکل 8 توزیع فشار بر حسب پاسکال در اطراف کره بر روی صفحه $y=0$ در زمان $t=0.11s$

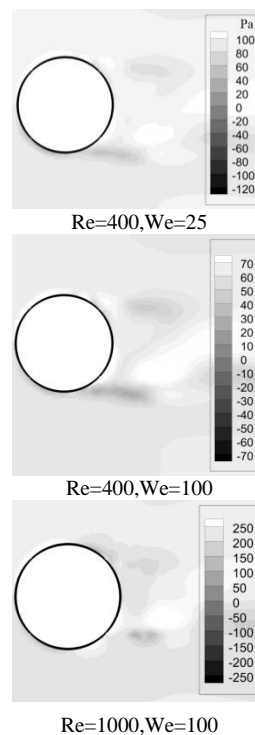


Fig. 9 Distribution of σ_{xz} (Pa) around the sphere on $y=0$ plane at $t=0.11s$

شکل 9 توزیع تنش σ_{xz} بر حسب پاسکال در اطراف کره بر روی صفحه $y=0$ در زمان $t=0.11s$

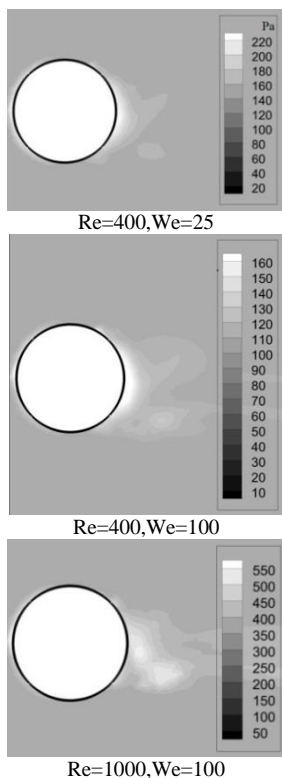


Fig. 13 Distribution of σ_{zz} (Pa) around the sphere on $y=0$ plane at $t=0.11s$

شکل 13 توزیع تنش σ_{zz} بر حسب پاسکال در اطراف کره بر روی صفحه $y=0$ در زمان $t=0.11s$

گزارش شده بود تحقیق حاضر به بررسی سه بعدی این مسئله پرداخته است. برای بررسی بهتر خواص سیال از مدل غیرخطی گزیکس جهت مدل سازی سیال ویسکوالاستیک استفاده شده است. با تقسیم بندی دامنه محاسباتی به نواحی مختلف امکان اعمال شبکه سازمان یافته در قسمت اعظمی از ناحیه محاسباتی مهیا شده است. حل عددی تحقیق حاضر به روش حجم محدود و با استفاده از کد عدد منبع باز این فوم انجام گرفته است. در ابتدا با در نظر گرفتن $We=0$ به بررسی جریان سیال نیوتنی حول کره پرداخته شده است. ترسیم خطوط جریان نشان می دهد که در $Re_{cr} = 300$ گردابه های تولیدی در پشت کره از حالت تقارن خارج شده و یک جریان ناپایا در پشت کره تشکیل می شود. با ترسیم مقادیر اندازه سرعت و فشار در یک نقطه پشت کره یک جریان ناپایا با فرکانس مشخص در پشت کره مشاهده می شود که برای بررسی این پدیده عدد استروهل معرفی و استفاده شده است. با افزایش عدد رینولدز فرکانس حرکت گردابه ها و در نتیجه عدد استروهل در پشت کره افزایش می یابد.

در ادامه برای بررسی جریان ناپایای سیال ویسکوالاستیک بر روی کره و شروع ناپایداری جریان، اثرات خواص الاستیک جریان بر روی کره به ازای $Re > 300$ که در آن جریان به حالت ناپایا رسیده است، بررسی شده است. نتایج این بررسی نشان می دهد در اعداد رینولدز بالا با افزایش عدد رینولدز از 400 به 1000 عدد استروهل تقریباً 2.5 برابر می شود و این در حالی است که در حالت $Re=1000$ با افزایش عدد وایزنبرگ از 25 تا 100 عدد استروهل یک افزایش حدوداً 4 درصدی دارد که این ناشی از تأثیر کم خواص الاستیک در اعداد رینولدز بالا عدد استروهل دارد، اما افزایش عدد رینولدز به شدت سبب افزایش فرکانس گردابه ها در پشت کره و در نتیجه عدد استروهل دارد.

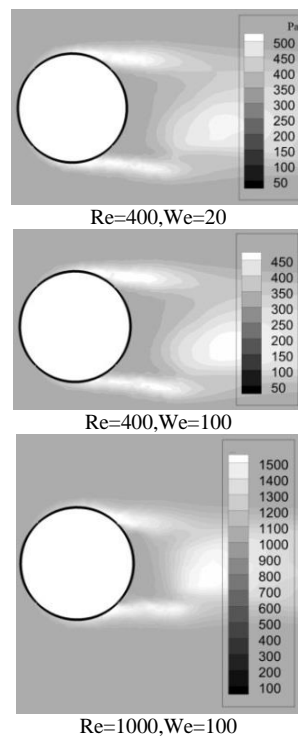


Fig. 11 Distribution of σ_{xx} (Pa) around the sphere on $y=0$ plane at $t=0.11s$

شکل 11 توزیع تنش σ_{xx} بر حسب پاسکال در اطراف کره بر روی صفحه $y=0$ در زمان $t=0.11s$

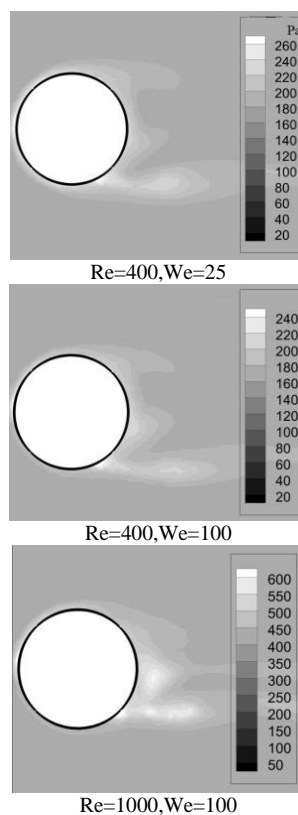


Fig. 12 Distribution of σ_{yy} (Pa) around the sphere on $y=0$ plane at $t=0.11s$

شکل 12 توزیع تنش σ_{yy} بر حسب پاسکال در اطراف کره بر روی صفحه $y=0$ در زمان $t=0.11s$

- intermediate Reynolds numbers, *The Physics of Fluids*, Vol. 12, No. 5, pp. 949-959, 1969.
- [11] H. Hanazaki, A numerical study of three-dimensional stratified flow past a sphere, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 192, No. 1, pp. 393-419, 1988.
- [12] E. J. Chang, M. R. Maxey, Unsteady flow about a sphere at low to moderate Reynolds number, Part 2. Accelerated motion, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 303, No. 1, pp. 133-153, 1995.
- [13] J. Magnaudet, M. Rivero, J. Fabre, Accelerated flows past a rigid sphere or a spherical bubble, Part 1. Steady straining flow, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 284, No. 1, pp. 97-135, 1995.
- [14] H. Sakamoto, H. Haniu, A study on vortex shedding from spheres in a uniform flow, ASME, Transactions, *Journal of Fluids Engineering*, Vol. 112, No. 4, pp. 386-392, 1990.
- [15] E. Achenbach, Vortex shedding from spheres, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 62, No. 2, pp. 209-221, 1974.
- [16] R. Clift, J. R. Grace, M. E. Weber, *Bubbles, Drops, and Particles: Courier*, pp. 30-66, New York: Dover publication, 2005.
- [17] I. Kim, A. J. Pearlstein, Stability of the flow past a sphere, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 211, No. 1, pp. 73-93, 1990.
- [18] R. Natarajan, A. Acrivos, The instability of the steady flow past spheres and disks, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 254, No. 1, pp. 323-344, 1993.
- [19] D. Hartmann, M. Meinke, W. Schröder, A strictly conservative Cartesian cut-cell method for compressible viscous flows on adaptive grids, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 200, No. 9, pp. 1038-1052, 2011.
- [20] S. Lee, A numerical study of the unsteady wake behind a sphere in a uniform flow at moderate Reynolds numbers, *Computers & Fluids*, Vol. 29, No. 6, pp. 639-667, 2000.
- [21] C. L. Lin, S. Lee, Transient state analysis of separated flow around a sphere, *Computers & Fluids*, Vol. 1, No. 3, pp. 235-250, 1973.
- [22] R. Chhabra, P. Uhlherr, D. Boger, The influence of fluid elasticity on the drag coefficient for creeping flow around a sphere, *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 6, No. 3-4, pp. 187-199, 1980.
- [23] M. T. Arigo, G. H. McKinley, An experimental investigation of negative wakes behind spheres settling in a shear-thinning viscoelastic fluid, *Rheologica Acta*, Vol. 37, No. 4, pp. 307-327, 1998.
- [24] B. Akers, A. Belmonte, Impact dynamics of a solid sphere falling into a viscoelastic micellar fluid, *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 135, No. 2, pp. 97-108, 2006.
- [25] R. Vargas, O. Manero, T. N. Phillips, Viscoelastic flow past confined objects using a micro-macro approach, *Rheologica Acta*, Vol. 48, No. 4, pp. 373-395, 2009.
- [26] K. D. Housiadas, R. I. Tanner, Perturbation solution for the viscoelastic 3D flow around a rigid sphere subject to simple shear, *Physics of Fluids*, Vol. 23, No. 8, pp. 083101, 2011.
- [27] Z. Yu, A. Wachs, Y. Peysson, Numerical simulation of particle sedimentation in shear-thinning fluids with a fictitious domain method, *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 136, No. 2, pp. 126-139, 2006.
- [28] A. Putz, T. Burghelca, I. Frigaard, D. Martinez, Settling of an isolated spherical particle in a yield stress shear thinning fluid, *Physics of Fluids*, Vol. 20, No. 3, pp. 033102, 2008.
- [29] O. G. Harlen, The negative wake behind a sphere sedimenting through a viscoelastic fluid, *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 108, No. 1, pp. 411-430, 2002.
- [30] X. Frank, H. Z. Li, Negative wake behind a sphere rising in viscoelastic fluids: A lattice Boltzmann investigation, *Physical Review E*, Vol. 74, No. 5, pp. 056307, 2006.
- [31] F. Ahonguio, L. Jossic, A. Magnin, Influence of surface properties on the flow of a yield stress fluid around spheres, *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 206, No. 1, pp. 57-70, 2014.
- [32] J. Azaiez, R. Guenette, A. Ait-Kadi, Entry flow calculations using multi-mode models, *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 66, No. 2, pp. 271-281, 1996.

ترسیم خطوط جریان در اطراف کره نشان از کوچکتر شدن گردابه‌های تولیدی در پشت کره با افزایش عدد وایزبرگ را دارد. همچنین با ترسیم کانتورهای توزیع فشار و تنش برشی در اطراف کره تأثیر ناچیز اثرات الاستیک در مقابل اثرات اینرسی بر روی این پارامترها نیز مشاهده گردید. در ادامه با ترسیم کانتور تنش‌های نرمال اطراف کره مشاهده گردید که بر خلاف سیال نیوتنی که در آن مقادیر این تنش‌ها صفرند در سیالات ویسکوالاستیک تنش نرمال مقادیر بیشتری حتی نسبت به تنش برشی دارند. برای مثال در حالت $We=100$ و $Re=1000$ تنش نرمال σ_{xx} در پشت کره حدود 7 برابر تنش برشی σ_{xy} در پشت کره است و این یکی از عوامل کاهش عدد استروهل در سیالات ویسکوالاستیک نسبت به سیالات نیوتنی است. نتایج همچنین نشان می‌دهد که σ_{xx} نسبت به دیگر تنش‌ها سهم بیشتری در نیروی الاستیک وارد بر کره دارد و با افزایش عدد رینولدز این سهم افزایش چشمگیری می‌کند. نتایج همچنین نشان داد بر خلاف اختلاف تنش نرمال دوم که مقدار ناچیزی در این جریان دارد اختلاف تنش نرمال اول نیز یکی دیگر از پارامترهایی است که بر روند الگوی جریان تأثیر داشته و با افزایش عدد رینولدز از 400 به 1000 این پارامتر نیز یک افزایش حدود 4 برابری دارد.

6- تقدیر و تشکر

این مقاله مستخرج از یک طرح پژوهشی درون مؤسسه‌ای است که از سوی دانشگاه صنعتی شاهرود مورد حمایت است. لذا نویسندگان از حمایت‌های مالی و معنوی دانشگاه تشکر و قدردانی می‌نمایند.

7- مراجع

- [1] H. A. Barnes, J. F. Hutton, K. Walters, *An Introduction To Rheology*, pp. 50-67, Amsterdam: Elsevier, 1989.
- [2] G. G. Stokes, *On the Effect of the Internal Friction of Fluids on the Motion of Pendulums*, pp. 20-45, Cambridge: Pitt Press, 1851.
- [3] W. Chester, D. Breach, I. Proudman, On the flow past a sphere at low Reynolds number, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 37, No. 4, pp. 751-760, 1969.
- [4] H. Pruppacher, B. Le Clair, A. Hamielec, Some relations between drag and flow pattern of viscous flow past a sphere and a cylinder at low and intermediate Reynolds numbers, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 44, No. 4, pp. 781-790, 1970.
- [5] S. Taneda, Experimental investigation of the wake behind a sphere at low Reynolds numbers, *Journal of the Physical Society of Japan*, Vol. 11, No. 10, pp. 1104-1108, 1956.
- [6] I. Nakamura, Steady wake behind a sphere, *The Physics of Fluids*, Vol. 19, No. 1, pp. 5-8, 1976.
- [7] R. Magarvey, R. L. Bishop, Transition ranges for three-dimensional wakes, *Canadian Journal of Physics*, Vol. 39, No. 10, pp. 1418-1422, 1961.
- [8] B. Fornberg, Steady viscous flow past a sphere at high Reynolds numbers, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 190, pp. 471-489, 1988.
- [9] J. Ockendon, The unsteady motion of a small sphere in a viscous liquid, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 34, No. 2, pp. 229-239, 1968.
- [10] Y. Rimon, S. Cheng, Numerical solution of a uniform flow over a sphere at