مجله مهندسی مکانیک مدرس، اسفند 1396، دوره 17، شماره 12، ص‌ص 309-318

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

بررسی تحلیلی و عددی راهگزینی جریان الکترواسموتیک در یک سه راهی Y شکل

امیدرضا محمدی‌پور[1]*، یاسر بساطی[2]، امیر حیدری[3]، علی جلالی[1]

1- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه پیام نور، تهران

2- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد

3- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه پیام نور، تهران

* تهران، صندوق پستی 19395-3697، o.mohammadipour@pnu.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 22 مرداد 1396

پذیرش: 23 آبان 1396

ارائه در سایت: 24 آذر 1396

کلید واژگان:

جریان الکترواسموتیک

راهگزینی جریان

لتیس بولتزمن

چکیده

در این پژوهش راهگزینی جریان الکترواسموتیک در مواجه با یک سه راهی دوبعدی Y شکل به‌صورت تحلیلی و عددی مورد بررسی قرار گرفته است. در این بررسی نشان داده شده است که می‌توان تنها با تغییر ولتاژ اعمالی در دو انتهای مجرا، مسیر عبور جریان از یک سه راهی را تعیین نمود. در بررسی تحلیلی جریان با معرفی یک سری فرضیات ساده کننده، روابطی تقریبی برای نسبت ولتاژ موردنیاز جهت تغییر مسیر جریان و دبی عبوری پیش و پس از تغییر مسیر ارائه گردیده است. در این تحلیل فاصله دو انشعاب خروجی از سه راهی و ضخامت بی‌بعد لایه دوگانه الکتریکی به‌عنوان متغیر انتخاب شده و اثرات آن‌ها بر شرایط نهایی جریان مورد بررسی قرار گرفته است. در بخش تحلیل عددی تمامی معادلات حاکم بر جریان شامل معادلات ناویر-استوکس، پواسون- بولتزمن و لاپلاس در هندسه سه راهی به‌صورت عددی و با کمک روش لتیس بولتزمن حل شده است. مقایسه نتایج روابط تقریبی استخراج شده و نتایج حاصل از حل عددی معادلات حاکم، حاکی از دقت بسیار خوب روابط استخراج شده است که در مقایسه با حل عددی پیش‌بینی نسبت ولتاژ موردنیاز برای تغییر مسیر جریان و دبی جریان را با هزینه محاسباتی بسیار پایین‌تر فراهم می‌آورد. این امر خود موید مزیت استفاده از روابط معرفی شده، در طراحی سیستم‌های میکروالکترومکانیکی است.

Theoretical and Numerical investigation on switching process of electroosmotic flow in a Y-shape three-way channel

Omid Reza Mohammadipour[1*], Yaser Basati[2], Amir Heydari[1], Ali Jalali[1]

1- Department of Mechanical Engineering, Payame Noor University (PNU), Tehran, Iran

2- Department of Mechanical Engineering, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran

* P.O.B. 19395-3697, Tehran, Iran, o.mohammadipour@pnu.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 13 August 2017
Accepted 14 November 2017
Available Online 15 December 2017

Keywords:
Electroosmotic flow
Switching process
Lattice Boltzmann method

ABSTRACT

In this paper, switching process of electro osmotic flow is numerically and analytically investigated in a two dimensional Y-shape three-way channel. In this research, it is shown that changing the flow direction through a three-way channel can be simply conducted by varying applied electrical voltage at channel's ends. In theoretical approach, three equations are introduced to approximate switching voltage ratio and dimensionless flow rate before and after switching process, respectively. These equations are derived base on some simplifying assumptions when distance between output branches and dimensionless double layer thickness parameter are assumed to be flow variables. Numerical simulations are also conducted by using the lattice Boltzmann method to solve all governing equations including the Navier - Stokes, the Poisson - Boltzmann, and the Laplace equations in a 2D three-way channel geometry. Comparison between analytical and numerical results indicates that introduced approximated equations can successfully predict switching voltage ratio and dimensionless flow rate (before and after switching process) by employing considerably lower computational efforts in comparison with numerical approach. In this regard, the introduced semi-analytical equations can be useful for better understanding and to more effectively designing of micro electro mechanics systems.

1- مقدمه

امروزه با افزایش به کارگیری میکروسیستم‌ها در زمینه‌هایی از قبیل بیولوژی، پیل‌های سوختی، تراشه‌های آزمایشگاهی، لزوم به‌کارگیری روش‌های مؤثر به‌منظور انتقال سیال بیش از پیش مورد توجه قرار گرفته است. یکی از اجزای اساسی این گونه سیستم‌ها، ریزمجرا[1]ها می‌باشند [1]. ریزمجراها دارای نسبت سطح به حجم بالا توأم با حجم کم هستند. این ویژگی مهم، پدیده انتقال را در درون این مجراها را به شدت تحت تأثیر قرار می‌دهد؛ به‌طوری‌که ایجاد یک جریان فشار محرک در این مجراها مستلزم گرادیان‌های فشار بسیار زیاد خواهد بود. از سوی دیگر برخی از پدیده‌های سطحی که در ابعاد بزرگ حائز اهمیت نمی‌باشند، در این مجراها سبب ایجاد اثرات قابل توجهی می‌شوند. یکی از این فرایندها که به بارهای الکترواستاتیکی موجود در دیواره‌ها وابسته است، پدیده الکتروکینتیک است که شامل جریان‌های

[1] Microchannel

Please cite this article using:

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

O. R. Mohammadipour, Y. Basati, Amir Heydari, A. Jalali, Theoretical and Numerical investigation on switching process of electroosmotic flow in a Y-shape three-way channel, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 12, pp. 309-318, 2018 (in Persian)

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1396.17.12.58.0]

الکترواسموتیک[1]، الکتروفورتیک[2]، پتانسیل ته‌نشینی و پتانسیل جریانی[3] می‌باشد.

هنگامی که سطح جامد ساکن باشد و الکترولیت حاوی یون در مجاورت سطح قرار گرفته و بر اثر اعمال میدان الکتریکی خارجی به حرکت درآید، پدیده الکترواسموتیک رخ می‌دهد. در الکترواسموتیک عامل حرکت سیال میدان الکتریکی خارجی اعمال شده می‌باشد. یکی از مهم‌ترین وسایل ریزجریانی ریزپمپ‌ها می‌باشد که برای انتقال سیال مورد استفاده قرار می‌گیرند. در این راستا استفاده از میکروپمپ‌های مکانیکی به‌علت مسائل مربوط به کنترل، ساخت و آب‌بندی با مشکلات زیادی روبرو است. این درحالی است که جریان‌های خاصی نظیر جریان الکترواسموتیک بدون نیاز به سیستم‌های مکانیکی و تنها با استفاده از یک میدان الکتریکی خارجی، امکان انتقال سیال را در ریزمجراها فراهم می‌آورد. کشف این موضوع که میدان الکتریکی خارجی می‌تواند برای ایجاد جریان به‌کار گرفته شود، به رئوس [2] نسبت داده می‌شود که در سال 1809 مشاهدات خود را از انتقال آب در یک بستر متخلخل تحت چنین تاثیری گزارش نمود. از آن پس این موضوع مورد توجه دانشمندان و مهندسان زیادی قرار گرفته و به یک تکنولوژی حیاتی در گستره‌ای از موضوعات، از میکرو/نانوسیستم‌ها گرفته تا رفع آلودگی‌های محیطی مبدل گردیده است. از آنجایی که میدان الکتریکی خارجی به‌عنوان عامل اصلی شکل‌گیری جریان در پدیده الکترواسموتیک در خارج از مسیر جریان (دو انتهای مسیر جریان) اعمال می‌گردد، این امکان وجود خواهد داشت تا با تغییر هدفمند این میدان و بدون استفاده از ابزارهای مکانیکی (ثابت و متحرک) الگوهای جریان را کنترل نمود. در این راستا دوتا و همکاران [3] اثر شدت میدان بر کنترل جریان الکترواسموتیک در یک چهار راهی و سه راهی متقاطع را به‌صورت عددی و با کمک روش المان طیفی بررسی نمودند. لین و همکاران [4] از نوسانات میدان خارجی الکتریکی برای بهبود اختلاط در یک مجرای T شکل استفاده نمودند. پولسن و هیز [5] و وندرودن و همکاران [6] به بررسی آزمایشگاهی کنترل جریان الکترواسموتیک در یک شبکه ساده از ریزمجرا ها پرداختند. چی و انگ [7] با استفاده از مدل توزیع بولتزمن و تقریب دبای-هوکل جریان الکترواسموتیک درون یک ریزمجرای تخت با دیواره‌های موجی شکل را بررسی کردند، و درادامه [8] بدون در نظر گرفتن لایه دوگانه الکتریکی یک مدل ریاضی براساس تئوری روان‌کاری برای جریان الکترواسموتیک شبه یک‌بعدی سیال غیرنیوتنی درون یک ریزمجرای تخت با دیواره‌های موجی و زتا پتانسیل غیریکنواخت ارائه کردند.

یوشیدا و همکاران [9] جریان الکترواسموتیک درون یک ریزمجرای تخت با دیواره‌های موجی را به‌صورت عددی و با استفاده از روش لتیس-بولتزمن مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها همچنین با استفاده از تقریب دبای-هوکل و براساس تئوری تقریبی روانکاری یک مدل تحلیلی برای پیش‌بینی دبی جریان ارائه کردند. و نشان دادند که، در حالت زتا پتانسیل ثابت، با افزایش دامنه موج دیواره، دبی جریان کاهش می‌یابد و این دبی از دبی جریان در حالت مجرا با دیواره صاف کمتر است.

مطالعات تحقیقات گذشته نشان می‌دهد که عموماً آنچه مورد بررسی قرار گرفته است امکان‌سنجی کنترل جریان به‌وسیله تغییرات میدان الکتریکی خارجی بوده است و در مقابل شرایط جریان پیش و پس از تغییر مسیر و همین‌طور اثرات پارامترهای مؤثر در این شرایط نادیده گرفته شده است. در تحقیق حاضر ضمن شبیه‌سازی جریان الکترواسموتیک در یک سه راهی به بررسی عددی راه‌گزینی جریان و پارامترهای مؤثر بر آن پرداخته می‌شود. روش عددی مورد استفاده در این تحقیق روش لتیس بولتزمن می‌باشد. علاوه بر این با ارائه یک سری از فرضیات مناسب، یک حل تحلیلی- تقریبی برای پیش‌بینی شرایط جریان به خصوص نسبت ولتاژ موردنیاز برای تغییر مسیر و دبی عبوری از مجرا، پیش و پس از تغییر مسیر استخراج می‌گردد.

در ادامه، معادلات حاکم بر پدیده الکترواسموتیک معرفی می‌شود و به دنبال آن با ارائه فرضیات مناسب یک حل تحلیلی- تقریبی برای جریان استخراج می‌گردد. سپس به روابط لتیس بولتزمن لازم برای حل عددی معادلات حاکم پرداخته خواهد شد؛ و در نهایت با مقایسه نتایج عددی و تحلیلی دقت روابط تحلیلی- تقریبی ارائه شده، در پیش‌بینی شرایط جریان مورد بررسی و ارزیابی قرار می‌گیرد.

2- معادلات حاکم

سه ریزمجرای تخت به ضخامت 30 μm و طول 90 μm را در نظر بگیرید که مطابق "شکل 1" از طریق یک سه راهی Y شکل به یکدیگر متصل شده‌اند. این مجموعه با طول نهایی 210 μm در مجاورت یک الکترولیت با غلظت توده‌ای یونی برابر با n_0 و ثابت دی الکتریک نسبی ε_r قرار می‌گیرد. در این حالت دیوارهای این هندسه به میزان ζ باردار می‌گردد. فاصله دو مجرای سمت راست که از این پس با توجه به موقعیت مکانی، آن‌ها را انشعاب بالایی و پایینی می‌نامیم، برابر با d خواهد بود که مقدار آن در این پژوهش به ترتیب 30، 60، 90، 120 و 150 میکرومتر انتخاب می‌گردد.

وجود بار سطحی در دیواره‌های ریز مجرا، موجب تغییر در چیدمان یونی در الکترولیت و پیدایش لایه دوگانه الکتریکی و نهایتاً یک میدان الکتریکی داخلی در مجاورت دیواره‌ها می‌گردد.

براساس تئوری میدان‌های الکتریکی، توزیع پتانسیل الکتریکی (ψ) به‌وجود آمده در الکترولیت مجاور دیوار (ψ) از طریق یک معادله پواسون به چگالی بار خالص الکتریکی ρ_e، مرتبط می‌باشد [10].

$$\nabla^2\psi = -\frac{\rho_e}{\varepsilon_0\varepsilon_r} \tag{1}$$

چگالی بار خالص الکتریکی در یک الکترولیت متقارن متناسب با اختلاف غلظت عددی یون‌های مثبت و منفی $\rho_e = ze(n^+ - n^-)$ است که تعیین این غلظت‌ها در حالت کلی نیازمند حل معادله عمومی نرنست-پلانک می‌باشد. با توجه به این‌که در هندسه نشان داده شده در "شکل 1"، بار

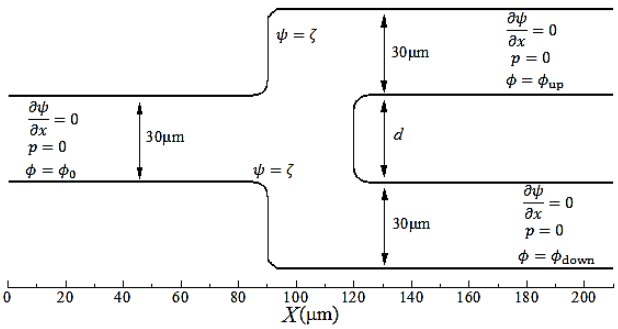

Fig. 1 Geometry and boundary conditions for electroosmotic flow through a Y-shaped three-way channel

شکل 1 هندسه و شرایط مرزی جریان الکترواسموتیک عبوری از یک سه راهی Y شکل

[1] Electroosmotic
[2] Electrophoretic
[3] Streaming potential

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1396.17.12.58.0]

سطحی در امتداد سطوح ثابت است می‌توان نتیجه گرفت که تغییرات غلظت یونی تنها در راستای عمود بر سطح (β) قابل توجه است. در این حالت معادله عمومی نرنست - پلانک به‌صورت رابطه (2) ساده می‌شود.

$$\frac{1}{n^{\pm}}\frac{dn^{\pm}}{d\beta}+\frac{z^{\pm}e}{k_bT}\frac{d\psi}{d\beta}=0 \tag{2}$$

انتگرال‌گیری از معادله فوق با فرض وجود نقطه‌ای در میان مجرا که در آن توزیع یونی کاملاً خنثی بوده و غلظت یونی برابر با غلظت توده‌ای n_0 و پتانسیل الکتریکی متناظر با آن $\psi=0$ باشد، منتهی به توزیع بولتزمن به‌صورت رابطه (3) خواهد شد.

$$n^{\pm}=n_0\exp\left(\frac{-z^{\pm}e\psi}{k_bT}\right) \tag{3}$$

شرایط مرزی معادله (1) در حوزه حل آن‌گونه که در "شکل 1" نشان داده شده است، مقادیر معلوم $\psi=\zeta$ در دیوارها و گرادیان صفر $\partial\psi/\partial x=0$ در ورودی و خروجی مجرا می‌باشد.

میدان الکتریکی خارجی ϕ به وسیله الکترودها در ابتدا و انتهای مجرا اعمال می‌گردد. توزیع این میدان در درون ریزمجرا از معادله لاپلاس تبعیت می‌کند [10].

$$\nabla^2\phi=0 \tag{4}$$

شرایط مرزی پتانسیل الکتریکی خارجی به‌صورت مقادیر ثابت ϕ_0 در ورودی، $\phi_{\rm up}$ در انتهای انشعاب بالایی، $\phi_{\rm down}$ در انتهای انشعاب پایینی و گرادیان نرمال صفر $\partial\phi/\partial n=0$ در دیوارها خواهد بود. اعمال میدان الکتریکی خارجی در ریز مجرا موجب می‌شود تا به‌واسطه تجمع یون‌ها در مجاورت دیوار باردار، به سیال نیرو وارد شود. اعمال این نیروی حجمی در معادله ممنتوم منجر به تعمیم معادله ناویر-استوکس به‌صورت زیر خواهد شد [9].

$$\rho(v\cdot\nabla)v=-\nabla p+\mu\nabla^2v-\rho_e\nabla\phi \tag{5}$$

با معرفی کمیات بی‌بعد به‌صورت $x^*=x/H$ ، $y^*=y/H$ ، $\phi^*=\phi/EH$ ، $\psi^*=ze\psi/k_bT$ ، $A=E_{\rm ref}\,{\rm Hz}en_0/(\rho U_{\rm ref}^2)$ و $P^*=p/(\rho U_{\rm ref}^2)$ و پس از حذف بالانویس (*) برای اختصار، معادلات حاکم بر جریان به‌صورت زیر خواهد بود.

$$\nabla^2\psi=k^2\sinh(\psi) \tag{6}$$

$$\nabla^2\phi=0 \tag{7}$$

$$\nabla\cdot v=0 \tag{8}$$

$$(v\cdot\nabla)v=-\nabla p+\frac{1}{\rm Re}\nabla^2v+2A\sinh(\psi)\nabla\phi \tag{9}$$

در رابطه (6) $k=KH$ پارامتر بی‌بعد ضخامت لایه دوگانه الکتریکی و $K=\sqrt{2z^2e^2n_0/e_re_0k_BT}$ پارامتر دبای-هوکل می‌باشد. در رابطه (9) ${\rm Re}=\rho U_{\rm ref}H/\mu$ عدد رینولدز، $U_{\rm ref}=-e_re_0E\zeta/\mu$ سرعت مرجع و $E_{\rm ref}$ شدت میدان الکتریکی خارجی می‌باشد.

با توجه به معادله (9) عامل پیدایش جریان و به دنبال آن عامل کنترل جریان در هندسه مورد بررسی عبارت $2A\sinh(\psi)\nabla\phi$ است. در این عبارت تغییر بار سطحی (ψ) نیازمند تغییر در جنس مجرا و تغییر در گرادیان پتانسیل الکتریکی (ϕ) نیازمند تغییر در ولتاژ اعمالی در دو انتهای مجرا است. با توجه به این‌که تغییر مسیر جریان برای عبور از هر دو انشعاب خروجی یا تنها یکی از آن دو فرآیندی است که متناسب با عملکرد سیستم‌های میکروالکترومکانیکی، ممکن است به تناوب تکرار گردد، تغییر در جنس مجرا نمی‌تواند به‌عنوان یک راهکار عملی در تعیین مسیر جریان تلقی گردد. در نقطه مقابل تغییر در ولتاژ اعمالی بر دو انتهای مجرا می‌تواند به سادگی و به کمک مدارهای الکترونیکی بدون تغییر در بستر جریان اعمال شود. از این رو در این پژوهش تعیین مسیر جریان به کمک تغییر در ولتاژ اعمالی در دو سوی مجرا صورت خواهد گرفت. برای این منظور دو حالت از جریان در نظر گرفته می‌شود:

جریان کامل: در این حالت ولتاژ اعمالی در انتهای دو انشعاب مساوی و برابر با $\phi_{\rm down}=\phi_{\rm up}=0$ در نظر گرفته می‌شود. در حالی که ولتاژ اعمالی در ورودی مجرا برابر با $\phi_0=E_{\rm ref}L$ انتخاب شده است؛ که در آن L فاصله میان ابتدا و انتهای سیستم و برابر با 210 میکرومتر می‌باشد. در این حالت شدت میدان الکتریکی در هر دو انشعاب برابر بوده و متعاقباً جریان عبوری از آن‌ها یکسان خواهد بود؛ به عبارت دیگر در این حالت دبی عبوری از مجرای ورودی در مواجه با سه راهی به دو قسمت مساوی تقسیم شده و از طریق دو انشعاب از حوزه حل خارج خواهد شد.

جریان منفرد: در این حالت جریان الکترواسموتیک تنها از یکی از دو انشعاب عبور می‌کند. در این تحقیق فرض شده است که جریان منفرد از مجرای بالایی عبور می‌کند. با توجه به تقارن هندسی، نتایج حاصل از این فرض قابل تعمیم به جریان منفرد عبوری از مجرای پایینی نیز خواهد بود. در این حالت ولتاژ در انتهای انشعاب بالایی و در ابتدای مجرا مشابه حالت قبل به ترتیب برابر با $\phi_{\rm up}=0$ و $\phi_0=E_{\rm ref}L$ انتخاب می‌گردد. برای ایجاد جریان منفرد لازم است تا ولتاژ در انتهای انشعاب پایینی به گونه‌ای انتخاب شود که دبی عبوری از این انشعاب به صفر برسد. این ولتاژ به خصوص را می‌توان به صورت نسبت آن به ولتاژ ورودی و به صورت عدد بی‌بعد λ نمایش داد:

$$\frac{\phi_{\rm down}}{\phi_0}=\lambda \tag{10}$$

در این تحقیق هدف تعیین سه کمیت اساسی در جریان عبوری از سه راهی است: 1- دبی عبوری از انشعابات در حالت جریان کامل، 2-نسبت ولتاژ موردنیاز (λ) جهت توقف جریان در انشعاب پایینی و تبدیل جریان از حالت کامل به جالت منفرد و در نهایت 3- دبی عبوری از انشعاب فوقانی در حالت جریان منفرد. در دو بخش بعدی این کمیات به صورت تقریبی و عددی تعیین خواهند شد.

3- حل تحلیلی - تقریبی

جزئیات شبیه‌سازی جریان الکترواسموتیک برمبنای حل تمامی معادلات حاکم (روابط 6 تا 9) در بخش بعدی به تفصیل بیان خواهد شد. با این وجود دور از واقعیت نیست اگر بپذیریم که حل کامل معادلات حاکم از لحاظ محاسباتی فرآیندی پرهزینه است، خصوصاً زمانی که بحث «طراحی» سیستم‌های میکروالکترومکانیکی در میان باشد.

در این بخش قصد داریم با در نظر گرفتن یک سری از فرضیات به یک حل تحلیلی برای تقریب شرایط جریان در حالت‌های جریان کامل و منفرد دست یابیم. پیش از پرداختن به این فرضیات ابتدا جریان الکترواسموتیک در یک ریزمجرای تخت و مستقیم را در نظر بگیرید که در آن جریان از نظر غلظت یون‌ها، سرعت و پتانسیل الکتریکی کاملاً توسعه یافته بوده و لایه‌های دوگانه الکتریکی در دو طرف ریزمجرا هیچ‌گونه تداخلی با یکدیگر نداشته باشند. اگر بار سطحی دیوارها در طول ریزمجرا یکنواخت و پتانسیل الکتریکی متناظر با آن کوچکتر از 30 میلی‌ولت باشد؛ حل معادلات حاکم منتهی به پروفیل سرعت زیر می‌گردد [11].

$$u(y)=-\frac{\varepsilon_r\varepsilon_0E_x\zeta}{\mu}\left[1-\frac{\cosh(ky-kH/2)}{\cosh(kH/2)}\right] \tag{11}$$

رابطه (11) یک حل تحلیلی «دقیق» از شرایط جریان در یک مجرای

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1396.17.12.58.0]

مستقیم است. تقریبی که در این بخش مورد استفاده قرار می‌گیرد این است که معادله (11) را بتوان در قسمت‌های مستقیم هندسه مورد بررسی (شکل 1) نیز اعمال نمود. برای این منظور رابطه (11) را با توجه به تعاریف کمیات بی‌بعد شده، به‌صورت زیر بازنویسی می‌نماییم:

$$u(y)=\frac{u}{u_{\mathrm{ref}}}=-\frac{E}{E_{\mathrm{ref}}}[1-\frac{\cosh(ky-kH/2)}{\cosh(kH/2)}] \tag{12}$$

در مجرای مستقیم شدت میدان الکتریکی خارجی (E) با شدت میدان مرجع (E_{ref}) برابر است؛ بنابراین عبارت (E/E_{ref}) در یک ریزمجرای تخت برابر با واحد بوده و معادله (12) همان فرم بی بعد شده رابطه (11) می‌باشد؛ اما در هندسه مورد بررسی در این تحقیق شدت میدان الکتریکی در هر یک از بخش‌های مستقیم مجرا می‌تواند متفاوت با شدت میدان مرجع باشد. سایر فرضیاتی که در این بخش به‌عنوان مبنای رسیدن به حل تحلیلی جریان در نظر گرفته شده‌اند، به شرح زیر است:

1- با صرف‌نظر از شرایط جریان در مناطقی که جریان به‌واسطه تغییرات هندسی تغییر جهت می‌دهد، جریان سیال در تمامی مناطق ورودی و انشعابات به طور جداگانه دارای شرایط نزدیک به توسعه یافتگی بوده، یکنواخت تلقی می‌گردد.

2- از اثر تغییرات فشار به‌وجود آمده ناشی از تغییر مسیر جریان صرف‌نظر می‌شود. (سکون جریان در مواجهه با سه راهی یک ناحیه پرفشار در این منطقه ایجاد خواهد کرد. با توجه به کوچک بودن عدد رینولدز در جریان الکترواسموتیک از اثرات این منطقه پرفشار بر شرایط جریان صرف‌نظر شده است.)

3- تغییرات عرضی شدت میدان الکتریکی خارجی در قسمت سه راهی در مقایسه با تغییرات طولی آن قابل چشم‌پوشی است.

با پذیرش خطای ناشی از فرضیات فوق، بررسی تحلیلی جریان الکترواسموتیک حول چهار مقطع کلیدی (نشان داده شده در شکل 2) بنا خواهد شد: مقطع A واقع بر ابتدای مجرا، مقطع B در میانه سه راهی، مقطع C در ابتدای انشعاب بالایی و مقطع D در انتهای آن (مقاطع E و F مشابه با انشعاب بالایی برای انشعاب پایینی قابل تعریف است). از این پس تمام کمیات مربوط به این مقاطع یا حد واسط آن‌ها با زیرنویس نام مقاطع مشخص می‌شود.

لازم به ذکر است که هرکدام از پارامترهای مؤثر در تعریف سرعت مرجع از قبیل بارسطحی، ثابت دی‌الکتریک و ... در شرایط نهایی جریان مؤثر خواهد بود. با این وجود برای حفظ عمومیت نتایج حاصل از این پژوهش، بحث خود را برمبنای مقادیر بی‌بعد شده نظیر نسبت ولتاژ (λ)، دبی بی‌بعد شده (Q^*) و فاصله بی بعد دو انشعاب $(\alpha=d/H)$ متمرکز خواهیم نمود.

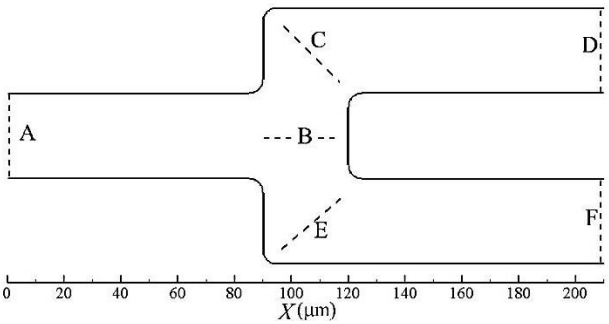

Fig. 2 Schematic of flow sections in semi-analytical approach

شکل 2 نامگذاری مقاطع در حل تحلیلی– تقریبی جریان عبوری از سه راهی Y شکل

3-1- تحلیل جریان کامل

از آن‌جایی که معادله حاکم بر پتانسیل الکتریکی خارجی از نوع لاپلاس می‌باشد، برای تعیین شدت میدان الکتریکی درقسمت های مستقیم مجرا می‌توان از تئوری مدار الکتریکی معادل استفاده نمود [12]. طبق این تئوری مجراهایی که میدان الکتریکی خارجی از آن عبور می‌کند به‌عنوان یک مقاومت متناسب با طول مجرا (L) و معکوس عرض آن (H) مدل‌سازی می‌گردد $R=L/H$. به این ترتیب هندسه نشان داده شده در "شکل 2" با یک مدار الکتریکی مشابه با آنچه در "شکل 3" نشان داده شده است، تقریب زده خواهد شد. در این تقریب فرض بر این است که میدان پتانسیل الکتریکی خارجی به‌صورت یک‌بعدی تغییر می‌کند. بدیهی است چنین تقریبی از درک تغییرات عرضی میدان الکتریکی به‌خصوص در نواحی تغییر مسیر عاجز خواهد بود اما با توجه به فرضیاتی که پیش از این ارائه گردید، می‌توان با صرف‌نظر از تغییرات عرضی شدت میدان الکتریکی از تئوری مدار الکتریکی معادل استفاده نمود.

در هندسه نشان داده شده در "شکل 1"، روابط هندسی زیر برقرار است:

$$H_{AB}=H_{BC}=H_{CD}=H_{BE}=H_{EF}=H \tag{13}$$

$$L_{AB}=L_{CD}=L_{EF}=3.5H \tag{14}$$

$$L_{BC}=L_{BE}=(H+d)/2=(1+\alpha)H/2\ \ \alpha=1,2,3,4,5 \tag{15}$$

با حل مدار الکتریکی نشان داده شده در "شکل 3"، شدت میدان الکتریکی در بخش AB به‌صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$E_{AB}=\frac{\phi_B-\phi_A}{L_{AB}}\approx\frac{28}{22+\alpha}E_{\mathrm{ref}} \tag{16}$$

استفاده از عبارت (≈) به‌جای تساوی در رابطه فوق و روابطی که در ادامه ذکر می‌گردد یادآور این نکته است که روابط استخراج شده در این بخش برمبنای یک سری فرضیات ساده کننده استوار است. با جای‌گذاری رابطه (16) در معادله (12) و سپس انتگرال‌گیری از آن دبی عبوری از بخش AB مشخص خواهد شد.

$$Q^*_{\mathrm{in}}\approx\frac{28}{22+\alpha}\left(1-\frac{\tanh(k/2)}{k/2}\right) \tag{17}$$

جریان عبوری از هریک از انشعابات در حالت جریان کامل برابر با نصف Q^*_{in} و برابر با عبارت زیر خواهد بود.

$$Q^*_{\mathrm{up}}=Q^*_{down}\approx\frac{14}{22+\alpha}\left(1-\frac{\tanh(k/2)}{k/2}\right) \tag{18}$$

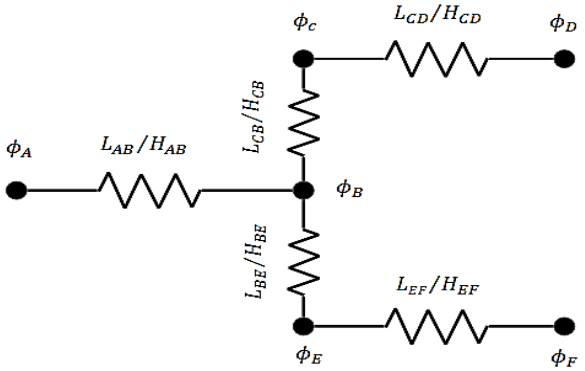

Fig. 3 The equivalent electrical circuit used in the calculation of external electric field for full-flow condition

شکل 3 مدار الکتریکی معادل هندسه جریان الکترواسموتیک در حالت جریان کامل

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1396.17.12.58.0]

3-2-تحلیل جریان منفرد

در حالت جریان منفرد، دبی عبوری از انشعاب پایینی برابر با صفر می‌باشد. برای ایجاد چنین شرایطی لازم است تا عامل جریان در این انشعاب یعنی شدت میدان الکتریکی خارجی به صفر برسد؛ به‌عبارت دیگر لازم است تا ولتاژ اعمالی در انتهای این انشعاب ϕ_{down} با ϕ_B برابر باشد. برای تعیین این مقدار، مدار معادل جریان در حالت منفرد مطابق "شکل 4" ترسیم می‌گردد.

با حل مدار معادل جریان (شکل 4) نسبت ولتاژ لازم برای قطع جریان در انشعاب پایینی به‌صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$\lambda = \frac{\phi_{\text{down}}}{\phi_0} \approx \frac{\phi_{\text{B}}}{\phi_{\text{A}}} = \frac{8+\alpha}{15+\alpha} \tag{19}$$

در این حالت شدت میدان الکتریکی در بخش AB به‌صورت زیر خواهد بود:

$$E_{AB} = \frac{\phi_B - \phi_A}{L_{AB}} \approx \frac{14}{15+\alpha} E_{\text{ref}} \tag{20}$$

با جایگذاری معادله (20) در توزیع سرعت (رابطه 12) دبی جریان در ورودی و انشعاب بالایی مشخص می‌گردد (با توجه به صفر بودن دبی عبوری از انشعاب پایینی، تمام دبی ورودی از طریق انشعاب بالایی منتقل خواهد شد).

$$Q^*_{\text{up}} = Q^*_{\text{in}} \approx \frac{14}{15+\alpha}\left(1 - \frac{\tanh(k/2)}{k/2}\right) \tag{21}$$

4- حل عددی

4-1- روش لتیس بولتزمن

برای حل عددی معادلات حاکم (روابط 6 تا 9) از چهار مدل مختلف لتیس بولتزمن استفاده شده است: مدل BGK استاندارد برای حل معادله ناویر-استوکس و پیوستگی، مدل لتیس بولتزمن معرفی شده توسط گینزبورگ [13] برای حل معادله لاپلاس و در نهایت مدل پواسون بولتزمن معرفی شده توسط محمدی پور و همکاران [14] برای حل معادله پواسون که در ادامه به اختصار معرفی خواهند شد.

معادله لتیس بولتزمن هم ارز با معادلات پیوستگی و ناویر- استوکس تعمیم یافته به‌صورت زیر می‌باشد.

$$f_i(r + c_i\delta t, t + \delta t) - f_i(r,t) = \Omega_i + \delta t F_i \tag{22}$$

در این رابطه δt گام زمانی حل، f_i تابع توزیع چگالی جرم ذرات و اندیس i معرف جهات مشخصه حرکت این ذرات با بردارهای سرعت میکروسکوپی c_i در مکان r و در زمان t می‌باشد. F_i نیروی حجمی و Ω_i اپراتور برخورد می‌باشد که در مدل BGK به‌صورت زیر تعریف می‌گردد [15].

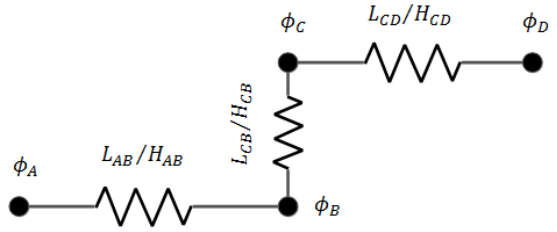

Fig. 4 The equivalent electrical circuit used in the calculation of external electric field for single-flow condition

شکل 4 مدار الکتریکی معادل هندسه جریان الکترواسموتیک در حالت جریان منفرد

$$\Omega_i = \frac{1}{\tau_f}\left(f_i^{\text{eq}}(r,t) - f_i(r,t)\right) \tag{23}$$

در رابطه (23) τ_f ثابت تخفیف زمانی و f_i^{eq} تابع توزیعی تعادلی ماکسول-بولتزمن خواهد بود. در یک شبکه دوبعدی با 9 جهت مشخصه حرکت ذرات (D2Q9) سرعت‌های میکروسکوپی به‌صورت زیر تعریف می‌گردد [16].

$$\begin{cases} c_0 = (0,0) \\ c_i = (\cos\theta, \sin\theta)c\,, \quad \theta = \dfrac{(i-1)\pi}{2}, \quad i = 1-4 \\ c_i = \sqrt{2}(\cos\theta, \sin\theta)c, \theta = \dfrac{(i-1)\pi}{2} + \dfrac{\pi}{4}\,, i = 5-8 \end{cases} \tag{24}$$

در روابط فوق $c = \delta x/\delta t$ اندازه سرعت میکروسکوپی ذرات و δx گام شبکه می‌باشد. در شبکه D2Q9 تابع توزیع تعادلی و ضرایب وزنی مربوط به آن به‌صورت زیر بیان می‌شوند [17].

$$f_i^{\text{eq}} = w_i\rho\left[1 + \frac{c_i \cdot U}{c_s^2} + \frac{(c_i \cdot U)^2}{2c_s^4} - \frac{U^2}{2c_s^2}\right] \tag{25}$$

$$w_i = \begin{cases} 4/9 & \alpha = 0 \\ 1/9 & \alpha = 1-4 \\ 1/36 & \alpha = 5-8 \end{cases} \tag{26}$$

در روابط (25) و (26)، U بردار سرعت ماکروسکوپی، ρ چگالی سیال و $c_s = c/\sqrt{3}$ سرعت صوت مدل می‌باشد. کمیت‌های ماکروسکوپی جریان از قبیل چگالی و سرعت را می‌توان از روابط زیر، برحسب توابع توزیع محاسبه نمود [17]:

$$\rho = \sum_i f_i \tag{27}$$

$$U = \frac{1}{\rho}\sum_i f_i c_i \tag{28}$$

در شبیه‌سازی جریان سیال تراکم‌ناپذیر در رینولدزهای پایین، فشار از معادله حالت گاز ایده‌آل، $p = \rho c_s^2$ قابل محاسبه خواهد بود. تحلیل چاپمن – انسکاگ نشان می‌دهد که در صورت تعریف ثابت تخفیف زمانی و بردار نیروی حجمی به‌صورت زیر، معادلات ماکروسکوپی هم ارز با معادله (22)، همان معادلات پیوستگی و ناویر- استوکس بی‌بعد شده (8 و 9) خواهد بود [18]:

$$\tau_f = \frac{3}{\text{Re}}\frac{\delta t}{\delta x^2} + \frac{1}{2} \tag{29}$$

$$F_i = 2A\sinh(\psi)\frac{w_i}{c_s^2}c_i \cdot \nabla\phi \tag{30}$$

برای حل معادله لاپلاس (7) برمبنای مدل گینزبورگ [13]، شکل جدیدی از تابع توزیع به نام g_i معرفی می‌شود که نشان‌دهنده توزیع مقدار ϕ در جهت i می‌باشد $\left(\sum_{i=0}^{8} g_i = \phi\right)$. معادله حاکم بر این تابع توزیع، معادله عمومی لتیس بولتزمن و مبتنی بر تقریب BGK می‌باشد [13].

$$g_i\,(r + c_i\delta t, t + \delta t) = g_i\,(r,t) + \frac{1}{\tau_\phi}\left(g_i^{\text{eq}}(r,t) - g_i(r,t)\right) \tag{31}$$

به کمک بسط چاپمن- انسکاگ می‌توان نشان داد که اگر شکل تعادلی تابع توزیع g و ثابت تخفیف زمانی متناسب با آن به‌صورت زیر تعریف شوند، حل معادله (31) معادل با حل معادله لاپلاس (7) خواهد بود.

$$g_i^{\text{eq}} = \begin{cases} \dfrac{\phi w_i'}{k_g} & i > 0 \\ \phi - \displaystyle\sum_{i\neq 0} g_i^{\text{eq}} & i = 0 \end{cases} \tag{32}$$

$$\tau_\phi = k_g\frac{\delta t}{\delta x^2} + \frac{1}{2} \tag{33}$$

در روابط فوق k_g یک ثابت عددی دلخواه می‌باشد که متناسب با

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1396.17.12.58.0]

محدودیت‌های ثابت تخفیف زمانی انتخاب می‌شود و w_i' ضرایب وزنی مرتبط با شبکه سرعت می‌باشد که در شبکه دو بعدی و نه سرعته D2Q9 به صورت زیر تعریف می‌شود [13]:

$$w_i' = \begin{cases} \frac{1}{3} & i = 1-4 \\ \frac{1}{12} & i = 5-8 \end{cases} \tag{34}$$

تا به امروز مدل‌های متفاوتی از معادلات لتیس بولتزمن برای حل معادله پواسون ارائه شده است [19-21]. در این مقاله از مدل معرفی شده توسط محمدی پور و همکاران [14] به‌منظور حل معادله پواسون حاکم بر پتانسیل الکتریکی داخلی ψ استفاده شده است:

$$h_i(r + c_i\delta t, t + \delta t) = h_i(r,t) + \frac{h_i^{\mathrm{eq}}(r,t) - h_i(r,t)}{\tau_h} - \left(\frac{2\tau_h - 1}{\tau_h}\right)\delta_t w_i k^2 \sinh(\psi) \tag{35}$$

در این رابطه تابع توزیعی تعادلی و ثابت تخفیف زمانی به‌صورت زیر تعریف خواهند شد.

$$h_i^{\mathrm{eq}} = \begin{cases} \frac{\psi w_i'}{k_h} & i > 0 \\ \psi - \sum_{i \neq 0} h_i^{\mathrm{eq}} & i = 0 \end{cases} \tag{36}$$

$$\tau_h = k_h \frac{\delta t}{\delta x^2} + \frac{1}{2} \tag{37}$$

در این روابط k_h یک ثابت عددی دلخواه می‌باشد که با توجه به محدودیت عددی ثابت تخفیف زمانی τ_h انتخاب می‌شود و مقدار ماکروسکوپی ψ از رابطه $\psi = \sum_i h_i - \delta_t k^2 \sinh(\psi)$ محاسبه خواهد شد.

4-2- شرایط مرزی و اعتبارسنجی

در حوزه جریان سیال برای اعمال شرط مرزی فشار از مدل زو-هی [22] و برای شرط مرزی عدم لغزش روی دیواره‌ها از مدل محمدی پور و همکاران [23] استفاده شده است. برای اعمال شرط مرزی سایر مدل‌ها نیز از تعاریف کمیات ماکروسکوپی برحسب مقادیر تابع توزیع مربوط به هر مدل استفاده شده است. به‌عنوان نمونه با اختصاص دادن کمیات ϕ_{wall} و ψ_{wall} به یک گره مرزی واقع در دیواره پائینی مجرا روابط (38) تا (39) برای جهات مجهول حاصل می‌شود، در روابط (38) تا (39) زیرنویس i بیانگر مقادیر معلوم تابع توزیعی در گره مرزی است [12].

$$\begin{cases} g_2 = \frac{2}{3}(\phi_{\mathrm{wall}} - \sum_i g_i) \\ g_{5,6} = \frac{1}{6}(\phi_{\mathrm{wall}} - \sum_i g_i) \end{cases} \tag{38}$$

$$\begin{cases} h_2 = \frac{2}{3}(\psi_{\mathrm{wall}} - \delta t\left(\frac{k^2\rho_e}{4}\right) - \sum_i h_i) \\ h_{5,6} = \frac{1}{6}(\psi_{\mathrm{wall}} - \delta t\left(\frac{k^2\rho_e}{4}\right) - \sum_i h_i) \end{cases} \tag{39}$$

به‌منظور اعتبارسنجی جریان الکترواسموتیک توسعه‌یافته هیدرودینامیکی و یونی درون یک میکروکانال مستقیم با زتا پتانسیل یکنواخت شبیه‌سازی شده است. میزان بار سطحی به‌گونه‌ای انتخاب می‌شود که با برقراری رابطه $ze\zeta/k_BT \leq 1$ تقریب دبای- هوکل معتبر باشد. در این حالت حل معادلات حاکم منجر به ارائه حل تحلیلی برای سرعت و پتانسیل الکتریکی مطابق روابط (40) خواهد شد [11]:

$$\frac{\psi(y)}{\zeta} = \frac{\cosh(ky - kH/2)}{\cosh(kH/2)} \tag{40-الف}$$

$$\frac{u(y)}{U_{\mathrm{ref}}} = 1 - \frac{\cosh(ky - kH/2)}{\cosh(kH/2)} \tag{40-ب}$$

در "شکل‌های 5" نتایج عددی و تحلیلی موجود برای پروفیل سرعت و پتانسیل الکتریکی در سه مقدار مختلف k از 15، 30 و 45 با هم مقایسه شده‌اند، همان‌طور که مشاهده می‌شود تطابق بسیار خوب نتایج حاصل از حل شبکه بولتزمن و حل تحلیلی (40) موید صحت شبیه‌سازی صورت گرفته است.

4-3- تعیین نسبت ولتاژ λ برای تبدیل حالت جریان

در این پژوهش فرض شده است که بستر جریان به‌طور یکپارچه و از یک جنس ساخته شده است؛ بنابراین بار سطحی ناشی از مجاورت با الکترولیت در تمام سطوح یکسان و برابر با ζ خواهد بود. "شکل 6" توزیع میدان الکتریکی داخلی ناشی از این بار سطحی را نشان می‌دهد. پارامترها و خواص سیالی که در این شبیه‌سازی مورد استفاده قرار گرفته‌اند، در جدول 1 ذکر شده است.

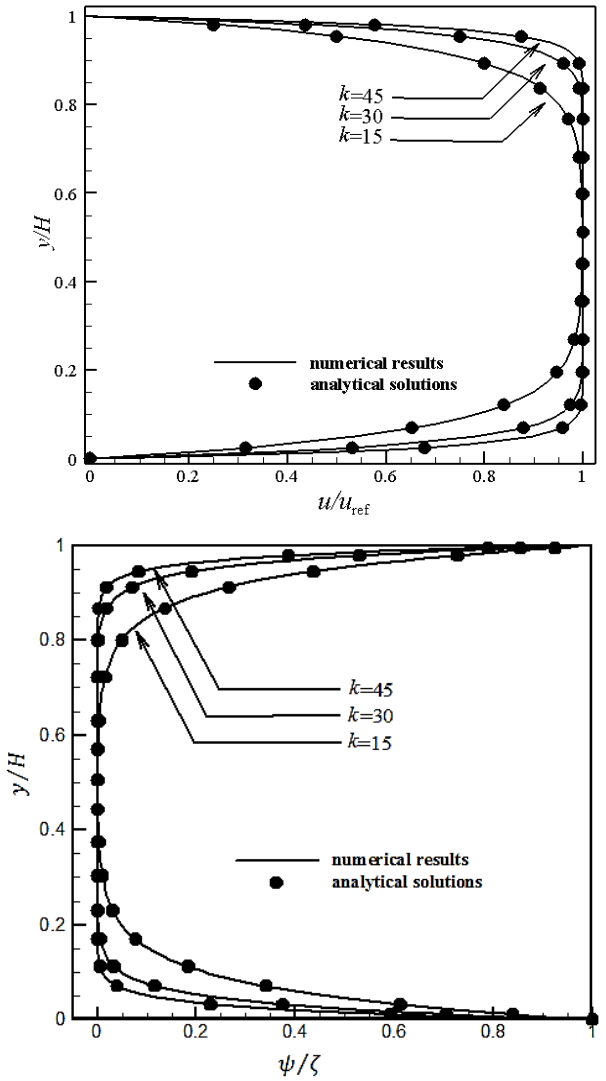

Fig. 5 Comparison of numerical an analytical profiles for different values of Debye-Hückel a) velocity profiles b) internal potential distribution

شکل 5 مقایسه نتایج حاصل از شبیه‌سازی عددی و روابط تحلیلی موجود برای جریان الکترواسموتیک در میکروکانال مستقیم الف) پروفیل سرعت ب) توزیع میدان پتانسیل الکتریکی داخلی

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1396.17.12.58.0]

جدول 1 ثوابت خواص سیال در شبیه‌سازی جریان الکترواسموتیک

Table 1 Constants and physical properties

پارامتر	مقدار (واحد)
k	$5, 15$
α	$1, 2, 3, 4, 5$
ε_r	80
ζ	$-25(\mathrm{mV})$
E	$-30(\mathrm{V/mm})$
ρ	$1\times10^3(\mathrm{kg/m^3})$
μ	1×10^{-3} (Pa.s)

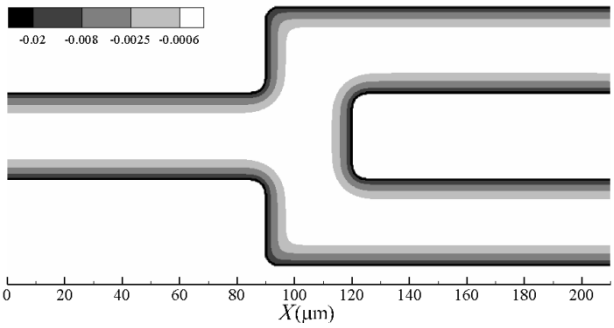

Fig. 6 Internal potential (ψ) field in the Y-shaped three-way channel for k =15 and α =1

شکل 6 خطوط هم تراز ψ (بی‌بعد شده) به ازای $k = 15$ و $\alpha = 1$

همان‌طور که در "شکل 6" نشان داده شده است، میدان الکتریکی داخلی که ناشی از تجمع یونی در مجاورت سطوح باردار است، تنها بخش کوچکی از حوزه حل را تحت تأثیر خود قرار می‌دهد. با این وجود همین حوزه محدود اگر در معرض یک میدان الکتریکی خارجی قرار گیرد عامل شکل‌گیری جریان خواهد شد. میدان الکتریکی خارجی را می‌توان با قرار دادن الکترود در دو سوی هندسه ایجاد نمود. در حالت جریان کامل شرایط مرزی زیر به عنوان ولتاژهای اعمالی در دو سوی مجرا لحاظ می‌گردد:

$$\phi_0 = -E_{\mathrm{ref}}L, \qquad \phi_{\mathrm{up}} = 0, \quad \phi_{\mathrm{down}} = 0 \tag{41}$$

"شکل 7"، توزیع میدان الکتریکی حاصل از حضور الکترودها در دو انتهای هندسه (رابطه 41) را مشخص می‌سازد.

همان‌طور که در "شکل 7" مشاهده می‌شود توزیع ϕ در مجرای ورودی و دو انشعاب خروجی به‌صورت یک‌بعدی تغییر می‌کند اما در ناحیه ارتباط بین این مجاری توزیع دوبعدی خواهد شد. نکته دیگری که در این تصویر به وضوح نشان داده شده است، تغییر در شدت میدان الکتریکی $(\nabla\phi)$ بین

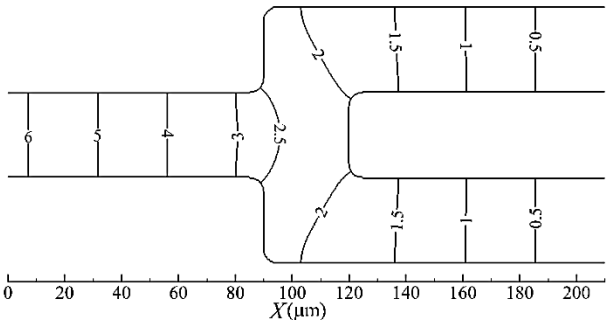

Fig. 7 External potential (ϕ) field for full-flow condition when α is set to be α =1

شکل 7 خطوط هم تراز ϕ (بی بعد شده) به ازای α =1 در حالت جریان کامل

مجرای ورودی و انشعابات خروجی است. به‌طوری که تغییرات مقادیر ϕ در ناحیه ورودی تقریباً دو برابر تغییرات خطوط مشابه در انشعابات است. این تغییر را می‌توان به راحتی با مدل مدار الکتریکی معادل (شکل 3) توجیه نمود.

با اعمال نتایج حاصل از میدان الکتریکی خارجی (ϕ) و داخلی (ψ) در حل جریان (معادله 9) میدان سرعت در حالت جریان کامل مطابق "شکل 8"، مشخص می‌گردد. همان‌طور که در این شکل نشان داده شده است، در حالت جریان کامل، شرایط جریان در هر دو انشعاب یکسان بوده و طبیعتاً هر انشعاب نیمی از دبی ورودی را انتقال خواهد داد.

حال شرط مرزی ولتاژ در انشعاب پایینی را با گام‌هایی برابر با $0.2\phi_0$ افزایش داده و در هر گام شبیه‌سازی را تا رسیدن به شرایط پایای جریان ادامه می‌دهیم. در نهایت در هرگام با انتگرال‌گیری از توزیع سرعت دبی جریان در مسیر ورودی (Q_{in})، انشعاب بالایی (Q_{up}) و پایینی (Q_{down}) محاسبه می‌گردد. "شکل 9" تغییرات دبی را به ازای مقادیر متفاوت ولتاژ در انتهای انشعاب پایینی نشان می‌دهد.

همان‌طور که در "شکل 9" نشان داده شده است، به ازای $\phi_{\mathrm{down}}/\phi_0 = 0$ جریان عبوری از انشعابات یکسان و برابر با نصف دبی ورودی است. با افزایش نسبت ولتاژ $\phi_{\mathrm{down}}/\phi_0$، دبی عبوری از انشعاب پایینی کاهش و بالعکس دبی انشعاب فوقانی افزایش می‌یابد. این تغییرات به

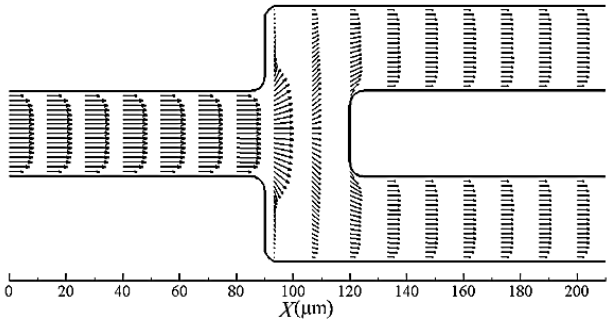

Fig. 8 Velocity vectors in full-flow condition for $k = 15$ and $\alpha = 1$

شکل 8 بردارهای سرعت در حالت جریان کامل به ازای $k = 15$ و α =1

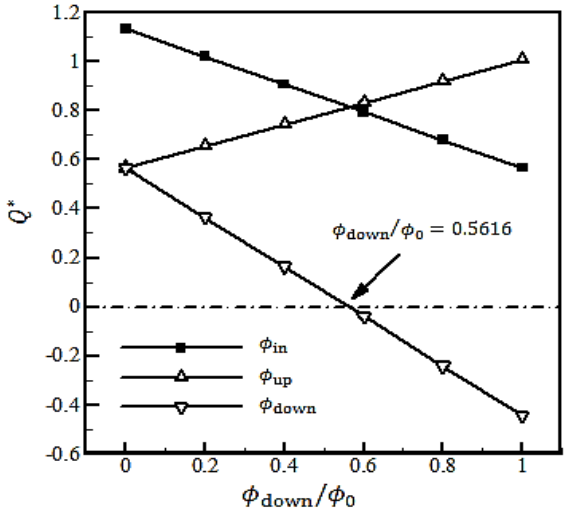

Fig. 9 Flow rate variation as a function of lower channel's voltage

شکل 9 تغییرات دبی برای مقادیر متفاوت ولتاژ در انتهای انشعاب پایینی ($k = 15$ و $\alpha = 1$)

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1396.17.12.58.0]

گونه‌ای است که در نهایت دبی ورودی (مجموع دبی هر دو انشعاب) کاهش خواهد یافت. با توجه به تغییرات خطی دبی به ازای تغییرات نسبت ولتاژ، می‌توان با میانیابی نسبت ولتاژ موردنیاز برای توقف جریان در انشعاب پایینی (λ) را محاسبه نمود. در مثال نشان داده شده در "شکل 9" $k=$ و $\alpha = 1$) (15)، این نسبت ولتاژ برابر با $\lambda = 0.5616$ می‌باشد. با افزایش بیشتر این نسبت ولتاژ، دبی در انشعاب پایینی منفی خواهد شد که به معنای پمپاژ معکوس جریان در این انشعاب است. به این ترتیب λ مشخص شده است اما برای ارزیابی صحت این نسبت لازم است تا شرایط جریان مجدداً و با شرایط مرزی زیر شبیه‌سازی گردد.

$$\phi_0 = -E_{\mathrm{ref}}L, \qquad \phi_{\mathrm{up}} = 0, \quad \phi_{\mathrm{down}} = \lambda\phi_0 \tag{42}$$

"شکل 10" توزیع میدان الکتریکی حاصل از شرط مرزی (42) را نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود در این حالت تغییرات ϕ در انشعاب پایینی به صفر می‌رسد؛ بنابراین علی‌رغم وجود میدان الکتریکی داخلی در مجاورت سطوح این انشعاب، نیروی حجمی بر سیال وارد نخواهد شد.

"شکل 11" توزیع سرعت در جالت جریان منفرد را نشان می‌دهد. مطابق این شکل با اعمال مقدار λ محاسبه شده از میانیابی، دبی جریان در در انشعاب پایینی به صفر رسیده است؛ بنابراین نسبت ولتاژ محاسبه شده از درونیابی صحیح بوده و به‌عنوان نتیجه حاصل از تحلیل عددی تلقی خواهد شد.

5- ارزیابی حل تحلیلی - تقریبی

در این قسمت نتایج حاصل از تحلیل تقریبی و تحلیل عددی مقایسه می‌گردد تا میزان دقت معادلات ارزیابی گردد.

در ابتدا به بررسی نسبت ولتاژ λ می‌پردازیم. معادله (19) این نسبت را به عنوان تابعی از تنها یک متغیر (α) بیان می‌کند؛ اما در حل عددی علاوه

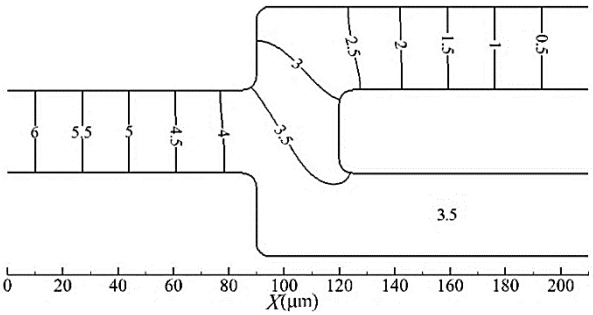

Fig. 10 External potential (ϕ) field for single-flow condition when α is set to be $\alpha = 1$

شکل 10 خطوط هم تراز ϕ (بی بعد شده) به ازای α =1 در حالت جریان منفرد

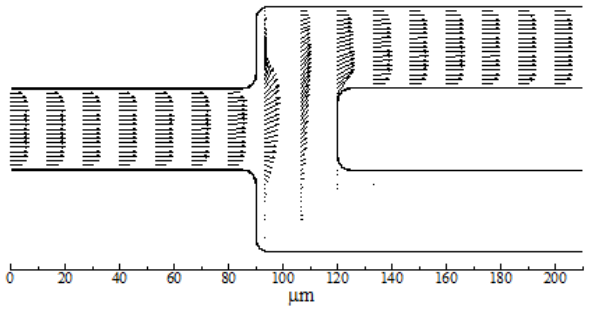

Fig. 11 Velocity vectors in single-flow condition for $k = 15$ and α =1

شکل 11 بردارهای سرعت در حالت جریان منفرد به ازای $k = 15$ و $\alpha = 1$

برای انتخاب پنج مقدار متفاوت برای α، دو مقدار متفاوت از k نیز در شبیه‌سازی‌ها مورد استفاده قرار گرفته است. در هر یک از این حالات مطابق با آنچه در بخش قبل ذکر شد، ابتدا مقدار λ از یک سری از نتایج میانیابی و سپس صحت آن ارزیابی می‌گردد. جدول 2 نشان‌دهنده مقادیر به‌دست آمده از شبیه‌سازی عددی و حل تقریبی است.

همان‌طور که جدول 2 نشان می‌دهد، معادله تقریبی (19) با دقت بالایی (با بیشینه خطای نسبی 1٪) می‌تواند نسبت ولتاژ مورد نیاز برای توقف جریان در یک انشعاب را محاسبه نماید.

در مرحله بعدی میزان دبی عبوری از انشعاب بالایی در حالات جریان کامل و جریان منفرد مورد بررسی قرار می‌گیرد. جداول 3 تا 6 نتایج به‌دست آمده از شبیه‌سازی عددی را با مقادیر به‌دست آمده از (18) و (21) به ازای پارامترهای بی‌بعد ضخامت لایه دوگانه الکتریکی $k = 5$ و $k = 15$ مقایسه می‌کند.

جدول 2 نسبت ولتاژ مورد نیاز برای توقف جریان در انشعاب پایینی

Table 2 Required voltage ratio (λ) to stop flow in the lower channel

α	$\lambda\ (k = 15)$	$\lambda\ (k = 15)$	λ رابطه (15)
1	0.5616	0.5612	0.5625
2	0.5914	0.5886	0.5882
3	0.6160	0.628	0.6111
4	0.6375	0.6340	0.6316
5	0.6566	0.6532	0.6500

جدول 3 دبی عبوری از انشعاب بالایی در حالت جریان کامل به ازای k=5

Table 3 Upper channel flow rate in full-flow condition for k=5.

α	Q_{up}(حل عددی)	Q_{up}(14) رابطه	درصد خطا
1	0.3920	0.3685	6.0
2	0.3730	0.3531	5.3
3	0.3571	0.3390	5
4	0.3429	0.3260	4.9
5	0.3295	0.3139	4.7

جدول 4 دبی عبوری از انشعاب بالایی در حالت جریان منفرد به ازای k=5

Table 4 Upper channel flow rate in single-flow condition for k=5

α	Q_{up}(حل عددی)	Q_{up}(17) رابطه	درصد خطا
1	0.5640	0.5297	6.1
2	0.5264	0.4985	5.3
3	0.4953	0.4708	4.9
4	0.4683	0.4461	4.7
5	0.4440	0.4237	4.5

جدول 5 دبی عبوری از انشعاب بالایی در حالت جریان کامل به ازای k=15

Table 5 Upper channel flow rate in full-flow condition for k=15

α	Q_{up}(حل عددی)	Q_{up}(14) رابطه	درصد خطا
1	0.5667	0.5275	6.9
2	0.5428	0.5056	6.9
3	0.5203	0.4853	6.7
4	0.4992	0.4667	6.5
5	0.4796	0.4494	6.3

جدول 6 دبی عبوری از انشعاب بالایی در حالت جریان منفرد به ازای k=15

Table 6 Upper channel flow rate in single-flow condition for k=15

α	Q_{up}(حل عددی)	Q_{up}(17) رابطه	درصد خطا
1	0.8151	0.7583	7
2	0.7646	0.7137	6.7
3	0.7201	0.6741	6.4
4	0.6802	0.6386	6.1
5	0.6443	0.6067	5.8

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1396.17.12.58.0]

نتایج نشان می‌دهد که تقریب‌های معرفی شده در رابطه (18) و (21) می‌تواند با دقت قابل قبولی (با بیشینه خطای نسبی 7٪) دبی عبوری از انشعاب را در هر یک از حالات جریان کامل و منفرد پیش‌بینی نماید. نکته دیگری که در این نتایج مشهود است، کاهش خطای نسبی حاصل از تقریب‌های (18 و 21) به ازای افزایش فاصله میان دو انشعاب (افزایش α) است. علت این رفتار به فرضیات در نظر گرفته شده در استخراج معادلات مذکور باز می‌گردد که در آن شرایط جریان در هریک از قسمت‌های رابط به‌صورت یک‌بعدی در نظر گرفته شده است. با کاهش α و نزدیک شدن دو انشعاب به یکدیگر طبیعتاً دوبعدی بودن شرایط جریان در محل سه راهی پررنگ‌تر می‌گردد و به دنبال آن خطای حاصل از تقریب یک‌بعدی افزایش خواهد یافت.

6- نتیجه‌گیری

در این تحقیق فرآیند راهگزینی جریان در یک سه راهی Y شکل به‌صورت تحلیلی و عددی مورد بررسی قرار گرفته است. در حل تحلیلی با انجام یک سری از فرضیات، جریان در قسمت‌های مستقیم سه راهی به‌صورت تک بعدی در نظر گرفته شده و به‌کمک تئوری مدار الکتریکی معادل، یک حل تقریبی برای نسبت ولتاژ موردنیاز و دبی عبوری از انشعاب موردنظر قبل و بعد از راهگزینی استخراج گردیده است. در مرحله بعدی شرایط جریان با حل عددی معادلات حاکم شبیه‌سازی شده و پارامترهای مورد اشاره مجدداً محاسبه گردیده است. نتایج حاصل از مقایسه داده‌های عددی و تقریبی حاکی از دقت بالای حل تقریبی در پیش‌بینی نسبت ولتاژ مورد نیاز برای راهگزینی جریان و دقت قابل قبول حل تقریبی در محاسبه دبی عبوری از انشعاب پیش و پس از راهگزینی است. با توجه به هزینه محاسباتی بسیار اندک حل‌های تقریبی در مقایسه با حل عددی معادلات حاکم و در عین حال دقت مناسب آن‌ها، این روابط می‌توانند ابزار مناسبی در زمینه طراحی سیستم‌های میکرو الکترومکانیکی تلقی گردند.

7- سپاسگذاری

نویسندگان برخود لازم می‌دانند از دکتر نیازمند، استاد گروه مکانیک دانشگاه فردوسی مشهد به خاطر زحمات و راهنمایی‌های بی دریغشان تشکر نمایند.

8- فهرست علایم

E	میدان الکتریکی خارجی (V/m)
H	ارتفاع میکروکانال (μm)
L	طول میکروکانال(μm)
P	فشار (kPa)
K	پارامتر دبای – هوکل (1/m)
k	پارامتر بی بعد ضخامت لایه دوگانه الکتریکی
Q^*	دبی بی بعد شده
n_0	غلظت توده‌ای یونی (ion/m^3)
u_{ref}	سرعت مرجع (m/s)
u	سرعت (m/s)
z	عدد والانس
x,y	مولفه‌های طول و عرض (m)

علائم یونانی

ε_0	ضریب گذردهی خلا (1/kg. m3)
ε_r	ثابت نسبی دی‌الکتریک سیال
α	نسبت فاصله دو انشعاب به ضخامت مجرای ورودی
ζ	زتاپتانسیل (V)
λ	نسبت ولتاژ مورد نیاز برای تغییر حالت جریان
μ	لزجت دینامیکی (kg/m. s)
ρ	چگالی (kg/m3)
ρ_e	چگالی خالص بار الکتریکی (C/m3)
σ	مقدار انحراف معیار توزیع غلظت (mol/m3)
ϕ	میدان پتانسیل خارجی (V)
ψ	میدان پتانسیل الکتریکی داخلی (V)

زیرنویس‌ها

down	پایین
in	ورودی
out	خروجی
ref	حالت مرجع
up	بالا

9- مراجع

[1] J. Yahng, S. Jeoung, D. Choi, D. Cho, J. Kim, H. Choi, J. Paik, Fabrication of microfluidic devices by using a femtosecond laser micromachining technique and μ-PIV studies on its fluid dynamics, *Journal of the Korean Physical Society*, Vol. 47, No. 6, pp. 977-981, 2005.

[2] F. F. Reuss, Sur un nouvel effet de l'électricité galvanique, *Mémoires de la Société impériale des naturalistes de Moscou,* Vol. 2, pp. 327-336, 1809.

[3] P. Dutta, A. Beskok, T. C. Warburton, Electroosmotic flow control in complex microgeometries, *Journal of Microelectromechanical Systems*, Vol. 11, No. 1, pp. 36-44, 2002.

[4] C. H. Lin, L. M. Fu, Y. S. Chien, Microfluidic T-form mixer utilizing switching electroosmotic flow, *Analytical Chemistry*, Vol. 76, No. 18, pp. 5265-72, Sep 15, 2004.

[5] N. A. Polson, M. A. Hayes, Electroosmotic flow control of fluids on a capillary electrophoresis microdevice using an applied external voltage, *Analytical Chemistry*, Vol. 72, No. 5, pp. 1088-1092, 2000.

[6] E. J. van der Wouden, D. Liang, D. C. Hermes, J. G. E. Gardeniers, A. van den Berg, Field-effect control of electro-osmotic flow with synchronized AC-switching of channel and gate potentials, *19th IEEE International Conference on Micro Electro Mechanical Systems*, Turkey, Istanbul, January 22-26, 2006.

[7] C. Qi, C. O. Ng, Electroosmotic flow of a power-law fluid in a slit microchannel with gradually varying channel height and wall potential, *European Journal of Mechanics-B/Fluids*, Vol. 52, pp. 160-168, 2015.

[8] R. Sun, C. O. Ng, Effective slip for flow through a channel bounded by lubricant-impregnated grooved surfaces, *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, Vol. 31, No. 2, pp. 189-209, 2017.

[9] H. Yoshida, T. Kinjo, H. Washizu, Analysis of electro-osmotic flow in a microchannel with undulated surfaces, *Computers & Fluids*, Vol. 124, pp. 237-245, 2016.

[10] R. F. Probstein, *Physicochemical Hydrodynamics: An Introduction*, 2nd ed., pp. 9-30, New York: Wiley, 1994.

[11] S. A. Mirbozorgi, H. Niazmand, M. Renksizbulut, Electro-Osmotic Flow in reservoir-connected flat microchannels with non-uniform zeta potential, *Journal of Fluids Engineering*, Vol. 128, No. 6, pp. 1133, 2006.

[12] A. Brask, G. Goranović, H. Bruus, Theoretical analysis of the low-voltage cascade electro-osmotic pump, *Sensors and Actuators B: Chemical*, Vol. 92, No. 1-2, pp. 127-132, 2003.

[13] I. Ginzburg, Equilibrium-type and link-type lattice Boltzmann models for generic advection and anisotropic-dispersion equation, *Advances in Water Resources*, Vol. 28, No. 11, pp. 1171-1195, 2005.

[14] O. R. Mohammadipour, H. Niazmand, Numerical simulation of a flat electroosmotic driven flow in the presence of a charged mid-plate, *International Journal of Modern Physics C*, Vol. 26, No. 07, pp. 1550078, 2015.

[15] P. Bhatnagar, E. Gross, M. Krook, A model for collision processes in gases. i. small amplitude processes in charged and neutral one-component systems, *Physical Review*, Vol. 94, No. 3, pp. 511-525, 1954.

[16] Z. Guo, B. Shi, N. Wang, Lattice BGK Model for Incompressible Navier–Stokes Equation, *Journal of Computational Physics*, Vol. 165, No. 1, pp. 288-306, 2000.

[17] X. He, L. S. Luo, Theory of the lattice Boltzmann method: From the Boltzmann equation to the lattice Boltzmann equation, *Physical Review E*, Vol. 56, No. 6, pp. 6811-6817, 1997.

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1396.17.12.58.0]

[18] E. W. Llewellin, LB flow: An extensible lattice Boltzmann framework for the simulation of geophysical flows, Part I: theory and implementation, *Computers & Geosciences*, Vol. 36, No. 2, pp. 115-122, 2010.

[19] G. H. Tang, Z. Li, J. K. Wang, Y. L. He, W. Q. Tao, Electroosmotic flow and mixing in microchannels with the lattice Boltzmann method, *Journal of Applied Physics*, Vol. 100, No. 9, pp. 094908, 2006.

[20] Z. Chai, B. Shi, Simulation of electro-osmotic flow in microchannel with lattice Boltzmann method, *Physics Letters A*, Vol. 364, No. 3-4, pp. 183-188, 2007.

[21] J. Wang, M. Wang, Z. Li, Lattice evolution solution for the nonlinear Poisson–Boltzmann equation in confined domains, *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, Vol. 13, No. 3, pp. 575-583, 2008.

[22] Q. Zou, X. He, On pressure and velocity boundary conditions for the lattice Boltzmann BGK model, *Physics of Fluids*, Vol. 9, No. 6, pp. 1591-1598, 1997.

[23] O. R. Mohammadipoor, H. Niazmand, S. A. Mirbozorgi, Alternative curved-boundary treatment for the lattice Boltzmann method and its application in simulation of flow and potential fields, *Phys Rev E Stat Nonlin Soft Matter Phys*, Vol. 89, No. 1, pp. 013309, Jan, 2014.

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1396.17.12.58.0]