

استخراج منحنیهای دیسپرژن امواج لمب در یک میکرو-ورق آلومینیوم نیترید (AIN) با استفاده از تئوری تنش کوپلی سازگار

 2 بهنام قدرتی 1 ، امین یاقوتیان ** ، افشین قنبر زاده 2 ، حمید محمد صدیقی

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه شهید چمران، اهواز

2- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه شهید چمران، اهواز

* اهواز، صندوق پستی a.yaghootian@scu.ac.ir ،6135743337

چکیدہ	اطلاعات مقاله
در این پژوهش معادلات انتشار امواج لمب در یک میکرو ورق همسانگرد بینهایت با در نظر گرفتن اثر تنشهای کوپل و با استفاده از تئوری تنش کوپلی سازگار استخراج شده است. اثر اندازه میکرو ورق، با استفاده از پارامتر طول مشخصه، در معادلات مذکور لحاظ شده است که بدین ترتیب میتوان تأثیر ابعاد مختلف ورق را در نحوه دیسپرژن امواج لمب مشاهده نمود. به دلیل کاربرد میکرو ورقهای آلومینیوم نیترید در	مقاله پژوهشی کامل دریافت: 14 مهر 1394 پذیرش: 19 آذر 1394 ارائه در سایت: 23 دی 1394
محرکهای صوتی سطحی، انتشار امواج لمب در این مواد موردتوجه قرار گرفته است. در این مطالعه ابتدا بیبعدسازی روابط با استفاده از تعریف	كليد واژگان:
پارامترهای بیبعد، انجام شده است؛ بنابراین نمودارهای بهدستآمده برای تمام ضخامتها، طول موجهای انتشاری و اندازههای پارامتر طول	تئوری تنش کوپلی سازگار
مشخصه یک میکرو ورق قابل استفاده است؛ سپس بر اساس تقریب شبه استاتیک، نمودارهای دیسپرژن امواج لمب برای دو مود متقارن و	امواج لمب
پادمتقارن اول در میکرو ورقی از جنس آلومینیم نیترید ترسیم شده و با نتایج حاصل از تئوری کلاسیک مقایسه شده است. مقایسه نتایج	پارامتر طول مشخصه
بهدستآمده و دادههای تجربی صحت روابط را نشان میدهد. درنهایت، با توجه به اینکه تعیین پارامتر طول مشخصه نقش اساسی در استفاده از	نمودار دیسپرژن
تئوری تنش کوپلی سازگار دارد، روشی برای مشخص نمودن این اندازه با استفاده از نمودارهای دیسپرژن و دادههای تجربی گزارش شده، پیشنهاد	كرو-ورق ألومينيوم نيتريد
شده است.	

Extraction of dispersion curves for Lamb waves in an aluminium nitride (AlN) micro plate using consistent couple stress theory

Behnam Ghodrati, Amin Yaghootian^{*}, Afshin Ghanbar Zadeh, Hamid Mohammad Sedighi

Department of Mechanical Engineering, Shahid Chamran University, Ahvaz, Iran. * P.O.B. 6135743337, Ahvaz, Iran, a.yaghootian@scu.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper Received 06 October 2015 Accepted 10 December 2015 Available Online 13 January 2016

Keywords: Consistent couple stress theory Lamb waves Charactristic length Dispersion curve Aluminium nitride micro-plate

Abstract

The equations of Lamb wave propagation in an infinite isotropic micro plate on the basis of consistent coupled stress theory is presented in this study. By employing the characteristic length scale parameter, the effect of micro-plate size is considered, and thereby the effects of different plate dimensions on the dispersion of Lamb waves is illustrated. Lamb wave propagation velocity in aluminum nitride micro-plates has received much interest due to its applications in surface acoustic resonators. In the current work, at first, the dimensionless relations are developed through the definition of dimensionless parameters where the extracted curves can be applied to all thicknesses, propagation wavelengths and characteristic length scale parameters of a micro-plate. In addition, using the quasi-static approximation, the Lamb wave dispersion curves in both symmetric and asymmetric modes for an aluminum nitride micro plate are plotted and compared with the results from the classical theory. The integrity of the present formulation is verified by comparing the obtained results with the experimental data in the literature. Finally, by employing the dispersion curves and the reported experimental data, a novel method has been proposed to determine the size of characteristic length parameter in the consistent coupled stress theory.

1- Micro-nano electromechanical systems (MEMS/NEMS) 2- Surface Acoustic Waves (SAW)

Please cite this article using:

B. Ghodrati, A. Yaghootian, A. Ghanbar Zadeh, H. Mohammad Sedighi, Extraction of dispersion curves for Lamb waves in an aluminium nitride (AIN) micro plate using consistent couple stress theory, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 1, pp. 248-256, 2016 (in Persian)

1 - مقدمه

امروزه میکرو ساختارها بهخوبی جایگاه خود را در صنایع مختلف و فناوریهای گوناگون پیداکردهاند. از کاربرد آنها در پیشرفتهترین صنایع نظامی و هوافضا [1] گرفته تا مصارفی مانند ارتباطات مخابراتی [2]، شتابسنجها [3] و حس گرهای مورداستفاده در صنعت [4] و فناوریهای نوین بیوشیمیایی و بیوزیستی [5]، میتوان به اهمیت سیستمهای میکرو و

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

استفاده از امواج با طول موجهای در ابعاد میکرو در دهههای اخیر به دلیل خواصی مانند مصرف و اتلاف انرژی پایین و توانایی استفاده در میکرو ساختارها درزمینهی ارتباطات موبایل و بی سیم به شدت موردتوجه قرار گرفته است. برای تولید این امواج عموما از دو ساختار با نامهای محرکهای امواج صوتی سطحی¹ و محرکهای امواج صوتی حجمی در لایهنازک² استفاده میشود. هرکدام از این ساختارها دارای مزایا و معایبی می باشند. از مزایای محرکهای امواج صوتی سطحی به طور مثال می توان به توانایی تولید فرکانسهای بالا در بازه گیگاهرتزی، کیفیت مناسب ذخیرهسازی و انتشار انرژی و همچنین هزینه پایین ساخت و از معایب آن می توان به ناساز گار بودن با فناوری مدارهای مجتمع³ اشاره کرد. همچنین، در مورد مزایای ساختار محرکهای امواج صوتی حجمی در لایهنازک می توان به کیفیت بالا در فرکانسهای پایین و اتلاف انرژی کمتر نسبت به محرکهای امواج صوتی سطحی و همچنین سازگار بودن با فناوری مدارهای مجتمع اشاره کرد. از اشکالات اساسی ساختار محرکهای امواج صوتی حجمی در لایهنازک هم میتوان حساسیت بالای فرکانس به عیوب به وجود آمده هنگام ساخت و عدم تولید فرکانسهای بالا را نام برد. درنتیجهی تحقیقات صورت گرفته در سالیان اخیر نوع جدیدی از محرکها به نام محرک امواج لمب 4 معرفی شده است که در آن اصول عملکرد محركهاى امواج صوتى سطحى با شكل ساختارى محركهاى امواج صوتى حجمی در لایهنازک ترکیب شده و بهاینترتیب مزایای هر دو محرک حاصل می شوند [7]. این محرک با نام محرک صوتی لایهنازک ورقی⁵ نیز شناخته می شود [8].

امواج لمب دستهای از امواج هدایتشده هستند که در ضخامت ورقها انتشار می یابند. از آنجاکه این امواج حین انتشار با مرزهای بالایی و پایینی ورق برخورد می کنند، بسته به فرکانس یا طول موج، با مودها و سرعتهای مختلفی انتشار می یابند که به این پدیده دیسپرژن امواج لمب گفته می شود. برای بیان سرعت انتشار این امواج نیز از دو مفهوم سرعت فاز و سرعت گروه استفاده می گردد. سرعت فاز به معنای سرعت حرکت یک نقطه ثابت بر روی موج انتشاری بوده و سرعت گروه نیز به معنای سرعت حرکت دستهای از امواج مانند جبهه موج در محیط میباشد. اگرچه این خاصیت چند مودی و دیسپرسیو، تولید، کنترل و اندازه گیری آنها را در قیاس با امواج حجمی دشوارتر ساخته است اما کاربرد این امواج در زمینههایی مانند آزمونهای غیر مخرب، تعیین خواص مواد و همچنین میکرو محرکهای امواج لمب باعث شده است که در چند دهه اخیر بررسی گستردهای بر روی خواص و نحوه انتشار این امواج صورت پذیرد .[9]

امروزه پیشرفتهای حاصل شده در رشد غشای آلومینیوم نیترید در محرکهای امواج لمب، بررسی نحوه انتشار و به دست آوردن خواص

وابستگی سرعت انتشار هر مود از موج لمب به فرکانس یا طول موج آن از نمودار دیسپرژن استفاده میشود. برای رسم این نمودار در مواد همسانگرد از تئوری کلاسیک الاستیسیته [11,9] و در مواد پیزوالکتریک از روش ماتریس [12] و فرمولاسیون تابع گرین [13] استفاده می شود؛ اما از آنجاکه محرکهای امواج لمب در بازه فرکانسهای گیگاهرتزی در ابعاد میکرو یا کوچکتر ساخته می شوند و در این ابعاد ریز ساختار مواد نیز نقش مهمی در تعیین خواص آنها بازی میکند، نیاز به روشی که در آن تأثیر این ریزساختارها در نحوه انتشار امواج لمب بررسی گردد احساس میشود.

نتایج آزمایشگاهی مؤید آن است که در ابعاد میکرو و کوچکتر خواص مکانیکی مواد با خواصی که آنها در ابعاد معمول از خود نشان میدهند تفاوت دارد [14]. این تفاوت به گونهای است که قابل صرفنظر نبوده و باید به روشی در محاسبات مربوط به مدلسازی در ابعاد میکرو لحاظ گردد. ازآنجاکه تئوری کلاسیک قادر به پیشبینی دقیق رفتار ریزساختارها نمی باشد تلاشهای مختلفی برای اصلاح آن صورت گرفت. ویت [15] اولین کسی بود که به تأثیر تنشهای کویلی در مواد اشاره کرد. پس از وی برادران کسرات [16] روابط ریاضی برای در نظر گرفتن تأثیر این تنشهای کوپلی را ارائه کردند به این صورت که علاوه بر سه درجه آزادی انتقالی هر المان از ماده، سه درجه آزادی چرخشی نیز در نظر گرفته میشود. پس از آنها محققان در سالیان متمادی به توسعه و بهبود این مدلها در قالب تئوریهایی مانند تئوری تنش کوپلی میندلین و تیرستن [17]، کویتر [18]، تئوری تنش کوپلی اصلاح شده یانگ و همکاران [19]، تئوری میکروپولار [20] و تئوریهای گرادیان کرنش [22,21] پرداختند. یکی از جدیدترین این مدلها، مدل ارائهشده توسط حاج اسفندیاری و درگوش [23] است که در آن به دلیل صرفنظر از مؤلفههای نرمال تانسور تنش کوپلی در یک المان حجمی از محیط پیوسته، این تانسور پادمتقارن می گردد و به این دلیل از بخش کروی این تانسور که در تئوریهای تنش كوپلى ارائەشدە پيشين بەصورت نامعين باقى مىماند صرفنظر مىشود. همچنین معادلات ارائهشده توسط این مدل تنها شامل یک پارامتر طول مشخصه جهت در نظر گرفتن تأثیر ریزساختار میباشند. این مدل با نام تئوری تنش کوپلی سازگار شناخته میشود.

شارما و کومار [24] با استفاده از تئوری تنش کوپلی ارائهشده توسط حاج اسفندیاری و درگوش [23] انتشار امواج لمب در یک ورق را مدلسازی نمودند و معادله مشخصهای برای نمایش نحوه دیسپرژن امواج لمب در آن به دست آوردند، آنها سپس با حل عددی معادله فوق نمودارهای دیسپرژن امواج لمب را تنها برای مود پادمتقارن و ورقی با جنس استخوان در ابعاد میلیمتر ارائه کردند.

گودرزی و همکاران [25] با استفاده از تئوری تنش کوپلی نامعین ميندلين [17] و تئورى تنش كوپلى سازگار [23] به بررسى ميدان

	الاستوديناميک ناشی از تفرق موج برشی الاستيک برون صفحهای با
	فرکانس بالا توسط نانو حفره استوانهای محصور در محیط الاستیک بی
	نهایت پرداختند و نتایج بهدستآمده با در نظر گرفتن اثر اندازه را با نتایج
	حاصل از تئوری کلاسیک مقایسه نمودند.
_	همچنین یانچو [8] بهصورت تجربی به بررسی اثر تغییر پارامترهای
-	مختلف بر عملکرد محرک امواج صوتی حجمی در لایهنازک پرداخت و
	سرعت انتشار مود اول متقارن موج لمب در یک میکرو ورق از جنس
	آلومینیوم نیترید را به دست آورد و مشاهده نمود که این سرعت بیشتر از
	سرعت پیشبینیشده توسط تئوری کلاسیک است.
	249

دیسپرسیو این امواج در این ورقها را به موضوعی با اهمیت مبدل ساخته است [10]. محركهاي امواج لمب آلومينيوم نيتريد با استفاده از 10000 پایین ترین مود متقارن (S_0) توانایی تولید سرعت فازهای در حدود (S_0) متر بر ثانیه را دارند که استفاده از آنها را در کاربردهای فرکانس بالا و با یهنای باند کم سیستمهای بی سیم ایده آل می سازد. برای نمایش نحوه

1- SAW resonators

- 2- Thin Film Bulk Acoustic Resonators (FBAR)
- 3- Integrated Circuit (IC)
- 4- Lamb Wave Resonator (LWR)
- 5- Thin Film Plate Acoustic Resonator (FPAR)

در تحقیق پیش رو پس از یک مرور کلی بر تئوری تنش کوپلی سازگار، معادلات بیبعد مربوط به مدلسازی مودهای متقارن و پادمتقارن انتشار امواج لمب در یک ورق بینهایت با ضخامت محدود به دست آورده میشوند. سپس با استفاده از تقریب شبه استاتیک¹ ماتریس سفتی سخت شده² برای ماده پیزوالکتریک آلومینیوم نیترید [26] و با کمک روشهای عددی، معادلات مشخصه بهدستآمده برای یک میکرو ورق از جنس آلومینیوم نیترید با جهتگیری در راستای 3^{c} حل شده و نمودارهای دیسپرژن برای مودهای متقارن اول ((S_{0}) و پادمتقارن اول ((A_{0}) رسم شارما [24] و نتایج تجربی یانچو [8] صحت سنجی شده و درنهایت روشی شارما [24] و نتایج تجربی یانچو [8] صحت سنجی شده و درنهایت روشی سرعت انتشار امواج لمب در ورق پیشنهاد می گردد.

2-تئوری تنش کوپلی سازگار

بر اساس تئوری ارائهشده توسط حاج اسفندیاری و در گوش [23] برای یک ماده پیوسته تنشهای ایجاد شده بهوسیله نیروها و کوپلهای سطحی در یک المان حجمی را میتوان به کمک تانسورهای پادمتقارن تنش نیرو و تنش کوپلی به ترتیب بهصورت روابط (1) و (2) نشان داد.

$$\sigma_{ji} = \sigma_{(ji)} + \sigma_{[ji]} \tag{1}$$

$$\Gamma_{ji} = \Gamma_{(ji)} + \Gamma_{[ji]} \tag{2}$$

که در آنها $\sigma_{(ji)}$ و $\Gamma_{(ji)}$ بیانگر بخش متقارن و $\sigma_{(ji)}$ و $T_{(ji)}$ بیانگر بخش پادمتقارن به ترتیب تانسور تنش نیرو و تنش کوپلی میباشند.

با در نظر گرفتن تغییر شکل کوچک در یک حجم واحد از ماده پیوسته، تانسور گرادیان جابجایی را میتوان بهوسیله مجموع دو بخش متقارن و پادمتقارن بهصورت رابطه (3) نمایش داد.

$$e_{ij} + \omega_{ij} \tag{3}$$

$$e_{ij} = u_{(i,j)} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i})$$
(4)

$$\omega_{ij} = u_{[i,j]} = \frac{1}{2} (u_{i,j} - u_{j,i})$$
(5)

در رابطه (3)، $u_{i,i}i = 1,2,3$ بیانگر مؤلفههای جابجایی در جهتهای اصلی و در تغییر شکلهای کوچک، e_{ij} برابر تانسور کرنش و ω_{ij} برابر تانسور چرخش میباشند. همچنین بردار دوگانه⁴ تانسور چرخش نیز از رابطه (6) به دست میآید.

$$\omega_{i} = \frac{1}{2} \varepsilon_{ijk} \omega_{kj} = \frac{1}{2} \varepsilon_{ijk} u_{k,j} \tag{6}$$

همانند تانسور گرادیان جابجایی، تانسور گرادیان چرخش را نیز میتوان بهصورت جمع دو بخش متقارن و پادمتقارن مطابق رابطه (7)

در رابطه (7) اعضای قطری ماتریس *ji x* بیانگر بیچش خالص حول
محور مختصات بوده و اعضای غیر قطری آن بیانگر انحراف از حالت کرویت
هستند، این تانسور تأثیر چندانی در تغییر شکل نداشته و به همین دلیل
در رابطه انرژی کرنشی منظور نمی گردد؛ اما از سوی دیگر در تئوری تنش
کوپلی، تانسور انحناء *ji* نقش مهمی را در رابطه انرژی کرنش ایفا می کند.
کوپلی، تانسور انحناء *ji* نقش مهمی را در رابطه انرژی کرنش ایفا می کند.
(10) (1)
$$\Sigma_{ijk} = \frac{1}{2} \epsilon_{ijk} K_{kj} = \frac{1}{2} \epsilon_{ijk} K_{kj}$$
 (10)
(1) $\Sigma_{ijk} = \frac{1}{2} \epsilon_{ijk} K_{kj} = \frac{1}{2} \epsilon_{ijk} (10)$ به دست میآید.
(10) (1) $\Sigma_{ijk} = \frac{1}{2} \epsilon_{ijk} K_{kj} = \frac{1}{2} \epsilon_{ijk} K_{kj}$ (10)
(1) می کداد همسانگرد بخش متقارن تانسور تنش در رابطه (1) نوشته
میشود.
(11) میشود تنش در حالت کلاسیک بوده و بهصورت رابطه (11) نوشته
میشود.
(12) می در آن *V* و *µ* ثوابت لامه میباشند.
(12) می توان بهصورت رابطه (21) تعریف کرد.
(13) $\Gamma_{i} = \frac{1}{2} \epsilon_{ijk} T_{kj}$ (12)
(13) $\Gamma_{i} = \frac{1}{2} \epsilon_{ijk} T_{kj}$ (12)
(13) $\Gamma_{ji} = -8\eta \kappa_{ij} + 2\mu e_{ij} + 2\eta \nabla^2 \omega_{ji}$ (13)
(14) $\Gamma_{ij} = -8\eta \kappa_{ij} = 4\eta (\omega_{i,j} - \omega_{j,i})$ (14)
(14) ندر روابط (13) و (14) برای مواد همسانگرد. تنها پارامتر وابسته به اند.
(14) ندر روابط (13) و (14) برای مواد همسانگرد. تنها پارامتر وابسته به می آیند.
(14) می کند ثابت $2 = \eta = \eta = \eta_{2}$ بد. در اینجا پارامتر وابسته به می آیند.
(14) می کند ثابت $2 = \eta = \eta_{2}$ اند. (15) می کرو. (16) و (16) و (16) می کرو. (16) و (16) و

مقادیر متفاوتی را به خود می گیرد. با صفر فرض کردن این پارامتر، معادلات تنش به دست آمده به معادلات حالت کلاسیک تبدیل خواهند شد. این پارامتر معمولا توسط روش های مختلف آزمایشگاهی مانند آزمون خمش یا آزمون ضربه در ابعاد مختلف و شرایط کاری گوناگون به کمک دستگاههای پیشرفته و میکروسکوپهای قدر تمند الکترونی به دست می آید. همین امر به دست آوردن پارامتر طول مشخصه را در ریز ساختارهای گوناگون به امری زمان بر و پرهزینه مبدل ساخته است. در بخش 4-1 نشان داده خواهد شد که چگونه به کمک انتشار امواج لمب و اندازه گیری سرعت انتشار این امواج در مواد می توان پارامتر طول مشخصه J را با روشی ساده تر به دست آورد.

3- مدلسازی انتشار امواج لمب در یک میکرو -ورق بینهایت

امواج لمب، امواجی از نوع هدایتشده هستند که در یک ورق انتشار می بایند. معادله حاکم بر حرکت ذرات بهصورت رابطه (15) نوشته می شود

[9].

$$\sigma_{ij,j} + \rho F_i = \rho \ddot{u}_i$$
 (15)
 $\eta = 1$ (15)
 $\eta = 1$ (15), معادله حاکم بر
 $\eta = 1$ (15), معادله حاکم بر
 τ_i (15), معادله حاکم بر
 τ_i (16)
 $\eta = 1$ (16)
 $(\nu + \mu + \eta \nabla^2) u_{k,ki} + (\mu - \eta \nabla^2) \nabla^2 u_i + \rho F_i = \rho \ddot{u}_i$ (16)
 $\nabla_i = 1$ (17)

ivalum cles.

$$\omega_{i,j} = \chi_{ij} + \kappa_{ij}$$
(7)

$$\lambda_{ij} = \omega_{(i,j)} = \frac{1}{2} (\omega_{i,j} + \omega_{j,i})$$
(8)

$$\kappa_{ij} = \omega_{[i,j]} = \frac{1}{2} (\omega_{i,j} - \omega_{j,i})$$
(9)

- 1- Qusi-static approximation
- 2- Piezoelectrically stiffend stiffness matrix
- 3- C-oriented aluminium nitride
- 4- Dual vector

 $u_{i,i} =$

5- Permutation tensor

حال برای به دست آوردن روابط مربوط به دیسپرژن امواج لمب در یک ورق بینهایت همگن و همسانگرد، هندسه مسئله بهصورت "شکل 1" در نظر گرفته شده است. مرکز مختصات کارتزین در میانه ضخامت ورق در نظر گرفته شده است بهطوری که صفحه x-y صفحه میانی ورق بوده و محور z عمود بر آن باشد. سطوح $h \pm z = z$ سطوح بدون نیرو و تنش هستند و فرض می شود که انتشار امواج در جهت x است.

یکی از روشهای حل معادله حرکت (رابطه 16) استفاده از توابع پتانسیل برای تجزیه میدان جابجایی u به دو میدان است که یکی از آنها مربوط به امواج طولی و دیگری مربوط به امواج عرضی است. با توجه به اینکه هر میدان برداری را میتوان به دو بخش چرخشی و اتساعی تجزیه کرد، بنابراین بردار جابجایی $\vec{u} = (u_1, 0, u_3)$ بهصورت رابطه (17) بیان میشود.

 $\vec{u} = \nabla \phi + \nabla \times \vec{\psi}, \quad \nabla \cdot \vec{\psi} = \mathbf{0}$ (17) $\nabla \cdot \vec{\psi} = (\mathbf{0}, \psi, \mathbf{0}) \quad (17)$ $\nabla \cdot \vec{\psi} = \mathbf{0}$ $\nabla \cdot \vec{\psi} = \mathbf{0} \quad (17)$ $\nabla \cdot \vec{\psi} = \mathbf{0}$

از آنجاکه فرض می شود که امواج لمب در صفحه x-z انتشار می یابند، بنابراین رفتار امواج مستقل از جهت y بوده و داریم $u_2 = 0, \partial/\partial y = 0$. با استفاده از تجزیه میدان جابجایی هلمهولتز، جابجایی در راستاهای x و zمطابق روابط (18) و (19) به دست می آید [9].

$$u_1 = \frac{\partial \phi}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial z}$$
(18)

$$u_3 = \frac{\partial \varphi}{\partial z} + \frac{\partial \psi}{\partial x} \tag{19}$$

با جایگذاری روابط (18) و (19) در رابطههای (13) و (14)، تنشهای حاصل از نیروها و کوپل روی سطح ورق مطابق روابط (20) تا (22) به دست میآیند.

$$\sigma_{zx} = \mu \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + 2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial z} \right) + \eta \left(\frac{\partial^4 \psi}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 \psi}{\partial z^4} + 2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2 \partial z^2} \right)$$
(20)

$$\sigma_{zz} = \mu \left(\frac{c_L^2}{c_T^2} \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \right) - \mathbf{2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \mathbf{2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial z} \right)$$
(21)

$$\Gamma_{zy} = -2\eta \left(\frac{\partial^3 \psi}{\partial z^3} + \frac{\partial^3 \psi}{\partial z \, \partial x^2} \right)$$
(22)

که در آن C_L و C_T بیانگر سرعت انتشار امواج طولی و عرضی در ماده همسانگرد بوده که طبق روابط (23) و (24) با استفاده از ثوابت لامه و یا



ضرایب ماتریس سفتی ماده به دست میآیند [9].
()
$$\frac{\nu + 2\mu}{\rho} = \int \frac{C_{11}}{\rho}$$

(23)

$$c_T = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} = \sqrt{\frac{C_{44}}{\rho}}$$
(24)

که در آن C_{11} و C_{44} ثوابت ماتریس سفتی ماده همسانگرد میباشند. شارما [24] نشان داد که بازنویسی رابطه (16) بر اساس توابع پتانسیل بهصورت روابط (25) و (26) خواهد بود.

$$\nabla^2 \phi = \frac{1}{c_L^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2}$$
(25)

$$\nabla^2 \psi - l^2 \nabla^4 \psi = \frac{1}{c_T^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}$$
(26)

توابع
$$\phi \in \psi$$
 برای انتشار امواج در جهت x بهصورت روابط (27) و
(28) حدس زده می شوند:
 $\phi = f(z)e^{i\xi(x-c_pt)}$ (27)
 $\psi = g(z)e^{i\xi(x-c_pt)}$ (28)
در معانط فوق مرک داد. دا در کرت فان انتشار اوواح اور بر غیرانگ عدد

توابع
$$\phi \in \psi$$
 به صورت روابط (29) و (30) به دست می آیند.
(A1 cos $\alpha z + A_2 \sin \alpha z) e^{i\xi(x-c_pt)}$ (29)

$$\varphi = (A_1 \cos \alpha z + A_2 \sin \alpha z)e^{i_5(x - c_p z)}$$

$$\psi = (A_3 \cos \beta z + A_4 \sin \beta z + A_5 \cos \gamma z)$$
(23)

+
$$A_6 \sin \gamma z) e^{i\xi(x-c_pt)}$$
 (30) سپس با استفاده از روابط (18) و (19) جابجاییهای افقی و قائم

$$u_{1} = [(A_{1}\cos\alpha z + A_{2}\sin\alpha z) - (-A_{3}\beta\sin\beta z + A_{4}\beta\cos\beta z - A_{5}\gamma\sin\gamma z + A_{6}\gamma\cos\gamma z)]e^{i\xi(x-c_{p}t)}$$
(31)

$$+ (A_3 \cos \beta z + A_4 \sin \beta z + A_5 \cos \gamma z + A_6 \sin \gamma z)]e^{i\xi(x-c_pt)}$$
(32)

همچنین ضرایب α, β, γ از حل همزمان روابط (33) تا (35) به دست میآیند.

$$\alpha^{2} = \xi^{2} \left(\frac{c_{p}^{2}}{c_{L}^{2}} - 1 \right)$$
(33)

$$(\beta^{2} + \gamma^{2}) = -\left(2\xi^{2} + \frac{1}{l^{2}}\right)$$
(34)

$$\beta^{2}\gamma^{2} = \frac{\xi^{2}}{l^{2}} \left(\mathbf{1} + \xi^{2} l^{2} - \frac{c_{p}^{2}}{c_{T}^{2}} \right)$$
(35)

برخلاف روابط و نتایج ارائهشده توسط شارما [24]، در این تحقیق برای سادگی و جلوگیری از خطاهای محاسباتی و همچنین قابلیت تعمیم نتایج برای ورقهای با ضخامتهای مختلف و طول موج انتشاری گوناگون، تلاش شد که معادلات بهصورت بیبعد ارائه شوند، بدین منظور ابتدا پارامترهای بیبعد موردنظر مطابق رابطه (36) تعریف می گردد. پارامترهای بیبعد موردنظر مطابق رابطه (36) تعریف می گردد. $\overline{\mathbf{I}} = \frac{h}{l}, \overline{\mathbf{c}_{\mathrm{P}}} = \frac{c_{\mathrm{P}}}{c_{\mathrm{T}}}, \overline{\mathbf{c}_{\mathrm{L}}} = \frac{c_{\mathrm{L}}}{c_{\mathrm{T}}}$ (36) در روابط فوق ω برابر با فرکانس زاویهای امواج است. معادلات (37) تا (39) در صورتی پاسخ غیر بدیهی دارند که دترمینان

 C_L

مهندسی مکانیک مدرس، فروردین 1395، دورہ 16، شمارہ 1

ماتریس ضرایب A_1 تا A_6 برابر صفر باشد. حال برای به دست آوردن مودهای متقارن و پادمتقارن معادله مشخصه انتشار امواج لمب، روابط (31) و (32) مربوط به مؤلفههای جابجایی در نظر گرفته می شوند. حرکت موج در صورتی متقارن (نسبت به صفحه میانی ورق)، خواهد بود که مؤلفه حرکت در جهت x یعنی u_1 تنها شامل کسینوس بوده و در صورتی پادمتقارن خواهد بود که u_1 تنها شامل سینوس باشد. برعکس این امر برای مؤلفه حرکت در راستای z یعنی u_3 وجود دارد [9]؛ بنابراین برای a_{ii} يافتن معادله مشخصه انتشار امواج لمب با استفاده از ماتريس ضرايب مطابق رابطه (40) برای مودهای یادمتقارن دترمینان ضرایب 4₅, A₂, A₃, A₅ و برای مودهای متقارن دترمینان ضرایب A₁, A₄, A₆ برابر صفر قرار داده می شوند و معادله به دست آمده برای هر مود با کمک روش های عددی حل شده و نمودارهای دیسپرژن سرعت فاز امواج لمب در میکرو ورق آلومینیوم نیترید به دست میآیند.

 $[a_{ij}]_{6\times 6} [A_1 \quad A_2 \quad A_3 \quad A_4 \quad A_5 \quad A_6]^{\mathrm{T}} = \mathbf{0}$ (40) مقادير مربوط به ₁₁ با توجه به روابط (37) تا (39) بهراحتی قابل به دست آوردن هستند. همچنین نمودار دیسیرژن سرعت گروه را میتوان با استفاده از مقادیر سرعت فاز و از طریق رابطه (41) استخراج نمود [9]:

$$c_g = c_p^2 \left[c_p - \omega \frac{dc_p}{d\omega} \right]^{-1}$$
(41)

4-نتايج عددي و بحث

در این تحقیق برای مدلسازی انتشار امواج لمب در یک ورق بینهایت از c خواص ماده پیزوالکتریک آلومینیوم نیترید با جهت گیری در راستای استفاده شده است. به دلیل تقارن شش وجهی و ساختار 6mm آلومینیوم نیترید، انتشار امواج لمب در صفحه x-z ورقی با این جنس همانند ماده همسانگرد خواهد بود [27]. با استفاده از خواص بهدستآمده توسط مک نيل [28] برای آلومينيوم نيتريد و با استفاده از تقريب شبه استاتيک برای مواد پیزوالکتریک که در آن ثوابت ماتریس سفتی توسط اضافه کردن مقادیری برحسب ثوابت پیزوالکتریک و دیالکتریک ماده افزایش مییابند، ماتریس سفتی بهصورت پیزوالکتریک سخت شده برای آلومینیوم نیترید به دست میآید، هرچند که تأثیر این ثوابت پیزوالکتریک و دیالکتریک بر روی مقادیر ماتریس سختی بسیار ناچیز است و تغییر چندانی در مقادیر سرعتهای طولی و عرضی ایجاد نمی کنند [26]. به کمک این ماتریس و استفاده از روابط (23) و (24) سرعتهای طولی و عرضی انتشار موج در ورق برابر با $c_T = 6220 \text{ m/s}_2$ ورق برابر با $c_T = 6220 \text{ m/s}_2$ ورة برابر با یس از مشخص شدن سرعتهای طولی و عرضی، معادلات بهدستآمده برای مودهای متقارن و پادمتقارن (روابط 39-37) در شش حالت مختلف از نسبت ضخامت ورق به پارامتر طول مشخصه آن حل شده و منحنیهای دیسپرژن برای مود متقارن اول S_0 و مود پادمتقارن اول A_0 ترسیم شده است؛ سپس این نتایج با منحنیهای دیسپرژن بهدستآمده از تئوری كلاسيك الاستيسيته مقايسه مىشوند. براى رسم نمودارهاى ديسپرژن امواج لمب با استفاده از تئوري كلاسيك الاستيسيته از رابطه (42) معروف به رابطه فرکانسی ریلی-لمب استفاده می گردد [9]: $\frac{\operatorname{tg} qh}{\operatorname{tg} ph} = -\left[\frac{4\xi^2 pq}{(q^2 - \xi^2)}\right]^{\pm 1}$ (42) در رابطه (42) علامت + برای مودهای متقارن و علامت – برای مودهای پادمتقارن است که در آن p و p مطابق روابط (43) و (44) به

دست ميآيند. $(\omega^2)^2$ (13)

$$p^{2} = \left(\frac{\omega}{c_{L}}\right)^{2} - \xi^{2} \tag{43}$$

$$q^{2} = \left(\frac{\omega}{c_{L}}\right)^{2} - \xi^{2} \tag{44}$$

در ابتدا صحت بیبعدسازی معادلات (39-37) بررسی شد که نتایج آن در جدول 1 آورده شده است. همانگونه که مشاهده میشود در ورقهای با ضخامت و طول مشخصه گوناگون، در نسبتهای یکسان و $2h/\lambda$ و $2h/\lambda$ ، نتایج یکسانی در مقایسه با معادلات با بعد [24] به $2h/\lambda$ دست مي آيد.

در شکلهای 2 تا 5 نتایج حاصل از حل عددی معادلات دیسپرژن امواج لمب به ترتیب برای سرعت فاز مود اول متقارن S_0 و پادمتقارن A_0 و سرعت گروه مود اول پادمتقارن A_0 و متقارن S_0 با استفاده از تئوریهای تنش کوپلی سازگار و کلاسیک الاستیسیته ترسیم شده است. در این منحنیها محور افقی، نسبت بیبعد ضخامت به طول موج $2h/\lambda$ میباشد.

جدول 1 مقايسه سرعت فاز (c_p) بهدستآمده از معادلات با بعد [24] و بیبعد $2h / l = 2, 2h / \lambda = 0.5$ حاضر برحسب (m/s) جالت

Table 1 Comparison of obtained phase velocity using dimensional [24] and current non-dimensional equations in m/s in case of $2h / l = 2, 2h/\lambda = 0.5$

نتايج حاضر c_p	<i>c</i> _{<i>p</i>} [24]	<i>l</i> (μm)	λ (μm)	2 <i>h</i> (μm)
10480	10480	1	4	2
10480	10480	2	8	4
10480	10480	3	12	6



Fig. 2 Dispersion curve of phase velocity for first symmetric mode in different thickness to characteristic length ratios شکل 2 نمودار دیسپرژن سرعت فاز برای مود اول متقارن در نسبتهای مختلف ضخامت به پارامتر طول مشخصه

مهندسی مکانیک مدرس، فروردین 1395، دورہ 16، شمارہ 1



Fig. 5 Dispersion curve of group velocity for first symmetric mode in different thickness to characteristic length ratios شکل 5 نمودار دیسپرژن سرعت گروه برای مود اول متقارن در نسبتهای مختلف ضخامت به پارامتر طول مشخصه

به دلیل سرعت بالای انتشار مود اول متقارن امواج لمب در ورقها در نسبتهای پایین λ/λ ، این مود بیشترین استفاده را در محرکهای صوتی سطحی دارد، ازاینرو نمودار دیسپرژن این مود از اهمیت بالاتری نسبت به سایر مودها برخوردار است. همان طور که در "شکل 2" قابل نسبت به سایر مودها برخوردار است. همان طور که در "شکل 2" قابل مشاهده است با کاهش نسبت l / λ نمودار دیسپرژن از حالت کلاسیک مشاهده است با کاهش نسبت l / λ نمودار دیسپرژن از حالت کلاسیک مشاهده است با کاهش نسبت l / λ نمودار دیسپرژن از حالت معرفی کلاسیک مشاهده است با کاهش نسبت l / λ نمودار دیسپرژن از حالت معرفی کلاسیک مشاهده است با کاهش نسبت l / λ نمودار دیسپرژن از مالت کلاسیک مشاهده است با کاهش نسبت l / λ نمودار دیسپرژن از حالت کلاسیک معرفی با افزایش نسبت λ/λ نرخ افزایش این اختلاف نیز بیشتر میشود. که با افزایش نسبت λ/λ نرخ افزایش این اختلاف نیز بیشتر میشود. ممود ممگی دارای یک نقطه مینیمم هستند که در یک نسبت λ/λ خاص رخ می دارای یک نقطه نمودار به مورت صعودی درمی آید و به سمت معین می دارای یک نقطه نمودار به مورت صعودی درمی آید و به سمت معین می دارای یک نقطه نمودار به مورت صعودی درمی آید و به سمت مین می دارای یک نقطه نمودار به مورت معودی درمی آید و به سمت ماد مان سرعتی در حدود سرعت مودار به مورت صعودی درمی آید و به سمت می درعتی مودار به مورت صعودی درمی آید و به سمت می می درمی آید و به آن سرعت می دارای یک نقطه نمودار به مورت صعودی درمی آید و به می نمود نمان می درمی آید و به بعد به آن سرعت ماده آلومینیوم نیزید این سرعت مرابر λ/λ کاهن هرچه بیشتر نسبت آمد. مرای ماده آلومینیوم نیزید این سرعت می دریافت که با کاهش هرچه بیشتر نسبت λ/λ کام در مان مان مرای مدی در مان ما ماده می در مان ما ماده می دان می می دریافت که با کاهش هرچه بیشتر نسبت آمد. λ/λ کان در مان ما در مان ما در ما در مان ما در مان ما در ما ما در م



Fig. 3 Dispersion curve of phase velocity for first antisymmetric mode in different thickness to characteristic length ratios

شکل 3 نمودار دیسپرژن سرعت فاز برای مود اول پادمتقارن در نسبتهای مختلف ضخامت به پارامتر طول مشخصه



253

۲ / ۵۱٪ مینیمها به سمت نسبتهای کمبر ۲ / ۲۱ خرکت می کنند و
همزمان از میزان تقعر نمودارها کاسته میشود تا جایی که از یک نسبت
2 h/l خاص به بعد نمودارها صرفا بهصورت صعودی بوده و فاقد مینیمم
2h/l = nمىباشند. براى ماده آلومينيوم نيتريد اين نسبت خاص برابر با
2.3 به دست آمد. لازم به ذکر است که در شکلهای 2 و 5 نسبتهای
ضخامت به طولموج بیشتر از 1 = 2 <i>h/λ</i> صرفا برای نمایش نحوه تغییر
نمودارها و تقعر آنها ترسیم شده و در عمل انتشار امواج لمب در این
شرایط امکانپذیر نمیباشد. در جدول 2 نتایج بهدستآمده برای مقادیر
سرعت فاز مود S ₀ در $\lambda = 0.166$ بر اساس آزمایش تجربی یانچو [8]

Fig. 4 Dispersion curve of group velocity for first antisymmetric mode in different thickness to characteristic length ratios

شکل 4 نمودار دیسپرژن سرعت گروه برای مود اول پادمتقارن در نسبتهای مختلف ضخامت به پارامتر طول مشخصه

با نتیجه حاصل از تئوری کلاسیک و نتایج حاصل از تئوری تنش کوپلی سازگار برای نسبتهای مختلف ضخامت به پارامتر طول مشخصه l/l با یکدیگر مقایسه شده است.

"شکل 3" نمایانگر نمودار دیسپرژن مود پادمتقارن اول A_0 در ورق آلومینیوم نیترید برای نسبتهای مختلف l / l میباشد. همان طور که از این شکل برمیآید شرایطی مشابه نمودارهای مود S_0 بر نمودارهای مود A_0 نیز حاکم است با این تفاوت که در این مود نقطه مینیمم وجود ندارد و برای نسبتهای l / l نزدیک به 2 و پایین تر مقادیر سرعت فاز با سرعت بیشتری از سرعتهای کلاسیک دور شده و به مقدار سرعت نهایی که در این مود هم برابر **10835 m/s** به دست آمده است، همگرا می گردند.

نمودار دیسپرژن سرعت گروه به دست آمده از رابطه (41) برای مود اول پادمتقارن و متقارن در نسبت های مختلف l / l در شکل های 4 و 5 ترسیم شده است. در "شکل 4" با کاهش نسبت l / l به مقادیر نزدیک به 2 مشاهده می شود که در مقادیر پایین نسبت $2h/\lambda$ نمودارها پس از یک صعود شدید تا مقادیر بالاتر از سرعت 2، کاهش یافته و به سمت سرعت نهایی **10835 m/s** همگرا می شوند. همین همگرا شدن برای نسبت های بالای l / l نیز رخ می دهد با این تفاوت که در این مقادیر از صعود شدید اولیه خبری نیست و نمودارها مانند نمودار حاصل از تئوری کلاسیک با شیب ملایمی به سرعت نهایی همگرا می شوند.

در "شکل 5" نمودارها رفتاری مانند نمودارهای رسم شده برای سرعت فاز مود اول متقارن در "شکل 2" از خود نشان میدهند، با این تفاوت که تا مقادیر l / l برابر با 4 نمودارها پس از رسیدن به نقطه مینیمم خود صعودی شده و پس از رسیدن به یک نقطه ماکزیمم به سمت سرعت نهایی **10835 m/s** همگرا میشوند؛ اما در نسبتهای l / l (کوچک تر از 4 دیده می شود که نمودارها فاقد نقطه مینیمم بوده و پس از یک صعود اندک به مقدار سرعت نهایی همگرا می گردند.

در رابطه با علت همگرا شدن نمودارهای فوق به یک سرعت خاص با توجه به اینکه در تئوری کلاسیک سرعت انتشار امواج لمب با افزایش فرکانس و یا ضخامت ورق به سرعت انتشار امواج ریلی همگرا می گردد [9] و همچنین بر اساس پژوهش انجامشده توسط اتوسن و همکاران [29] که در آن بیان میشود در تئوری تنش کوپلی، برخلاف تئوری کلاسیک سرعت موج ریلی دیسپرسیو بوده و با افزایش فرکانس و همچنین پارامتر طول مشخصه افزایش مییابد؛ لذا سرعت نهایی به دست آمده در نتایج این پژوهش می تواند به دلیل همگرا شدن سرعت امواج به مقداری در حدود سرعت ریلی در فرکانس های بالا، بر اساس مقادیر حاصل از تئوری تنش کوپلی باشد.

بر اساس نتایج بهدست آمده در شکلهای 2 تا 5 می توان به این نتیجه کلی رسید که سرعت های به دست آمده توسط تئوری تنش کوپلی ساز گار از

سرعت انتشار امواج با افزایش سختی ماده افزایش مییابد، پس میتوان نتیجه گرفت که تئوری تنش کوپلی سازگار با رابطهای مستقیم بسته به اندازه پارامتر طول مشخصه سختی بیشتری را برای ماده پیشبینی میکند.

1-4- تعيين پارامتر طول مشخصه

یکی از مهمترین و در عین حال مشکلترین مسائل در استفاده از انواع تئوریهای تنش کوپلی تعیین پارامتر طول مشخصه است. تحقیقات زیادی درزمینهی اندازه گیری این پارامتر بهصورت تجربی با روشهایی مانند آزمون میکرو خمش، میکرو پیچش و میکرو ضربه با استفاده از تئوریهایی مانند گرادیان کرنش [31,30] و تئوری میکروپولار [14] انجام شده است که در همه آنها درنهایت این نتیجه حاصل شده است که در مواد مختلف خواص بهدستآمده در ابعاد میکرو سخت ر از خواص پیش بینی شده توسط تئوریهای کلاسیک می باشند. بنا بر مطالعات انجام شده تاکنون، نتایج مشخصه با روشهای نام برده شده ارائه نگردیده است، ازاین و در این قسمت ضمن مقایسه نتایج بهدستآمده برای سرعت فاز انتشار امواج لمب با نتایج تجربی ارائهشده توسط یانچو، روشی برای تعیین پارامتر طول

طبق نتایج عملی بهدستآمده توسط یانچو [8] برای یک ورق آلومینیوم نیترید با ضخامت μ m و نسبت $\lambda = 0.166$ سرعت فاز مود اول متقارن S₀ برابر با **10485 m/s** به دست آمد. همان طور که در جدول 2 مشاهده می شود با کاهش نسبت l / λ مقادیر سرعت بددستآمده از تئوری تنش کوپلی به مقدار حاصل از آزمایش یانچو نزدیک تر می شوند به طوری که در مقدار **50** = $\lambda / 1$ به صفر نزدیک شود مشاهده می گردد. واضح است که هرچه مقدار l / 1 به صفر نزدیک شود جواب به مقدار عملی نزدیک تر خواهد شد؛ اما مشخصا پارامتر طول مشخصه را نمی توان بر این اساس تعیین نمود؛ زیرا با هرچه کمتر شدن نسبت l / λ ، پارامتر طول مشخصه l تا حدی نامعین و غیرقابل قبول بزرگ تر خواهد شد؛ بنابراین نیاز است تا اندازه گیری سرعت انتشار امواج در میکرو ورق در فرکانسهای متفاوتی انجام شود تا بتوان با قطعیت بیشتری اندازه پارامتر طول مشخصه را معین نمود تا بتوان با قطعیت بیشتری

مزیت این روش نسبت به سایر روشهای اندازه گیری پارامتر طول مشخصه مانند آزمون ضربه میکرو و یا آزمون خمش میکرو که پارامتر طول مشخصه را تنها به صورت محلی محاسبه میکنند این است که در این روش پارامتر طول مشخصه به صورت میانگینی از اندازه این پارامتر در کل ساختار به دست میآید. بر اساس اطلاعات به دست آمده تاکنون هیچ نتیجه تجربی درزمینه ی اندازه گیری پارامتر طول مشخصه در ماده آلومینیوم

سرعتهای پیشبینیشده در حالت کلاسیک بیشتر میباشند و ازآنجاکه مسمس نیترید بر اساس تئوری تنش کوپلی ارائه نشده است. با توجه به اینکه نتایج

(m/s) جدول 2 مقایسه سرعت فازهای مود S_0 به دست آمده از تئوری تنش کوپلی سازگار و تئوری کلاسیک الاستیسیته با مشاهده تجربی در S_0 به دست آمده از تئوری تنش کوپلی سازگار و تئوری کلاسیک الاستیسیته با مشاهده تجربی در S_0 Table 2 Comparison of mode S_0 phase velocities obtained using consistent couple stress theory and classical theory with experimental results in $2h/\lambda = 0.166$

سرعت فاز	تئورى كلاسيك	مشاهده تجربی [8]	2 <i>h</i> / <i>l</i>						
			2.3*	0.5	2	4	10	20	40
<i>c_p</i> (m/s)	10287	10485	10370	10402	10381	10345	10310	10299	10295

* مقداری که پس از آن منحنی سرعت فاز مود متقارن اول \mathbf{S}_0 صعودی بوده و فاقد مینیمم میباشد.

تجربی در مورد انتشار امواج لمب در نسبتهای $2h/\lambda$ نزدیک به 1 وجود ندارد و برای نسبتهای $2h/\lambda$ پایین نیز با شرایط موردنظر این پژوهش بسیار محدود است، روش مذکور برای تعیین پارامتر طول مشخصه را میتوان در آینده با انجام آزمایشهای بیشتر مورد بررسی قرار داد تا بتوان بهصورت قطعیتری در مورد اندازه پارامتر طول مشخصه بر اساس تئوری تنش کوپلی اظهارنظر کرد.

5-نتیجه گیری و جمع بندی

تئوری تنش کوپلی سازگار این قابلیت را دارد که به کمک تنها یک پارامتر طول مشخصه تأثیر ریزساختار مواد در معادلات مربوط به انتشار امواج لمب در میکرو ورقها را بررسی کند. در این تحقیق با استفاده از این تئوری معادلات مشخصه بیبعد برای انتشار امواج لمب در مودهای متقارن و پادمتقارن به دست آمده که پس از حل به کمک روشهای عددی نمودارهای دیسپرژن برای مقادیر مختلف نسبت بیبعد ضخامت به پارامتر طول مشخصه و با استفاده از خواص ماده آلومینیوم نیترید رسم شده است. برخلاف پژوهشهای پیشین بیبعد بودن روابط موجب میشود که نمودارهای بهدستآمده برای انواع نسبتهای ضخامت به طولموج و ضخامت به طول مشخصه قابل استفاده باشند. در نتایج بهدستآمده مشاهده گردید که تئوری تنش کوپلی سازگار بر اساس اندازهی پارامتر طول مشخصه نسبت به تئوری کلاسیک سختی بیشتری برای ماده پیشبینی میکند، به گونهای که در یک ورق با ضخامت ثابت با افزایش نسبت ضخامت به طول مشخصه نتایج به تئوری کلاسیک نزدیک شده و با کاهش این مقدار، سرعت انتشار امواج در ورق به میزان قابل توجهی افزایش می یابد، این افزایش به نحوی است که در مقادیر بالای نسبت ضخامت ورق به طول موج انتشاری، سرعت انتشار امواج به مقداری در حدود سرعت موج طولی در تئوری کلاسیک همگرا می گردد؛ همچنین بهوسیله اندازه گیری تجربی سرعتهای فاز یا گروه امواج لمب در فرکانس های مختلف و مقایسه با منحنیهای دیسپرژن رسم شده، روشی برای یافتن پارامتر طول مشخصه در تئوری تنش کوپلی سازگار با استفاده از دادههای تجربی ارائه گردید که میتواند علاوه بر کاهش هزینه آزمایشها در تعیین دقیقتر خواص میکرو ورق ها با استفاده از انتشار امواج لمب مؤثر باشد.

6-فهرست علائم

(m/s) سرعت گروه
$$c_g$$

(m/s) سرعت انتشار موج طولی در ماده همسانگرد
C_L

(m/s) سرعت انتشار موج عرضی در ماده همسانگرد
$$c_{7}$$

7-مراجع

- [1] G. Ma, F. Han, P. You, L. Zhang, X. Yan, Experimental study of a low-g micromachined electrostatically suspended accelerometer for space applications, *Microsystem Technologies*, Vol. 21, No. 1, pp. 29-39, 2015.
- [2] A. Amar, D. Bahloul, F. Gagnon, A. Kouki, MEMS filter's design and modeling based on width-extensional mode plate resonator for wireless applications, *Microsystem Technologies*, Vol. 21, No. 7, pp. 1567-1576, 2015.
- [3] S. Gonseth, F. Rudolf, C. Eichenberger, D. Durrant, P. Airey, Miniaturized high-performance MEMS accelerometer detector, *CEAS Space Journal*, Vol. 7, No. 2, pp. 263-270, 2015.
- [4] M. B. Nagaraju, S. Sridaran, A. R. Lingley, J. D. Larson, B. P. Otis, R. C. Ruby, Comparison of acoustic wave pressure sensors for TPMS applications, *Proceedings of Frequency Control Symposium & the European Frequency and Time Forum (FCS) Joint Conference*, Denver: IEEE, pp. 205-208, 2015.
- [5] S. Bhattacharya, J. Jang, L. Yang, D. Akin, R. Bashir, Biomems and nanotechnology-based approaches for rapid detection of biological entities, *Journal of Rapid Methods & Automation in Microbiology*, Vol. 15, No. 1, pp. 1-32, 2007.
- [6] A. Uranga, J. Verd, N. Barniol, CMOS–MEMS resonators: from devices to applications, *Microelectronic Engineering*, Vol. 132, No. 1, pp. 58-73, 2015.
- [7] V. Yantchev, I. Katardjiev, Thin film Lamb wave resonators in frequency control and sensing applications: a review, *Journal of Micromechanics and Microengineering*, Vol. 23, No. 4, pp. 043001, 2013.
- [8] V. Yantchev, I. Katardjiev, Micromachined thin film plate acoustic resonators utilizing the lowest order symmetric lamb wave mode, *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control,* Vol. 54, No. 1, pp. 87-95, 2007.
- [9] J. L. Rose, *Ultrasonic waves in solid media*, pp. 77-106, Cambridge: Cambridge university press, 2004.
- [10] C. M. Lin, V. Yantchev, Y. Y. Chen, V. V. Felmetsger, A. P. Pisano, Characteristics of AlN Lamb wave resonators with various bottom electrode configurations, *Proceedings* of Frequency Control and the European Frequency and Time Forum (FCS) Joint Conference, San Fransisco: IEEE, pp. 1-5, 2011.

- [Downloaded from mme.mod
- [11] H. Lamb, On waves in an elastic plate, Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing papers of a mathematical and physical character, Vol. 93, No. 648, pp. 114-128, 1917.
- [12] E. L. Adler, Matrix methods applied to acoustic waves in multilayers, *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics,* and Frequency Control, Vol. 37, No. 6, pp. 485-490, 1990.
- [13] S. Joshi, Y. Jin, Excitation of ultrasonic Lamb waves in piezoelectric plates, *applied physics*, Vol. 69, No. 12, pp. 8018-8024, 1991.
- [14] A. W. McFarland, J. S. Colton, Role of material microstructure in plate stiffness with relevance to microcantilever sensors, *Micromechanics and Microengineering*, Vol. 15, No. 5, pp. 1060-1067, 2005.

تانسور کرنش برآیند نیروهای حجمی (N) F(m) نصف ضخامت ورقh(m) اندازه طول مشخصه lعلائم يوناني تانسور تنش کوپلی *Г*_{ji} ثابت ماده همسانگرد در تئوری تنش کوپلی

مهندسی مکانیک مدرس، فروردین 1395، دورہ 16، شمارہ 1

stress model, Meccanica, Vol. 49, No. 5, pp. 1083-1090, 2014.

- [25] A. Goodarzi, H. Mohammadi Shodja, B. Hashemian, The effect of couple-stresses on the elastodynamic field of a diffracted wave by an embedded nano-cavity in an infinite medium, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 8, pp. 1-9, 2015. (in Persian فارسی)
- [26] B. A. Auld, Acoustic fields and waves in solids, Vol. 1, pp. 298-305, New York: Wiley, 1973.
- [27] F. D. Pietrantonio, M. Benetti, D. Cannata, R. Beccherelli, E. Verona, Guided lamb wave electroacoustic devices on micromachined AIN/A1 plates, *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, Vol. 57, No. 5, pp. 1175-1182, 2010.
- [28] L. E. McNeil, M. Grimsditch, R. H. French, Vibrational spectroscopy of aluminum nitride, *Journal of the American Ceramic Society*, Vol. 76, No. 5, pp. 1132-1136, 1993.
- [29] N. S. Ottosen, M. Ristinmaa, C. Ljung, Rayleigh waves obtained by the indeterminate couple-stress theory, *European Journal of Mechanics - A/Solids*, Vol. 19, No. 6, pp. 929-947, 2000.
- [30] J. Gomez, C. Basaran, Determination of strain gradient plasticity length scale for microelectronics solder alloys, *Journal of electronic packaging*, Vol. 129, No. 2, pp. 120-128, 2007.
- [31] M. Zhao, W. S. Slaughter, M. Li, S. X. Mao, Material length scale controlled nanoindentation size effects due to strain gradient plasticity, *Acta Materialia*, Vol. 51, No. 15, pp. 4461-4469, 2003.

- [15] W. Voigt, *Theoretical studies in the elastic behavior of crystals*, pp. 3-52, Göttingen: Gesellschaft der Wissenschaften, 1892. (in German)
- [16] E. Cosserat, F. Cosserat, *Theory of Deformable Bodies*, pp. 953-1173, Paris: Hermann et Fils, 1909. (in French)
- [17] R. Mindlin, H. Tiersten, Effects of couple-stresses in linear elasticity, *Archive for Rational Mechanics and Analysis*, Vol. 11, No. 1, pp. 415-448, 1962.
- [18] W. T. Koiter, Couple-stresses in the theory of elasticity, *Koninklijke Nederlandse Akademie van Wetenschappen*, Vol. 67, No. 1, pp. 17-44, 1964.
- [19] F. Yang, A. Chong, D. Lam, P. Tong, Couple stress based strain gradient theory for elasticity, *Solids and Structures*, Vol. 39, No. 10, pp. 2731-2743, 2002.
- [20] A. C. Eringen, *Theory of micropolar elasticity*, pp. 621-729, New York: Academic Press, 1968.
- [21] R. D. Mindlin, Second gradient of strain and surface-tension in linear elasticity, *Solids and Structures*, Vol. 1, No. 4, pp. 417-438, 1965.
- [22] R. D. Mindlin, N. N. Eshel, On first strain-gradient theories in linear elasticity, *Solids and Structures*, Vol. 4, No. 1, pp. 109-124, 1968.
- [23] A. R. Hadjesfandiari, G. F. Dargush, Couple stress theory for solids, *Solids and Structures*, Vol. 48, No. 18, pp. 2496-2510, 2011.
- [24] V. Sharma, S. Kumar, Velocity dispersion in an elastic plate with microstructure: effects of characteristic length in a couple

مهندسی مکانیک مدرس، فروردین 1395، دورہ 16، شمارہ 1