



## مدل سازی ریاضی و عددی و بررسی پایداری شیر قطع موتور پیشران مایع

محمد شفیعی دهج<sup>1</sup>، رضا ابراهیمی<sup>2</sup>، حسن کریمی مزرعه شاهی<sup>3\*</sup>، سید مهدی ابطحی<sup>4</sup>، علی کلب خانی<sup>5</sup>

- 1- دانشجوی دکتری، مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران
  - 2- دانشیار، مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران
  - 3- دانشیار، مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران
  - 4- استادیار، دانشکده مهندسی صنایع و مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد قزوین، قزوین
  - 5- کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت، تهران
- \* تهران، صندوق پستی 1656983911، karimi@kntu.ac.ir

### چکیده

در این مقاله معادلات حاکم بر خط لوله، شیر قطع و سامانه‌ی راه‌انداز هم بصورت تحلیلی و هم بصورت عددی تحلیل شده است. در حل ریاضی دقیق، با استفاده از تبدیل لاپلاس و خطی‌سازی معادلات و حل آنها پایداری عملکرد شیر بررسی شده است. با توجه به طراحی صورت گرفته برای سامانه‌ی خط لوله - شیر مذکور و بازا پارامترهای موثر شیر طبق تحلیل پایداری خطی نایکوئیست و بود سیستم کاملاً رفتاری پایدار از خود نشان داد. در حل عددی نیز بررسی رفتار شیر قطع مطرح بوده، که معادلات حاکم بر شیر قطع بصورت عددی مدل و تحلیل شده است. با مدل‌سازی انجام گرفته، رفتار گذرای شیر در حین فرمان قطع و نرخ تغییرات فشار، دبی عبوری از شیر، فشار گاز سامانه‌ی راه‌انداز و فشار بالادست شیر (ضربه قوچ) با توجه به حرکت المان قطع کننده شیر ارائه شده است. نتایج بدست آمده با داده‌های تجربی مقایسه و نشان داده شد که اختلاف مقدار دبی عبوری از شیر بر حسب زمان حداکثر خطای 13 درصدی را دارد. نتایج عددی نشان می‌دهد تا لحظات پایانی بسته شدن شیر، تغییر قابل توجهی در دبی عبوری از شیر رخ نمی‌دهد. همچنین نتایج نشان می‌دهد زمان بسته شدن شیر قطع را بایستی با توجه به شرط فشار حداکثر مجاز ضربه هیدرولیکی در مسیر تعیین نمود.

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل  
دریافت: 23 شهریور 1392  
پذیرش: 07 دی 1392  
ارائه در سایت: 26 شهریور 1393  
کلید واژگان:  
شیر قطع  
مدل‌سازی ریاضی  
موتور پیشران مایع  
تحلیل پایداری

## Mathematical and Numerical Modeling along with the Stability Analysis of Liquid Propellant Rocket Engine Cut-off Valve

Mohammad Shafiey Dehaj<sup>1</sup>, Reza Ebrahimi<sup>2</sup>, Hassan Karimi<sup>3\*</sup>, Seyed Mahdi Abtahi<sup>4</sup>, Ali Kalabkhani<sup>5</sup>

- 1- Department of Aerospace Engineering, K. N. Toosi University of Technology, Tehran, Iran
  - 2- Department of Aerospace Engineering, K. N. Toosi University of Technology, Tehran, Iran
  - 3- Department of Aerospace Engineering, K. N. Toosi University of Technology, Tehran, Iran
  - 4- Department of Industrial and Mechanical Engineering, Qazvin Branch of Islamic Azad University, Qazvin, Iran
  - 5- Department of Mechanical Engineering, University of Science and Technology, Tehran, Iran
- \* P.O.B. 1656983911, Tehran, karimi@kntu.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 14 September 2013  
Accepted 28 December 2013  
Available Online 17 September 2014

**Keywords:**  
Cut-off Valve  
Mathematical Modeling  
Liquid Propellant Rocket engine  
Stability Analysis

### ABSTRACT

In this work, governing equations of the feed line, cut-off valve, and the starter system are analyzed mathematically and numerically. In the mathematical solution, the stability of the valve system is considered using the Laplace transform along with the linearization of the equations of the system. According to parameter design of the feed pipe-valve system, the system demonstrates the stable behavior in the effective parameter of the valve system on the basis of the Nyquist and Bode stability criterion. In the numerical solution, the steady state behavior of the cut-off valve is simulated during the cut-command. Then the rate of the pressure variation, mass flow rate through of the valve, gas pressure of the starter system, and the upstream pressure of the valve (water hammer) are considered based on the valve's poppet motion. The comparison of the simulation results with the experimental data depicts only 13 percent error in the mass flow rate through of the valve. In the last time of the closing valve, there is no variation in the mass flow rate in the valve due to the excessive loss factor of the valve when the valve approximately is closed. The results show that the closure of the cutoff valve shall be provided in accordance with allowable maximum pressure of the hydraulic shock on the established.

### 1- مقدمه

است. در واقع کسب آمادگی قبلی برای مقابله با رفتارهای مختلف یک سیستم، هدف اصلی مدل‌سازی و شبیه‌سازی سیستم‌ها می‌باشد. برای مدل‌سازی سیستم‌های دینامیکی روش‌های گوناگونی وجود دارد. سیستم‌های هیدرولیکی

از دیدگاه مهندسی، پیش‌بینی تغییرات پارامترهای یک سیستم با زمان، یا به عبارت دیگر پیش‌بینی رفتار دینامیکی سیستم، از اهمیت بسیار بالایی برخوردار

Please cite this article using:

M. Shafiey Dehaj, R. Ebrahimi, H. Karimi, S.M. Abtahi, A. Kalabkhani, Mathematical and Numerical Modeling along with the Stability Analysis of Liquid Propellant Rocket Engine Cut-off Valve, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 8, pp. 95-102, 2014 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

## 1-1- تاریخچه

تاکنون در دنیا در خصوص موتور پیشران مایع و بطور خاص در زمینه شیرآلات کنترلی این موتورها تحقیقات وسیع و مطالعات گسترده‌ای صورت گرفته است اما مراجع قابل دسترسی مربوط به شیرهای کنترلی در موتورهای پیشران مایع و بخصوص بررسی فرآیند قطع محدود می‌باشد. از آنجائی که موضوع مربوط به موتورهای پیشران مایع و بخصوص المان‌ها و جزئیات آن‌ها بصورت طبقه‌بندی خاصی هستند، بنابراین نتایج تحقیقات و پژوهش‌ها کمتر انتشار یافته است. در این تحقیق به چند مرجع در حوزه موضوع خاموشی و کنترل شیر قطع موتور پیشران مایع اشاره می‌شود.

در سال 1964 ماخین برای اولین بار بطور مبسوط و کامل قانون اول ترمودینامیک و قانون بقای انرژی را در مورد شیرآلات کنترلی بررسی کرد. در تحقیقات این دانشمند، همچنین مسائلی از قبیل بررسی تغییرات نسبت دبی اکسید کننده به دبی پیشران بر حسب زمان در استبیلایزرها و استخراج کامل روابط و معادلات مربوط به پرشدگی مسیرها نیز انجام گرفته است. پرفسور ماخین در کارهای تحقیقاتی خود مقادیر متوسط پارامترها را در نظر گرفته و فرآیندهای دینامیکی را با در نظر گرفتن تغییرات محدود پارامترها بررسی کرده است، بر این اساس تحقیقات وی بر مبنای سیستم معادلات خطی انجام گرفته و روش خطی کردن و ترتیب تعیین ضرایب معادلات نیز در این تحقیقات ارائه گردیده است [4].

در سال 1983 پرسیناکوف موتور پیشران مایع را از دیدگاه نیوماتیکی- هیدرولیکی مورد بررسی قرار داد و موفق شد مشخصه‌های استاتیکی چنین سیستم‌هایی را تعیین کنند. علاوه بر این در تحقیقات ایشان، مسائل کنترل خودکار در موتورهای موشکی پیشران مایع مانند پایداری و رفتار دینامیکی شیرهای کنترلی و همچنین مسائل دیگری از قبیل محاسبه ضربه‌های هیدرولیکی نیز به چشم می‌خورد [5].

ولکوف، سیریتین و مازینگ در سال 1978 در زمینه دینامیک فرآیندهای کاری در موتورهای پیشران مایع در محدوده فرکانس پایین تحقیقاتی انجام دادند و بر این اساس یک سری روش‌ها جهت تعیین مشخصه‌های دینامیکی المان‌های کنترلی و همچنین تعیین حساسیت این مشخصه‌ها نسبت به اغتشاشات داخلی و خارجی را در نتایج خود آوردند [6]. در ادامه در سال‌های 1986 تا 1990 بابکین، بلوف، روتوفسکی و سلاویو اصول تئوری کنترل خودکار را در موتورهای پیشران مایع تعیین کردند. در تحقیقات ایشان دسته‌بندی سیستم‌های کنترل خودکار ارائه گردیده است و همچنین روش‌های محاسبه مشخصه‌های دینامیکی و استاتیکی شیرآلات کنترلی و سیستم موتور آمده است. مطالب اصلی در این مرجع به مسائل پایداری سیستم‌های کنترل خودکار و روش‌های بررسی آنها مرتبط می‌باشد [7,8].

در سال 1987، گلیکمن اصول تئوری کنترل خودکار در موتورهای پیشران مایع، روش‌های مدل‌سازی ریاضی شیرآلات کنترلی و تعیین و محاسبه مشخصه‌های دینامیکی موتورهای پیشران مایع را ارائه کرد [9]. وی همچنین روش‌های تعیین معادلات ریاضی مسیرهای هیدرولیکی و گازی برای دو محدوده فرکانس بالا و پایین و دینامیک سیستم و نتایج آنالیز ارتعاشی آن‌ها را ارائه نمود [10].

در سال 1978 دیاتلوف، کالنین و شوپاکوف اصول تئوری کنترل و تنظیم المان‌های کنترلی در موتورهای موشکی پیشران مایع و روش مدل‌سازی ریاضی سیکل کارکرد آنها را در رژیم‌های کاری مختلف ارائه کردند. تئوری انواع رگولاتورها و شیرهای کنترلی مورد استفاده در موتورهای موشکی پیشران مایع و بررسی مشخصه‌های آنها نیز در مرجع فوق شرح داده شده

زیر مجموعه‌های گوناگونی دارند که یکی از اصلی‌ترین و مهم‌ترین آنها مجموعه شیرآلات می‌باشد، این زیر مجموعه معمولاً وظیفه تنظیم و کنترل پارامترهای مختلف سیستم را به عهده دارد.

موتورهای موشکی پیشران مایع را می‌توان به عنوان سیستم‌های کنترلی الکتروهیدرومکانیکی که از بخش‌های بسیاری تشکیل شده‌اند معرفی کرد. بدیهی است که به دلیل پیچیدگی این سیستم‌ها، نقش شیرآلات کنترلی در آنها بسیار مهم می‌باشد. شیرآلات مذکور معمولاً وظیفه کنترل و تنظیم پارامترهایی نظیر فشار، دبی، نسبت دبی‌ها و... را به عهده دارند. در موتور پیشران مایع، المان‌های کنترلی از اهمیت خاصی برخوردار می‌باشد و رفتار مناسب و به موقع این بخش در طول مدت عملکرد پایدار موتور و بخصوص در زمان خاموشی ضامن عملکرد مطمئن سامانه حامل فضایی می‌باشد.

یکی از فرآیندهای گذرا و مهم در موتور پیشران مایع، فرآیند قطع (خاموشی) می‌باشد که در انتهای فاز فعال سامانه‌های فضایی رخ می‌دهد. فرآیند قطع در موتورهای پیشران مایع از نوع فرآیندهای متغیر با زمان می‌باشد. این فرآیند با فرمان فعال نمودن شیرهای قطع آغاز می‌شود. فرآیند خاموشی یک موتور پیشران مایع به ویژگی‌های خاصی بستگی داشته و توسط آنها تعیین می‌گردد. فرآیند خاموشی که در لحظه پایانی کار موتور اتفاق می‌افتد امری اجتناب ناپذیر است. این پدیده به ویژه در موتورهای فضایی از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. بنابراین با رسیدن جسم فضایی به سرعت، شتاب و موقعیت مورد نظر، سیستم هدایت و کنترل فرمان خاموشی موتور حامل فضایی را صادر می‌کند. دقت و سرعت عملکرد فرآیند قطع در مراحل بالاتر حامل‌های فضایی از اهمیت خاصی برخوردار می‌باشد. پیش‌بینی افت ناگهانی نیروی رانش تا رسیدن به مقدار صفر به دلیل اینرسی زیاد سامانه توربوپمپ در موتورهای پیشران مایع و عملکرد شیرهای قطع عملاً غیرممکن می‌باشد. به همین دلیل بعد از ارسال فرمان خاموشی موتور، نیروی رانش آن بلافاصله صفر نمی‌گردد. افزایش ضربه پس از قطع (نیروی رانش اضافی که پس از فرمان قطع ایجاد می‌شود را ضربه پس از قطع<sup>1</sup> می‌نامند) منجر به افزایش خطا در سرعت نهایی وسیله و لذا عدم رسیدن دقیق به هدف مورد نظر و یا قرار گرفتن ماهواره در مدار طراحی می‌گردد [1,2]. بنابراین شناخت قوانین تغییر پارامترهای اصلی فرآیندهایی که در دوره قطع (مانند عملکرد شیر قطع) و بعد از آن اتفاق می‌افتد و همچنین کاهش میزان ضربه پس از قطع برای سیستم‌های رانش استفاده شده در پروازهای فضایی بلند مدت بسیار حائز اهمیت می‌باشد.

رژیم قطع (خاموشی) متشکل از مجموعه‌ای از فرآیندهای گذرا می‌باشد. بررسی چنین فرآیندهایی با توجه به زمان و نحوه عملکرد شیرهای قطع، نحوه متوقف شدن ارسال مولفه‌های پیشران به محفظه احتراق، وضعیت مسیرهای هیدرولیکی پس از شیر قطع و... تعیین می‌شود. همچنین با توجه به اینکه شیر قطع یکی از تاثیر گذارترین المان‌ها در فرآیند خاموشی موتور می‌باشد و نقش قابل توجهی در میزان ضربه پس از قطع دارد. بنابراین مدل‌سازی و بررسی رفتار شیر قطع در حین قطع و بدست آوردن تغییرات دبی عبوری، میزان پیشران گذرنده از شیر و فشار بعد از آن یکی از پارامترهای تاثیرگذار در کاهش یا افزایش میزان ضربه پس از قطع می‌باشد (مدت زمان عملکرد شیر قطع 40% ضربه پس از قطع را تشکیل می‌دهد [3]). لازم به ذکر است که در پژوهش‌های قبلی رفتار کلی سیستم در حین فرآیند خاموشی دیده شده است و بطور خاص شیر قطع مورد بررسی قرار نگرفته است.

معادله پیوستگی به ترتیب برای حجم های  $V_1$  و  $V_2$  طبق روابط (2) و (3) [5,14]:

$$-\rho A_p \frac{dx}{dt} + \frac{\rho V_1}{E'} \frac{dp_1}{dt} = \dot{m}_{in} - \dot{m}_{val} \quad (2)$$

$$\frac{\rho V_2}{E'} \frac{dp_2}{dt} = \dot{m}_{val} - \dot{m}_{out} \quad (3)$$

معادله مشخصات استاتیکی برای دبی ورودی به شیر  $\dot{m}_{in}$ ، جریان عبوری از شیر  $\dot{m}_{val}$  و دبی خروجی از شیر  $\dot{m}_{out}$  طبق روابط (4) تا (6) [2,16]:

$$\dot{m}_{in} = C_d A \sqrt{2\rho(p_{in} - p_1)} \quad (4)$$

$$\dot{m}_{val} = C_{d,val} \pi d_c x \sqrt{2\rho(p_1 - p_2)} \quad (5)$$

$$\dot{m}_{out} = C_d A_{out} \sqrt{2\rho(p_2 - p_{out})} \quad (6)$$

معادلات حرکت پیوسته مایع در خط لوله (بدون احتساب افت ناشی از اصطکاک) طبق روابط (7) و (8) [17]:

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\frac{1}{A} \frac{\partial \dot{m}}{\partial t} \quad (7)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{a^2}{A} \frac{\partial \dot{m}}{\partial z} \quad (8)$$

با تعریف کمیت های بی بعد زیر، معادلات فوق خطی سازی می شوند. طبق معادلات (9) تا (11) داریم:

$$\delta \bar{x} = \frac{\delta x}{x_0}, \quad \delta \bar{p}_1 = \frac{\delta p}{p_0} \quad (9)$$

$$\delta \bar{\dot{m}}_j = \frac{\delta \dot{m}_j}{\dot{m}_0}; \quad \bar{z} = \frac{z}{l} \quad (10)$$

$$\Delta p_{in} = \bar{p}_{in} - \bar{p}_1; \Delta p_1 = \bar{p}_1 - \bar{p}_2; \Delta p_2 = \bar{p}_2 - \bar{p}_{out} \quad (11)$$

با خطی سازی دستگاه معادلات 1 تا 8، معادلات فوق به شکل زیر در می آید. طبق روابط (12) تا (19) داریم:

$$\frac{m}{k} \delta \ddot{\bar{x}} + \frac{f_\mu}{k} \delta \dot{\bar{x}} + \delta \bar{x} - \frac{(A_p - \xi A_c) p_0}{k x_0} \delta \bar{p}_1 - \frac{\xi A_c p_0}{k x_0} \delta \bar{p}_2 = 0 \quad (12)$$

$$\frac{\rho V_1 p_0}{E' \dot{m}_0} \delta \bar{p}_1 - \frac{\rho A_p x_0}{\dot{m}_0} \delta \bar{x} = \delta \bar{\dot{m}}_{in} - \delta \bar{\dot{m}}_{val} \quad (13)$$

$$\frac{\rho V_2 p_0}{E' \dot{m}_0} \delta \bar{p}_2 = \delta \bar{\dot{m}}_{val} - \delta \bar{\dot{m}}_{out} \quad (14)$$

$$\delta \bar{\dot{m}}_{in} = \frac{\delta \bar{p}_{in}}{2\Delta \bar{p}_{in}} - \frac{\delta \bar{p}_1}{2\Delta \bar{p}_{in}} \quad (15)$$

$$\delta \bar{\dot{m}}_{val} = \delta \bar{x} + \frac{\delta \bar{p}_1}{2\Delta \bar{p}_1} - \frac{\delta \bar{p}_2}{2\Delta \bar{p}_1} \quad (16)$$

$$\delta \bar{\dot{m}}_{out} = \frac{\delta \bar{p}_2}{2\Delta \bar{p}_{out}} \quad (17)$$

$$\frac{\partial \delta \bar{p}}{\partial \bar{z}} = -\frac{\dot{m}_0 l}{\rho_0 A} \frac{\partial \delta \bar{\dot{m}}}{\partial \bar{t}} \quad (18)$$

$$\frac{\partial \delta \bar{p}}{\partial \bar{t}} = -\frac{a^2 \dot{m}_0}{A l p_0} \frac{\partial \delta \bar{\dot{m}}}{\partial \bar{z}} \quad (19)$$

با استفاده از تبدیل لاپلاس<sup>1</sup> معادلات فوق بصورت زیر در می آید. طبق روابط (20) تا (24) داریم:

$$\left[ \frac{m}{k} s^2 + \frac{f_\mu}{k} s + 1 \right] L[\delta \bar{x}] - K_1 L[\delta \bar{p}_1] - K_2 L[\delta \bar{p}_2] = 0 \quad (20)$$

است. قسمت اصلی و عمده این کتاب به بررسی مدل ریاضی فرآیندهای عملکردی رگولاتورها و شیرها اختصاص یافته است [11].

در سال 1998 در دو مقاله مربوط به گلکمن و دکتر کریمی بطور مشروح در خصوص تعیین مشخصه های دینامیکی رگولاتورها و شیرهای مورد استفاده در موتورهای پیشران مایع به صورت تحلیلی و تجربی و همچنین در زمینه مدل ریاضی آن صحبت شده است [12,13].

در سال 1998 فیتچ و هانگ یک سری مدل های ریاضی اجزای هیدرولیکی که برای طراحی و شبیه سازی سیستم های هیدرولیکی لازم می باشد را ارائه کردند [14].

در نهایت در سال 2013 دکتر سعادت و صدوقی تحلیل حساسیت یک نمونه شیر سرو هیدرولیک کنترل دبی را ارائه کردند و حساسیت منحنی دبی - جریان نسبت به تغییرات پارامترهای هندسی و عملکردی اجزای آن را ارزیابی نمودند. آن ها این تحلیل را به کمک مدلی که رفتار شیر را بر حسب پارامترهای هندسی و مشخصات اجزای آن شبیه سازی می کند انجام دادند [15].

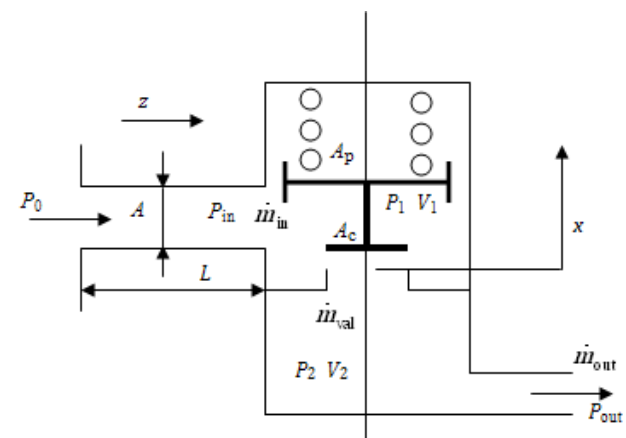
با توجه به اینکه بیشتر تحقیقات انجام شده در موضوع موتورهای پیشران مایع هدف کنترل و بررسی شیرهای تنظیم کننده نسبت اکسید کننده به سوخت (رگولاتورها) و پاسخ آن ها به نوسانات فشاری محفظه احتراق، سیستم تغذیه و سامانه دمش بوده است و هیچگاه رفتار شیر در حین قطع مورد بحث و بررسی قرار نگرفته است و یا در مقالات و کتب موجود، نتایج آن منتشر نشده است. بنابراین در این تحقیق در ابتدا به پایداری شیر قطع و سپس به بررسی رفتار شیر در حین قطع پرداخته شده است. همچنین لازم به ذکر است که در صنایع فضایی درک دقیق فرآیند و محاسبه پارامترهای فوق الذکر برحسب زمان کاملاً حائز اهمیت می باشد که در راستای تحقق برنامه های فضایی کشور، بخصوص در حل دقیق فرامین جدایش مراحل بالا در حامل های فضایی دارای اهمیت ویژه و قابل توجهی می باشد.

## 2- مدل سازی ریاضی

شکل 1 شماتیک شیر مورد بررسی نشان می دهد. در شکل لوله ورودی و شیر هیدرولیکی به همراه جزئیات آن نشان داده شده است. رژیم جریان مایع در سیستم شکل 1 با کمک معادلات حاکم بر آن بصورت زیر توصیف و تشریح می شود. به منظور ساده سازی، در حل تحلیلی فشار بالای پیستون صفر فرض شده است.

معادله حرکت درجه قطع کننده شیر طبق رابطه (1) [5,14]:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + f_\mu \frac{dx}{dt} + F_0 + kx = -\xi A_c (p_1 - p_2) + A_p p_1 \quad (1)$$



شکل 1 شماتیک شیر قطع یک موتور پیشران مایع

1- Laplace Transform

با حل دستگاه معادلات 20، 21، 22 و 39 می توان تابع تبدیل و مشخصات فرکانس سیستم خط لوله - شیر هیدرولیکی را پیدا کرد. به منظور حل تحلیلی دستگاه معادلات، از حجم های  $V_1$  و  $V_2$  را با فرض  $V_2=0$ ؛  $V_1=0$  و  $A_p=0$  صرف نظر می شود. در این حالت:  $K_1=-K_2$ ؛  $T_1=0$ ؛  $T_2=0$ ؛  $T_x=0$  می شود و سیستم مورد بحث به صورت زیر تبدیل می شود. طبق روابط (40) تا (42) داریم:

$$\left(\frac{m}{K}s^2 + \frac{f_\mu}{K}s + 1\right)L[\delta\bar{x}] = K_1L[\delta\bar{p}_1] - K_1L[\delta\bar{p}_2] \quad (40)$$

$$K_3L[\delta\bar{p}_1] - K_4L[\delta\bar{p}_2] - K_5L[\delta\bar{p}_{in}] = 0 \quad (41)$$

$$K_3L[\delta\bar{p}_2] - K_4L[\delta\bar{p}_1] = 0 \quad (42)$$

از اینجا تابع تبدیل شیر و خط لوله هیدرولیکی بصورت رابطه (43) بدست می آید.

$$W(s) = \frac{L[\delta\bar{x}]}{L[\delta\bar{m}_{in}]} = K_0 \frac{\omega_n^2 \tanh \frac{ls}{a}}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (43)$$

در اینجا طبق رابطه (44):

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}; \quad \zeta = \frac{f_\mu}{2\sqrt{km}}; \quad K_0 = \frac{\xi \frac{A_c}{A} \frac{\dot{m}_0 a}{k x_0}}{\left(1 + 2 \frac{\Delta\bar{p}_{in}}{\Delta\bar{p}_1}\right)} \quad (44)$$

نمودار جعبه ای سیستم خط لوله - شیر هیدرولیکی بصورت زیر تشکیل می شود. سمت راست معادله 1 با  $F_\Sigma$  نشان داده می شود، یعنی در رژیم پایدار طبق رابطه (45):

$$F_{c0} + kx^0 = A_p \rho_1^0 - \xi A_c (\rho_1^0 - \rho_2^0) = F_\Sigma^0 \quad (45)$$

آنگاه نمودار جعبه ای سیستم مورد بحث با دو تابع تبدیل طبق رابطه (46) مشخص می شود.

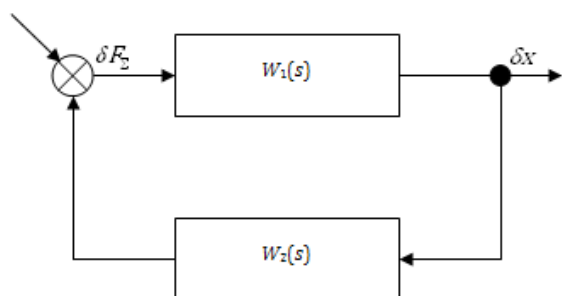
$$W_1(s) = \frac{L[\delta x]}{L[\delta F_\Sigma]}, \quad W_2(s) = \frac{L[\delta F_\Sigma]}{L[\delta x]} \quad (46)$$

تابع تبدیل  $W_1(s)$ ، تعادل نیروها در شیر می باشد و تابع تبدیل معکوس را مشخص می کند،  $W_2(s)$  - مشخصات دینامیکی جریان مایع عبوری از شیر هیدرولیکی را با توجه به خط لوله مشخص می کند.

دستگاه معادلات نوشته شده (9 تا 16) این امکان را می دهد که  $W_1$  و  $W_2$  را بصورت روابط (47) و (48) تعیین کرد (شکل 2):

$$W_1(s) = \frac{1}{ms^2 + f_\mu s + k} \quad (47)$$

$$W_2(s) = \frac{(A_p - \xi A_c)L[\delta\bar{p}_1] + \xi A_c L[\delta\bar{p}_2]}{L[\delta\bar{x}]} \quad (48)$$



شکل 2 نمودار جعبه ای خط لوله با شیر دارای بازخورد<sup>2</sup>

1- Block Diagram  
2- Feedback

$$-T_x s L[\delta\bar{x}] + (K_3 + T_1 s)L[\delta\bar{p}_1] - K_4 L[\delta\bar{p}_2] - K_5 L[\delta\bar{p}_{in}] = 0 \quad (21)$$

$$-(K_3 + T_2 s)L[\delta\bar{p}_2] - K_4 L[\delta\bar{p}_1] = 0 \quad (22)$$

$$\frac{dL[\delta\bar{p}]}{d\bar{z}} = -\theta_1 s L[\delta\bar{m}] \quad (23)$$

$$\frac{s}{\theta_2} L[\delta\bar{p}] = -\frac{dL[\delta\bar{m}]}{d\bar{z}} \quad (24)$$

ضرایب معادلات فوق بصورت روابط (25) تا (28) می باشد.

$$K_1 = \frac{\rho_0 (A_p - \xi A_c)}{k x_0}, \quad K_2 = \frac{\xi A_c \rho_0}{k x_0} \quad (25)$$

$$K_3 = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\Delta\bar{p}_1} + \frac{1}{\Delta\bar{p}_{in}} \right), \quad K_4 = \frac{1}{2\Delta\bar{p}_1} \quad (26)$$

$$K_5 = \frac{1}{2\Delta\bar{p}_{in}}, \quad \theta_1 = \frac{m l}{\rho_0 A}, \quad \theta_2 = \frac{a^2}{j^2} \theta_1 \quad (27)$$

$$T_1 = \frac{\rho V_1 \rho_0}{\dot{m}_0 E'}, \quad T_2 = \frac{\rho V_2 \rho_0}{\dot{m}_0 E'}, \quad T_x = \frac{\rho A_p x_0}{\dot{m}_0} \quad (28)$$

شرایط مرزی و اولیه دستگاه معادلات 23 و 24 بصورت روابط (29) و (30) می باشد.

$$\delta\bar{p}(z, 0) = 0, \quad \delta\bar{m}(z, 0) = 0 \quad (29)$$

$$\delta\bar{m}(in, t) = \delta\bar{m}_{in}, \quad \delta\bar{p}(in, t) = \delta\bar{p}_{in} \quad (30)$$

$$\delta\bar{m}(out, t) = \delta\bar{m}_{out}, \quad \delta\bar{p}(out, t) = \delta\bar{p}_{out} \quad (30)$$

معادلات 23 و 24 با توجه به شرایط مرزی به معادلات (31) و (32) تبدیل می شود.

$$\frac{d^2 L[\delta\bar{p}]}{d\bar{z}^2} + \lambda L[\delta\bar{p}] = 0 \quad (31)$$

$$\frac{d^2 L[\delta\bar{m}]}{d\bar{z}^2} + \lambda L[\delta\bar{m}] = 0 \quad (32)$$

در اینجا طبق رابطه (33) داریم:

$$\lambda = -s^2 \theta_1 / \theta_2 < 0 \quad (33)$$

حل این دستگاه معادلات به شکل معادلات (34) و (35) می باشد.

$$L[\delta\bar{p}] = C_1 \cosh(\bar{z}\sqrt{|\lambda|}) + C_2 \sinh(\bar{z}\sqrt{|\lambda|}) \quad (34)$$

$$L[\delta\bar{m}] = C_3 \cosh(\bar{z}\sqrt{|\lambda|}) + C_4 \sinh(\bar{z}\sqrt{|\lambda|}) \quad (35)$$

ثابت های انتگرال گیری از شرایط مرزی بدست می آیند. لازم به ذکر است که این ثوابت ابتدا با استفاده از قانون لاپلاس تبدیل شده اند. طبق روابط (36) تا (38) داریم:

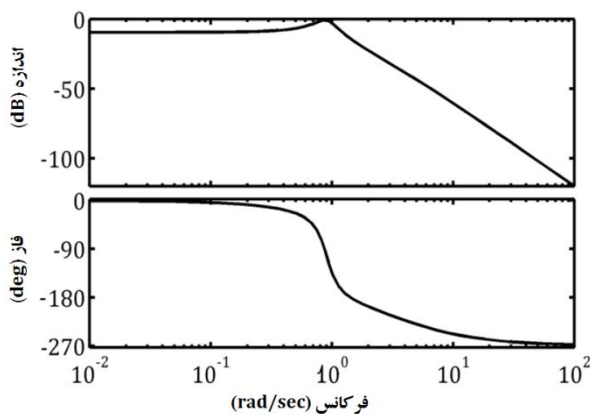
$$C_1 = L[\delta\bar{p}(0, s)]; \quad C_3 = L[\delta\bar{m}(0, s)] \quad (36)$$

$$C_2 = -\frac{\theta_1}{\sqrt{\theta_1 \theta_2}} \frac{L[\delta\bar{m}_{in}]}{\sinh\sqrt{|\lambda|}} - \sqrt{|\lambda|} \coth\sqrt{|\lambda|} L[\delta\bar{p}(0, s)] \quad (37)$$

$$C_4 = -\frac{\theta_2}{\sqrt{\theta_1 \theta_2}} \frac{L[\delta\bar{p}_{in}]}{\sinh\sqrt{|\lambda|}} - \sqrt{|\lambda|} \coth\sqrt{|\lambda|} L[\delta\bar{m}(0, s)] \quad (38)$$

با انجام تبدیلات لازم می توان فرمول مطلوبی را بدست آورد، که فشار و دبی ورودی به شیر را بهم مرتبط می کند. طبق رابطه (39) داریم:

$$\frac{L[\delta\bar{p}_{in}]}{L[\delta\bar{m}_{in}]} = -\frac{\theta_1 a}{l} \tanh \frac{ls}{a} \quad (39)$$



شکل 4 نمودار بود سیستم مدار بسته خط لوله-شیر هیدرولیکی

معیار بدست‌آمده پایداری این امکان را می‌دهد تا تأثیر پارامترهای رژیم و ساختاری بر پایداری کار شیر بخصوص تأثیر روی مقادیر حد فاز و حد بزرگنمایی را مشخص کرد. تغییر مقادیری، که  $|W_{01}(i\omega)|$  را افزایش می‌دهند، حاشیه پایداری شیر را کاهش می‌دهند و برعکس. از جمله باید متذکر شد، شیر در صورتی ناپایدار است که فرکانس نوسانات طبیعی آن  $\omega_n$  با فرکانس یکی از هارمونی‌های  $\omega_i$  خط لوله اصلی منطبق شود. یعنی در  $\omega_i = \omega_n$  سیستم لوله - شیر هیدرولیکی، مدار رزونانسی را تشکیل می‌دهد. با کاهش طول خط لوله، که موجب افزایش  $\omega_i$  می‌شود، می‌توان از این موضوع اجتناب کرد. کاهش مقطع عبور در خروجی، نهایتاً  $|W_{01}(i\omega)|$  را کاهش می‌دهد، یعنی حاشیه پایداری سیستم را افزایش می‌دهد، اما کاهش سطح مقطع عبور در ورودی شیر، تأثیر معکوس می‌گذارد. به همین علت بهتر است کل مقاومت در جریان بین انتهای خط ورودی و حجم  $V_1$  تا جایی که امکان دارد کم باشد. وقتی شیر در نزدیکی نشیمنگاهش قرار می‌گیرد (در فرآیند باز و بسته‌شدن)، آنگاه در برخی موارد، ناپایداری کار آن دیده می‌شود. به همین دلیل باید سعی شود هرچه سریعتر از این منطقه عبور کرد، تا برای پیشرفت ناپایداری زمانی نماند، یعنی در صورت امکان از شیرهایی با سرعت عمل بالا استفاده کرد. به همین منظور در تحلیل عددی این مساله از یک چاشنی بجای فنر استفاده شده تا سرعت عملکرد شیر افزایش بیاید.

#### 4- مدل‌سازی عددی

به منظور حل عددی مساله معادلات 1 تا 6 با استفاده از کدنویسی در نرم‌افزار فرترن حل شده‌اند. در مدل‌سازی عددی بجای استفاده از فنر از یک چاشنی انفجاری استفاده شده و شیر هیدرولیکی به یک شیر انفجاری سرعت بالا تبدیل شده است (معادله 1 به معادله 51 تبدیل می‌شود) که در فرآیند قطع بسیار مهم است. زیرا با افزایش سرعت عملکرد شیر در حین قطع، میزان دبی عبوری از شیر کاهش می‌یابد و نهایتاً رانش تولیدی موتور نیز کاهش می‌یابد. فشار گاز چاشنی با استفاده از روابط ترمودینامیکی مدل‌سازی شده است. طبق رابطه (51) داریم:

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + f_{\mu} \frac{dx}{dt} = -\xi A_c (p_1 - p_2) + A_p (p_1 - p) \quad (51)$$

با توجه به سرعت بسیار بالای فرآیند تخلیه محصولات حاصل از احتراق مواد چاشنی و زمان بسیار پایین عملکرد چاشنی؛ می‌توان برای مدل‌سازی این المان از روابط حاکم بر جریان گاز آیزوتروپیک مافوق صوت استفاده نمود. با استفاده از روابط گاز دینامیکی حاکم بر این پدیده و نتایج تجربی موجود در منابع، نسبت فشار استاتیک به فشار سکون خروجی چاشنی بصورت زیر ارائه می‌شود [18,19]. طبق روابط (52) تا (54) داریم:

#### 3- بررسی پایداری عملکرد شیر

سیستم بسته معادلات فوق را می‌توان با کمک مشخصات فرکانس کانتور باز مطالعه و تحقیق کرد. همانطور، که از کنترل خودکار معلوم می‌شود، طبق معیار نایکوئیست<sup>1</sup>، سیستم بسته در صورتی پایدار است، که هر دوگراف مشخصات دامنه فاز و فرکانس کانتور باز، نقطه منفی یک را داخل گراف شامل نباشد (شکل 3). برای سیستم مذکور، این حالت معادل آن است، که تقویت کانتور باز  $|W_{01}(i\omega)|$  کمتر از آنی باشد، که موقع اختلاف فاز کانتور بسته 180 درجه می‌شود. یعنی معیار پایداری را می‌توان بصورت  $|W_{01}(i\omega)| = |W_1(i\omega)W_2(i\omega)|$  نشان داد.

شرط اختلاف فاز برای تابع  $W_1(i\omega)$  طبق رابطه (49) عبارتست از:

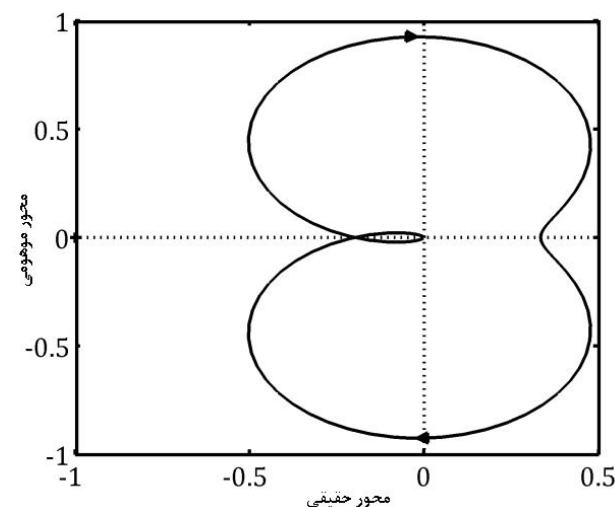
$$\tan \frac{\omega l}{a} \rightarrow \infty \left( \frac{\omega l}{a} = \left( j - \frac{1}{2} \right) \pi, j = 1, 2, 3, \dots, \infty \right) \quad (49)$$

در این خصوص، معیار پایداری به شکل رابطه (50) است

$$|W_{01}(i\omega)| = \frac{2(A_p - \xi A_c)(p_1^0 - p_2^0)}{x_0 m (\omega_i^2 - \omega_n^2)} < 1 \quad (50)$$

در اینجا  $\omega_i$  فرکانس نوسانات طبیعی خط لوله می‌باشد  $(\omega_i/a = (2j-1)\pi/2; j=1,2,3,\dots,\infty)$  در آنالیز باید بعنوان  $\omega_i$  هارمونی اول نوسانات خط لوله  $\omega_n = \sqrt{k/m}$  فرکانس نوسانات طبیعی شیر. مطابق شکل 3، معیار نایکوئیست برای سیستم خط لوله- شیر هیدرولیکی نشان دهنده پایداری سیستم فوق است. همچنین با کمک نمودارهای اندازه و فاز در تحلیل فرکانسی توسط نمودار بود<sup>2</sup> نیز می‌توان نتیجه تحلیل پایداری نایکوئیست را بررسی و صحت‌گذاری نمود. به این ترتیب که طبق نمودار بود در شکل 4 با توجه به مقدار حد فاز و حد بزرگنمایی سیستم مذکور کاملاً رفتاری پایدار خواهد داشت.

مشکل خاص در محاسبات با فرمول (50)، محاسبه نسبت  $(p_1^0 - p_2^0)/X_0$  است. این را در صورتی می‌توان انجام داد، که آن را با نسبت سطح مقطع عبور شیر  $A_{val}$  به سطح مقطع خروجی  $A_{out}$  بیان کرد. نسبت  $A_{out}/A_{val}$  که مساوی  $(p_1^0 - p_2^0)/X_0$  است، از حل مشترک دستگاه معادلات برای رژیم پایداری بدست می‌آید.



شکل 3 نمودار نایکوئیست سیستم مدار بسته خط لوله-شیر هیدرولیکی

1- Nyquist  
2- Bode Diagram

$$\theta = \frac{C_{d0}\Gamma(y-1)A_{ign}}{2V} \sqrt{RT_0} \quad (53)$$

$$\Gamma = \sqrt{y \left( \frac{2}{y+1} \right)^{y+1}} \quad (54)$$

#### 4-1- نتایج عددی

نتایج حاصل از این مدلسازی در ادامه آمده است. ضربه قوچ کامل (ضربه هیدرولیکی) یا قسمتی از آن ممکن است در لوله های سیستم تغذیه موتور در حین عملکرد شیر قطع اتفاق بیافتد و لوله ها را دچار ترکیدگی بنماید. بنابراین هنگام بسته شدن سریع مسیرها و در نتیجه متراکم شدن سیال و توقف کامل آن، موج فشاری به صورت رفت و برگشت انعکاس می یابد و ممکن است خرابی در المان های موتور و خصوصا پوسته پمپ ها ایجاد کند. معادله 55 مقدار حداکثر فشار در حالت ضربه قوچ کامل را نشان می دهد [20]. شکل 5 تغییرات فشار ورودی را در حین بسته شدن (حرکت سوپاپ) را نشان می دهد. مطابق انتظار با صفر شدن آبی سرعت جریان، فشار ورودی افزایش می یابد. طبق رابطه (55) داریم:

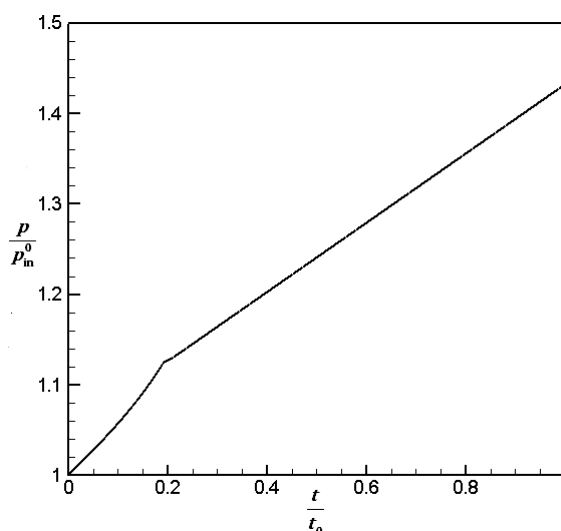
$$\rho_{max} = \rho \Delta Ua \quad (55)$$

حل معادلات 52 تا 54 میزان گاز حاصل از احتراق چاشنی شیر قطع و همچنین تغییرات فشار لحظه ای که بر روی پیستون شیر قطع اعمال می شود را به دست می دهد (شکل 6). با داشتن فشار روی پیستون حرکت دریچه شیر قطع و اطلاع از مسیر پیشران با حل معادله 1 برای دینامیک حرکتی دریچه شیر می توان موقعیت لحظه ای انتهای دریچه را بدست آورد. چنانچه در شکل 7 دیده می شود حداکثر جابجایی دهانه شیر برای بسته شدن کامل مسیر به میزان 5 سانتی متر می باشد. این منحنی نشان می دهد که میزان جابجایی دریچه شیر تا بستن کامل مسیر پیشران به صورت خطی می باشد (بجز لحظات اولیه که غیر خطی می باشد).

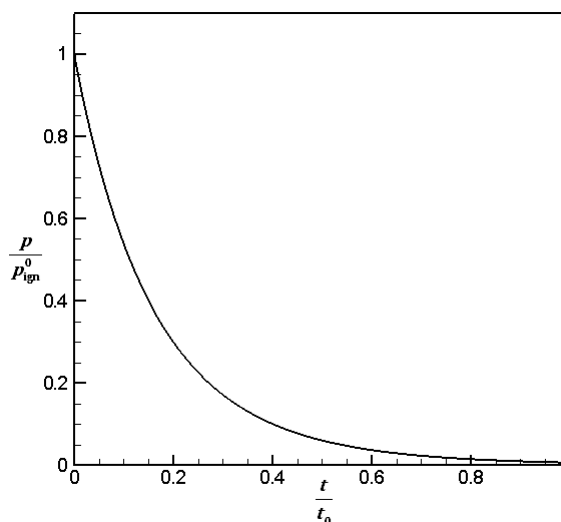
شکل های 8 و 9 تغییرات دبی و فشار خروجی از شیر را نشان می دهد. با حرکت سوپاپ و کاهش سطح مقطع دبی عبوری از شیر، دبی خروجی شیر کاهش می یابد که با توجه به اینکه زمان عملکرد شیر کم است، دبی به سرعت کاهش می یابد. همچنین به دلیل آنکه ضربه افت شیر تنها وقتی که شیر تقریبا بسته است قابل توجه می باشد و در حالت بین کاملا باز تا تقریبا بسته افت قابل توجهی ندارد، در طول مدت بسته شدن شیر تا لحظات پایانی عملکرد شیر، تغییر قابل توجهی در دبی عبوری از شیر رخ نمی دهد. به دنبال کاهش دبی، فشار خروجی شیر نیز کاهش می یابد. همچنین در شکل 8 تغییرات دبی با نتایج تجربی موجود مقایسه شده است. نتایج تجربی از آزمایش واقعی موتور پیشران مایع و داده برداری در حین عملکرد و زمان ارسال فرمان خاموشی بدست آمده است. این داده ها مربوط به موتور پیشران مایع با سطح نیروی رانش متوسط می باشد، شرح بیشتر در مرجع [16] آمده است. در شکل 9 مشاهده می شود که فشار با بسته شدن شیر کاهش می یابد اما با بسته شدن شیر، فشار صفر نمی شود و این بدلیل خروج جرم انباشته شده در داخل شیر می باشد. همچنین افزایش اولیه فشار در حین بسته شدن شی بدلیل ضربه اولیه ناشی از حرکت المان قطع کننده شیر می باشد.

#### 5- نتیجه گیری

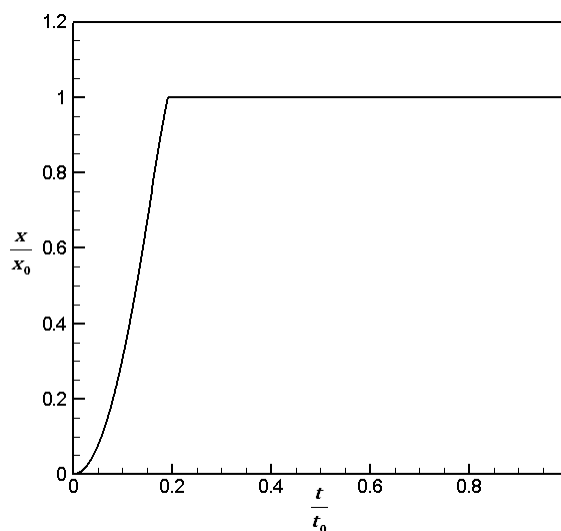
در این تحقیق یک شیر هم بصورت تحلیلی و هم بصورت عددی مدل شده است و پایداری آن مورد بررسی دقیق قرار گرفته است.



شکل 5 فشار خط لوله ورودی به شیر در حین بسته شدن شیر



شکل 6 فشار گاز چاشنی در حین بسته شدن شیر



شکل 7 شماتیک حرکت سوپاپ

$$\frac{p}{p_{ign}^0} = (1 + \theta\tau)^{\frac{2y}{1-y}} \quad (52)$$

ضربه کوچ کاهش یابد و از طرفی دیگر دلخواه است که زمان بسته شدن شیر را کاهش داد تا میزان دبی عبوری از شیر کاهش یابد و بدنبال آن ضربه پس از قطع را جهت عملکرد مطلوب سیستم هدایت و کنترل به حداقل رساند. بنابراین برای بر طرف نمودن ضربه هیدرولیکی در لوله های پیشران و شیرآلات کنترلی، لازم است میرا کننده های (دمیرهای) فعال و یا غیرفعال نصب شوند. همچنین زمان بسته شدن شیر قطع را با توجه شرط فشار حداکثر مجاز ضربه هیدرولیکی در مسیرهای اصلی پیشران بعد از بسته شدن شیرها بایستی تعیین نمود.

**6- فهرست علائم**

A	مساحت (m <sup>2</sup> )
a	سرعت صوت (ms <sup>-1</sup> )
C <sub>d</sub>	ضریب تخلیه شیر
d	قطر (m)
E'	مدول الاستیسیته سیال (N m <sup>-2</sup> )
F	نیرو (N)
f <sub>μ</sub>	نیروی اصطکاک لزج (N)
k	ضریب سختی فنر (Nm <sup>-1</sup> )
l	طول لوله (m)
m	جرم (kg)
ṁ	دبی جرمی (kgs <sup>-1</sup> )
p	فشار (kg m <sup>-1</sup> s <sup>-2</sup> )
R	ثابت گاز
T	دما
t	زمان (s)
u	سرعت (ms <sup>-1</sup> )
V	حجم (m <sup>3</sup> )
x	محور مختصات

**علائم یونانی**

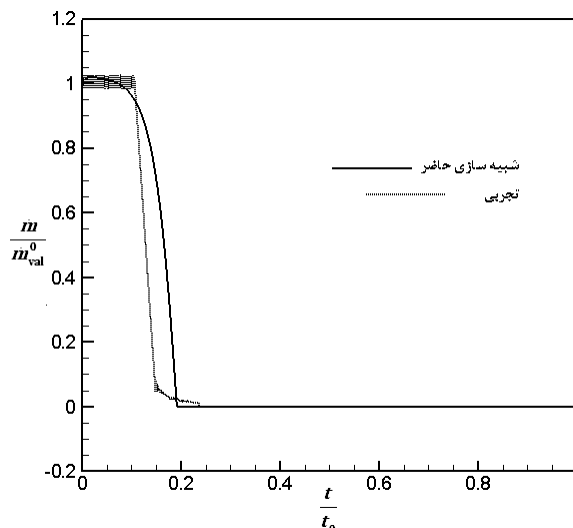
ρ	چگالی (kgm <sup>-3</sup> )
μ	لزجت دینامیکی (kgm <sup>-1</sup> s <sup>-1</sup> )
ξ	ضریب مقاومت هیدرولیکی
ω	فرکانس (s)
γ	ثابت آدیاباتیک

**بالانویس ها**

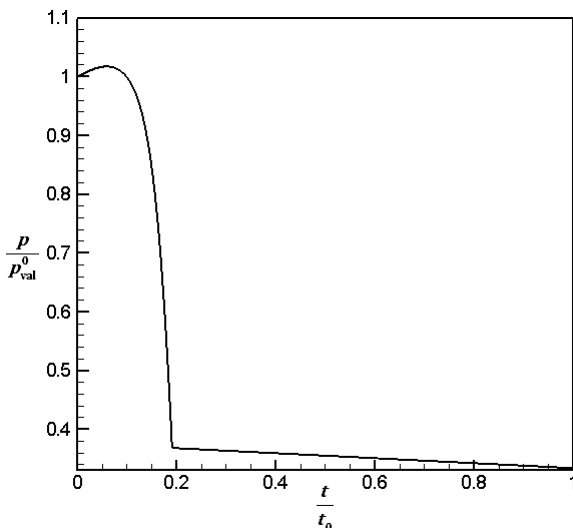
0	پایدار
---	--------

**زیرنویس ها**

0	مرجع
c	دریچه شیر
f	سیال
in	ورودی
ign	چاشنی
max	حداکثر
n	طبیعی
out	خروجی
p	پیستون
val	شیر



شکل 8 مقایسه تغییرات دبی خروجی از شیر در حین بسته شدن شیر



شکل 9 تغییرات فشار خروجی از شیر در حین بسته شدن شیر

در تحلیل پایداری سیستم به روش نایکوئیست بود، با محاسبه مقادیر حد فاز و حد بزرگنمایی به ازاء مقادیر مختلف پارامترهای سیستم، پایداری سیستم و همچنین حاشیه پایداری و ناپایداری سیستم مورد بررسی قرار گرفت. بررسی تحلیلی عملکرد شیر نشان می دهد که با کاهش طول خط لوله، فرکانس نوسانی طبیعی سیستم افزایش می یابد، که بایستی در حد امکان از این کار صرف نظر نمود. کاهش مقطع عبور در خروجی، تقویت کانتور باز را کاهش می دهد، یعنی حاشیه پایداری سیستم را افزایش می یابد، اما کاهش سطح مقطع عبور در ورودی شیر، تأثیر معکوس دارد. به همین دلیل بهتر است کل مقاومت در جریان بین انتهای خط ورودی و حجم V<sub>1</sub> تا جایی که امکان دارد کم باشد. وقتی شیر در نزدیکی نشیمنگاهش قرار می گیرد (در فرآیند باز و بسته شدن)، آنگاه در برخی موارد، مقادیر حد فاز و حد بزرگنمایی در نمودار بود منفی شده و در نتیجه ناپایداری در رفتار سیستم مشاهده می شود. به همین دلیل باید سعی شود هرچه سریعتر از این منطقه عبور کرد، تا برای پیشرفت ناپایداری زمانی نماند، یعنی در صورت امکان از شیرهایی با سرعت عمل بالا استفاده کرد. نتایج عددی نیز تغییرات فشار بالادستی، دبی و فشار خروجی جریان را در حین قطع شیر نشان می دهد. نتایج عددی نشان می دهد که از یکطرف مطلوب است که زمان بسته شدن شیر را افزایش داد تا اثرات

## 7- مراجع

- [11] D. B. Diatlov, Shviyakov, A. A. Naymenkova, N. V, *Theory of Automatic Control in Liquid Propellant Rocket Engines*, Mashinostroenie, pp. 41-83, 1978. (in Russian)
- [12] H. Karimi, B. F. Glikman, Effect of regulator parameters in Stability region of Rocket Engine, *Ariatsionnaya Tkhika Journal*, pp. 26-35, 1998. (in Russian)
- [13] H. Karimi, B. F. Glikman, Dynamic Characteristic of Hydro-Mechanical Pressure Regulator, *Ariatsionnaya Tkhika Journal*, pp. 41-53, 1999. (in Russian)
- [14] E. C. Fitch, I.T. Hong, *Hydraulic Component Design and Selection*, Bar Dyne Inc. Oklahoma, USA, pp. 37-43, 1998.
- [15] M. Saadat Foumani, M. S. Sadooghi, Sensitivity analysis of a sample flow control hydraulic servo valve, *Moades Mechanical Engineering*, Vol. 13, No. 7, pp. 102-110, 2013. (In Persian)
- [16] H. Karimi, A. Nasir harand, M. Beheshti, Dynamic and Nonlinear Simulation of Liquid propellant Engines, *Journal of Propulsion and Power*, Vol. 19, No. 5, pp. 938 – 944, 2003.
- [17] C. Manfletti, Transient Simulation of Liquid Rocket Engines: A Step Towards A More Educated propellant Choice Between Kerosene And Methane, *Proceedings of the 2nd International Conference on Green Propellants for Space Propulsion (ESA SP-557). 7-8 June, Chia Laguna (Cagliari), Sardinia, Italy, Published on CDROM*, pp. 1-6, 2004.
- [18] C. R. Howard, Rocket Thrust Termination Transients, *ARS Journal*, Vol. 29, No. 6, pp. 406-409, 1958.
- [19] M. J. Zucrow, J. P. Hoffman, *Gas Dynamics*, John Wiley & Sons Inc, Volume 1, New York, 1976.
- [20] M. H. chaudhry, *Applied Hydraulic Transients*, Springer, Third Edition, New York, pp. 7-21, 2013.
- [1] K. D. Huzel, H. D. Huang, *Modern Engineering for Design of Liquid Propellant Rocket Engines (Progress in Astronautics and Aeronautics)*, American Institute of Aeronautics and Astronautics Inc, Washington, pp. 23-27, 1992.
- [2] G. p. Sutton, *Rocket Propulsion Elements*, Wiley-Inter Science Publication, 7th Edition, pp. 401- 409, 2000.
- [3] M. Shafiey, R. Ebrahimi, H. Karimi, S. A. Jalai, A. Kalbakhani, Mathematical Modeling of Cutoff Impulse in Liquid propellant Engine, in *The 12th Conference of Iranian Aerospace Society*, Tehran, Iran, 2013. (In Persian)
- [4] V. A. Moshkin, *Dynamic Process in Liquid Propellant Rocket Engines*, Moscow, Mashinostroenie, pp. 122-135, 1964. (in Russian)
- [5] V. V. Prysnyakov, Dynamics of Liquid Propellant Rocket Engines and Propulsion Systems, Mashinostroenie, pp. 79-85, 1983. (in Russian)
- [6] E. B. Volov, T. A. Siritsin, *Static & Dynamics in Liquid Propellant Rocket Engines Systems*, Mashinostroenie, pp. 53-72, 1978. (in Russian)
- [7] A. E. Babkin, M. A. Bolov, *Theoretical Fundamental of Automatic Control in Liquid Propellant Rocket Engines*, Mashinostroenie, pp. 198-209, 1986. (in Russian)
- [8] S. A. Rotofskoi, E. V. Soloviev, *Dynamic Analysis of Automatic Control in Liquid Propellant Rocket Engines*, Mashinostroenie, pp. 48-62, 1990. (in Russian)
- [9] B. F. Glikman, *Automatic Control in Liquid Propellant Rocket Engines Dynamic Systems*, Mashinostroenie, pp. 58-65, 1987. (in Russian)
- [10] B. F. Glikman, *Mathematical Model in in Hydraulic-Penumatic Systems*, Mashinostroenie, pp. 113-129, 1986. (in Russian)