



## مشاهده گر تخمین عیب با وجود ورودی نامعلوم نامنطبق برای سیستم‌های خطی

مجتبی هاشمی<sup>1</sup>، علی کمالی ایگلی<sup>2\*</sup>، مهیار نراقی<sup>3</sup>

1- دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران

2- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران

3- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران

\* تهران، صندوق پستی 1591634311، alikamalie@aut.ac.ir

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل  
دریافت: 08 خرداد 1395  
پذیرش: 29 مرداد 1395  
ارائه در سایت: 11 مهر 1395  
کلید واژگان:  
ورودی نامعلوم نامنطبق  
تخمین عیب  
مشاهده گر تطبیقی سریع

### چکیده

روش‌های جبری تخمین عیب بر اساس مشاهده‌گرهای ورودی نامعلوم، با فرض برقراری شرط تطابق بین خروجی و ورودی نامعلوم قابل پیاده‌سازی هستند. شرط تطابق کاربردهای عملی این روش‌ها را محدود می‌کند. در این مقاله روشی برای تخمین عیب ارائه شده که نیازی به برقراری شرط تطابق نیست. بر خلاف روش‌های معمول در روش ارائه شده در این مقاله نیازی به تخمین خروجی کمکی، برای تخمین عیب برای سیستم‌های با ورودی نامعلوم نامنطبق نمی‌باشد. در روش پیشنهادی ابتدا ورودی نامعلومی به دو ورودی منطبق و نامنطبق تقسیم شده و سپس با فرض وجود مدل دینامیکی برای ورودی نامعلوم نامنطبق و اضافه کردن این مدل به مدل اصلی، سیستم جدیدی حاصل شده که تنها دارای ورودی نامعلوم منطبق است. برای سیستم جدید که شرایط تطابق برای ورودی نامعلوم آن صدق می‌کند، با استفاده از استراتژی حذف کامل اثر ورودی نامعلوم، مشاهده‌گر مرتبه کاملی طراحی شده که قادر است تمام متغیرهای حالت را تخمین بزند. برای تخمین عیب از قانون تطبیق سریع بهره برده شده که شرایط پایداری و وجود آن توسط قیود LMI بیان گردیده است. در انتها کارایی روش پیشنهادی با حل یک مثال عددی بر روی تک لینکی با مفصل انعطاف‌پذیر بررسی شده است.

## Fault estimation observer with unmatched unknown inputs for linear systems

Mojtaba Hashemi, Ali Kamali Egoly\*, Mahyar Naraghi

Mechanical Engineering, Amir Kabir University of Technology, Tehran, Iran

\* P.O.B. 1591634311 Tehran, Iran, alikamalie@aut.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 28 May 2016  
Accepted 19 August 2016  
Available Online 02 October 2016

#### Keywords:

unmatched unknown input  
fault estimation  
fast adaptive observer

### ABSTRACT

An algebraic method based on unknown input observer for fault estimation in linear time invariant system with unknown input is implementable if matching condition is satisfied. Matching condition limits practical application of these methods. In this article, a method is proposed for fault estimation which need not satisfy matching condition. Unlike classical methods, the provided method does not require auxiliary output for fault estimation. In the first step, the unknown input is divided in two parts: the matched and the unmatched unknown inputs. Assuming that there exist a dynamic model for the unmatched part, new augmented system is constructed. The augmented system is revealed as a new system with matched unknown input. Then, the effect of matched unknown input is perfectly removed from observer estimation using the traditional unknown input decoupling strategy. In the next step, the full order observer is designed for the augmented system. A fast adaptive law is employed for the fault estimation. Lyapunov stability condition of state and fault estimation are derived by linear matrix inequality(LMI) criteria. The effectiveness of the proposed method is shown via numerical simulation on a flexible joint example.

### 1- مقدمه

نتایج مفیدی در این زمینه در کتاب‌هایی نظیر [2,1] و یا مقالات مروری نظیر [3-5] و مراجع موجود در آنها می‌توان یافت. در حالت کلی سیستم‌های متحمل عیب را می‌توان به دو دسته تقسیم کرد: 1- سیستم‌های کنترل عیب غیرفعال که کنترلرهای مقاوم در برابر عیب دارند و 2- سیستم‌های کنترل عیب فعال که اطلاعات مورد نیاز را از سیستم تشخیص عیب<sup>4</sup> دریافت کرده و اقدام لازم را برای حفظ پایداری و کیفیت کنترلی اعمال می‌کنند. عیب‌یابی و جداسازی عیب اولین قدم در مقابله با عیب است. در این گام، سیستم پایش شده تا وقوع و محل رخداد عیب مشخص و در صورت امکان، عیوب مختلف از

افزایش نیاز به کیفیت و ایمنی در سیستم‌های مدرن کنونی (بیچیدگی در سیستم‌های امروزی)، باعث ازدیاد احتمال عیب در سیستم‌ها شده است. رخداد عیب در هر زیرسیستمی می‌تواند باعث تغییر رفتار و یا کاهش کیفیت و یا حتی ناپایداری سیستم گردد. به منظور ایجاد پایداری و افزایش قابلیت اطمینان، طراحی سیستم‌های عیب‌یابی<sup>1</sup>، جداسازی عیب<sup>2</sup> و کنترلرهای متحمل عیب<sup>3</sup> از موضوعات مورد توجه محققان در دو دهه اخیر شده است.

<sup>1</sup> Fault detection

<sup>2</sup> Fault isolation

<sup>3</sup> Fault tolerant control

<sup>4</sup> Fault diagnosis

Please cite this article using:

M. Hashemi, A. Kamali Egoly, M. Naraghi, Fault estimation observer with unmatched unknown inputs for linear systems, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 9, pp. 429-436, 2016 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

M. Hashemi, A. Kamali Egoly, M. Naraghi, Fault estimation observer with unmatched unknown inputs for linear systems, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 9, pp. 429-436, 2016 (in Persian)

محیطی، عدم قطعیت‌های پارامتری مدل، عدم قطعیت‌های ناشی از خطی‌سازی و دینامیک مدل نشده باشد. آنچه باعث اطلاق تعبیر منطبق و یا نامنتطق به این ورودی‌ها می‌شود نحوه اثرگذاری آنها در خروجی سیستم می‌باشد. با توجه به ماهیت ورودی نامعلوم مشخص است که بین این ورودی‌ها و اندازه‌گیری‌هایی از جنس مشتق سرعت ارتباط مستقیم وجود دارد و این در حالیست که در اغلب سیستم‌های مکانیکی و مکترونیک سنسورهایی برای اندازه‌گیری سرعت و مشتق سرعت وجود ندارد و معمولاً این متغیرها تخمین زده می‌شوند [20]. به عنوان مثال اندازه‌گیری در سیستم‌های مکانیکی اغلب از جنس موقعیت خطی و زاویه‌ای است (مانند بازوهای رباتیکی) و حال آنکه تأثیر ورودی نامعلوم معمولاً در ترم‌های شتابی اتفاق می‌افتد، بنابراین در این سیستم‌ها شرط تطابق برقرار نمی‌باشد.

بر اساس درجه نسبی بین خروجی و ورودی نامعلوم می‌توان خروجی‌های کمکی ساخت که شرط تطابق برای آنها صادق باشد [21]. با استفاده از خروجی کمکی که معمولاً از مشتق خروجی سیستم بدست می‌آید می‌توان شرط تطابق را برای سیستمی که شرط تطابق برای آن برقرار نیست برقرار نمود [21]. استفاده از مشتق خروجی برای ساخت خروجی کمکی به دلیل وجود نویز در اندازه‌گیری باعث تشدید نویز می‌گردد. اخیراً روش‌هایی بر مبنای استفاده از مشاهده‌گرهای مرتبه بالای مد لغزشی برای غلبه بر شرط تطابق ارائه شده است [22-24]. مشاهده‌گرهای مد لغزشی مرتبه بالا که شبیه مشتق‌گیر دقیق عمل می‌کنند، ابزار مناسبی برای تخمین خروجی کمکی<sup>7</sup> می‌باشند. در [19] ابتدا یک انتقال دستگاه مناسب انجام پذیرفته تا سیستم به فرم شبه بلوک مثلثی مشاهده‌پذیر تبدیل گردد. سپس گام به گام مشاهده‌گر مرتبه دوم مد لغزشی بر روی سیستم اعمال شده است. بر مبنای الگوریتم پیچش-بزرگ<sup>8</sup> در [25] خروجی کمکی تخمین زده شده و مشاهده‌گر ورودی نامعلوم طراحی شده است. در [26] روشی جبری و بدون نیاز به خروجی کمکی برای عیب‌یابی ارائه شده و در [27] به جای مشتق‌گیری از انتگرال‌گیری متعدد برای ساخت خروجی کمکی استفاده شده است. روش‌های ارائه شده در [20, 28, 29] تنها به مرحله عیب‌یابی پرداخته‌اند این در حالیست که همان‌طور که ذکر شد برای طراحی یک سیستم تحمل‌پذیر عیب فعال، تخمین و بازسازی کامل عیب از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. اخیراً تلاش‌هایی برای جداسازی اثر قسمتی از ورودی نامعلوم از تخمین عیب صورت گرفته که می‌توان به [30] اشاره کرد. در این روش‌ها سعی می‌شود تا حد امکان اثر بخشی از ورودی نامعلوم نامنتطق بطور کامل از تخمین عیب حذف گردد.

در این مقاله روشی ارائه شده که بر اساس آن مشاهده‌گر طراحی شده بدون نیاز به خروجی کمکی قادر به تخمین و بازسازی کامل سیگنال عیب خواهد بود. بر اساس روش پیشنهادی ورودی نامعلوم نامنتطق به دو قسمت ورودی نامعلوم منطبق و وروی نامعلوم نامنتطق تجزیه شده است. برای ورودی نامعلوم نامنتطق جدید می‌توان یک دینامیک مشخص فرض کرد. این دینامیک به دینامیک اصلی سیستم اضافه می‌گردد و یک سیستم تکمیلی حاصل می‌شود. سیستم تکمیلی دارای ورودی نامعلوم منطبق است که برای آن با استفاده از استراتژی مشاهده‌گر ورودی نامعلوم اثر ورودی نامعلوم حذف شده و با قانون تطبیق سریع، سیگنال عیب بطور کامل بازسازی می‌شود.

در بخش دوم مقاله، مدل‌سازی مسأله و در بخش سوم روند طراحی مشاهده‌گر تخمین عیب عملگر با وجود ورودی نامعلوم نامنتطق توضیح داده

یکدیگر جدا شوند. مرحله تخمین عیب<sup>1</sup> برای بازسازی کامل سیگنال عیب و تخمین اندازه عیب مورد استفاده قرار می‌گیرد که این مرحله هدف نهایی یک سیستم تشخیص عیب است. تخمین و یا شناسایی<sup>2</sup> دقیق و موفق عیب بطور ضمنی به معنی موفق بودن مراحل عیب‌یابی و جداسازی عیب است [6] به همین دلیل همراه با پیچیدگی‌های بسیار است.

همان‌طور که ملاحظه می‌شود، تخمین عیب مهمترین بخش یک سیستم تشخیص و کنترل متحمل عیب فعال است [7-9]. طی دهه اخیر روش‌های متعددی برای تخمین عیب توسعه داده شده‌اند که از آن جمله: مشاهده‌گرهای مد لغزشی [10]، تکنیک‌های تطبیقی [9] و روش‌های یادگیری بر مبنای شبکه عصبی [11] است. استفاده از مدل ریاضی سیستم در تخمین عیب یکی از راهبردهای معمول در این زمینه است. مهم‌ترین چالش در تخمین عیب بر مبنای مدل، مقاوم بودن در برابر عدم قطعیت‌های مدل‌سازی، اغتشاش خارجی و دینامیک مدل نشده (ورودی نامعلوم<sup>3</sup>) می‌باشد. روش متداول برای طراحی مشاهده‌گرهای عیب‌یابی و تخمین عیب مقاوم در برابر ورودی نامعلوم، استفاده از اصل جداسازی ورودی نامعلوم<sup>4</sup> است. اولین مقالات در طراحی مشاهده‌گرهای ورودی نامعلوم به سال 1970 برمی‌گردد. در [12] یک مشاهده‌گر کاهش مرتبه یافته برای سیستم‌های خطی با ورودی معلوم و ورودی نامعلوم طراحی شد. در این مرجع شرایط وجود مشاهده‌گر، ذکر نشده است. شرایط لازم و کافی برای وجود مشاهده‌گر کاهش مرتبه یافته ورودی نامعلوم در [13] نشان داده شده و سپس توسط محققان دیگر تصدیق شده است. طراحی مشاهده‌گر عیب‌یاب با استفاده از مشاهده‌گرهای ورودی نامعلوم<sup>5</sup>، با عدم حساسیت نسبت به ورودی نامعلوم و حساسیت نسبت به عیب در [14] شرح داده شده است. در [15] مشاهده‌گر عیب‌یابی بر اساس روش انتساب ساختار ویژه معرفی شده است. در روش پیشنهادی قوام مشاهده‌گر بدون لطمه زدن به فرایند جداسازی عیب افزایش یافته است. نحوه بکارگیری مشاهده‌گر مرتبه کامل ورودی نامعلوم در مسأله عیب‌یابی و جداسازی عیب در [16] مورد بررسی قرار گرفته و شرایط لازم و کافی برای وجود مشاهده‌گر، با نامساوی ماتریس خطی<sup>6</sup> (ال-ام-آی) بیان شده است. در [17] روشی برای عیب‌یابی و جداسازی عیب در فضای محدود فرکانسی ارائه شد و شرایط طراحی با ترم‌های ال-ام-آی بیان گردید. در [18] با یک سری انتقال در فضای حالت و خروجی، سیستم مورد بررسی به سه زیرسیستم تقسیم‌بندی شد: زیرسیستم مستقل از ورودی نامعلوم و عیب، زیرسیستم وابسته به ورودی نامعلوم و زیرسیستم وابسته به عیب عملگر؛ سپس به صورت جبری برای زیرسیستم اول مشاهده‌گر ورودی نامعلوم طراحی شد و برای تخمین عیب در عملگر مورد استفاده قرار گرفت.

شرط لازم و کافی برای طراحی مشاهده‌گر ورودی نامعلوم و یا یک مشاهده‌گر عیب یاب مقاوم در برابر ورودی نامعلوم این است که صفرهای نامتغیر سیستم در سمت چپ محور موهومی قرار داشته باشند و شرط تطابق برای مشاهده‌گر (شرایط مرتبه مابین ماتریس خروجی و ماتریس ورودی نامعلوم) برقرار باشد [19]. تمام مقالات ذکر شده تاکنون شروط ذکر شده را ارضا نموده‌اند، اما شروط تطابق در برخی از موارد برای طراحی مشاهده‌گر و عیب‌یابی برای سیستم‌های واقعی بخصوص سیستم‌های مکانیکی بسیار محدود کننده است. ورودی نامعلوم می‌تواند مجموعه‌ای از اغتشاش‌های

<sup>1</sup> Fault estimation

<sup>2</sup> Identification

<sup>3</sup> Unknown input

<sup>4</sup> Unknown input decoupling principle

<sup>5</sup> Unknown input observer (UIO)

<sup>6</sup> Linear matrix inequality (LMI)

<sup>7</sup> Auxiliary output

<sup>8</sup> Super-twisting algorithm

فرض 3: در مدل دینامیک سیستم معرفی شده در رابطه (5)، فرض می‌شود که ورودی نامعلوم نامنتطق  $w_2$ ، یقینی است و می‌تواند خروجی یک سیستم دینامیکی خودمختار موهومی<sup>1</sup> در نظر گرفته شود [31].

### 2-3- مدل‌سازی ورودی نامعلوم نامنتطق

تکنیک‌های مرسوم و بهبود یافته متعددی برای مدل‌سازی ورودی نامعلوم وجود دارد. استفاده از مدل‌های نامتغیر با زمان، توابع هارمونیک، تابع شیب در سیستم‌های یقینی متداول است [31]. برای سادگی در این مقاله از مدل ارائه شده در [32] برای مدل‌سازی ورودی نامعلوم نامنتطق استفاده شده است. ذکر این نکته حائز اهمیت است که مدل‌سازی عیب در سیستم‌های یقینی و تصادفی برای استفاده در پروسه تخمین عیب نیز متداول است [34,33]. با توجه به فرض 3،  $w_{2i}$  را می‌توان آامین ورودی نامعلوم از  $w_2$  در نظر گرفت.

$$\begin{aligned} \dot{q}_{2i} &= D_{2i}q_{2i} \\ w_{2i} &= W_{2i}q_{2i} \end{aligned} \quad (6)$$

ماتریس‌های  $D_{2i}, E_{2i}$  ماتریس‌های معلوم با اندازه مناسب هستند. سیستم معرفی شده در رابطه (6) انواع مختلفی از ورودی‌های نامعلوم را دربرمی‌گیرد. با انتخاب مناسب  $D_{2i}, E_{2i}$  می‌توان ورودی نامعلوم را بخوبی مدل کرد. حال ورودی نامعلوم نامنتطق  $w_2$  با قرار دادن هر یک از ورودی‌های نامعلوم در رابطه (6) در قطره‌های یک ماتریس قابل مدل‌سازی می‌باشد.

$$\begin{aligned} \dot{q}_2 &= D_2q_2 \\ w_2 &= W_2q_2 \end{aligned} \quad (7)$$

که ماتریس  $D_2$  در ادامه معرفی شده است.

$$D_2 = \text{diag}(D_{21}, \dots, D_{2(p-p_1)}), \quad W_2 = \text{diag}(W_{21}, \dots, W_{2(p-p_1)})$$

می‌باشد.

در برخی از مقالات برای ورودی نامعلوم (بدون تفکیک به ورودی نامعلوم منطبق و نامنتطق)، مدلی مانند رابطه (7) در نظر گرفته و آن را در دینامیک سیستم ادغام می‌کنند. مشاهده‌گر، بر اساس سیستم تکمیلی<sup>2</sup>، طراحی می‌شود [35-38]. مهمترین مشکل این روش از بین رفتن مشاهده‌پذیری سیستم، پس از اضافه شدن دینامیک ورودی نامعلوم به آن است. برای مشاهده‌پذیر ماندن سیستم تکمیلی، تعداد ورودی‌های نامعلوم باید کمتر از تعداد خروجی‌های اندازه‌گیری شده سیستم باشد [39]. روش ارائه شده در این مقاله با در نظر گرفتن امکان وجود ورودی نامعلوم منطبق و نامنتطق در سیستم، محدوده وسیع‌تری از مسائل را در برمی‌گیرد. روش پیشنهادی برای جداسازی ورودی نامعلوم، این امکان را می‌دهد که دینامیک تعداد کمتری از ورودی‌های نامعلوم به سیستم اصلی اضافه شده و بنابراین امکان مشاهده‌پذیر ماندن سیستم نسبت به روش‌های ذکر شده بیشتر باشد. هم‌چنین کم شدن تعداد ورودی‌های نامعلوم اضافه شده، به معنای کاهش هزینه و زمان در پیاده‌سازی الگوریتم است؛ چراکه استخراج دینامیک برای هر یک از ورودی‌های نامعلوم مستلزم بدست آوردن اطلاعات کافی از آنها می‌باشد.

### 3-3- طراحی مشاهده‌گر تخمین عیب

با اضافه کردن مدل ورودی نامعلوم در رابطه (7) به مدل اصلی، سیستم تکمیلی قابل بازنویسی است.

$$\begin{aligned} \dot{x}_a &= A_a x_a + B_a u + E_a w_1 + F_a f \\ y &= C_a x \end{aligned} \quad (8)$$

شده است. در بخش آخر هم یک مثال عددی بمنظور نمایش صحت عملکرد مشاهده‌گر پیشنهادی ارائه شده است.

## 2- مدل‌سازی مسأله

یک سیستم خطی با عیب در عملگرها ورودی نامعلوم را می‌توان به صورت رابطه (1) مدل کرد:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu + Ew + Ff(t) \\ y &= Cx \end{aligned} \quad (1)$$

که  $x \in \mathcal{R}^n$  بردار متغیرهای حالت سیستم،  $u \in \mathcal{R}^r$  و  $y \in \mathcal{R}^m$  ورودی و بردار اندازه‌گیری و  $w \in \mathcal{R}^p$  بردار ورودی نامعلوم،  $f \in \mathcal{R}^l$  بردار عیب متغیر با زمان در سیستم است که به صورت جمعی مدل شده است و تعداد خروجی‌ها از تعداد عیوب احتمالی بزرگتر است.  $A, B, C$  ماتریس‌های معین سیستم با ابعاد مناسب هستند. ماتریس  $E \in \mathcal{R}^{n \times p}$ ، ماتریس توزیع ورودی نامعلوم است. ستون‌های ماتریس  $F \in \mathcal{R}^{n \times l}$  جهت توزیع عیوب مستقل را نشان می‌دهد.

هدف از طراحی مشاهده‌گر تخمین عیب، بازسازی سیگنال عیب در حضور ورودی نامعلوم است که متأثر از ورودی نامعلوم نبوده و اثر آن بطور کامل از تخمین عیب حذف شود.

زمانی که  $\text{rank}(CE) = \text{rank}(E)$  برقرار باشد، شرط تطابق برای سیستم برقرار بوده و می‌توان از روش‌های معمول مشاهده‌گرهای ورودی نامعلوم برای طراحی مشاهده‌گر تخمین عیب در عین حذف کامل اثر ورودی نامعلوم بهره برد. در این مقاله مشاهده‌گری معرفی شده که با وجود عدم برقراری شرط تطابق قادر به تخمین عیب بدون تأثیرپذیری از ورودی نامعلوم است.

فرض 1:

$$\text{rank}(CE) \neq \text{rank}(E) \quad (2)$$

که فرض می‌شود ماتریس خروجی رنک کامل است (رابطه 3)

$$\text{rank}(C) = m \quad (3)$$

## 3- طراحی مشاهده‌گر

### 1-3- جداسازی ورودی نامعلوم

مشاهده‌گر تخمین عیب باید طوری طراحی شود که از ورودی نامعلوم تأثیر نپذیرد. در این مقاله فرض می‌شود که ورودی نامعلوم  $w$ ، قابلیت تقسیم به دو بخش ورودی نامعلوم منطبق و ورودی نامعلوم نامنتطق را دارد (فرض 2).

فرض 2: (بدون از دست دادن عمومیت) می‌توان فرض کرد که ماتریس  $E$  و ورودی نامعلوم  $w$  قابل تجزیه شدن به صورت روابط (4) هستند:

$$E = [E_1 \quad E_2], \quad w = [w_1^T \quad w_2^T]^T \quad (4)$$

که ورودی نامعلوم منطبق  $w_1 \in \mathcal{R}^{p_1}$ ، بطور مناسب طوری انتخاب می‌شود که  $\text{rank}(CE_1) = \text{rank}(E_1)$  ارضا شود. با توجه به فرض 2 رابطه (5) بدست می‌آید:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu + Ff + E_1 w_1 + E_2 w_2 \\ y &= Cx \end{aligned} \quad (5)$$

در رابطه (5) اثر ورودی نامعلوم منطبق با استفاده از روش‌های رایج، در مشاهده‌گر و تخمین عیب قابل حذف است. ولی اثر ورودی نامعلوم نامنتطق با روش‌های جبری قابل حذف نمی‌باشد. بنابراین باید دنبال راه حل دیگری بود تا تأثیر ورودی نامعلوم نامنتطق را بطور کامل در تخمین عیب حذف نمود.

<sup>1</sup> Fictitious autonomous dynamical system

<sup>2</sup> Augmented system

$$\dot{e}_f = \dot{f} - \dot{\hat{f}} \quad (16)$$

تئوری 2: با در نظر گرفتن تئوری 1 و با در اختیار داشتن پارامترهای  $M \in \mathbb{R}^{n \times \sigma}$  اگر ماتریس های مثبت معین  $\alpha, \theta > 0$   $Q \in \mathbb{R}^{n \times \sigma}$  و  $G \in \mathbb{R}^{n \times \sigma}$  و مقارن  $P \in \mathbb{R}^{n \times \sigma}$  وجود داشته باشند، به نحوی که شروط (17) برقرار باشد:

$$\begin{bmatrix} PN + N^T P & -\frac{1}{\alpha} (N)^T P (TF_a) \\ * & -2\frac{1}{\alpha} e_f^T (TF_a)^T P (TF_a) + \frac{1}{\alpha \theta} G \end{bmatrix} < 0 \quad (17-الف)$$

$$(TF_a)^T P = M C_a \quad (17-ب)$$

آنگاه اگر قانون تطبیق برای تخمین عیب، به صورت رابطه (18) در نظر گرفته شود دینامیک خطای تخمین متغیرهای حالت و عیب به سمت یک مقدار محدودی همگرا خواهد بود.

$$\dot{\hat{f}} = \gamma M (\dot{r} + \alpha r) \quad (18)$$

$$r = y - C_a \hat{x}_a = C_a e_x = e_y \quad (19)$$

قانون تطبیق فوق شامل یک ترم تناسبی و یک ترم انتگرالی است. ترم انتگرالی کیفیت تخمین عیوب متغیر با زمان را افزایش می دهد.  $\gamma > 0$  ضریب یادگیری قانون تطبیق است که سرعت تخمین را تنظیم می کند. این قانون تطبیق به قانون تطبیق سریع مشهور است [40]. بدلیل اینکه تخمین عیب نسبت به ورودی نامعلوم هم مقاوم شده است میتوان عنوان قانون تخمین سریع مقاوم<sup>1</sup> را به آن اطلاق کرد.

قبل از ارائه اثبات تئوری 2 لمی ارائه می گردد که در روند اثبات مورد استفاده قرار می گیرد.

لم 1: برای مقدار اسکالر داده شده  $\theta > 0$  و ماتریس مثبت معین دلخواه  $G$ ، نامساوی زیر برقرار است [41]:

$$2x^T y \leq \frac{1}{\theta} (x^T G x) + \theta y^T G^{-1} y, \quad x, y \in \mathbb{R}^n$$

اثبات تئوری 2:

تابع لیاپانوف به فرم رابطه (20) در نظر گرفته می شود:

$$V = e_x^T P e_x + \frac{1}{\alpha} e_f^T \gamma^{-1} e_f \quad (20)$$

با استفاده از روابط (12) و (16)، مشتق تابع لیاپانوف معرفی شده در رابطه (20) نسبت به زمان به عبارت رابطه (21) تبدیل می شود:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \dot{e}_x^T P e_x + e_x^T P \dot{e}_x + 2\frac{1}{\alpha} e_f^T \gamma^{-1} \dot{e}_f = \\ &= e_x^T (PN + N^T P) e_x + 2e_x^T P (TF_a) e_f - \\ &= 2\frac{1}{\alpha} e_f^T M (\dot{r} + \alpha r) + 2\frac{1}{\alpha} e_f^T \gamma^{-1} \dot{f} \end{aligned} \quad (21)$$

با استفاده از رابطه (17-ب)، ترم  $-2\frac{1}{\alpha} e_f^T M (\dot{r} + \alpha r)$  می تواند دوباره به صورت رابطه (22) بازنویسی شود:

$$-2\frac{1}{\alpha} e_f^T M (\dot{r} + \alpha r) = -2\frac{1}{\alpha} e_f^T (TF_a)^T P (\dot{e}_x + \alpha e_x) \quad (22)$$

با جایگذاری روابط (22) و (12) در رابطه (21) رابطه (23) حاصل می شود:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \dot{e}_x^T (PN + N^T P) e_x - 2\frac{1}{\alpha} e_f^T (TF_a)^T P N e_x - \\ &= 2\frac{1}{\alpha} e_f^T (TF_a)^T P (TF_a) e_f + 2\frac{1}{\alpha} e_f^T \gamma^{-1} \dot{f} \end{aligned} \quad (23)$$

با استفاده از لم 1 برای ترم آخر رابطه (23) رابطه (24) برقرار است:

$$2\frac{1}{\alpha} e_f^T \gamma^{-1} \dot{f} \leq \frac{1}{\alpha \theta} e_f^T G e_f + \frac{\theta}{\alpha} f_1^2 \lambda_{\max} (\gamma^{-1} G^{-1} \gamma^{-1}) \quad (24)$$

با جایگذاری رابطه (24) در (23) می توان مشتق تابع لیاپانوف را به صورت رابطه (25) نوشت:

ماتریس های رابطه (8) عبارتند از:

$$x_a = [x \quad q_2] \in \mathbb{R}^{n+\sigma}, \quad A_a = \begin{bmatrix} A & E_2 W_2 \\ 0 & D_2 \end{bmatrix}$$

$$B_a = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}, \quad E_a = \begin{bmatrix} E_1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C_a = [C \quad 0]$$

بر اساس روش مشاهده گر ورودی نامعلوم، برای سیستم تکمیلی می توان مشاهده گیری طراحی نمود که اثر ورودی نامعلوم منطبق در آن کاملاً حذف گردد. دینامیک این مشاهده گر به این صورت می باشد:

$$\begin{aligned} \dot{z} &= Nz + TB_a u + Ky + TF_a \dot{f} \\ \hat{x}_a &= z + Hy \end{aligned} \quad (9)$$

که  $\hat{x}_a \in \mathbb{R}^{n+\sigma}$  بردار تخمین متغیرهای حالت سیستم تکمیلی است ( $\sigma$  تعداد متغیرهای مربوط به دینامیک ورودی نامعلوم نامنتطق) و  $z \in \mathbb{R}^{n+\sigma}$  بردار متغیرهای حالت مشاهده گر است.  $\hat{f} \in \mathbb{R}^l$  سیگنال عیب تخمینی است و  $N, T, K, H$  ماتریس های طراحی هستند که در ادامه نحوه طراحی آنها توضیح داده شده است.

تعریف 1: مشاهده گر معرفی شده در رابطه (9) یک مشاهده گر مقاوم تخمین عیب برای سیستم (5) است اگر خطای تخمین متغیرهای حالت  $(e_x = x_a - \hat{x}_a)$  و تخمین عیب  $(e_f = f - \hat{f})$  در حضور ورودی نامعلوم به صورت مجانبی به سمت صفر میل نماید.

با فرض معلوم بودن  $E_a$ ، دینامیک خطای تخمین متغیرهای حالت در رابطه (10) آورده شده است:

$$\begin{aligned} \dot{e}_x &= (A_a - HC_a A_a - K_1 C_a) e_x + \\ &= [-N + (A_a - HC_a A_a - K_1 C_a)] z + \\ &= [-K_2 + (A_a - HC_a A_a - K_1 C_a) H] y + \\ &= [-T + (I - HC_a)] B_a u + (-HC_a + I) E_a w_1 + \\ &= TF_a e_f \end{aligned} \quad (10)$$

نحوه استخراج رابطه (10) در پیوست توضیح داده شده است.

اگر روابط (11) ارضا شوند:

$$(HC_a - I) E_a = 0 \quad (11-الف)$$

$$T = (I - HC_a) \quad (11-ب)$$

$$N = (A_a - HC_a A_a - K_1 C_a) \quad (11-ج)$$

$$K_2 = NH \quad (11-د)$$

رابطه (12) خطای تخمین متغیرهای حالت است:

$$\dot{e}_x = N e_x + TF_a e_f \quad (12)$$

$$e_y = C_a e_x \quad (13)$$

اگر مقادیر ویژه ماتریس  $N$  پایدار باشد و  $f \rightarrow \hat{f}$  آنگاه:  $\hat{x}_a \rightarrow x_a$  مشاهده گر (9) یک مشاهده گر مقاوم برای سیستم (8) است اگر تمام شرایط (11-الف) تا (11-د) برقرار باشد. با توجه به برقراری رابطه  $\text{rank}(CE_1) = \text{rank}(E_1) = p_1$  مشخص است که رابطه  $\text{rank}(C_a E_a) = \text{rank}(E_a)$  هم برقرار است بنابراین یک جواب برای (11-الف) به صورت رابطه (14) خواهد بود:

$$H = E_a (C_a E_a)^+ \quad (14)$$

که:

$$(C_a E_a)^+ = [(C_a E_a)^T (C_a E_a)]^{-1} (C_a E_a) \quad (15)$$

تئوری 1: شرط لازم و کافی وجود مشاهده گر مقاوم ورودی نامعلوم برای سیستم (8) در ادامه معرفی شده است:

$$\text{rank}(C_a E_a) = \text{rank}(E_a) - 1$$

$$-2 \text{ روی ت پذیر بودن جفت } (C_a, A_a - HC_a A_a)$$

با فرض اینکه  $\| \dot{f} \| \leq f_1$  مشتق  $e_f$  در رابطه (16) آورده شده است:

<sup>1</sup> Robust Fast Adaptive Fault Estimation(RFAFE)

که  $\omega_m, \theta_m$  موقعیت زاویه‌ای و سرعت زاویه‌ای موتور و  $\omega_l, \theta_l$  موقعیت زاویه‌ای و سرعت زاویه‌ای لینک،  $J_m$  اینرسی موتور،  $J_l$  اینرسی لینک،  $k_t$  ضریب فنر پیچشی،  $B_r$  ضریب اصطکاک ویسکوز،  $k_f$  بهره تقویت کننده ورودی،  $m_p$  جرم نقطه‌ای،  $g$  شتاب گرانش زمین و  $h$  طول لینک است (شکل 1). در این مثال فرض می‌شود  $\theta_l, \omega_m, \theta_m$  اندازه‌گیری می‌شوند. بنابراین مدل فضای حالت در (32) بازنویسی شده است:

$$\dot{x} = Ax + Bu + Ff + \phi(x) + \Omega\zeta, \quad y = cx \quad (32)$$

ماتریس‌های رابطه (32) در ادامه نشان داده شده است:

$$x = \begin{bmatrix} \theta_m \\ \omega_m \\ \theta_l \\ \omega_l \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -48.6 & -1.25 & 48.6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1.95 & 0 & -1.95 & 0 \end{bmatrix}, B = F = \begin{bmatrix} 0 \\ 21.6 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \phi(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -3.33 \sin(\theta_l) \end{bmatrix}, \Omega = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

در رابطه (32) ترم  $\phi(x)$  شامل تابع غیرخطی و  $\zeta$  ناشی از عدم قطعیت‌های سیستم است. ترم غیرخطی می‌تواند به صورت ضرب یک ماتریس معین وزنی و بردار اغتشاش بیان شود ( $\phi(x) = \Lambda\omega_2$ ) بنابراین روش معرفی شده در این مقاله قابل اعمال بر روی این سیستم می‌باشد.

$$\Lambda = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -3.33 \end{bmatrix}, \quad \omega_2 = \sin(\theta_l) \quad (33)$$

بنابراین رابطه (31) را می‌توان به فرم جدید بازنویسی کرد:

$$\dot{x} = Ax + Bu + E\omega + Ff, \quad y = Cx \quad (34)$$

$$E = [\Omega \quad \Lambda], \quad \omega = \begin{bmatrix} \zeta \end{bmatrix} \quad (35)$$

به راحتی می‌توان نشان داد که  $\text{rank}(CE) \neq \text{rank}(E)$  در این مثال.  $\text{rank}(C\Omega) = \text{rank}(\Omega) = 1$  شرایط تئوری 1 برای این مثال برقرار است. ورودی نامعلوم نامنتطق  $\omega_2$  در این مثال یک تابع سینوسی است، ماتریس‌های  $W_2, D_2$  با توجه به ترم غیرخطی به صورت رابطه (36) معرفی می‌شود:

$$D_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\gamma^2 & 0 \end{bmatrix}, \quad W_2 = [1 \quad 0] \quad (36)$$

که در این مثال  $\gamma = 2\pi$  است. هم چنین سیگنال عیب را به دو صورت متغیر و ثابت با زمان  $f = 1.2$  و  $f = 1.2 + 0.8\sin(\pi t)$  در نظر گرفته که در فاصله زمانی 5 تا 7 ثانیه اتفاق می‌افتد. عدم قطعیت سیستم هم به صورت  $\zeta = 0.5\sin(6\pi t)$  در تمام زمان‌ها در سیستم حضور دارد.

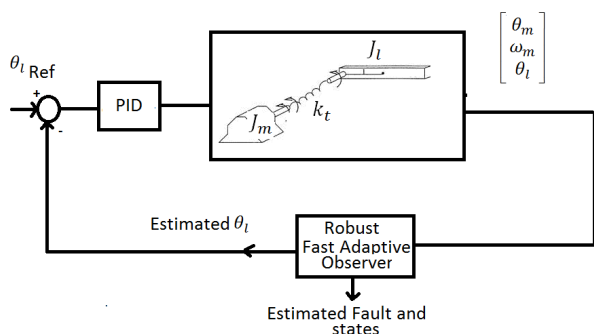


Fig. 1 System, controller loop block diagram

شکل 1 بلوک دیاگرامی سیستم و حلقه کنترلی

$$\dot{V} \leq \varphi^T \Xi \varphi + \Delta \quad (25)$$

که:

$$\varphi = \begin{bmatrix} e^x \\ e^f \end{bmatrix}, \quad \Delta = \frac{\theta}{\alpha} f_1^2 \lambda_{\max}(\gamma^{-1} G^{-1} \gamma^{-1})$$

$$\Xi = \begin{bmatrix} PN + N^T P & \frac{-1}{\alpha} (N)^T P (TF_a) \\ * & -2 \frac{1}{\alpha} e_f^T (TF_a)^T P (TF_a) + \frac{1}{\alpha \theta} G \end{bmatrix}$$

ماتریس  $(TF_a)$  یک ماتریس ستونی با مرتبه کامل است. اگر  $\Xi < 0$

بوده می‌توان نوشت:  $\varepsilon = \lambda_{\min}(-\Xi)$  و سپس رابطه (26) حاصل می‌شود:

$$\dot{V} \leq \varepsilon \|\varphi\|^2 + \Delta \quad (26)$$

اگر رابطه (27) برقرار باشد:

$$\Delta < \varepsilon \|\varphi\|^2 \quad (27)$$

آنگاه رابطه (28) برقرار خواهد بود:

$$\dot{V} \leq 0 \quad (28)$$

بر اساس تئوری پایداری لیاپانوف، روابط (26-28) نشان می‌دهد که خطای تخمین متغیرهای حالت و عیب به سمت یک مقدار محدود همگرا خواهد بود. هم‌چنین اگر فرض ثابت بودن عیب برقرار باشد، تعریف 1 برای مشاهده گر طراحی شده برقرار خواهد بود.

تذکره 1: اگرچه رابطه (17-الف) به سادگی توسط جعبه ابزار ال-ام-آی، موجود در نرم‌افزارهای استاندارد نظیر متلب<sup>1</sup> قابل حل است، اما حل همزمان (17-الف) و (17-ب) بسیار دشوار است. می‌توان قید تساوی در رابطه (17-ب) را به یک قید نامساوی تبدیل نمود [42].

$$\begin{bmatrix} -\beta I & (TF_a)^T P - MC_a \\ * & -\beta I \end{bmatrix} < 0 \quad (29)$$

در رابطه (29) پارامتر  $\beta > 0$  پارامتر طراحی است. طراحی مشاهده گر با اثبات پایداری به پایان رسید.

در انتها مراحل طراحی مشاهده گر تطبیقی مقاوم سریع برای یک سیستم خطی با ورودی نامعلوم نامنتطق به صورت مرحله به مرحله آورده شده است:

- 1- تبدیل ورودی نامعلوم نامنتطق اولیه به دو ورودی نامعلوم منطبق و نامنتطق (روابط 4 و 5)
- 2- استخراج دینامیک برای ورودی نامعلوم نامنتطق جدید (رابطه 7)
- 3- اضافه کردن دینامیک ورودی نامعلوم نامنتطق به دینامیک سیستم اصلی (رابطه 8)
- 4- طراحی مشاهده گر ورودی نامعلوم برای سیستم تکمیلی (روابط 11)
- 5- طراحی قانون تطبیق برای تخمین عیب (رابطه 18)

#### 4- شبیه‌سازی عددی

در این بخش یک ربات تک لینکی با مفصل انعطاف‌پذیر در نظر گرفته شده تا الگوریتم پیشنهادی برای تخمین عیب در بخش قبل، بر روی آن پیاده‌سازی شود. مدل بکار رفته در [29] در این مقاله مورد بررسی قرار می‌گیرد. مدل نامی یک تک لینکی انعطاف‌پذیر با مفصل لولایی که توسط یک موتور DC تحریک می‌شود (رابطه 31):

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_m &= \omega_m \\ \dot{\omega}_m &= \frac{k_t}{J_m} (\theta_l - \theta_m) - \frac{B_r}{J_m} \omega_m + \frac{k_f}{J_m} u \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_l &= \omega_l \\ \dot{\omega}_l &= -\frac{k_t}{J_l} (\theta_l - \theta_m) - \frac{m_p g h}{J_l} \sin(\theta_l) \end{aligned} \quad (31)$$

<sup>1</sup> MATLAB

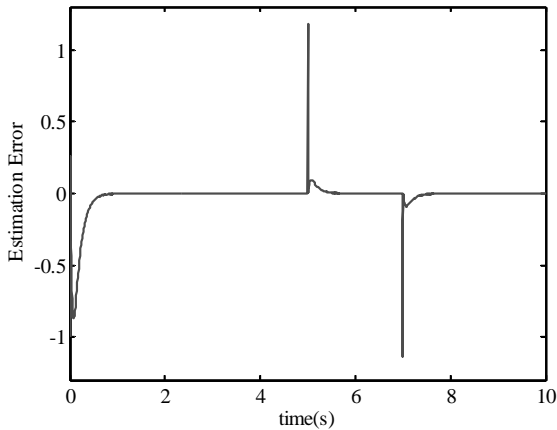


Fig. 3 Constant fault estimation error

شکل 3 خطای تخمین عیب ثابت با استفاده از الگوریتم پیشنهادی

### 5- بحث و نتیجه‌گیری

در این مقاله روش جبری برای تخمین (بازسازی) عیب با وجود ورودی

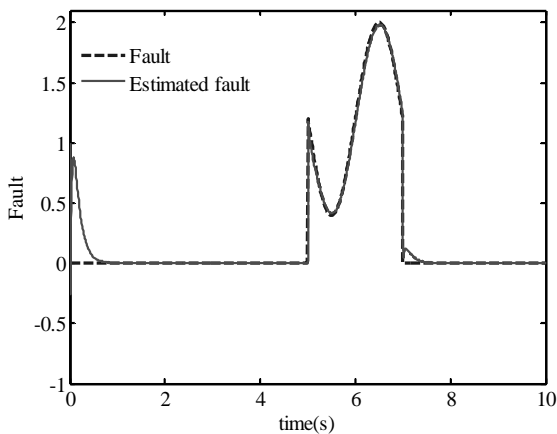


Fig. 4 Time varying fault signal, estimated fault signal

شکل 4 سیگنال عیب متغیر با زمان و سیگنال تخمین عیب با استفاده از الگوریتم پیشنهادی

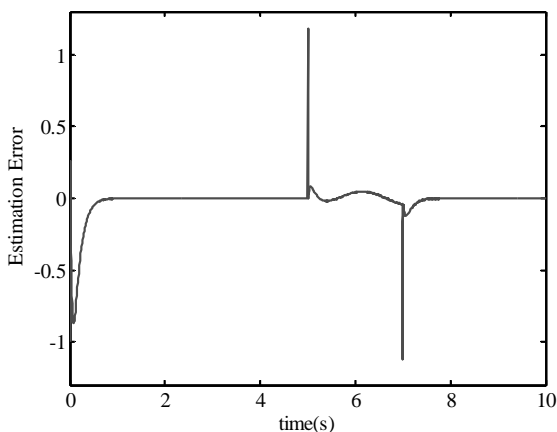


Fig. 5 Time varying fault estimation error

شکل 5 خطای تخمین عیب متغیر با زمان

شبه‌سازی در شرایط اولیه  $x(0) = [0 \ 0 \ 0 \ 0]$  برای سیستم و شرایط اولیه  $\hat{x}(0) = [0.2 \ 0.3 \ 0.4 \ 0.1]$  برای مشاهده‌گر انجام شده است. همچنین مقدار تخمینی اولیه برای عیب برابر با 1 در نظر گرفته شده است. برای سیستم یک کنترلر PID طراحی شده تا بخوبی کیفیت کنترلی را برآورده سازد. قطب‌های سیستم تکمیلی (سیستم اصلی بعلاوه دینامیک ورودی نامعلوم نامنتطق) در موقعیت‌های  $p$  قرار دارد.

$p =$

$$[-0.62 + 6.95i \ -0.62 - 6.95i \ 0 \ -0.005 \ 6.28i \ -6.28i]$$

بهره‌ی مشاهده‌گر ورودی نامعلوم برای سیستم تکمیلی طوری طراحی شده که قطب‌های ماتریس در رابطه (12) در موقعیت دلخواه جدید  $\hat{p}$  قرار بگیرند.

$$\hat{p} = [-2 + 8i \ -2 - 8i \ -4 + 9i \ -4 - 9i \ -5 + 5i \ -5 + 5i]$$

با توجه به مشاهده‌پذیر بودن  $(C_a, A_a - HC_a A_a)$  می‌توان از روش‌هایی مانند جایابی قطب‌ها استفاده کرده و ماتریس  $K_I$  را برای موقعیت جدید قطب‌ها بدست آورد. با توجه به اینکه برای مثال کنونی هیچ کیفیتی برای تخمین مدنظر نبوده، محل قطب‌ها بطور دلخواه و با فاصله مناسب نسبت به محور موهومی انتخاب شده است. بدیهی است که هرچقدر قطب‌ها نزدیک محور موهومی انتخاب شوند تخمین متغیرهای حالت با سرعت و فراجاهش کمتری اتفاق می‌افتد. در شکل‌های 2 تا 5 نحوه تخمین سیگنال عیب با مشاهده‌گر طراحی شده به نمایش درآمده است.

تخمین عیب برای هر دو حالت ثابت و متغیر با زمان با سرعت و با دقت خوبی اتفاق افتاده است. خطای تخمین در لحظات اولیه بدلیل خطا در شرایط اولیه سیستم و مشاهده‌گر می‌باشد. این خطای اولیه در تخمین، به سرعت مستهلک می‌گردد. با مقایسه دو حالت فوق مشخص است که برای حالت عیب ثابت با زمان، خطای تخمین عیب به سمت صفر همگرا شده ولی برای حالت عیب متغیر با زمان، همگرایی به یک ناحیه محدود اتفاق افتاده است (شکل 5)؛ که این موضوع در قسمت اثبات تئوری پیش‌بینی شده بود. بدیهی است که با قراردادی قطب‌های جدید بر اساس معیارهای کیفی احتمالی می‌توان به کیفیت مورد نظر دست یافت. با تغییر ضریب یادگیری قانون تطبیق می‌توان سرعت تخمین عیب مخصوصاً در عیوب متغیر با زمان را تنظیم کرد. فراجاهش اولیه در هنگام وقوع عیب در نتایج شبه‌سازی بدلیل تغییر بزرگ در سیگنال عیب در زمان وقوع عیب است که با تنظیم درست ضریب یادگیری قانون تطبیق به سرعت مستهلک می‌گردد.

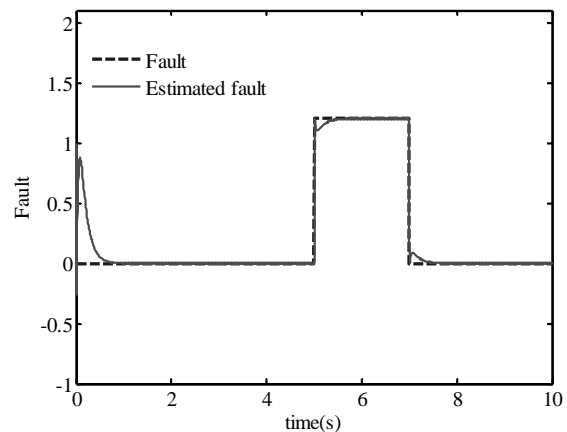


Fig. 2 Constant fault signal, estimated fault signal

شکل 2 سیگنال عیب ثابت و سیگنال تخمین عیب با استفاده از الگوریتم پیشنهادی

نامعلوم نامنتطق برای یک سیستم خطی ارائه شد که نیازی به تشکیل و یا تخمین خروجی کمکی ندارد.

خروجی کمکی معمولاً با مشتق‌گیری از خروجی سیستم بدست می‌آید که طبیعتاً با وجود نویز در خروجی، همراه با مشکلات فراوان است. برای غلبه بر شرط تطابق، ورودی نامعلوم به دو قسمت منطبق و نامنتطق تقسیم شده و فرض شده برای ورودی نامعلوم نامنتطق یک مدل دینامیک یقینی وجود دارد. سیستم جدیدی با اضافه کردن دینامیک ورودی نامنتطق به دینامیک اصلی سیستم شکل داده شده که تنها دارای ورودی نامعلوم منطبق است. برای سیستم جدید با استفاده از استراتژی حذف کامل اثر ورودی نامعلوم در مشاهده‌گرها و قانون تطبیق سریع برای تخمین عیب یک مشاهده‌گر مرتبه کامل طراحی شد که هم قادر به تخمین تمام متغیرهای حالت سیستم و هم قادر به تخمین عیب متغیر با زمان است. برای اینکه مفید بودن روش مذکور نشان داده شود یک مثال عددی در انتهای مقاله ارائه شد. نتایج نشان می‌دهد که سیگنال عیب بدون تأثیرپذیری از ورودی نامعلوم نامنتطق به‌صورت کامل تخمین زده شده است. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت روش ارائه شده برای یک سیستم خطی که شرایط تئوری 1 را ارضا نماید قابل اجرا می‌باشد.

## 6- پیوست

در این قسمت نحوه استخراج رابطه (10) توضیح داده شده است.

بر اساس تعریف خطای تخمین بازنویسی شده است:

$$e_x = x_a - \hat{x}_a \quad (1-پ)$$

بنابراین مشتق خطای تخمین حاصل می‌شود:

$$\dot{e}_x = \dot{x}_a - \dot{\hat{x}}_a \quad (2-پ)$$

از رابطه (9) می‌توان نوشت:

$$\dot{\hat{x}}_a = \dot{z} + H\dot{y} = Nz + TB_a u + Ky + TF_a \hat{f} + HC_a \dot{x}_a \quad (3-پ)$$

با جایگذاری رابطه فوق و رابطه (8) در رابطه دینامیک خطای تخمین:

$$\begin{aligned} \dot{e}_x &= \dot{x}_a - (Nz + TB_a u + Ky + TF_a \hat{f} + HC_a \dot{x}_a) \\ &= (I - HC_a) \dot{x}_a - (Nz + TB_a u + Ky + TF_a \hat{f}) \\ &= (I - HC_a)(A_a x_a + B_a u + E_a w_1 + F_a f) - \\ &\quad - (Nz + TB_a u + Ky + TF_a \hat{f}) \end{aligned} \quad (4-پ)$$

رابطه فوق با حذف  $x_a$  بازنویسی شده است:

$$\dot{e}_x = (I - HC_a)(A_a(e_x + \hat{x}_a) + B_a u + E_a w_1 + F_a f) - (Nz + TB_a u + Ky + TF_a \hat{f}) \quad (5-پ)$$

و به جای  $\hat{x}_a$  برحسب  $z$  جایگذاری شده است:

$$\dot{e}_x = (I - HC_a)(A_a(e_x + z + Hy) + B_a u + E_a w_1 + F_a f) - (Nz + TB_a u + Ky + TF_a \hat{f}) \quad (6-پ)$$

ضریب بهره  $K$  را می‌توان به‌صورت  $K = K_1 + K_2$  در نظر گرفت و دینامیک خطا را بازنویسی نمود:

$$\dot{e}_x = (I - HC_a)(A_a(e_x + z + Hy) + B_a u + E_a w_1 + F_a f) - (Nz + TB_a u + (K_1 + K_2)y + TF_a \hat{f}) \quad (7-پ)$$

حال به جای عبارت  $K_1 y$  از عبارت معادل آن یعنی:

$$K_1 y = K_1 C_a x_a = K_1 C_a (e_x + z + Hy) \quad (8-پ)$$

جایگذاری شده است. بنابراین با فرض اینکه

$$T = (I - HC_a) \quad (9-پ)$$

دینامیک خطا به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} \dot{e}_x &= (A_a - HC_a A_a - K_1 C_a) e_x \\ &\quad + [-N + (A_a - HC_a A_a - K_1 C_a)] z \\ &\quad + [-K_2 + (A_a - HC_a A_a - K_1 C_a) H] y \\ &\quad + [-T + (I - HC_a)] B_a u + (-HC_a + I) E_a w_1 \\ &\quad + TF_a e_f \end{aligned} \quad (9-پ)$$

که همان رابطه (10) می‌باشد.

## 7- مراجع

- [1] J. Chen, R. J. Patton, *Robust model-based fault diagnosis for dynamic systems*, pp. 72-80, Boston: Kluwer Academic Publishers, 1999.
- [2] M. Blanke, M. Kinnaert, *Diagnosis and fault-tolerant control*, pp. 7-50, Berlin: Springer, 2006.
- [3] J. J. Gertler, Survey of model-based failure detection and isolation in complex plants, *IEEE Control Systems Magazine*, Vol. 8, No. 6, pp. 3-11, 1988.
- [4] R. Isermann, Model-based fault-detection and diagnosis-status and applications, *Annual Reviews in Control*, Vol. 29, No. 1, pp. 71-85, 2005.
- [5] P. M. Frank, X. Ding, Survey of robust residual generation and evaluation methods in observer-based fault detection systems, *Journal of Process Control*, Vol. 7, No. 6, pp. 403-424, 1997.
- [6] X. D. Steven, *Model-Based Fault Diagnosis Techniques*, pp. 10-55, London: Springer 2013.
- [7] M. M. Polycarpou, Fault accommodation of a class of multivariable nonlinear dynamical systems using a learning approach, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 46, No. 5, pp. 736-742, 2001.
- [8] J. Bin, M. Staroswiecki, V. Cocquempot, Fault accommodation for nonlinear dynamic systems, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 51, No. 9, pp. 1578-1583, 2006.
- [9] W. Chen, M. Saif, Adaptive actuator fault detection, isolation and accommodation in uncertain systems, *International Journal of Control*, Vol. 80, No. 1, pp. 45-63, 2007.
- [10] C. Edwards, S. K. Spurgeon, R. J. Patton, Sliding mode observers for fault detection and isolation, *Automatica*, Vol. 36, No. 4, pp. 541-553, 2000.
- [11] Z. Xiaodong, M. M. Polycarpou, T. Parisini, A robust detection and isolation scheme for abrupt and incipient faults in nonlinear systems, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 47, No. 4, pp. 576-593, 2002.
- [12] S. h. Wang, E. Wang, P. Dorato, Observing the states of systems with unmeasurable disturbances, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 20, No. 1, pp. 716-717, 1975.
- [13] F. Yang, R. W. Wilde, Observers for linear systems with unknown inputs, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 33, No. 7, pp. 677-681, 1988.
- [14] M. Hou, P. C. Müller, Fault detection and isolation observers, *International Journal of Control*, Vol. 60, No. 5, pp. 827-846, 1994.
- [15] L. C. Shen, P. L. Hsu, Robust Design of Fault Isolation Observers, *Automatica*, Vol. 34, No. 11, pp. 1421-1429, 1998.
- [16] C. Weitian, M. Saif, Fault detection and isolation based on novel unknown input observer design, *American Control Conference*, IEEE, pp. 6-10, 2006.
- [17] K. Y. Lum, J. Xu, L. Xie, A. P. Loh, A novel UIO-based approach for fault detection and isolation in finite frequency domain, in *IEEE International Conference on Control and Automation*, IEEE, pp. 471-476, 2009.
- [18] T. G. Park, Estimation strategies for fault isolation of linear systems with disturbances, *IET Control Theory & Applications*, Vol. 4, No. 4, pp. 2781-2792, 2010.
- [19] L. Fridman, A. Levant, J. Davila, Observation of linear systems with unknown inputs via high-order sliding-modes, *International Journal of Systems Science*, Vol. 38, No. 10, pp. 773-791, 2007.
- [20] E. A. Bagherpour, M. R. Hairiz Yazdi, M. Mahjoub, Residual generation in linear systems with unmatched uncertainties for fault detection problems, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 1, pp. 191-198, 2014. (in Persian)
- [21] T. Floquet, C. Edwards, S. K. Spurgeon, On Sliding Mode Observers for Systems with Unknown Inputs, *International Workshop on Variable Structure Systems*, VSS'06, pp. 214-219, 2006.
- [22] F. J. Bejarano, A. Poznyak, L. Fridman, Observer for Linear Time Invariant Systems with Unknown Inputs based on the Hierarchical Super-Twisting Concept, *International Workshop on Variable Structure Systems*, IEEE, pp. 208-213, 2006.
- [23] W. Chen, M. Saif, Actuator fault diagnosis for uncertain linear systems using a high-order sliding-mode robust differentiator (HOSMRD), *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, Vol. 18, No. 4-5, pp. 413-426, 2008.
- [24] Y. Xiong, M. Saif, Sliding-mode observer for uncertain systems. I Linear systems case, in *Decision and Control, Proceedings of the 39th IEEE Conference on*, Australia: IEEE, pp. 316-321, 2000.
- [25] A. Levant, Robust exact differentiation via sliding mode technique, *Automatica*, Vol. 34, No. 3, pp. 379-384, 1998.
- [26] T. G. Park, D. Kim, Design of unknown input observers for linear systems with unmatched unknown inputs, *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, Vol. 36, No. 3, pp. 399-410, 2013.
- [27] E. A. Bagherpour, M. R. Hairiz Yazdi, M. J. Mahjoub, Residual generation with unknown input observer for linear systems in the presence of unmatched uncertainties, *Journal of Mechanical Science and Technology*, Vol. 28, No. 12, pp. 5159-5167, 2014.
- [28] A. E. Bagherpour, M. R. Hairiz Yazdi, M. J. Mahjoub, Unknown input observer for sensor fault detection in linear systems with unmatched uncertainties, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 1, pp. 292-300, 2015. (in Persian)
- [29] T. G. Park, Designing fault detection observers for linear systems with

- Badreddin, Distributed observers for pose estimation in the presence of inertial sensory soft faults, *ISA Transactions*, Vol. 53, No. 4, pp. 1307-1319, 2014.
- [37] F. Shi, R. J. Patton, Simultaneous state and fault estimation for descriptor systems using an augmented PD observer, *IFAC Proceedings Volumes*, Vol. 47, No. 3, pp. 8006-8011, 2014.
- [38] Z. Wang, R. S. Schittenhelm, S. Rinderknecht, Augmented observer for fault detection and isolation (FDI) in rotor systems, *Proceedings of the World Congress on Engineering and Computer Science (WCECS'12)*, China: IEEE, pp. 8482-8487, 2012.
- [39] Z. Wang, R. S. Schittenhelm, M. Borsdorf, S. Rinderknecht, Application of augmented observer for fault diagnosis in rotor systems, *Engineering Letters*, Vol. 21, No. 1, pp. 10-17, 2013.
- [40] K. Zhang, B. Jiang, V. Cocquemot, Adaptive Observer-based Fast Fault Estimation, *International Journal of Control, Automation, and Systems*, Vol. 6, No. 40, pp. 320-326, 2008.
- [41] B. Jiang, J. L. Wang, Y. C. Soh, An adaptive technique for robust diagnosis of faults with independent effects on system outputs, *International Journal of Control*, Vol. 75, No. 11, pp. 792-802, 2002.
- [42] M. Corless, J. A. Y. Tu, State and Input Estimation for a Class of Uncertain Systems, *Automatica*, Vol. 34, No. 6, pp. 757-764, 1998.
- mismatched unknown inputs, *Journal of Process Control*, Vol. 23, No. 8, pp. 1185-1196, 2013.
- [30] Z. Gao, X. Liu, M. Z. Q. Chen, Unknown input observer-based robust fault estimation for systems corrupted by partially decoupled disturbances, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Vol. 63, pp. 2537-2547, 2016.
- [31] P. Albertos, A. Sala, *Multivariable Control Systems: An Engineering Approach*, pp. 100-123, London: Springer, 2004.
- [32] A. Isidori, *Nonlinear Control Systems*: pp. 110-133, London: Springer, 1995.
- [33] R. J. Patton, S. Klinkhieo, Actuator fault estimation and compensation based on an augmented state observer approach, *In Decision and Control, 2009 held jointly with the 2009 28th Chinese Control Conference*, China: IEEE, pp. 8482-8487, 2009.
- [34] N. Sadeghzadeh-Nokhodberiz, J. Poshtan, Z. Shahrokhi, Particle filtering based gyroscope fault and attitude estimation with uncertain dynamics fusing camera information, *Conference on Electrical Engineering (ICEE)*, Iran: IEEE, pp. 1221-1226, 2014.
- [35] H. Khaloozadeh, A. Karsaz, Modified input estimation technique for tracking manoeuvring targets, *IET Radar, Sonar & Navigation*, Vol. 3, No. 1, pp. 30-41, 2009.
- [36] N. Sadeghzadeh-Nokhodberiz, J. Poshtan, A. Wagner, E. Nordheimer, E.