



# اثر میدان مغناطیسی بر رفتار حباب در جریان دوفازی با استفاده از روش لولست

امین حدیدی<sup>۱</sup>، محمدرضا انصاری<sup>۲\*</sup>

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

۲- دانشیار مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

\* تهران، صندوق پستی ۱۴۳-۱۴۱۱۵، mra\_1330@modares.ac.ir

**چکیده-** در مقاله حاضر، رفتار یک حباب در سیال لزج دی الکتریک تحت اثر میدان مغناطیسی یکنواخت در جریان دوفازی با استفاده از روش لولست به صورت دوبعدی مدل سازی شده است. جریان دوفازی حبابی آرام و همگن فرض شده و تغییر شکل حباب، بر اثر نیروی غوطه وری و نیز نیروی مغناطیسی ناشی از میدان مغناطیسی خارجی اعمال شده، مورد بررسی قرار گرفته است. برای حل مسئله یک کد کامپیوتری نوشته شده که شامل بخش های حل میدان جریان، مرز مشترک دو فاز و میدان مغناطیسی می باشد. در این تحقیق، شبیه سازی عددی میدان جریان دوفازی و حل میدان سرعت از طریق روش حجم محدود و با استفاده از الگوریتم سیمپل صورت گرفته است. استفاده از این الگوریتم امکان محاسبه پارامتر مهم فشار را میسر می سازد که در تحقیقات قبلی به دلیل پیچیدگی جریان دوفازی حذف شده است. برای حل معادله میدان مغناطیسی نیز از روش تفاضل محدود استفاده شده است. تعقیب سطح مشترک بین دو فاز در هر لحظه نیز با استفاده از الگوریتم لولست صورت می گیرد. نتایج تحقیق حاضر با داده های تجربی و نتایج عددی محققان قبلی توافق خوبی دارد. نتایج نشان می دهد که میدان مغناطیسی می تواند شکل، اندازه، سرعت و محل تشکیل حباب را تحت تاثیر قرار داده و کنترل کند.

**کلیدواژگان:** میدان مغناطیسی یکنواخت، حباب، جریان دوفازی، تراوایی مغناطیسی، سیالات دی الکتریک

## Magnetic field effects on a bubble behavior in two-phase flow by using a Level Set method

A. Hadidi<sup>1</sup>, M. R. Ansari<sup>2\*</sup>

1- MSC Student of Mech. Eng., Tarbiat Modares Univ., Tehran, Iran

2- Assoc. Prof. of Mech. Eng., Tarbiat Modares Univ., Tehran, Iran

\*P.O.B. 14115-143 Tehran, mra\_1330@modares.ac.ir

**Abstract-** In this study, a single bubble behavior in dielectric viscous fluid under the uniform magnetic field has been simulated numerically by using a level set method in two-phase bubbly flow. The two-phase bubbly flow considered to be laminar and homogenous. Deformation of the bubble was considered due to buoyancy and magnetic forces induced from the external applied magnetic field. A computer code was developed to solve the problem with flow field, interface of two-phases, and the magnetic field. The Finite Volume method was applied using SIMPLE algorithm to differentiate the governing equations. Using this algorithm enables us to calculate the pressure parameter which was eliminated by previous researchers due to complexity of the two-phase flow. The Finite Difference method was used to solve the magnetic field equation. The results outlined in the present study well agree with the existing experimental data and numerical results. The results show that the magnetic field affects and controls the shape, size, velocity and location of the bubble.

**Keywords:** Uniform Magnetic Field, Bubble, Two-Phase Flow, Magnetic Permeability, Dielectric Fluids

## ۱- مقدمه

جریان‌های دوفازی تحت اثر میدان‌های خارجی نظیر میدان‌های الکتریکی و میدان‌های مغناطیسی در کاربردهای پیچیده و مدرن مهندسی حائز اهمیت می‌باشند. جریان دوفازی در حضور یک میدان مغناطیسی یک مسئله پیچیده چندفیزیکی<sup>۱</sup> می‌باشد و تلاش‌های زیادی برای استفاده از روش‌های محاسباتی برای مطالعه این مسئله صورت گرفته است.

اگر دو سیال غیرقابل اختلاط با تراوایی‌های مغناطیسی<sup>۲</sup> متفاوت، نظیر هوا و فروسیال<sup>۳</sup> در معرض یک میدان مغناطیسی قرار گیرند، میدان مغناطیسی دچار تغییر شکل می‌شود. به دلیل تغییر در تراوایی مغناطیسی، یک نیروی محرکه اضافی به سیال اثر می‌کند. به این دلیل، میدان‌های مغناطیسی در بسیاری از کاربردهای ترموسیال<sup>۴</sup> نظیر کنترل جریان و افزایش نرخ انتقال حرارت مورد استفاده قرار می‌گیرند [۱-۲]. در فرایندهای متالورژیکی، حباب‌های گاز جهت به حرکت درآوردن مایع، همگن کردن خواص شیمیایی و فیزیکی مذاب یا برای پالایش آن به داخل توده فلز مذاب تزریق می‌شود. برای چنین جریان‌های دوفازی فلز-مذاب-گاز، میدان‌های مغناطیسی خارجی امکان کنترل حرکت حباب به صورت غیرتماسی<sup>۵</sup> را فراهم می‌آورد [۳-۴]. از جمله کاربردهای جدید و حساس جریان‌های دوفازی حبابی تحت اثر میدان مغناطیسی، می‌توان سیستم خنک‌کاری توکامک<sup>۶</sup> رآکتورهای گداخت هسته‌ای را نام برد [۵-۶]. در رآکتورهای گداخت هسته‌ای، پلاسما به شدت گرم با استفاده از میدان مغناطیسی بسیار قوی از مرتبه ۱۰ تسلا که توسط کویل‌های مغناطیسی ابر رسانا تولید می‌شود از دیوارهای رآکتور دور نگه‌داشته می‌شود. لایه‌ای از جریان فلز مذاب بین رآکتور و کویل‌ها وجود دارد که گرما را از رآکتور دفع می‌کند. با این حال میدان مغناطیسی اعمال شده به قدری قوی است که آشفستگی جریان را تعدیل می‌کند که این امر سبب کاهش شدید نرخ انتقال حرارت می‌شود [۷-۸]. به منظور کاهش اثر میدان مغناطیسی بر نرخ انتقال حرارت سیال خنک‌کننده، گاز به سیال خنک‌کاری تزریق می‌شود تا اثر

خالص میدان مغناطیسی بر جریان سیال فوق کاهش پیدا کند که در این حالت رفتار حباب تحت اثر میدان مغناطیسی در سیال یک موضوع مهم می‌باشد [۹-۱۰].

در بحث مگنتوهیدرودینامیک<sup>۷</sup>، بسته به نوع میدان مغناطیسی اعمال شده و نیز خواص سیالات، می‌توان انواع مختلفی از جریان‌های دوفازی حبابی را تحت اثر میدان مغناطیسی داشت. محققان مختلف حالت‌های مختلف میدان مغناطیسی و جریان دوفازی را مطالعه کرده‌اند که در این بخش برخی از آن‌ها مرور می‌شود. ایشیموتو و همکاران [۱۱]، اثر میدان مغناطیسی غیریکنواخت را بر رفتار حباب در سیال مغناطیسی به صورت تجربی مطالعه کردند. این محققان بیان داشته‌اند که ملاحظه رفتار حباب در چنین مسائلی در بسیاری از کاربردهای مهندسی از جمله سیستم‌های تبدیل انرژی مدرن بسیار مهم است، ولی مشاهده حباب در چنین جریان‌هایی به شدت دشوار می‌باشد که یکی از مشکلات مطالعه تجربی این مسائل است. ناکاتسوکا و همکاران [۱۲] اثر میدان مغناطیسی یکنواخت را بر حباب هوا و بخار در سیال مغناطیسی به صورت تجربی مطالعه کردند. این محققان اظهار کرده‌اند که اعمال میدان مغناطیسی به جریان حبابی لوله‌های گرمایی<sup>۸</sup> سبب افزایش نرخ انتقال حرارت شده و امکان کنترل آن را فراهم می‌کند. با این وجود بیان داشته‌اند که این تحقیقات در مراحل ابتدایی قرار دارد که گام اول در این زمینه مشاهده حباب‌های هوا و بخار در مایع تحت اثر میدان مغناطیسی است که این امر دشوار می‌باشد. این محققان برای ملاحظه حباب در تحقیق خود از روش پرتوهای X استفاده کرده‌اند که این روش به دلیل مخاطراتی که برای سلامتی انسان دارد به طور گسترده نمی‌تواند مورد استفاده قرار بگیرد. تاگاوا [۱۳] اثر میدان مغناطیسی غیریکنواخت را به صعود حباب هوا در آب و نیز اثر میدان مغناطیسی یکنواخت را بر سقوط قطره فلز مذاب به لایه فلز به صورت عددی مطالعه کرده است.

انواع جریان‌های دوفازی تحت اثر میدان مغناطیسی که در بالا ذکر شد توسط محققان مختلف به صورت عددی و تجربی مطالعه شده است. با این حال، اثر میدان مغناطیسی یکنواخت بر حرکت حباب در سیال دی‌الکتریک مورد توجه محققان قرار نگرفته است که علت این امر می‌تواند تصور نادرست عدم تاثیر

1. Multiphysics
2. Magnetic permeability
3. Ferrofluid
4. Thermo-fluid
5. Contactless control
6. TOKAMAK

7. Magnetohydrodynamics

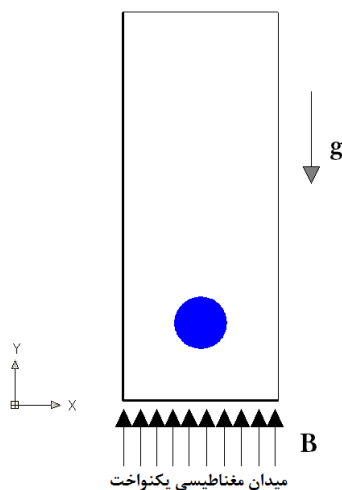
8. Heat pipe

تفاضل محدود استفاده شده است. از طرف دیگر تعقیب مرز مشترک بین دو فاز در هر لحظه با استفاده از روش لولست صورت می‌گیرد.

نتایج تحقیق حاضر نشان می‌دهد که میدان مغناطیسی اعمال شده شکل، دینامیک و سرعت صعود حباب را تحت اثر قرار می‌دهد و از این طریق می‌تواند مشخصات جریان دوفازی حبابی را کنترل کند.

## ۲- توصیف مسئله

هدف از این تحقیق مدل‌سازی حرکت صعودی حباب در یک سیال لزج دی‌الکتریک بر اثر نیروی غوطه‌وری و تحت اثر میدان مغناطیسی یکنواخت می‌باشد. در انجام این مدل‌سازی هر دو سیال مایع و هوا تراکم‌ناپذیر فرض می‌شود. سیالات مورد بررسی در این تحقیق دی‌الکتریک‌اند و تراوایی مغناطیسی حباب، برابر تراوایی مغناطیسی هوا و تراوایی مغناطیسی سیال اطراف، دو برابر تراوایی هوا در نظر گرفته شده است. شکل اولیه حباب کروی فرض شده و در لحظه اول در حالت سکون قرار دارد. کانال عمودی مستطیل‌شکل، که در آن یک حباب در درون یک سیال مایع قرار دارد، به‌عنوان هندسه مسئله در نظر گرفته می‌شود. شماتیک هندسه مسئله در شکل ۱ نمایش داده شده است.



شکل ۱ هندسه شماتیک مسئله

برای اینکه بتوان از اثرات دیواره بر روی حرکت حباب صرف‌نظر کرد، بایستی فاصله مرکز حباب تا هر یک از دیوارها حداقل سه برابر شعاع حباب باشد [۱۴]. از این‌رو اندازه مقطع

میدان مغناطیسی یکنواخت بر جریان‌های دوفازی با سیالات دی‌الکتریک و غیرمغناطیسی باشد. در سال ۲۰۱۰ کی [۱] نشان داد که به مرز مشترک جریان‌های دوفازی سیالات دی‌الکتریک تحت اثر میدان مغناطیسی نیرو وارد می‌شود و معادلات حاکم بر جریان‌های دوفازی با سیالات دی‌الکتریک تحت اثر میدان مغناطیسی یکنواخت را استخراج و ارائه کرد. در تحقیق حاضر معادلات ارائه‌شده توسط کی، که به طور کلی برای جریان‌های دوفازی ارائه شده است، برای مطالعه جریان حبابی مورد استفاده قرار گرفته است. از این رو هدف از تحقیق حاضر مطالعه عددی رفتار حباب در جریان دوفازی حبابی سیالات دی‌الکتریک تحت اثر میدان مغناطیسی یکنواخت با استفاده از روش لولست<sup>۱</sup> می‌باشد که تاکنون مورد مطالعه قرار نگرفته است. گذشته از این، مطالعه تجربی جریان‌های دوفازی تحت اثر میدان مغناطیسی، همان‌گونه که در مرور ادبیات فن به طور کامل تشریح شد، به دلیل مشکل بودن ملاحظه رفتار حباب و نیز سخت بودن برقراری میدان‌های مغناطیسی با قدرت بالا و مضر بودن شدید آن بر سلامتی انسان، سخت می‌باشد که سبب می‌شود مطالعه عددی چنین مسائلی از اهمیت زیادی برخوردار باشد. به دلیل سخت بودن حل عددی مسائل دوفازی مغناطیسی و زمان اجرای طولانی برنامه، کارهای عددی نیز در این زمینه کم می‌باشد که ارزش کارهای عددی در این زمینه را دو چندان می‌کند. به طوری که همه محققان ذکرشده به طولانی بودن زمان حل عددی مسائل مگنتوهیدرودینامیک حتی در حالت تک‌فاز اشاره کرده‌اند و زمان لازم برای حل عددی مسائل تک‌فاز تحت اثر میدان مغناطیسی را بیش از سه هفته گزارش کرده‌اند که این باعث محدود شدن مطالعات عددی در زمینه جریان‌های چندفازی تحت اثر میدان مغناطیسی می‌شود.

معادلات حاکم بر مسئله شامل معادلات مومنتوم، معادله پیوستگی، معادلات مغناطیسی و معادله لولست به همراه معادلات بازسازی آن می‌باشد. برای حل معادلات حاکم در تحقیق حاضر، یک کد کامپیوتری نوشته شد که در آن برای شبیه‌سازی میدان جریان دوفازی حبابی تحت اثر میدان مغناطیسی، از روش حجم محدود با الگوریتم سیمپل<sup>۲</sup> استفاده شده است. برای حل معادله میدان مغناطیسی نیز از روش

1. Level Set  
2. SIMPLE

### ۳- مدل‌سازی ریاضی مسئله

#### ۳-۱- معادلات حاکم

معادلات حاکم بر جریان دوفازی تحت اثر میدان مغناطیسی شامل معادلات بقای جرم، بقای مومنتوم و معادله میدان مغناطیسی، که از ساده‌سازی معادلات چهارگانه ماکسول برای میدان‌های مغناطیسی به دست می‌آید، می‌باشد. معادله لول‌ست نیز برای تسخیر حرکت مرز مشترک بین دو فاز به این معادلات اضافه می‌شود.

معادله پیوستگی:

$$\nabla \cdot \vec{V} = 0 \quad (4)$$

معادله مومنتوم:

$$\rho(\phi) \frac{D\vec{V}}{Dt} = -\nabla p + \nabla \cdot (2\mu(\phi)\zeta) + \vec{F} + \vec{M} + \rho \vec{G} \quad (5)$$

معادله لول‌ست:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + u \frac{\partial \phi}{\partial x} + v \frac{\partial \phi}{\partial y} = 0 \quad (6)$$

در روابط بالا،  $\vec{V}$  بردار سرعت،  $\phi$  تابع لول‌ست،  $u$  و  $v$  مولفه‌های سرعت،  $P$  فشار،  $\rho(\phi)$  چگالی و  $\mu(\phi)$  لزجت سیال است.  $\frac{D}{Dt}$  مشتق مادی،  $\zeta$  تانسور نرخ تغییر شکل و  $\vec{G}$  بردار شتاب گرانش هستند [۱۵].

سطح مشترک  $\Gamma$  توسط سطح تراز صفر تابع  $\phi$  تعریف می‌شود [۱۵]:

$$\Gamma = \{ (x, y) | \phi(x, y, t) = 0 \} \quad (7)$$

در اینجا  $\phi < 0$  به گاز و  $\phi > 0$  به مایع اختصاص داده می‌شود:

$$\phi(x, y, t) \begin{cases} > 0 & (x, y) \in \text{liquid} \\ = 0 & (x, y) \in \Gamma \\ < 0 & (x, y) \in \text{gas} \end{cases} \quad (8)$$

معادله میدان مغناطیسی شامل معادلات چهارگانه حاکم بر میدان‌های الکترومگنتیک می‌باشد که معادلات ماکسول نامیده می‌شوند. در غیاب میدان الکتریکی، معادلات ماکسول به دو معادله زیر ساده می‌شود [۱]:

معادله دیورژانس (قانون دوم گاوس):

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (9)$$

معادله کرل (قانون آمپر):

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J}_c \quad (10)$$

استوانه در جهت افقی باید سه برابر قطر حباب در نظر گرفته شود. از طرف دیگر، برای اینکه بتوان به حرکت صعودی پایای حباب دست یافت، حداقل اندازه استوانه در جهت عمودی باید ۱۰ برابر قطر حباب باشد.

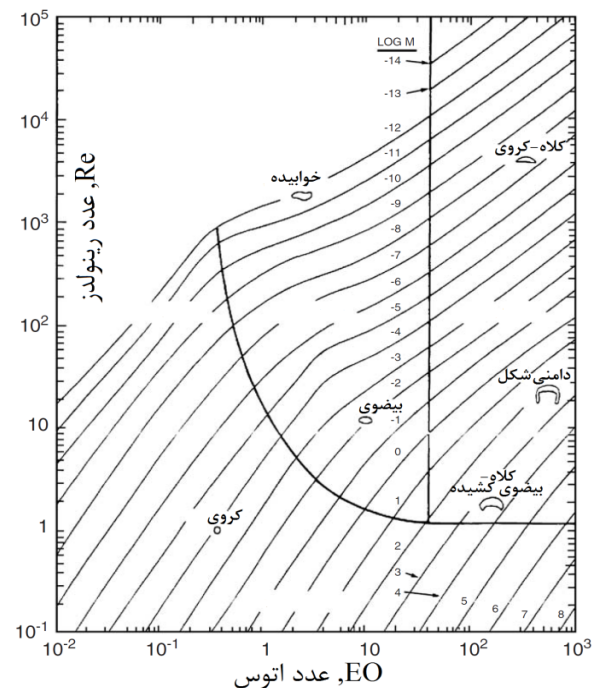
در این تحقیق مدل‌سازی دوبعدی مسئله برای حالت‌هایی از نمودار گریس انجام می‌شود. این نمودار نتایج فشرده آزمایش‌های گریس و همکارانش است که تغییر شکل حباب را به دو عدد بی‌بعد وابسته می‌سازد. نمودار گریس در شکل ۲ مشاهده می‌شود. مقدار هر یک از این سه عدد بی‌بعد به صورت زیر تعریف می‌شود [۱۴]:

$$M = \frac{g \mu_l^4 \Delta \rho}{\rho_l^2 \sigma^3} \quad (1)$$

$$Eo = \frac{g \Delta \rho d_e^2}{\sigma} \quad (2)$$

$$Re = \frac{\rho_l d_e \bar{v}}{\mu_l} \quad (3)$$

در این روابط  $\Delta \rho$  اختلاف چگالی دو فاز،  $\mu_l$  لزجت مایع،  $\rho_l$  چگالی فاز مایع،  $\sigma$  ضریب کشش سطحی بین دو فاز،  $d_e$  قطر موثر حباب و  $\bar{v}$  سرعت رو به بالای میانگین حباب در حالت پایاست.



شکل ۲ نمودار گریس [۱۴]

$$\delta(\phi) = \begin{cases} 1 & \phi = 0 \\ 0 & \phi \neq 0 \end{cases} \quad (18)$$

### ۳-۲- مدل سازی کشش سطحی

یک مسئله مشترک در تمامی روش‌های تسخیر سطوح، بیان دقیق نیروی کشش سطحی است. این مسئله دارای اهمیت بسیار فراوانی است، چرا که یک مدل سازی نادرست از این نیرو سبب ایجاد مشکلات جدی شده و نوساناتی را ایجاد می‌کند که اگر قوی باشند شکل واقعی سطح مشترک را تغییر می‌دهند. در معادله (۵) کشش سطحی به صورت یک نیروی حجمی متمرکز در سطح مشترک بیان شده است. نیروهای کشش سطحی بر طبق روش نیروهای سطحی پیوسته (CSF) محاسبه می‌شوند. ساسمن و همکارانش از همین ایده استفاده کرده و نیروی کشش سطحی را برای روش لول‌ست به صورت زیر مدل کردند [۱۵]:

$$\vec{F} = \kappa \sigma \vec{n} \delta(\phi) \quad (19)$$

### ۳-۳- مدل سازی ترم افزوده شده به معادله مومنتوم در

#### اثر میدان مغناطیسی اعمالی

اثر میدان مغناطیسی بر میدان جریان افزوده شدن یک ترم کلی به معادله مومنتوم می‌باشد که در معادله (۵) به صورت  $\vec{M}$  نمایش داده شد. این ترم برابر است با [۱]:

$$\vec{M} = \left( \frac{1}{\eta_g} - \frac{1}{\eta_l} \right) B_n^2 \delta(\phi) \vec{n} - \frac{1}{2} \times \left( (\eta_g - \mu_l) H^2 + \bar{\eta} \left( \frac{1}{\eta_g^2} - \frac{1}{\eta_l^2} \right) B_n^2 \right) \delta(\phi) \vec{n} \quad (20)$$

در معادله‌ی فوق،  $\bar{\eta}$  به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\bar{\eta} = \begin{cases} \eta_g & \text{for liquid phase} \\ \eta_l & \text{for gas phase} \end{cases} \quad (21)$$

از آنجا که چگالی، لزجت و تراوایی مغناطیسی در هر سیال مقدار ثابتی بوده و با توجه به علامت تابع  $\phi$  مقدار آن تعیین می‌شود، لذا توابع چگالی، لزجت و تراوایی مغناطیسی در تمامی میدان حل به صورت زیر بیان می‌شوند:

$$\rho_{\varepsilon}(\phi) = \rho_g + (\rho_l - \rho_g) H_{\varepsilon}(\phi) \quad (22)$$

$$\mu_{\varepsilon}(\phi) = \mu_g + (\mu_l - \mu_g) H_{\varepsilon}(\phi) \quad (23)$$

$$\eta_{\varepsilon'}(\phi) = \eta_g + (\eta_l - \eta_g) H_{\varepsilon'}(\phi) \quad (24)$$

در روابط بالا،  $B$  قدرت میدان مغناطیسی در محیط (چگالی شار مغناطیسی)،  $H$  قدرت میدان مغناطیسی اعمال شده بر میدان جریان و  $J_c$  جریان الکتریکی است.

رابطه بین قدرت میدان مغناطیسی اعمال شده از خارج و قدرت میدان مغناطیسی در محیطی که خطوط میدان مغناطیسی از آن عبور می‌کند (چگالی شار مغناطیسی) به صورت زیر می‌باشد:

$$\vec{B} = \eta H \quad (11)$$

که در رابطه فوق،  $\eta$  تراوایی مغناطیسی محیط می‌باشد. پتانسیل برداری  $A$  را برای میدان مغناطیسی برداری  $B$  به صورت زیر می‌توان تعریف کرد:

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} \quad (12)$$

با ترکیب معادلات (۹) و (۱۰) و با استفاده از پتانسیل برداری تعریف شده در رابطه (۱۲)، معادله میدان مغناطیسی حاکم بر مسئله به صورت زیر قابل بیان است [۱]:

$$\frac{1}{\eta(\phi)} \nabla \times \nabla \times \vec{A} + \left( \nabla \frac{1}{\eta(\phi)} \right) \times \nabla \times \vec{A} = \vec{J}_c \quad (13)$$

در حالت دو بعدی، بردار پتانسیل  $A$  را به صورت زیر می‌توان نوشت:

$$A = (0, 0, \xi) \quad (14)$$

با جایگذاری رابطه فوق در رابطه (۱۲)، بردار میدان مغناطیسی بر حسب پتانسیل برداری به صورت زیر قابل بازنویسی می‌باشد:

$$\vec{B} = \left( \frac{\partial \xi}{\partial y} \right) \vec{i} - \left( \frac{\partial \xi}{\partial x} \right) \vec{j} \quad (15)$$

با جایگزینی رابطه فوق در معادله (۱۳) و با توجه به اینکه جریان‌های الکتریکی در تحقیق حاضر در نظر گرفته نمی‌شود، معادله حاکم بر میدان مغناطیسی به صورت زیر ساده می‌شود:

$$\nabla^2 \xi + \eta \left( \frac{1}{\eta_g} - \frac{1}{\eta_l} \right) \delta(\phi) \vec{n} \cdot \nabla \xi = 0 \quad (16)$$

در معادله فوق،  $n$  بردار نرمال سطح است و  $\eta$  به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\eta = \begin{cases} \eta_g & \text{if } \phi \geq 0 \\ \eta_l & \text{if } \phi \leq 0 \end{cases} \quad (17)$$

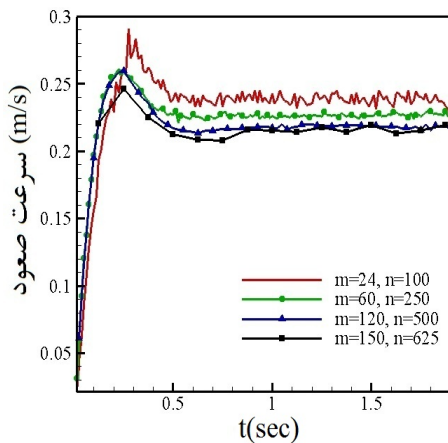
در رابطه (۱۶) تابع  $\delta(\phi)$  به صورت زیر تعریف می‌شود:

عددی مورد استفاده در این تحقیق، برای حل معادلات مونتوم و پیوستگی، از روش حجم محدود با استفاده از الگوریتم سیمپل استفاده شده است. همچنین معادله میدان مغناطیسی به روش تفاضل محدود گسسته‌سازی و حل می‌شود.

#### ۴- اعتبار سنجی

##### ۴-۱- استقلال حل از شبکه محاسباتی

برای حصول اطمینان از استقلال حل از شبکه محاسباتی، نمونه‌ای از نتایج به دست آمده از حل عددی در شکل ۳ ارائه شده است. در این شکل، نمودار سرعت حباب برای حالت بین بیضوی و کلاه-بیضوی کشیده در دیاگرام گریس (شکل ۲)، متناظر با  $E_0=36$  و  $M=1$ ، به‌ازای اندازه شبکه‌های مختلف رسم شده است. با توجه به شکل ۳ ملاحظه می‌شود، با کاهش اندازه شبکه و افزایش تعداد سلول‌ها در روش عددی مربوطه، جواب‌ها به یکدیگر نزدیک‌تر شده و برای حالت با تعداد سلول‌های ۱۲۰ در جهت افقی و ۵۰۰ در جهت عمودی (اندازه شبکه برابر با  $0.001$  متر) نتایج وابسته به شبکه نیست. از این رو، برای انجام محاسبات در این تحقیق، از گام شبکه با اندازه  $0.001$  متر استفاده شده است.



شکل ۳ استقلال حل از شبکه محاسباتی

##### ۴-۲- اعتبارسنجی نتایج

برای اعتبارسنجی برنامه کامپیوتری نوشته شده، جریان پارازیتی - که در آن رابطه تحلیلی یانگ-لاپلاس که اختلاف فشار درون و بیرون یک قطره (و یا حباب) را بر اثر نیروهای کشش سطحی محاسبه می‌کند- بررسی شده است. در غیاب نیروهای لزجت،

در معادلات بالا،  $H_\varepsilon(\phi)$  اصلاح شده تابع هیویساید است و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$H_\varepsilon(\phi) = \begin{cases} 0 & \phi < -\varepsilon \\ \frac{1}{2} \left[ 1 + \frac{\phi}{\varepsilon} + \frac{1}{\pi} \sin\left(\frac{\pi\phi}{\varepsilon}\right) \right] & |\phi| \leq \varepsilon \\ 1 & \phi > \varepsilon \end{cases} \quad (25)$$

تابع دلتای هموار یا اصلاح شده عبارت است از:

$$\delta_\varepsilon(\phi) = \frac{dH_\varepsilon}{d\phi} = \begin{cases} 0 & \phi < -\varepsilon \\ \frac{1}{2\varepsilon} + \frac{1}{2\varepsilon} \cos\left(\frac{\pi\phi}{\varepsilon}\right) & |\phi| \leq \varepsilon \\ 0 & \phi > \varepsilon \end{cases} \quad (26)$$

در حل عددی، از رابطه  $\varepsilon = \alpha_\varepsilon \Delta x$  برای تعیین اندازه شبکه و ضخامت سطح مشترک استفاده می‌شود. تعیین مقدار  $\alpha_\varepsilon$  به مقدار ناپیوستگی چگالی، لزجت و تراوایی مغناطیسی در سطح مشترک بستگی دارد.

##### ۴-۳- شرایط مرزی

در این تحقیق، مقدار صفر برای هر دو مولفه سرعت و در هر چهار جداره ناحیه مستطیلی فرض می‌شود. این شرط مرزی عدم ورود و یا خروج جرم از حجم معیار مورد مطالعه را تضمین می‌نماید. شرط مرزی مغناطیسی در تمام مرزهای هندسه، غیر از مرزی که از آن میدان مغناطیسی اعمال شده است، به صورت زیر در نظر گرفته شده است [۱۶]:

$$\vec{n} \cdot \vec{B} = 0 \quad (27)$$

##### ۴-۵- شرایط اولیه

سیالات در نظر گرفته شده در این تحقیق سیالات دی‌الکتریک از جمله آب و هوا می‌باشند. در انجام مدل‌سازی، هر دو سیال گاز و مایع تراکم‌ناپذیر فرض شده است. شکل اولیه حباب در تمامی حالات دایروی در نظر گرفته می‌شود.

توزیع سرعت اولیه در کل میدان حل برابر صفر در نظر گرفته شده است.

##### ۴-۶- روش حل معادلات

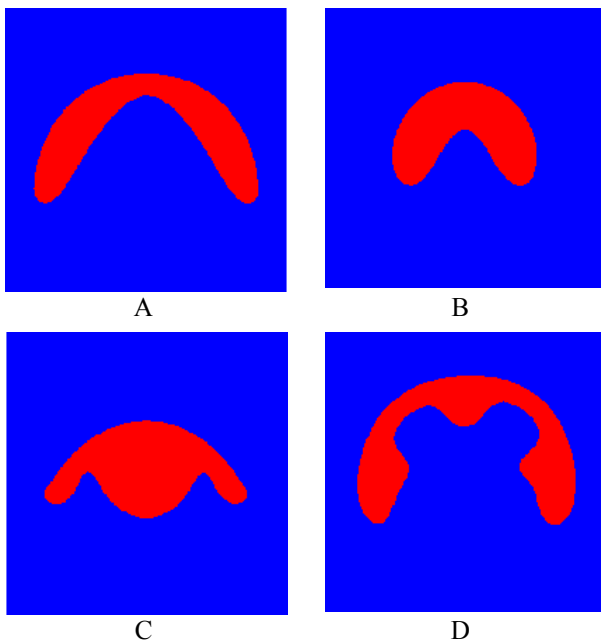
برای حل معادلات حاکم بر مسئله، یک کد کامپیوتری نوشته شد که شامل سه بخش حل میدان جریان، حل معادلات دنبال کننده مرز و حل معادله میدان مغناطیسی می‌باشد. در روش

شکل ۴ همخوانی بین نتایج حاصل از مدل‌سازی عددی و رابطه تحلیلی را نشان می‌دهد. مطابق این شکل، مشاهده می‌شود که نتایج عددی تحقیق حاضر بسیار نزدیک به نتایج تحلیلی می‌باشد که این نشان دهنده دقت روش عددی تحقیق حاضر می‌باشد. اختلافات اندکی بین نتایج عددی و تحلیلی وجود دارد که این اختلاف در مرز مشترک دوفاز می‌باشد که آن هم ناشی از تقریبی است که در هموارسازی خواص در سطح مشترک استفاده می‌شود (روابط ۲۲ تا ۲۴).

## ۵- نتایج

### ۵-۱- صعود آزادانه حباب

در این قسمت، تغییر شکل حباب در حرکت صعود آزادانه، و در غیاب میدان مغناطیسی، برای شرایط مختلف تحلیل می‌شود. به این منظور، چند نقطه از نواحی مختلف نمودار گریس انتخاب و مطالعه شده است. مشخصات نقاط انتخابی در جدول ۱ ارائه شده است. این نقاط از مناطقی انتخاب شده‌اند که در آن‌ها تغییر شکل حباب زیاد است و معمولاً حل عددی آن‌ها به دلیل انحنای زیاد حباب سخت بوده و با خطای جرمی زیادی همراه است. حالت نهایی حباب پس از تغییر شکل، برای نقاط مشخص شده، در شکل ۵ ارائه شده است.

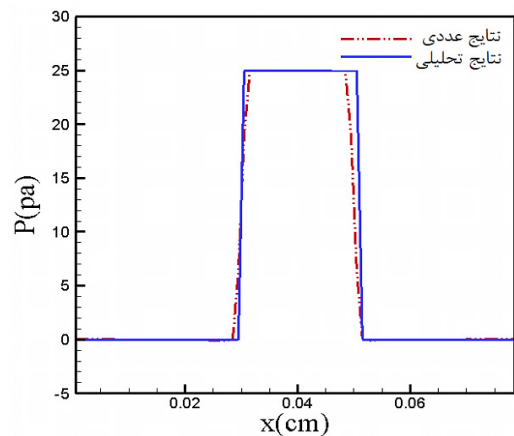


شکل ۵ شکل نهایی حباب برای اعداد اتوس و مورتون مختلف

اثرات جاذبه و نیروهای خارجی دیگر، در حالت دوبعدی رابطه تحلیلی زیر برای اختلاف فشار بین درون و بیرون یک قطره (و یا حباب هوا در یک سیال دیگر) بر اثر نیروهای کشش سطحی به دست می‌آید:

$$\Delta P = \frac{\sigma}{R} \quad (28)$$

در این رابطه  $\sigma$  ضریب کشش سطحی و  $R$  شعاع حباب است. در غیاب اثرات نیروهای جاذبه و لزجتی و در حضور اثرات کشش سطحی، اگر شکل یک ذره سیال از کره (و یا دایره در حالت دوبعدی) منحرف شود، در حالت نهایی شکل آن باید دوباره به کره (و یا دایره در حالت دوبعدی) تبدیل شود و فشار در سطح مشترک باید از قانون لاپلاس تبعیت کند. از این رو، در برنامه کامپیوتری نوشته شده در این تحقیق، شتاب جاذبه صفر در نظر گرفته شد و مسئله برای سه حالت مختلف، که در آن‌ها حباب‌هایی با شرایط اولیه بیضوی، مربعی و دایروی در نظر گرفته شده بودند، حل شد. قطر معادل سه حباب با هم برابر در نظر گرفته شده است. با توجه به توضیحات ذکر شده، شکل نهایی برای هر سه حالت باید دایروی بوده و میدان فشار از رابطه لاپلاس پیروی کند. نتایج حاصل نیز همین روند را تایید می‌کند. در این حالت، ضریب کشش سطحی برابر  $0.25 \text{ N/m}$  و شعاع معادل حباب برابر  $1 \text{ mm}$  است. از این رو، طبق رابطه لاپلاس، اختلاف فشار بین بیرون و درون حباب برابر  $25 \text{ Pa}$  خواهد بود. در شکل ۴ مقادیر اختلاف فشار به دست آمده از دو روش تحلیلی (معادله لاپلاس) و روش عددی این مقاله با هم مقایسه شده است.



شکل ۴ مقایسه اختلاف فشار به دست آمده از دو روش تحلیلی و عددی برای حباب ساکن

با توجه به شکل ۶ مشاهده می‌شود که اعمال میدان مغناطیسی یکنواخت با قدرت ۰/۰۵ تسلا، نسبت به حالتی که میدان مغناطیسی بر حرکت حباب اعمال نشده، سبب کشیدگی طولی حباب (در راستای میدان مغناطیسی) می‌شود و از پهن‌شدگی آن در عرض استوانه می‌کاهد که این پدیده در جریان دوفازی داخل لوله بسیار حائز اهمیت است. با کشیدگی طولی حباب، سرعت صعود حباب افزایش می‌یابد و این امر امکان انتقال مقادیر بیشتری از گرما را فراهم می‌کند. کشیدگی طولی حباب از گسیختگی آن جلوگیری کرده و سبب افزایش پایداری حباب می‌شود که سبب می‌شود میدان مغناطیسی بر اندازه و تعداد حباب‌ها و کسر حجمی جریان دوفازی نیز تاثیرگذار باشد. همچنین، افزایش صعود حباب در پدیده جوشش سبب تولید حباب‌های بیشتر و نیز ریزتر شدن آن‌ها می‌شود که نرخ انتقال حرارت و پارامترهای جریان دوفازی را تحت تاثیر قرار می‌دهد. همچنین، با توجه به شکل ۶ مشاهده می‌شود که با افزایش قدرت میدان مغناطیسی سرعت صعود افزایش پیدا می‌کند که علت آن کاهش نیروی درگ به دلیل اثر شکل حباب می‌باشد. شکل خطوط میدان مغناطیسی، خطوط جریان، بردارهای نیروی مغناطیسی و کشش سطحی در شکل ۷ نمایش داده شده است.

با ملاحظه شکل ۷-الف، مشاهده می‌شود که، به دلیل تراوایی مغناطیسی کمتر حباب نسبت به سیال اطراف، تراکم خطوط میدان مغناطیسی در حباب کمتر از سیال اطراف می‌باشد. علت این است که خطوط میدان مغناطیسی تمایل دارند از جایی که مقاومت در برابر میدان مغناطیسی کمتر است، عبور کنند. با توجه به اینکه تراکم خطوط میدان مغناطیسی بیانگر قدرت میدان مغناطیسی می‌باشد، میدان در اطراف حباب قوی‌تر از داخل حباب می‌باشد. از این رو در مرز مشترک دوفاز گرادیان میدان مغناطیسی پدید می‌آید و در نتیجه آن به مرز مشترک دوفاز نیروی مغناطیسی اعمال می‌شود که جهت آن در جهت گرادیان منفی میدان مغناطیسی است. با توجه به اینکه جهت منفی گرادیان میدان مغناطیسی از خارج حباب به سمت داخل آن می‌باشد، جهت این نیرو به سمت داخل حباب است (شکل ۷-ج) که هم‌جهت با نیروی کشش سطحی می‌باشد (شکل ۷-د). به دلیل تغییرات شدید خطوط میدان مغناطیسی در کناره‌های جانبی حباب، که مجبور

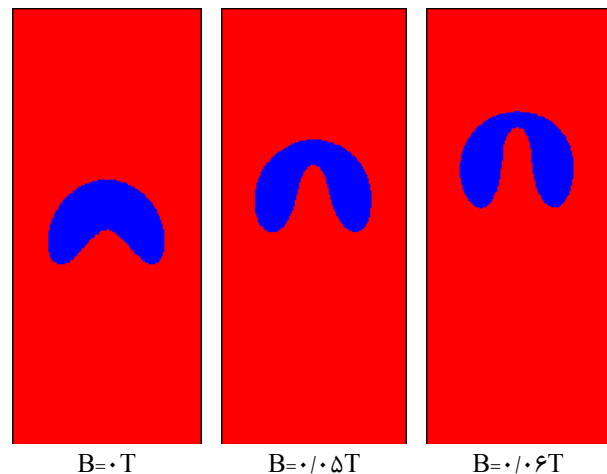
جدول ۱ مشخصات نقاط مورد مطالعه از دیاگرام گریس

حالت	A	B	C	D
E <sub>0</sub>	۱۰۰	۱۵۰	۲۰۰	۸۰۰
M	۵/۵	۱۰ <sup>۳</sup>	۱۰ <sup>-۵</sup>	۱۰ <sup>۳</sup>

نتایج حاصل با نتایج تجربی (دیاگرام گریس) مقایسه شده و تطابق خوبی نشان می‌دهد.

## ۵-۲- صعود حباب تحت اثر میدان مغناطیسی و نیروی شناوری

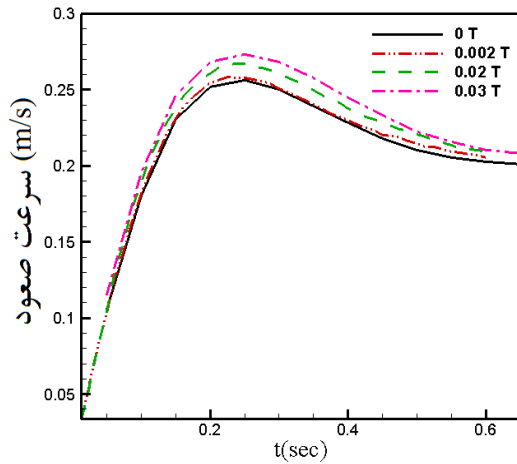
در این قسمت، اثر میدان مغناطیسی یکنواخت با قدرت‌های مختلف بر صعود حباب تحت اثر نیروی شناوری و نیروهای لزجی مورد مطالعه قرار می‌گیرد (شکل ۶). ابعاد استوانه برابر ۰/۱۲ متر در جهت افقی و ۰/۳ متر در جهت عمودی می‌باشد. شعاع حباب برابر ۲۰ میلی‌متر می‌باشد و عدد اتوس جریان برابر ۳۶ و عدد مورتون آن برابر ۱ می‌باشد که در نمودار ۲ متناظر با ناحیه بیضوی و کلاه-بیضوی کشیده می‌باشد. در این قسمت تراوایی مغناطیسی حباب برابر تراوایی مغناطیسی هوا ( $4\pi \times 10^{-7}$ ) و تراوایی مغناطیسی سیال اطراف دوبرابر هوا در نظر گرفته شده است. میدان مغناطیسی با قدرت ۰/۰۵ و ۰/۰۶ تسلا بر جریان حبابی اعمال شده و نتایج بعد از یک ثانیه، پس از رسیدن حباب به حالت پایا، با شکل حباب بدون اثر میدان مغناطیسی در لحظه  $t=1$  ثانیه در شکل ۶ مقایسه شده است.



شکل ۶ اثر میدان مغناطیسی بر حباب در حال صعود تحت اثر نیروی شناوری



به دورزدن حباب می‌باشند، نیروی مغناطیسی در جانب حباب بیشتر از لبه‌های بالایی و پایینی می‌باشد که این امر سبب فشرده‌شدن حباب از جانب می‌شود. در واقع در این حالت حباب، به دلیل تراوایی مغناطیسی کم، مقاومتی در برابر عبور میدان مغناطیسی می‌باشد و از این جهت شبیه مانع در برابر جریان سیال می‌باشد که جریان سیال تمایل به بیرون‌راندن مانع از میدان جریان دارد. از این رو سرعت حرکت حباب تحت اثر میدان مغناطیسی افزایش پیدا می‌کند. خطوط جریان پدیدآمده در سیال ساکن در اثر صعود حباب در شکل ۷-د نشان داده شده است.



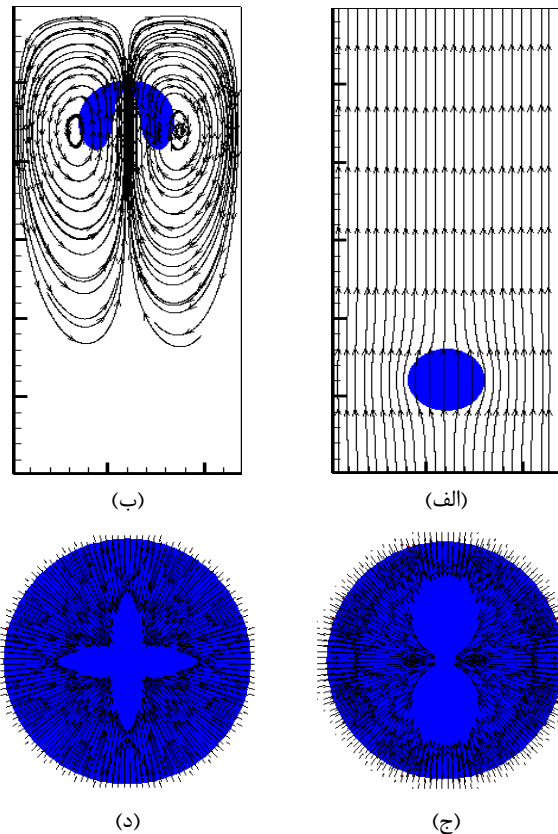
شکل ۸ اثر میدان مغناطیسی بر سرعت صعود حباب

با ملاحظه شکل ۸ مشاهده می‌شود که میدان مغناطیسی اعمال‌شده سبب افزایش سرعت صعود حباب و در نتیجه سرعت حدی آن می‌شود. به طوری که میدان مغناطیسی با قدرت  $0.03$  تسلا سبب افزایش  $13$  درصدی بیشینه سرعت صعود حباب می‌شود که از دیدگاه انتقال حرارت موجب افزایش نرخ گرمای مبادله‌شده می‌شود.

### ۶- نتیجه‌گیری

با توجه به اینکه تاکنون اثر میدان مغناطیسی یکنواخت بر سیالات دی‌الکتریک به طور دقیق مطالعه نشده بود، در تحقیق حاضر اثر میدان مغناطیسی یکنواخت بر یک حباب در جریان دوفازی حبابی با سیالات دی‌الکتریک مورد مطالعه قرار گرفت و نتایج تحقیق با نتایج محققان قبلی مقایسه شد و مشاهده گردید نتایج مطالعه حاضر تطابق خوبی با نتایج گزارش‌شده توسط محققان قبلی دارد. در این مطالعه یک کد کامپیوتری کامل نوشته شد که در آن از روش *پول‌ست* برای مطالعه مرز استفاده شده است که حاوی معادلات بازسازی کامل برای کم‌کردن خطای جرم می‌باشد. با توجه به سخت‌بودن و به‌شدت زمان‌گیر بودن حل عددی چنین مسائلی، نتایج تحقیق حاضر می‌تواند در تحقیقات بعدی در این زمینه حائز اهمیت باشد.

شکل ۷ اثر میدان مغناطیسی بر حباب با تراوایی مغناطیسی کمتر نسبت به سیال اطراف؛ الف: خطوط میدان مغناطیسی، ب: خطوط جریان سیال، ج: بردارهای نیروی مغناطیسی، د: بردارهای نیروی کشش سطحی



شکل ۷ اثر میدان مغناطیسی بر حباب با تراوایی مغناطیسی کمتر نسبت به سیال اطراف؛ الف: خطوط میدان مغناطیسی، ب: خطوط جریان سیال، ج: بردارهای نیروی مغناطیسی، د: بردارهای نیروی کشش سطحی

۵-۳- اثر میدان مغناطیسی بر سرعت حدی حباب همان‌طور که در قسمت قبل ذکر شد، میدان مغناطیسی اعمال‌شده سبب افزایش سرعت صعود حباب می‌شود. سرعت

- Journal of Fusion Energy*, Vol. 29, 2010, pp. 146-149.
- [6] Arias F. J., "Film Boiling in Presence of a Magnetic Field in Liquid Metals within Framework of Taylor-Helmholtz Instabilities in Application to Fusion Reactor Project", *Journal of Fusion Energy*, Vol. 29, 2010, pp. 157-160.
- [7] Arias F. J., "Heat and Mass Transfer in Transitional Boiling on Liquid Metal in Presence of a Magnetic Field", *Journal of Fusion Energy*, Vol. 29, 2010, pp. 244-250.
- [8] Arias F. J., "Magnetohydrodynamic Vapor Explosions: A Study with Potential Interest to the Safety of Fusion Reactor Project", *Journal of Fusion Energy*, Vol. 29, 2010, pp. 161-164.
- [9] حدیدی امین، انصاری محمدرضا، عظیمی عزیز، "بررسی عددی اثر میدان مغناطیسی بر میدان جریان داخل حفره مربعی با مرز متحرک برای سیال تکفاز و نانوسیال"، سومین کنفرانس ملی کاربرد CFD در صنایع شیمیایی و نفت، دانشگاه علم و صنعت، تهران، ایران، ۱۳۹۰.
- [10] Stacey W. M., *An Introduction to the Physics and Technology of Magnetic Confinement Fusion*, 1<sup>st</sup> ed., Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, Weinheim, 2010.
- [11] Ishimoto J., Okubo M., Kamiyama S., Higashitani M., "Bubble Behavior in Magnetic Fluid under a Nonuniform Magnetic Field", *International Journal of Japan Society of Mechanical Engineering*, Vol. 38, 1995, pp. 382-387.
- [12] Nakatsuka K., Jeyadevan B., Akagami, Y., Torigoe T., Asari S., "Visual Observation of the Effect of Magnetic Field on Moving Air and Vapor Bubbles in a Magnetic Field", *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, Vol. 201, pp. 256-259, 1999.
- [13] Tagawa T., "Numerical Simulation of Two-Phase Flows in the Presence of a Magnetic Field", *Mathematics and Computers in Simulation*, Vol. 72, 2006, pp. 121-219.
- [14] Deshpande K. B., Zimmerman W. B., "Simulation of Interfacial Mass Transfer by Droplet Dynamics Using the Level set Method", *Chemical Engineering Science*, Vol. 61, 2006, pp. 6486-6498.
- [15] Sussman M., Fatemi E., Smereka P., Osher S., "An Improved Level set Method For Incompressible Two-Phase Flows", *Computers & Fluids*, Vol. 27, 1998, pp. 663-680.
- [16] Ben Salah N., Soulaïmani A., Habashi W. G., "A Finite Element Method for Magnetohydrodynamic", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 190, 2001, pp. 5867-5892.
- مواجه نبودن تحقیق حاضر با مشکل خطای جرم، در حالی که همه محققان قبلی از آن به عنوان یکی از موانع مطالعه رفتار حباب با استفاده از روش لولست یاد کرده‌اند، از جمله نکات دیگر مطالعه حاضر می‌باشد. نتایج مقاله حاضر به شرح زیر است:
۱. به جریان دوفازی سیالات دی‌الکتریک در اثر میدان مغناطیسی یکنواخت نیرو وارد می‌شود.
  ۲. میدان مغناطیسی یکنواخت سبب کشیدگی طولی حباب در راستای میدان مغناطیسی اعمال شده می‌شود و از پهن‌شدگی عرضی آن جلوگیری می‌کند.
  ۳. سرعت صعود حباب در جریان دوفازی تحت اثر میدان مغناطیسی افزایش پیدا می‌کند و به‌ازای مقادیر بزرگ‌تر میدان مغناطیسی سرعت صعود حباب و در نتیجه سرعت کلی جریان بیشتر می‌شود.
  ۴. نیروی اعمال شده به مرز مشترک دوفاز در سیالات دی‌الکتریک تحت اثر میدان مغناطیسی فقط بر مرز مشترک دوفاز اعمال می‌شود؛ از این رو می‌توان از آن به عنوان کشش سطحی مغناطیسی تعبیر کرد.

## ۷- مراجع

- [1] Ki H., "Level Set Method for Two-Phase Incompressible Flows under Magnetic Fields", *Computer Physics Communications*, Vol. 181, 2010, pp. 999-1007.
- [2] حدیدی امین، انصاری محمدرضا، "اعمال میدان مغناطیسی بر لوله‌های حامل سیال خنک‌کاری برای افزایش نرخ انتقال حرارت"، دومین همایش ملی فن‌آوری هسته‌ای-خدمات مهندسی، سازمان انرژی اتمی، تهران، ایران، ۱۳۸۹.
- [3] Zhang C., Eckert S., Gerbeth G., "Experimental Study of Single Bubble Motion in a Liquid Metal Column Exposed to a DC Magnetic Field", *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 31, 2005, pp. 824-842.
- [4] حدیدی امین، انصاری محمدرضا، نیموری مجید، "مطالعه عددی اثر میدان مغناطیسی بر قطره ساکن در سیال با استفاده از روش Level Set"، اولین همایش ملی مهندسی مکانیک، دانشگاه ابر، ابر، ایران، ۱۳۹۰.
- [5] Arias F. J., "Critical Heat Flux -CHF in Liquid Metal in Presence of a Magnetic Field with Particular Reference to Fusion Reactor Project",