



## تحلیل ارتعاشات آزاد یک توربین بادی محور افقی با پایه متحرک

سعید فدایی نایینی<sup>1</sup>، عباس مزیدی<sup>2\*</sup>

1-دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد، یزد

2-استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد، یزد

\* یزد، صندوق پستی 8916147948، amazidi@yazd.ac.ir

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 20 بهمن 1394

پذیرش: 25 فروردین 1395

ارائه در سایت: 30 خرداد 1395

کلید واژگان:

توربین بادی محور افقی

پایه متحرک

فرکانس‌های طبیعی

ارتعاشات آزاد

### چکیده

در این پژوهش، معادلات حرکت برای یک توربین بادی محور افقی با پایه متحرک به دست آمده و فرکانس‌های طبیعی و ارتعاشات آزاد سیستم مورد بررسی قرار گرفته است. پایه توربین بادی به صورت صلب و پره‌های آن به صورت تیرهای انعطاف پذیر مدل سازی شده است. خمش درون صفحه و پیچش پره به عنوان دو درجه آزادی برای حرکت پره مورد بررسی قرار گرفته‌اند. شافت متصل به پره، به صورت صلب فرض شده است و سرعت دورانی آن در استخراج معادلات حرکت منظور شده است. در این مقاله به طور خاص یک توربین بادی 5 مگاواتی محور افقی مورد بررسی قرار گرفته است که پایه آن در آب شناور بوده و دارای سه سرعت زاویه‌ای در جهات مختلف است. با توجه به شکل پیچیده پره و متغیر بودن خواص آن در طول، خصوصیات مقطع به مقطع پره یک توربین 5 مگاواتی واقعی استخراج شده و سپس جرم بر واحد طول و پارامترهای هندسی آن به کمک برآزش منحنی توسط نرم افزار متلب به صورت تابعی از مختصه طول پره استخراج شده‌اند. معادلات حرکت و شرایط مرزی به کمک اصل همیلتون استخراج شده‌اند و سپس با استفاده از روش گالرکین به معادلات دیفرانسیل معمولی تبدیل شده‌اند. پس از آن با تنظیم معادلات به فرم استاندارد (فرم فضای حالت)، مقادیر ویژه محاسبه و فرکانس‌ها به دست آمده است. به منظور بررسی صحت معادلات، نتایج بدست آمده در حالت‌های خاص با نتایج پژوهش‌های پیشین مقایسه شده که همخوانی خوبی بین نتایج وجود دارد. سپس اثر پارامترهای مختلف بر روی تغییرات فرکانس توربین و پاسخ‌های زمانی ارتعاشات پره توربین بررسی شده است. نتایج نشان می‌دهد سرعت دورانی پایه توربین و همینطور تغییرات سرعت دورانی پره‌ها بر فرکانس‌های سیستم و ارتعاشات آزاد پره توربین تأثیرات قابل توجهی دارند.

## Free vibration analysis of a horizontal axis wind turbine with movable base

Saeid Fadaei Naeni, Abbas Mazidi\*

Department of Mechanical Engineering, Yazd University, Yazd, Iran.

\*P.O.B. 8916147948, Yazd, Iran, amazidi@yazd.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 09 February 2016  
Accepted 13 April 2016  
Available Online 19 June 2016

#### Keywords:

Horizontal axis wind turbine  
Movable base  
Natural frequency  
Free vibration

### ABSTRACT

In this paper, equations of motion for a horizontal axis wind turbine with movable base are extracted and natural frequencies and vibration of the system are studied. The wind turbine tower is assumed rigid while its blades are modeled as flexible beams. In-plane bending and twisting are considered as two degrees of freedom for blades motion. The shaft connected to the tower to blades is assumed rigid and its rotational velocity is considered. In this paper, specifically, a 5-megawatt floating horizontal axis wind turbine, which its base has three angular velocities in different directions, is studied. Due to the complex shape and variation of the properties along the length, the turbine blade properties such as mass per length and geometric parameters are extracted by curve fitting in MATLAB. The equations of motion and boundary conditions are derived by Hamilton's principle and then are transformed to ordinary differential equations by Galerkin method. By setting the governing equations to standard form (space state), eigenvalues and frequencies are calculated. The numerical results are compared with published results and good agreement is observed. Then the effect of various parameters on turbine blades frequencies and time responses are demonstrated. Results show that the tower base angular velocity and blades rotational speed have considerable effects on turbine blades time response and vibration frequencies.

### 1- مقدمه

جوی و جغرافیایی در دریا از قبیل بالا بودن شدت و پیوستگی سرعت باد، نبود محدودیت مکانی برای نصب و راه‌اندازی به دلیل وسعت زیاد دریاها و برطرف شدن اغتشاشات سمعی و بصری با نصب آن‌ها در فواصل مناسب و دور از مناطق مسکونی، استفاده از این نوع توربین‌ها برای تولید انرژی الکتریکی جنبه اقتصادی پیدا کرده است. برای مهار انرژی باد موجود در

توربین‌های بادی سازه‌هایی پیچیده هستند که در بیشتر مواقع نیاز به یافتن جنبه‌های گوناگون پاسخ آن‌ها مانند تنش‌ها، تغییر مکان‌ها، بسامدهای طبیعی و مرزهای ناپایداری خواهد بود. توربین‌های بادی شناور یکی از ابزارهای جدید مهار انرژی‌های تجدیدپذیر در جهان است. با توجه به مسائل

دریابا و آب‌های فراساحل توسط توربین‌های بادی، باید آن‌ها را در دریابا مستقر کرد. امروزه با افزایش اندازه توربین‌های بادی، پره‌های توربین نیز انعطاف‌پذیرتر شده‌اند و روش‌های اجزای محدود به طور گسترده‌ای بر مدل‌سازی توربین‌های بادی انجام شده است. برای نمونه بامگارت با ترکیب دو روش اجزای محدود و اصل کار مجازی، مدلی برای پره توربین استخراج کرد که اثرات انحراف<sup>1</sup> را در پره‌های توربین بر کارهای پیشین اضافه کرده بود [1]. هاجز و همکارانش [2] بر توربین‌های بادی با محور افقی تحلیل دینامیکی ارائه کردند که در تحلیلشان از توربین بادی به‌عنوان یک سیستم چند جسمی انعطاف‌پذیر استفاده کردند. لاروود و زوتک [3] بر رفتار دینامیکی و نیروهای یک مدل آیرودالاستیک پره توربین با زاویه عقبگرد کار کردند. این مدل توربین‌های بادی برای افزایش انرژی دریافتی بدون افزایش نیروهای توربین قابل استفاده است. هانسن و همکارانش [4] نیز بر رفتار آیرودینامیک و آیرودالاستیک توربین‌های بادی مطالعاتی انجام دادند. لارسن و نیلسن [5] نیز دینامیک غیرخطی پره‌های توربین بادی را بررسی کردند. این دو بر ارتعاشات غیرخطی پره در شرایطی که پایه توربین ثابت باشد، بحث کردند. وایمن و همکارانش و همین‌طور ویجفویزن از فرآیند مشابهی برای تحلیل توربین بادی فراساحل 5 مگاواتی از نوع تی‌ال‌پی چندگانه و نوع کرجی‌وار کششی کم عمق بهره بردند. در این مطالعات ماتریس جرم معادله حرکت با استفاده از خواص فیزیکی و هندسی توربین بادی به‌دست می‌آید. ماتریس‌های استهلاک هیدرودینامیکی و سختی نیز با استفاده از استهلاک آیرودینامیک روتور و بخش‌های ارتجاعی و ژيروسکوپ سازه توربین بادی تعیین شدند [6-8]. لارسن و همکارانش [9] تحلیل پایداری ارتعاشات اتفاقی و غیرخطی پره توربین بادی را به کمک شبیه‌سازی مونت کارلو<sup>2</sup> ارائه دادند. کالسو یک مدل تحلیلی برای پره توربین در نظر گرفت که اثرات پیچش در آن لحاظ شده بود و بیشتر بر اثرات پیچش با وجود سرعت متغیر روتور و حرکت پره تمرکز داشت [10]. رامکریشن و فینی یک مدل ریاضی برای حرکت خمشی در دو جهت در نظر گرفتند که پره تحت تأثیر نیروهای آیرودینامیکی و جاذبه قرار گرفته است و یک تحلیل آشفتنگی برای دینامیک غیرخطی پره توربین در دو حالت تشدید زیر هارمونیک و فوق هارمونیک انجام دادند [11]. بقایی و همکارانش [12] با استفاده از نرم‌افزار تحلیل دینامیکی آدامز، مدل غیرخطی دینامیک چندجسمی توربین بادی شناور پایه کششی با کمترین فرضیات سینماتیکی نسبت به مطالعات پیشین ایجاد و برای یافتن پاسخ‌های حاصل از اندرکنش دینامیکی بین بارهای آیرودینامیکی و هیدرودینامیکی وارده بر سازه توربین بادی شناور حل کردند. ساراوانان و همکارانش [13] روی اثرات تغییر دو پارامتر ارتفاع بالچه و شعاع انحنای نحوه عملکرد توربین بادی در مقیاس کوچک از نقطه نظر آیرودینامیکی پژوهش انجام دادند. لی و همکارانش مدل ریاضی برای توصیف ارتعاشات غیرخطی توربین بادی محور افقی ارائه کردند [14]. سیستمی که آن‌ها در نظر گرفتند شامل چهار درجه آزادی (ارتعاشات طولی، خمشی در دو جهت و پیچشی) است. آن‌ها در پژوهششان فرض کردند که مرکز جرم، مرکز برش و مرکز آیرودینامیکی بر خط وتر قرار دارند و معادلات نهایی را با استفاده از اصل همیلتون استخراج کردند.

از آن‌جا که توربین‌های بادی شناور فارغ از نوع نصب (توربین‌های بادی در اعماق زیاد دریابا به سه حالت سکوی پایه کششی، سکوی ستون شناور و

## 2- مدل‌سازی سیستم

در این پژوهش توربین بادی 5 مگاواتی که شماتیکی از آن در شکل 1 نشان داده شده مورد بررسی قرار گرفته است. دستگاه مختصات ثابت  $XYZ$  در انتهای پایه قرار داده شده است که محور  $Z$  موازی با محور روتور است. دستگاه متحرک  $xyz$  و بردارهای یکه متناظرشان که به پره متصل شده‌اند نیز در شکل 1 مشاهده می‌شوند. همان‌طور که در شکل 1 مشاهده می‌شود برای پایه توربین، سرعت دورانی در سه جهت لحاظ شده است. در شکل 2 نیز دستگاه مختصات متحرک که بر پره فرض شده و دستگاه مختصات پس از تغییر شکل الاستیک پره که ناشی از خمش عمود بر سطح مقطع پره و پیچش آن، نشان داده شده است.

خصوصیات فیزیکی و هندسی پره توربین مورد نظر برای مدل‌سازی دقیق پره به کمک برازش منحنی در نرم‌افزار متلب به‌صورت تابعی از مختصه طول پره استخراج شده‌اند [15]. این پره شبیه‌سازی شده در نرم‌افزار کتیا<sup>3</sup> در شکل 3 مشاهده می‌شود.

## 2-1- استخراج خصوصیات هندسی و فیزیکی پره

در این تحقیق توربین بادی 5 مگاواتی به‌عنوان توربین مرجع مورد استفاده قرار گرفته است، چراکه این نوع توربین امروزه از پرکاربردترین انواع توربین‌ها

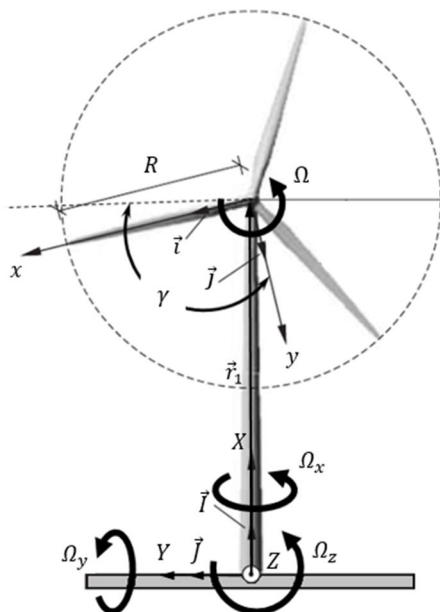


Fig. 1 Schematic of wind turbine and the selected coordinate systems  
شکل 1 شماتیکی از توربین بادی و دستگاه‌های مختصات انتخابی

<sup>3</sup> CATIA Software

<sup>1</sup> Warping

<sup>2</sup> Monte-Carlo Simulation

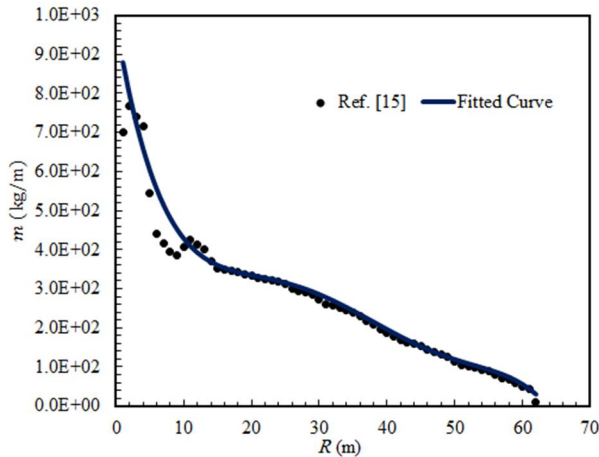
است که در شکل 4، برازش منحنی صورت گرفته نشان داده شده است.

**2-1-2- خواص هندسی پره توربین**

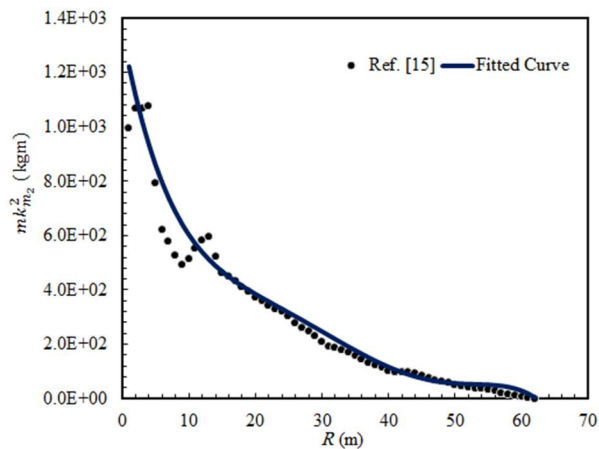
دیگر خواص هندسی که مانند جرم بر واحد طول با تغییر مختصه طول پره تغییر کرده، خواصی نظیر سختی پیچشی و خمشی و ممان‌های اینرسی جرمی پره است که به همان صورت پیشین برازش منحنی برای این داده‌ها نیز انجام شده است و سپس به صورت تابعی از مختصه طول پره توربین در معادلات وارد شده‌اند. در شکل‌های 5 و 6 به ترتیب برازش منحنی صورت گرفته بر داده‌های ممان اینرسی جرمی پره و سختی خمشی مقاطع مختلف در مختصه طول پره، در جهت  $y'$  نشان داده شده است.

از دیگر خواص متغیر پره توربین 5 مگاواتی، زاویه پیش پیچش است که در طول پره متغیر است تا به مقدار صفر درجه در انتهای پره برسد. در شکل 7 سطح مقطع پره توربین پیش و پس از تغییر شکل و محورهای  $y'$  و  $z'$  به همراه زاویه  $\theta$  که زاویه پیش پیچش، زاویه  $\varphi$  و  $W$  به ترتیب مربوط به درجات آزادی پیچش و خمش پره، نشان داده شده است [16].

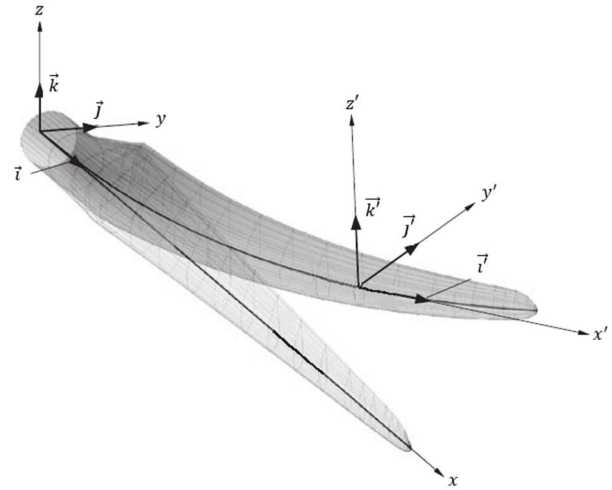
از داده‌های مختلف در مختصه طول پره برای زاویه  $\theta$  نیز برازش منحنی صورت گرفته است و از تابع استخراج شده در به دست آوردن معادلات نهایی



**Fig. 4** Extract the mass function of mass blade in various sections  
 شکل 4 استخراج تابع جرم بر واحد طول از مقادیر جرم بر واحد طول پره در مقاطع مختلف



**Fig. 5** Extract the mass moment of inertia function in  $y'$  direction of values for different sections of blade  
 شکل 5 استخراج تابع مربوط به ممان اینرسی جرمی در جهت  $y'$  از مقادیر مقاطع مختلف پره



**Fig. 2** Coordinate system before and after deformation of turbine blade

شکل 2 دستگاه مختصات قبل و بعد از تغییر شکل پره توربین



**Fig. 3** The blade of 5-MW wind turbine with various property in length in CATIA software

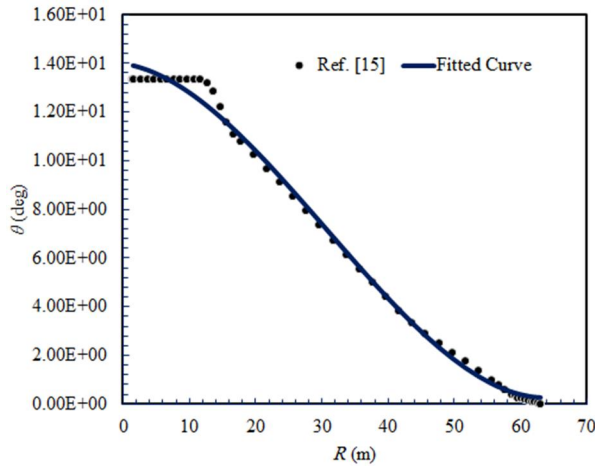
شکل 3 پره توربین 5 مگاواتی با خواص متغیر در طول پره در نرم‌افزار کتیا

است. پره توربین 5 مگاواتی دارای خواص هندسی و فیزیکی متغیر از جمله سطح مقطع، ممان‌های اینرسی و ... است که می‌توان هر یک از ترم‌های مربوط به جرم بر واحد طول، زاویه پیش پیچش، خواص سختی خمشی و پیچشی و ممان اینرسی‌های جرمی را به صورت تابعی از مختصه طول پره نوشت و در استخراج نهایی معادلات از آن‌ها استفاده کرد.

این کار برای استفاده از مدل واقعی پره توربین با خواص دقیق آن در حل معادلاتی انجام شده است و نتایج این پژوهش را به مدل واقعی بسیار نزدیک می‌کند، زیرا به جای استفاده از خواص ثابت و حل یک تیر ساده، از مدل واقعی و سه‌بعدی پره توربین برای بررسی ارتعاشات آزاد استفاده شده است. بدین منظور هر یک از پارامترهای متغیر در طول پره به کمک برازش منحنی از روی اطلاعات مربوط به یک پره توربین واقعی به صورت تابعی از مختصه طول پره ( $x$ ) در ادامه بیان شده‌اند و در حل معادلات به جای خصوصیات هندسی و فیزیکی ثابت، از توابع متغیر به دست آمده در این بخش استفاده شده است.

**2-1-1- تابع جرم بر واحد طول**

تابع جرم بر واحد طولی که براساس داده‌های پره توربین واقعی به صورت تابعی از مختصه طول پره استخراج شده است یک تابع چندجمله‌ای درجه 5



**Fig. 8** Extract the pre-twist angle function of values for different sections of blade

شکل 8 استخراج تابع مربوط به زاویه پیش‌پیچش از مقادیر مختلف در مقاطع مختلف

در رابطه بالا  $x$  فاصله ریشه از پره،  $m(x)$  جرم بر واحد طول توزیع شده در طول پره،  $mk_{m_2}^2(x)$  ممان اینرسی جرمی در جهت  $y'$  و  $EL_{y'}(x)$  سختی خمشی در جهت  $y'$  و  $\theta(x)$  نیز زاویه پیش‌پیچش پره است.

### 2-2- معادلات حرکت

با استفاده از اصل همیلتون، معادلات حرکت و شرایط مرزی را برای یک توربین باد می‌توان استخراج کرد. این اصل به صورت رابطه (2) است [17].

$$\int_{t_1}^{t_2} (\delta U - \delta T - \delta W) dt = 0 \quad (2)$$

$U$  انرژی کرنشی،  $T$  انرژی جنبشی و  $\delta W$  کار مجازی نیروهای خارجی است. عبارات مناسب برای  $\delta U$  و  $\delta T$  تعیین می‌شوند و سپس در معادله بالا قرار داده می‌شوند و معادلات نهایی حاصل می‌شوند. در این مقاله ارتعاشات آزاد پره توربین مورد نظر است به همین دلیل عبارت  $\delta W$  صفر در نظر گرفته می‌شود.

انرژی کرنشی برحسب تنش‌ها و کرنش‌های مهندسی در رابطه (2) به صورت رابطه (3) تعریف شده است [16].

$$U = \frac{1}{2} \int_0^R \iiint_A (\sigma_{xx}\epsilon_{xx} + \sigma_{x\eta}\epsilon_{x\eta} + \sigma_{x\zeta}\epsilon_{x\zeta}) d\eta d\zeta dx \quad (3)$$

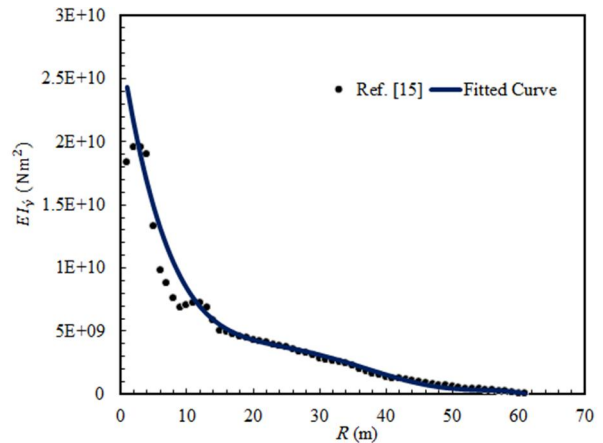
که در آن رابطه (4) را به صورت زیر داریم.

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= E\epsilon_{xx} \\ \sigma_{x\eta} &= E\epsilon_{x\eta} \\ \sigma_{x\zeta} &= E\epsilon_{x\zeta} \end{aligned} \quad (4)$$

در رابطه‌های (4,3) و  $\sigma_{xx}$ ،  $\sigma_{x\eta}$ ،  $\sigma_{x\zeta}$  مؤلفه‌های تنش و  $\epsilon_{xx}$ ،  $\epsilon_{x\eta}$  و  $\epsilon_{x\zeta}$  مؤلفه‌های کرنش مهندسی و  $E$  مدول یانگ است.  $\eta$  و  $\zeta$  نیز که در شکل 7 نشان داده شده، محورهای دستگاه مختصات انتخابی روی سطح مقطع پره برای نقطه‌ای روی محور الاستیک است. در رابطه (5) ترم‌های مربوط به مؤلفه‌های کرنش مهندسی بیان شده‌اند [16].

$$\begin{aligned} \epsilon_{xx} &= \epsilon_{11} \\ \epsilon_{x\eta} &= 2\epsilon_{12} \\ \epsilon_{x\zeta} &= 2\epsilon_{13} \end{aligned} \quad (5)$$

که مؤلفه‌های  $\epsilon_{11}$ ،  $\epsilon_{12}$  و  $\epsilon_{13}$  به صورت زیر در رابطه (6) بیان شده است [16].



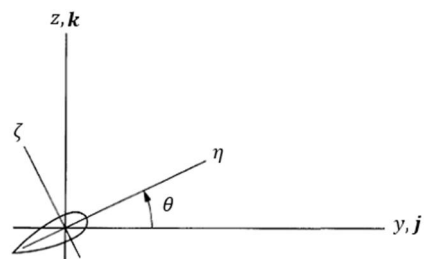
**Fig. 6** Extract the bending stiffness function in  $y'$  direction of values for different sections of blade

شکل 6 استخراج تابع مربوط به سختی خمشی در جهت  $y'$  از مقادیر مقاطع مختلف پره

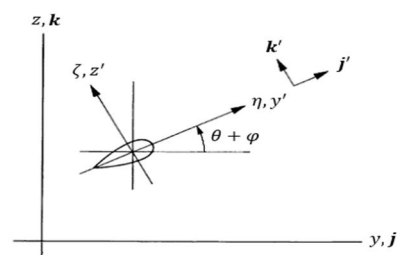
استفاده شده است. در شکل 8 برازش منحنی از این داده‌ها نمایش داده شده است. به همین ترتیب نیز برای ممان اینرسی جرمی و سختی خمشی در جهت  $z'$  و همچنین سختی پیچشی برازش منحنی از داده‌های مختلف در مقاطع مختلف پره انجام و از توابع استخراج شده برای به دست آوردن معادلات حرکت استفاده شده است.

توابع برازش شده در رابطه (1) بیان شده است.

$$\begin{aligned} m(x) &= -1.579 \times 10^{-5}x^5 + 0.00294x^4 - 0.2054x^3 \\ &\quad + 6.615x^2 - 103.2x + 976.2 \\ mk_{m_2}^2(x) &= -1.96 \times 10^{-5}x^5 + 0.003504x^4 - 0.2351x^3 \\ &\quad + 7.51x^2 - 129x + 1344 \\ EL_{y'}(x) &= -393.2x^5 + 7.625 \times 10^4x^4 - 5.616 \times 10^6x^3 \\ &\quad + 1.962 \times 10^8x^2 - 3.385 \times 10^9x + 72752 \times 10^{10} \\ \theta(x) &= 9.586 \times 10^{-5}x^3 - 0.008855x^2 - 0.04034x + 13.99 \end{aligned} \quad (1)$$



a)



b)

**Fig. 7** The cross section of blade, a) before, b) after deformation [16]

شکل 7 سطح مقطع پره، الف) قبل، ب) پس از تغییر شکل [16]

انرژی جنبشی پره‌های توربین باد در ادامه به دست آورده می‌شود. تغییر شکل‌های پره توسط جابه‌جایی‌های الاستیک  $u, v, w$  به ترتیب موازی با بردارهایی که  $\vec{i}, \vec{j}$  و  $\vec{k}$  در شکل 9 نمایش داده شده‌اند. به عبارت دیگری نقطه از دستگاه  $xyz$  که پیش از تغییر شکل در مختصات  $(x, 0, 0)$  قرار گرفته است، پس از تغییر شکل به مختصات  $(x + u, v, w)$  انتقال می‌یابد. دستگاه مختصات  $x'y'z'$  دستگاه متصل به پره پس از تغییر شکل است. در شکل 7 سطح مقطع تیر پس از تغییر شکل نشان داده شده است و محورهای دستگاه مختصات  $\eta$  و  $\zeta$  محورهای اصلی سطح مقطع هستند. هنگامی که تغییر شکل در تیر ایجاد می‌شود، مرکز برش آن (مبدأ دستگاه مختصات  $\eta$  و  $\zeta$ ) به اندازه  $u$  در جهت  $x$  (در شکل 7 نشان داده نشده است)، در جهت  $y$  و  $w$  در جهت  $z$  جابه‌جا می‌شود. در این شکل صفحه  $z'k'$  بر صفحه  $jk$  منطبق نیست و فقط تصویر آن در صفحه  $jk$  نشان داده شده است. همچنین زاویه پیچش سطح مقطع حول محور  $x'$  به اندازه  $\varphi$  است. در ادامه تنها دو درجه آزادی  $w$  و  $\varphi$  برای پره در نظر گرفته شده و از تغییر شکل‌های محوری  $u$  و عرضی  $v$  به دلیل ناچیز بودن آن‌ها صرف نظر شده است.

مکان یک نقطه دلخواه روی پره پس از تغییر شکل در موقعیت  $(x_1, y_1, z_1)$  مطابق رابطه (12) قرار می‌گیرد [16].

$$\begin{aligned} x_1 &= x - w'[\eta \sin(\theta + \varphi) + \zeta \cos(\theta + \varphi)] \\ y_1 &= \eta \cos(\theta + \varphi) + \zeta \sin(\theta + \varphi) \\ z_1 &= w + \eta \sin(\theta + \varphi) + \zeta \cos(\theta + \varphi) \end{aligned} \quad (12)$$

بردار موقعیت نقطه‌ای از پره توربین را با توجه به شکل 1 می‌توان به صورت رابطه (13) بیان کرد.

$$\vec{r} = \vec{r}_1 + \vec{r}_2 \quad (13)$$

که مؤلفه‌های آن به صورت رابطه (14) بیان می‌شوند.

$$\begin{aligned} \vec{r}_1 &= l\vec{i} \\ \vec{r}_2 &= x_1\vec{i} + y_1\vec{j} + z_1\vec{k} \end{aligned} \quad (14)$$

که در رابطه (14)،  $l$  طول پایه توربین است؛ بنابراین بردار سرعت این نقطه از پره توربین را نسبت به مرجع ثابت می‌توان به صورت رابطه (15) نوشت.

$$\begin{aligned} \vec{v} &= \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{r}_1}{dt} + \frac{d\vec{r}_2}{dt} \\ &= \left( \frac{\partial \vec{r}_1}{\partial t} + \vec{\Omega}_B \times \vec{r}_1 \right) + \left( \frac{\partial \vec{r}_2}{\partial t} + \vec{\Omega}_t \times \vec{r}_2 \right) \end{aligned} \quad (15)$$

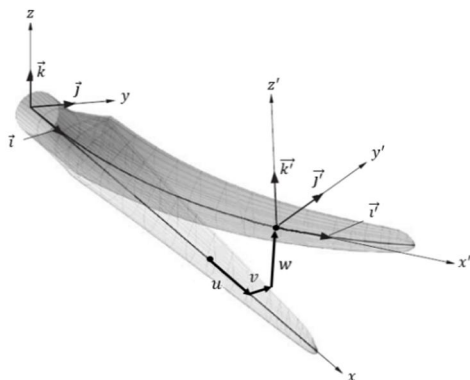


Fig. 9 Elastic displacements

شکل 9 جابه‌جایی‌های الاستیک

$$\begin{aligned} \varepsilon_{11} &= \frac{1}{2}w'^2 + \frac{1}{2}(\eta^2 + \zeta^2)\varphi'^2 - w''(\eta \sin(\theta + \varphi) + \zeta \cos(\theta + \varphi)) \\ \varepsilon_{12} &= -\frac{1}{2}\zeta\varphi' \\ \varepsilon_{13} &= \frac{1}{2}\eta\varphi' \end{aligned} \quad (6)$$

در رابطه بالا علامت پرایم به معنی مشتق نسبت به  $x$  است. با جای‌گذاری رابطه (6) در روابط (5,4) و سپس جای‌گذاری در رابطه (3)، رابطه (7) را به شرح زیر خواهیم داشت.

$$\begin{aligned} U &= \frac{1}{2} \int_0^R \iint_A (E \left( \frac{1}{2} \varphi'^2 (\eta^2 + \zeta^2) \right. \\ &\quad \left. + w'' (\zeta \cos(\theta + \varphi) - \eta \sin(\theta + \varphi)) + \frac{1}{2} w'^2 \right) \\ &\quad \left. + GJ (\eta^2 + \zeta^2) \varphi'^2 \right) d\eta d\zeta dx \end{aligned} \quad (7)$$

برای ساده شدن روابط، پارامترهای (8) تعریف می‌شوند [16].

$$\begin{aligned} A &= \iint_A d\eta d\zeta \\ A e_A &= \iint_A \eta d\eta d\zeta \\ I_y &= \iint_A \zeta^2 d\eta d\zeta \\ I_z &= \iint_A \eta^2 d\eta d\zeta \\ J &= \iint_A (\zeta^2 + \eta^2) d\eta d\zeta \\ B_1^* &= \iint_A (\zeta^2 + \eta^2)^2 d\eta d\zeta \\ B_2^* &= \iint_A \eta (\zeta^2 + \eta^2) d\eta d\zeta \end{aligned} \quad (8)$$

در روابط تعریف‌شده در معادله (8)،  $A$  مساحت سطح مقطع پره،  $e_A$  فاصله بین محور الاستیک و مرکز سطح مقطع،  $I$  ممان اینرسی حول محورهای  $y'$  و  $z'$ ،  $J$  ثابت صلبیت پیچشی و  $B_1^*$  و  $B_2^*$  انتگرال‌های سطح مقطع پره است. به این ترتیب با استفاده از رابطه (8) و خطی‌سازی حول نقطه تعادل سیستم، تغییرات انرژی کرنشی را می‌توان به صورت رابطه (9) بیان کرد.

$$\delta U = \int_0^R (\bar{Y}_w \delta w + \bar{Y}_\varphi \delta \varphi) dx + b(U) \quad (9)$$

و رابطه (10) را به صورت زیر داریم.

$$\begin{aligned} \bar{Y}_w &= EI_z w^{(4)} \sin^2(\theta) + EI_y w^{(4)} \cos^2(\theta) \\ \bar{Y}_\varphi &= -GJ \varphi'' \end{aligned} \quad (10)$$

جمله مربوط به شرایط مرزی در عبارت تغییرات انرژی کرنشی را می‌توان به صورت رابطه (11) بیان کرد [16].

$$\begin{aligned} b(U) &= [EI_z w'' \sin^2(\theta) + EI_y w'' \cos^2(\theta)] \delta w' \Big|_0^R \\ &\quad - [EI_z w''' \sin^2(\theta) + EI_y w''' \cos^2(\theta)] \delta w \Big|_0^R \\ &\quad + [GJ \varphi'] \delta \varphi \Big|_0^R \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned}
 & w''(\Omega_y \cos(\gamma) - \Omega_x \sin(\gamma))^2 (mk_{m_1}^2 \cos(\theta)^2 + mk_{m_2}^2 \sin(\theta)^2) + (\Omega_y \cos(\gamma) - \Omega_x \sin(\gamma))(\Omega_x \cos(\gamma) - \Omega_y \sin(\gamma)) (\varphi' \cos(\theta)^2 (mk_{m_1}^2 - mk_{m_2}^2) - \varphi' \sin(\theta)^2 (mk_{m_1}^2 - mk_{m_2}^2)) - EI_y w^{(4)} \cos(\theta)^2 - EI_z w^{(4)} \sin(\theta)^2 - 2\varphi'(\Omega + \Omega_z)(mk_{m_1}^2 \cos(\theta)^2 + mk_{m_2}^2 \sin(\theta)^2) - w''(\Omega + \Omega_z)^2 (mk_{m_1}^2 \cos(\theta)^2 + mk_{m_2}^2 \sin(\theta)^2) - mx(\Omega + \Omega_z)(\Omega_x \cos(\gamma) - \Omega_y \sin(\gamma)) - mL\Omega_z \cos(\gamma)(\Omega_x \cos(\gamma) + \Omega_y \sin(\gamma)) + mw\Omega_x \cos(\gamma)(\Omega_x \cos(\gamma) + \Omega_y \sin(\gamma)) + mw\Omega_y \sin(\gamma)(\Omega_x \cos(\gamma) + \Omega_y \sin(\gamma)) + 2\varphi' \cos(\theta) \sin(\theta) (mk_{m_1}^2 - mk_{m_2}^2)(\Omega_y \cos(\gamma) - \Omega_x \sin(\gamma)) - mL\Omega_z \sin(\gamma)(\Omega_y \cos(\gamma) - \Omega_x \sin(\gamma)) - mw\Omega_x \sin(\gamma)(\Omega_y \cos(\gamma) - \Omega_x \sin(\gamma)) + 2\varphi' \Omega_x \cos(\gamma) \cos(\theta) \sin(\theta) (\Omega + \Omega_z)(mk_{m_1}^2 - mk_{m_2}^2) + 2\varphi' \Omega_y \sin(\gamma) \cos(\theta) \sin(\theta) (\Omega + \Omega_z)(mk_{m_1}^2 - mk_{m_2}^2) = 0 \\
 GJ\varphi'' - \ddot{\varphi}(mk_{m_1}^2 + mk_{m_2}^2) + ((\Omega + \Omega_z)^2 + (\Omega_x \cos(\gamma) + \Omega_y \sin(\gamma))^2) (\varphi(mk_{m_1}^2 - mk_{m_2}^2) \cos(2\theta) + \frac{1}{2} \sin(2\theta) (mk_{m_1}^2 - mk_{m_2}^2)) - 2\dot{w}'(\Omega + \Omega_z)(mk_{m_1}^2 \cos(\theta)^2 + mk_{m_2}^2 \sin(\theta)^2) - (\Omega + \Omega_z)(\Omega_y \cos(\gamma) - \Omega_x \sin(\gamma)) (mk_{m_1}^2 \cos(\theta)^2 + mk_{m_2}^2 \sin(\theta)^2 + \varphi \sin(2\theta) (mk_{m_1}^2 - mk_{m_2}^2)) + (\Omega + \Omega_z)(\Omega_y \cos(\gamma) - \Omega_x \sin(\gamma)) (mk_{m_2}^2 \cos(\theta)^2 + mk_{m_1}^2 \sin(\theta)^2 + \varphi \sin(2\theta) (mk_{m_1}^2 - mk_{m_2}^2)) - \Omega \cos(\gamma) (\Omega_y \cos(\gamma) - \Omega_x \sin(\gamma)) (\varphi(mk_{m_1}^2 - mk_{m_2}^2) \cos(2\theta) + \frac{1}{2} \sin(2\theta) (mk_{m_1}^2 - mk_{m_2}^2)) + w'(\Omega_y \cos(\gamma) - \Omega_x \sin(\gamma))(mk_{m_2}^2 \cos(2\theta) - mk_{m_1}^2 \sin(2\theta))(\Omega_x \cos(\gamma) + \Omega_y \sin(\gamma)) + \Omega_x \sin(\gamma) (\Omega_y \cos(\gamma) - \Omega_x \sin(\gamma)) (\varphi(mk_{m_1}^2 - mk_{m_2}^2) \cos(2\theta) + \frac{1}{2} \sin(2\theta) (mk_{m_1}^2 - mk_{m_2}^2)) - \Omega_x \cos(\gamma) (\Omega_x \cos(\gamma) + \Omega_y \sin(\gamma)) (\varphi(mk_{m_1}^2 - mk_{m_2}^2) \cos(2\theta) + \frac{1}{2} \sin(2\theta) (mk_{m_1}^2 - mk_{m_2}^2)) - \Omega \sin(\gamma) (\Omega_x \cos(\gamma) + \Omega_y \sin(\gamma)) (\varphi(mk_{m_1}^2 - mk_{m_2}^2) \cos(2\theta) + \frac{1}{2} \sin(2\theta) (mk_{m_1}^2 - mk_{m_2}^2)) + \dot{w}' \sin(2\theta) (mk_{m_1}^2 - mk_{m_2}^2)(\Omega_y \cos(\gamma) - \Omega_x \sin(\gamma)) - \frac{1}{2} xw' \sin(2\theta) (\Omega + \Omega_z)(mk_{m_1}^2 - mk_{m_2}^2)(\Omega_x \cos(\gamma) + \Omega_y \sin(\gamma)) + \frac{1}{2} \sin(2\theta) (\varphi \Omega_x \sin(\gamma) - w' \Omega_x \cos(\gamma) - w' \Omega_y \sin(\gamma)) (\Omega + \Omega_z)(mk_{m_1}^2 - mk_{m_2}^2) = 0 \quad (23)
 \end{aligned}$$

### 3- حل معادلات حرکت

جهت حل معادلات حرکت از روش گالرکین استفاده شده است. روش گالرکین با درنظر گرفتن حاصل ضربی از مودهای مکانی در ترم‌های زمانی برای هر مود به گسسته‌سازی ترم‌های مکانی و زمانی هر درجه آزادی می‌پردازد. بدین ترتیب طبق روش گالرکین، درجات آزادی خمش و پیچش پره را می‌توان به صورت ترکیب خطی از حاصل ضرب مودهای مکانی و ترم‌های زمانی به صورت رابطه (24) بیان کرد.

که در رابطه بالا منظور از بردار  $\vec{\Omega}_B$ ، بردار سرعت دورانی پایه و بردار  $\vec{\Omega}_t$  جمع دو بردار سرعت دورانی پایه  $\vec{\Omega}_B$  و بردار سرعت دورانی روتور  $\vec{\Omega}$  که در شکل 1 نیز نشان داده شده است. این بردارهای سرعت را می‌توان به صورت رابطه (16) بیان کرد.

$$\begin{aligned}
 \vec{\Omega}_B &= \Omega_x \vec{I} + \Omega_y \vec{J} + \Omega_z \vec{K} \\
 \vec{\Omega} &= \Omega \vec{k} \\
 \vec{\Omega}_t &= \vec{\Omega}_B + \vec{\Omega} \quad (16)
 \end{aligned}$$

که در رابطه بالا،  $\partial/\partial t$  مشتق زمانی است. در نتیجه بردار سرعت را در دستگاه  $xyz$  می‌توان به صورت رابطه (17) نوشت.

$$\begin{aligned}
 \vec{V} &= \vec{V}_i + \vec{V}_j + \vec{V}_k \quad (17) \\
 V_i &= \dot{x}_1 + L\Omega_z \sin(\gamma) - z_1 \Omega_x \sin(\gamma) + z_1 \Omega_y \cos(\gamma) - y_1 (\Omega + \Omega_z) \\
 V_j &= \dot{y}_1 + L\Omega_z \cos(\gamma) - z_1 \Omega_x \cos(\gamma) - z_1 \Omega_y \sin(\gamma) - x_1 (\Omega + \Omega_z) \\
 V_k &= \dot{x}_1 + L\Omega_y + y_1 \Omega_x \cos(\gamma) + y_1 \Omega_y \sin(\gamma) + x_1 \Omega_x \sin(\gamma) - x_1 \Omega_y \cos(\gamma) \quad (18)
 \end{aligned}$$

جهت ساده شدن روابط، پارامترهای (19) تعریف می‌شود [16].

$$\begin{aligned}
 m &= \iint_A \rho d\eta d\zeta \\
 me &= \iint_A \rho \eta d\eta d\zeta \\
 mk_{m_1}^2 &= \iint_A \rho \zeta^2 d\eta d\zeta \\
 mk_{m_2}^2 &= \iint_A \rho \eta^2 d\eta d\zeta \\
 k_{m_1}^2 + k_{m_2}^2 &= k_m^2 \quad (19)
 \end{aligned}$$

در این روابط،  $m$  جرم بر واحد طول پره توربین،  $e$  فاصله بین مرکز جرم با محور الاستیک،  $mk_{m_1}^2$  و  $mk_{m_2}^2$  ممان‌های اینرسی جرمی در جهات  $Z'$  و  $Y'$  و  $k_m^2$  شعاع ژیراسیون جرمی سطح مقطع پره است. تغییرات انرژی جنبشی را با استفاده از روابط سرعت می‌توان به صورت رابطه (20) نوشت [16].

$$\delta T = \int_0^R \iint_A (\rho \vec{V} \cdot \delta \vec{V}) d\eta d\zeta dx \quad (20)$$

با جای گذاری روابط بالا در رابطه (20) و خطی سازی حول نقطه تعادل سیستم، می‌توان تغییرات انرژی جنبشی را به صورت رابطه (21) بیان کرد.

$$\delta T = \int_0^R [(\bar{Z}_w - \bar{Z}'_w) \delta w + \bar{Z}_\varphi \delta \varphi] dx + b(T) \quad (21)$$

ترم‌های  $\bar{Z}_w$  و  $\bar{Z}'_w$  به دلیل طولانی بودن بیان نشده‌اند. ترم مربوط به شرایط مرزی در رابطه (21) را نیز می‌توان به صورت رابطه (22) نوشت [16].

$$b(T) = \bar{Z}'_w \delta w \Big|_0^R \quad (22)$$

با جای گذاری این روابط در رابطه (2) و صفر قرار دادن عبارت مربوط به کار نیروهای خارجی در رابطه یادشده، معادلات حرکت به فرم معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی برای هریک از درجات آزادی استخراج می‌شوند به صورت رابطه (23) است.

$$\ddot{w}' (mk_{m_1}^2 \cos(\theta)^2 + mk_{m_2}^2 \sin(\theta)^2) - m\ddot{w} -$$

امواج شدید آب و ... لازم است که روتور توربین قفل شود و در شرایط عادی، توربین تحت عملکرد معمول خود قرار گیرد. به این دلیل در این مقاله، شرایط قفل بودن روتور توربین‌ها مورد بررسی قرار گرفته است.

**4-1- اعتبارسنجی**

جهت اعتبارسنجی نتایج، ابتدا مقادیر فرکانس خمشی پره توربین که با خواص متغیر در طول پره مدل‌سازی شد با تحقیقات مقالات دیگر مقایسه شده‌اند و سپس به کمک نرم‌افزار طراحی کتیا و استفاده از مراجع طراحی توربین‌های بادی، پره توربین به صورت دقیق شبیه‌سازی شده و برای راستی-آزمایی حل تئوری، پره شبیه‌سازی شده به کمک نرم‌افزار آباکوس تحلیل شده است، که در ادامه این بحث نتایج این دو روش اعتبارسنجی شرح داده شده‌اند.

در سال 2015، تانگ و همکارانش [19] روی ارتعاشات خمشی یک تیر با خواص هندسی متغیر در طول تیر در دو حالت چرخان و غیرچرخان که در شکل 10 نشان داده شده است تحقیقاتی انجام دادند. از آن‌جا که در این پژوهش نیز پره توربین به صورت یکسر گیردار بوده و خواص هندسی آن در طول متغیر است؛ بنابراین برای بررسی نتایج این پژوهش با نتایج تانگ و همکارانش می‌توان با صفر در نظر گرفتن سرعت‌های دورانی پایه، نتایج را با یکدیگر مقایسه کرد.

تانگ و همکارانش برای تیر نشان داده شده در شکل 10 سطح مقطع و ممان اینرسی را متغیر با طول تیر به صورت رابطه (28) در نظر گرفتند [19].

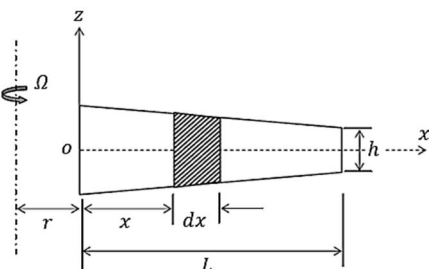
$$A(x) = A_0(1 - c \frac{x}{L})^n$$

$$I(x) = I_0(1 - c \frac{x}{L})^{n+m} \tag{28}$$

در رابطه (28)،  $A_0$  و  $I_0$  به ترتیب سطح مقطع و ممان اینرسی تیر در ابتدای تیر و  $c$  نسبت مخروطی است. تانگ و همکارانش در پژوهشی برای چندین حالت  $n$ ،  $m$  و  $e$  فرکانس‌های خمشی تیر را به دست آوردند. برای بررسی صحت پاسخ‌ها با تحقیق یادشده، در پژوهش حاضر نیز مدل پره توربین به صورتی که تانگ و همکارانش مدل کردند، در نظر گرفته شده است و مقادیر فرکانس خمشی با نتایج آن‌ها قیاس شده‌اند که بررسی نتایج که در جدول 2 آمده است حاکی از صحت پژوهش حاضر دارد.

در ادامه راستی‌آزمایی نتایج این پژوهش، مدل دقیق پره توربین 5 مگاواتی واقعی در نرم‌افزار کتیا طراحی شده است که مطابق شکل 2 است. سپس این مدل در نرم‌افزار آباکوس به جهت بررسی نتایج حل تئوری، تحلیل ارتعاشی شده است و مقادیر فرکانس‌ها از طریق تحلیل نرم‌افزار آباکوس به دست آمدند.

در جدول 3 فرکانس‌های ارتعاشی به دست آمده از تحلیل نرم‌افزار آباکوس با نتایج پژوهش حاضر و همچنین درصد خطا در هر حالت آورده شده است



**Fig. 10** Configuration of a rotating tapered cantilever beam [19]  
 شکل 10 تیر چرخان با خواص متغیر در طول تیر [19]

$$w(x, t) = \sum_{i=1}^n w_i(x) b_i(t)$$

$$\varphi(x, t) = \sum_{i=1}^n \varphi_i(x) d_i(t) \tag{24}$$

در رابطه بالا،  $w_i(x)$  و  $\varphi_i(x)$  شکل مودهای خمشی و پیچشی ارتعاشات پره توربین و  $b_i(t)$  و  $d_i(t)$  ضرایب زمانی است و  $n$  تعداد مودها را نشان می‌دهد.

با توجه به شرایط مرزی حاکم بر پره توربین، مودهای مکانی به صورت رابطه (25) در نظر گرفته شده‌اند [18].

$$w_i(x) = \frac{(\frac{x}{R}) \{6 + i^2 (1 - \frac{x}{R})^2 + i(5 - 6 \frac{x}{R} + (\frac{x}{R})^2)\}}{i(i+1)(i+2)(i+3)}$$

$$\varphi_i(x) = \sin(\frac{(2i+1)\pi x}{2R}) \tag{25}$$

بر اساس روش گالرکین، با جای‌گذاری روابط (25,24) در معادلات استخراج شده (رابطه (23)) برای هر یک از درجات آزادی خمش و پیچش و سپس ضرب هر معادله در مود مکانی مربوط به خودش و انتگرال‌گیری در طول پره، معادلات دیفرانسیل حاکم بر مسئله به فرم معادلات دیفرانسیل معمولی به دست می‌آیند. برای محاسبه فرکانس‌های طبیعی پره توربین بادی، معادلات به دست آمده را به فرم فضای حالت برده و با استخراج ماتریس  $A$  که در رابطه (26) نشان داده شده است، می‌توان فرکانس‌های طبیعی سیستم که همان مقادیر ویژه ماتریس  $A$  هستند را به دست آورد.

$$\dot{\vec{y}} = [A]\vec{y} \tag{26}$$

در رابطه بالا بردار ستونی  $\vec{y}$  بردار مختصات تعمیم‌یافته است که به صورت رابطه (27) می‌توان نوشت.

$$\vec{y} = [b_i^T d_i^T b_i^T d_i^T]^T \tag{27}$$

**4- نتایج**

همان‌طور که در بخش‌های پیشین یاد شد، در این پژوهش از توربین بادی 5 مگاواتی به عنوان توربین مرجع برای بررسی ارتعاشات آزاد و فرکانس‌ها استفاده شده است، چرا که در سال‌های اخیر توسط آزمایشگاه ملی انرژی‌های تجدیدپذیر آمریکا، توربین 5 مگاواتی مرجع به عنوان یک توربین بادی محور افقی در مقیاس ابزار مفهومی شناخته شد و محققان بسیاری پس از آن از این توربین به عنوان مرجعی برای تحقیقات استفاده کردند. از آن‌جا که خواص ساختاری و هندسی پره توربین در طول پره توزیع شده‌اند و این خواص در بخش‌های پیشین به صورت توابعی از مختصه طول پره استخراج شدند و در معادلات به کار برده شدند، دیگر پارامترهای اصلی این توربین در جدول 1 آورده شده است.

از آن‌جا که توربین‌های بادی شناور در سطح آب، تحت تأثیر شرایط مختلف جوی قرار می‌گیرند؛ بنابراین در مواردی چون اغتشاشات شدید جوی،

**جدول 1** پارامترهای اصلی توربین بادی 5 مگاواتی

پارامتر	توضیح	مقدار
$R$	شعاع روتور	63 (m)
$l$	طول پایه	87.6 (m)
$\Omega_x$	سرعت دورانی پایه در جهت $x$	$1 (\frac{rad}{s})$
$\Omega_y$	سرعت دورانی پایه در جهت $y$	$1 (\frac{rad}{s})$
$\Omega_z$	سرعت دورانی پایه در جهت $z$	$1 (\frac{rad}{s})$

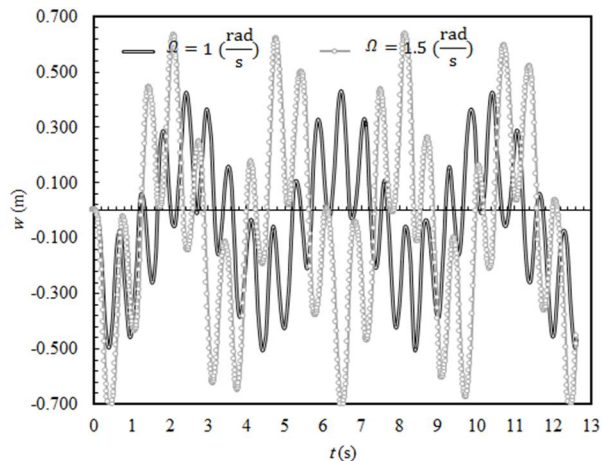


Fig. 12 Bending vibration of the blade tip

شکل 12 ارتعاشات آزاد مربوط به خمش انتهایی پره توربین

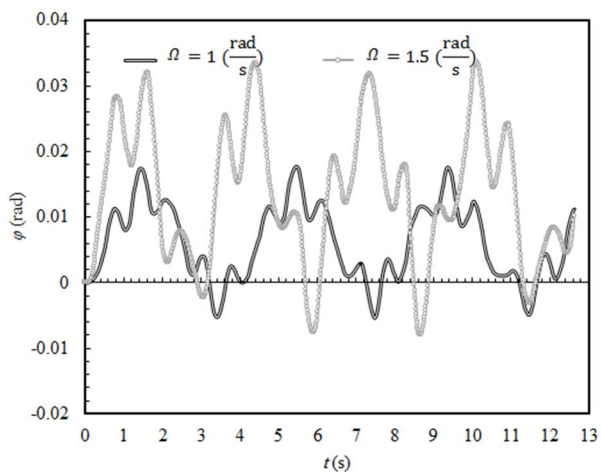


Fig. 13 Twisting vibration of the blade tip

شکل 13 ارتعاشات آزاد مربوط به پیچش انتهایی پره توربین

در ارتعاشات پره‌های توربین و به دلیل شرایط فیزیکی حاکم بر مسئله (شرایط تکیه‌گاه) و مطابق با تحقیقات پیشین در زمینه توربین‌های بادی، مودهای اول و دوم خمش و پیچش به‌عنوان مودهای غالب مورد بررسی قرار گرفته‌اند.

اثر تغییرات سرعت دورانی پایه بر فرکانس‌ها برای سه حالت مختلف زاویه گاما که در شکل 1 نشان داده شده است و زاویه قرارگیری پره‌ها نسبت به دستگاه مختصات مرجع، سنجیده شده‌است. زاویه میان هر پره از توربین بادی 120 درجه است. با تغییرات زاویه گاما از صفر تا 120 درجه می‌توان تمامی حالت‌های تغییرات فرکانس‌ها را در موقعیت‌های مختلف قرارگیری پره مورد بررسی قرار داد که در این پژوهش برای سه حالت صفر، 60 و 120 درجه برای زاویه گاما بررسی صورت گرفته است.

در ابتدا اثر تغییرات سرعت دورانی پایه در جهت X بر فرکانس‌های اول و دوم خمش و پیچش ( $\omega_1, \omega_2, \omega_3$  و  $\omega_4$  به ترتیب فرکانس‌های اول و دوم خمش و پیچش) مورد ارزیابی قرار گرفته است. همان‌طور که در شکل‌های 14-17 نشان داده شده است، افزایش سرعت دورانی پایه در جهت X سبب کاهش فرکانس‌های اول و دوم خمش و پیچش پره توربین برای سه حالت مختلف زاویه قرارگیری پره خواهد شد.

در این قسمت نیز تغییرات سرعت دورانی پایه در جهت Y بر

جدول 2 مقایسه نتایج با مرجع [19]  
Table 2 Comparison of results with Ref. [19]

فرکانس	پژوهش حاضر (rad/s)	مرجع [19] (rad/s)	درصد خطا
مود اول خمش	5.3184	5.5458	4.1004
مود دوم خمش	20.1539	20.8703	3.4326

که درصد خطای پایین در این روش نیز، حاکی از صحت پژوهش حاضر است. شکل 11 مود اول ارتعاشات آزاد پره توربین را در نرم‌افزار آباکوس نشان می‌دهد.

#### 4-2- پاسخ زمانی

در این قسمت پاسخ‌های زمانی انتهایی پره توربین بادی و اثر پارامتر سرعت دورانی روتور مورد بررسی قرار گرفته است.

در این بخش، ابتدا پاسخ زمانی مربوط به درجه آزادی خمش انتهایی پره توربین در دو حالت مختلف سرعت دورانی روتور مورد بررسی قرار گرفته است. همان‌طور که در شکل 12 نشان داده شده با افزایش سرعت روتور دامنه ارتعاشات انتهایی پره توربین بیشتر شده است.

در ادامه پاسخ زمانی مربوط به پیچش انتهایی پره توربین تحت شرایط مختلف سرعت دورانی روتور مورد ارزیابی قرار گرفته که در شکل 13 ارتعاشات پیچشی انتهایی پره توربین در طول زمان نشان داده شده است. در این حالت نیز افزایش سرعت دورانی روتور سبب افزایش دامنه ارتعاشات و همچنین جابه‌جا شدن نقطه تعادل ارتعاشات سیستم خواهد شد.

#### 4-3- فرکانس ارتعاشات توربین باد

برای بررسی اثر پارامترهایی چون سرعت‌های دورانی پایه بر فرکانس‌های طبیعی پره توربین، هر بار یکی از سرعت‌های دورانی پایه به‌عنوان متغیر در نظر گرفته شده است و اثر تغییرات آن پارامتر بر فرکانس‌های اول و دوم خمش و پیچش مورد بررسی قرار گرفته است. در این مقاله برای هر درجه آزادی مودهای اول و دوم خمش و پیچش مورد بررسی قرار گرفته‌اند، چرا که نتایج برای دو مود با نتایج تعداد مودهای بیشتر هم‌خوانی خوبی داشته است.

جدول 3 مقایسه نتایج با حل نرم‌افزار آباکوس

Table 3 Comparison of results with ABAQUS results

فرکانس	پژوهش حاضر (rad/s)	حل نرم‌افزار آباکوس (rad/s)	درصد خطا
اول	5.3146	5.4281	-2.136
دوم	6.7545	6.0084	11.046
سوم	17.4057	17.8369	-2.477
چهارم	31.2231	30.0471	3.766



Fig. 11 The first bending mode of turbine blade vibration in ABAQUS software

شکل 11 مود اول خمش ارتعاشات آزاد پره توربین در نرم‌افزار آباکوس



Y که نشان‌دهنده تلاطم دریا در این جهت است، سبب کاهش فرکانس‌های اول و دوم خمش و پیچش می‌شود که این تغییرات در شکل‌های 18-21 نشان داده شده است.

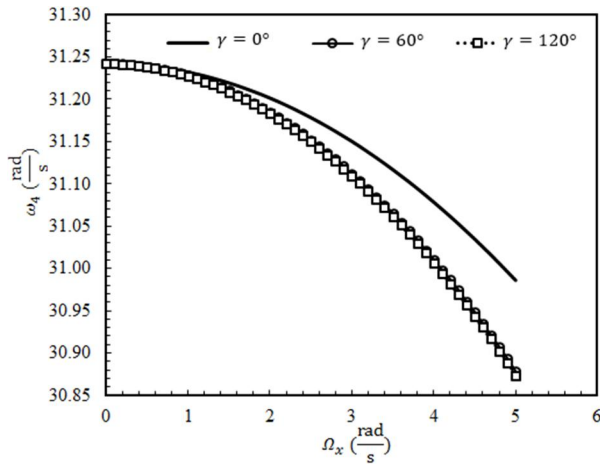


Fig. 17 Effect of changes in rotational speed base in X direction on the second twisting mode

شکل 17 اثر تغییرات سرعت دورانی پایه در جهت X بر مود دوم پیچش

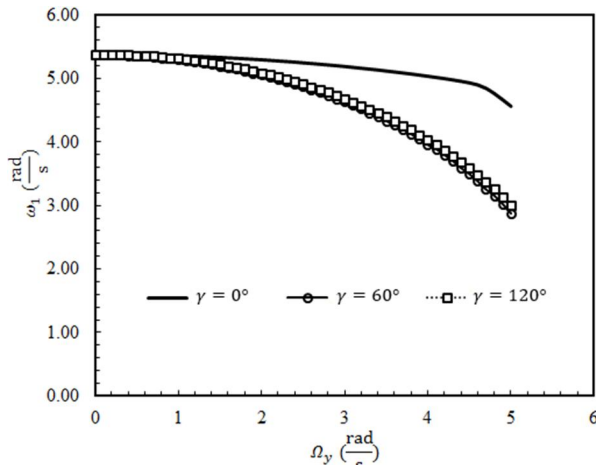


Fig. 18 Effect of changes in rotational speed base in Y direction on the first bending mode

شکل 18 اثر تغییرات سرعت دورانی پایه در جهت Y بر مود اول خمش

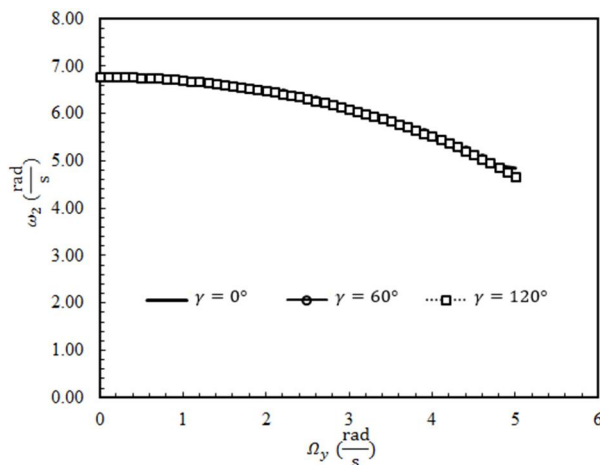


Fig. 19 Effect of changes in rotational speed base in Y direction on the second bending mode

شکل 19 اثر تغییرات سرعت دورانی پایه در جهت Y بر مود اول پیچش

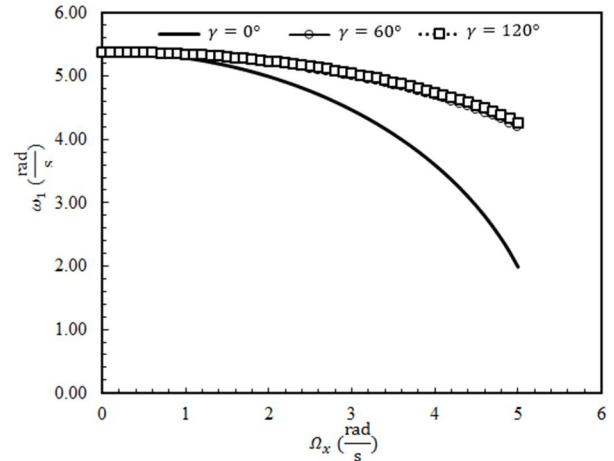


Fig. 14 Effect of changes in rotational speed base in X direction on the first bending mode

شکل 14 اثر تغییرات سرعت دورانی پایه در جهت X بر مود اول خمش

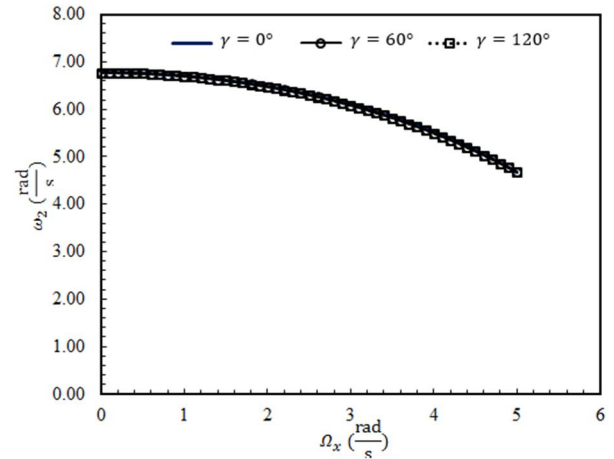


Fig. 15 Effect of changes in rotational speed base in X direction on the second bending mode

شکل 15 اثر تغییرات سرعت دورانی پایه در جهت X بر مود اول پیچش

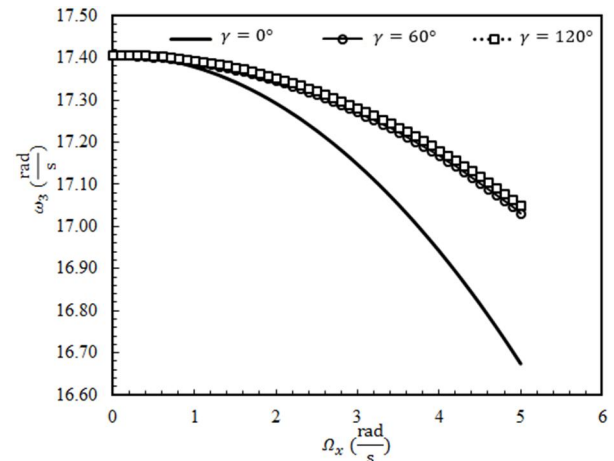


Fig. 16 Effect of changes in rotational speed base in X direction on the first twisting mode

شکل 16 اثر تغییرات سرعت دورانی پایه در جهت X بر مود دوم خمش

فرکانس‌های اول و دوم خمش و پیچش برای پره توربین در سه حالت مختلف زاویه قرارگیری پره نسبت به دستگاه مختصات ثابت بررسی شده است. در این حالت نیز، مطابق شکل‌های 14-17، افزایش سرعت دورانی پایه در جهت

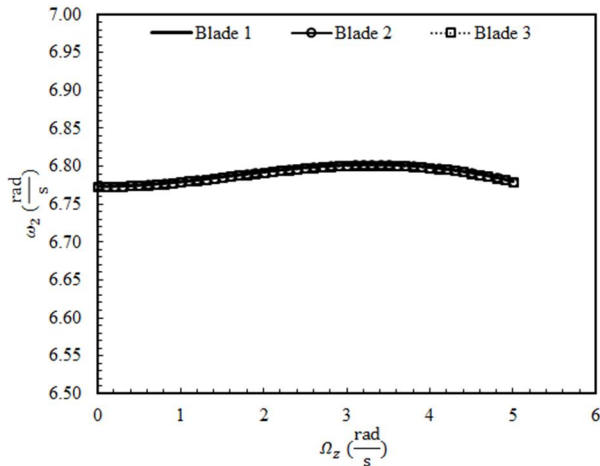


Fig. 23 Effect of changes in rotational speed base in Z direction on the second bending mode

شکل 23 اثر تغییرات سرعت دورانی پایه در جهت Z بر مود اول پیچش

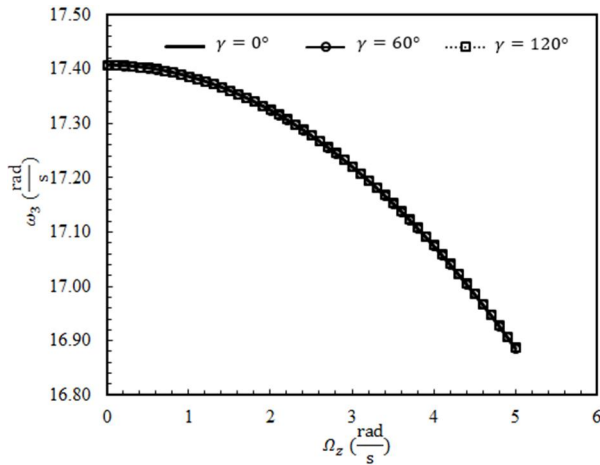


Fig. 24 Effect of changes in rotational speed base in Z direction on the first twisting mode

شکل 24 اثر تغییرات سرعت دورانی پایه در جهت Z بر مود دوم خمش

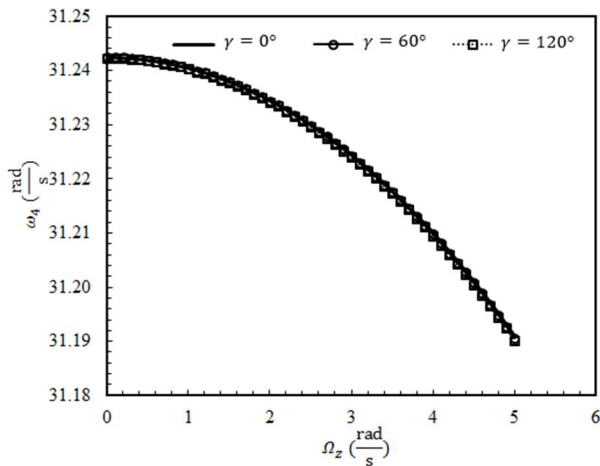


Fig. 25 Effect of changes in rotational speed base in Z direction on the second twisting mode

شکل 25 اثر تغییرات سرعت دورانی پایه در جهت Z بر مود دوم پیچش

### 5- نتیجه‌گیری

در این مقاله ارتعاشات آزاد توربین بادی 5 مگاواتی تحت شرایطی که پایه توربین دارای سرعت دورانی در سه جهت X، Y و Z، بررسی شده است.

در انتهای نیز اثر افزایش سرعت دورانی پایه در جهت Z، بر فرکانس‌های اول و دوم خمش و پیچش در شکل‌های 22-25 نشان داده شده است.

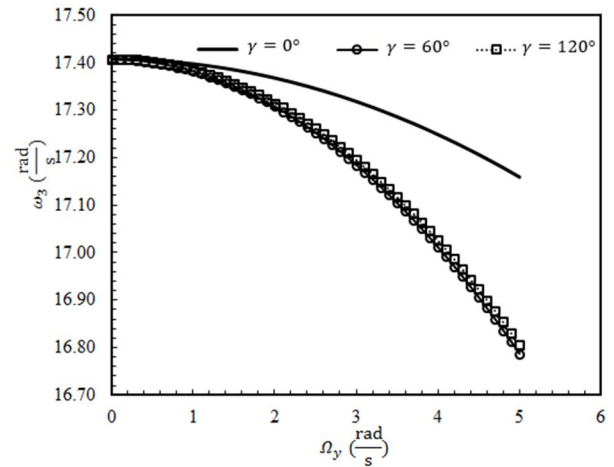


Fig. 20 Effect of changes in rotational speed base in Y direction on the first twisting mode

شکل 20 اثر تغییرات سرعت دورانی پایه در جهت Y بر مود دوم خمش

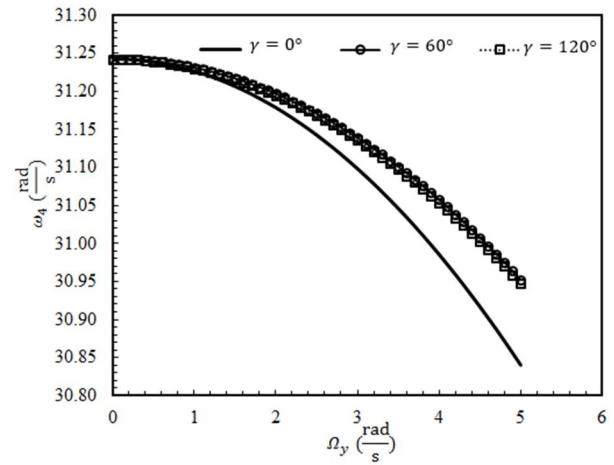


Fig. 21 Effect of changes in rotational speed base in Y direction on the second twisting mode

شکل 21 اثر تغییرات سرعت دورانی پایه در جهت Y بر مود دوم پیچش

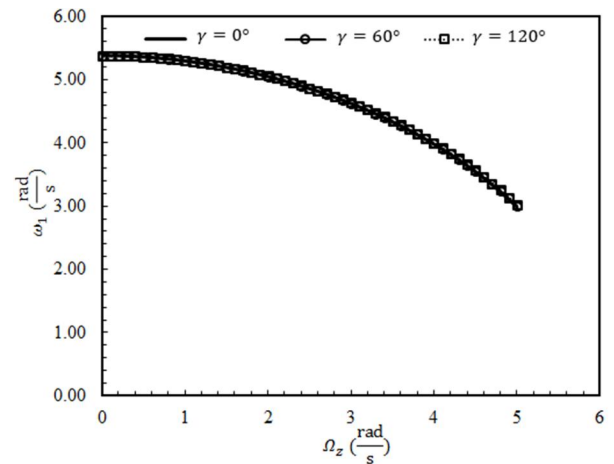


Fig. 22 Effect of changes in rotational speed base in Z direction on the first bending mode

شکل 22 اثر تغییرات سرعت دورانی پایه در جهت Z بر مود اول خمش

خواص پره توربین 5 مگاواتی نظیر جرم و پارامترهای هندسی به کمک	$I_y$	ممان اینرسی سطح مقطع پره در جهت $\bar{y}$
برازش منحنی توسط نرم‌افزار متلب در طول پره استخراج شده‌اند و سپس	$I_z$	ممان اینرسی سطح مقطع پره در جهت $\bar{z}$
معادلات حرکت و شرایط مرزی به کمک اصل همپلتون استخراج شده است.	$J$	ثابت صلبیت پیچشی ( $m^4$ )
سپس معادلات حرکت که به صورت معادلات مشتقات جزئی هستند با روش	$k_m$	شعاع ژیراسیون جرمی سطح مقطع پره ( $m$ )
گالرکین و با در نظر گرفتن دو مود شیپ برای هر درجه آزادی به فرم	$k_{m_1}$	انگترال سطح مقطع پره ( $m$ )
معادلات دینامیکی معمولی تبدیل شده‌اند و سپس با بردن به فرم فضای	$k_{m_2}$	انگترال سطح مقطع پره ( $m$ )
حالت فرکانس‌های طبیعی استخراج شدند. نتایج حل و تغییرات پارامترها	$m$	جرم بر واحد طول ( $\frac{kg}{m}$ )
نشان می‌دهد که به دلیل وجود ترم‌های سرعت‌های دورانی پایه در درایه‌های	$R$	طول پره ( $m$ )
ماتریس‌های جرم و سختی، تغییرات سرعت دورانی پایه سبب تغییر در	$T$	انرژی جنبشی ( $\frac{kgm^2}{s}$ )
ماهیت سیستم شده و در نتیجه باعث تغییر در مقدار فرکانس‌ها می‌شود که	$U$	انرژی کرنشی ( $N.m$ )
این تغییرات به صورت کاهشی است. در نتایج مشاهده شد که افزایش سرعت	$u, v, w$	تغییر شکل‌های الاستیک در جهات $x, y$ و $z$
دورانی پایه در جهت $X$ بدون دو سرعت دورانی دیگر سبب کاهش مقادیر	$\vec{v}$	بردار سرعت
فرکانس‌های اول و دوم خمش و پیچش شده است. تغییرات مدهای اول	$X, Y, Z$	دستگاه مختصات متعامد ثابت در پایه که $X$ در جهت
خمش و پیچش با تغییرات سرعت دورانی $\Omega_x$ کمی بیشتر از مدهای دیگر	$x, y, z$	پایه به سمت مرکز روتور و $Z$ موازی با محور روتور است.
است و این مسئله به این معناست که تغییرات سرعت دورانی پایه در جهت	$\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$	دستگاه مختصات متعامد متصل به پره که $X$ در راستای
$X$ بیشتر بر مدهای اول فرکانسی پره توربین اثر می‌گذارد. این وضعیت	$x_0, y_0, z_0$	پره پیش از تغییر شکل و $Y$ در جهت لبه حمله است.
معادل با حالتی است که پایه توربین چرخش خالص داشته باشد و دوران	$x_1, y_1, z_1$	دستگاه مختصات مماس بر پره پس از تغییر شکل
دیگری به پایه توربین وارد نشود که می‌توان این حالت را معادل با	$\bar{Y}_w, \bar{V}_\varphi$	مختصات نقطه دلخواه پیش از تغییر شکل پره ( $m$ )
توربین‌های بادی فراساحل و همین طور نصب توربین‌ها در اعماق کمتر از 60	$\bar{Z}_w, \bar{Z}_w, \bar{Z}_w$	مختصات نقطه دلخواه (که در موقعیت $\alpha_0, \gamma_0$ و $z_0$
متر که مستقیم پایه توربین به کف دریا متصل می‌شود، فرض کرد که در این	$\varepsilon_{11}, \varepsilon_{12}, \varepsilon_{13}$	پیش از تغییر شکل پره) در پره تغییر شکل یافته است.
شرایط می‌توان در پاره‌ای از مواقع تنها چرخش پایه را به دلیل اثرات محیطی	$\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{xy}, \varepsilon_{xz}$	نمادی برای نوشتن ترم‌های انرژی در فرمی مختصر
مانند باد و جریان سیال در نظر گرفت. تغییرات سرعت دورانی پایه در جهت	$\sigma_{xx}, \sigma_{xy}, \sigma_{xz}$	مؤلفه‌های تانسور کرنش
$Y$ نیز سبب کاهش مقادیر فرکانس‌های پره توربین می‌شود که این بار هم	$\eta$	مؤلفه‌های کرنش مهندسی
روند کاهشی مدهای اول فرکانسی کمی بیشتر از مدهای بعدی است. این	$\zeta$	مؤلفه‌های تنش مهندسی ( $\frac{N}{m^2}$ )
وضعیت نیز از نقطه نظر فیزیکی معادل با توربین‌های بادی شناور و وجود	$\theta$	مختصات مقطعی متناظر با محور اصلی برای یک نقطه
تلاطم امواج در جهتی عمود بر خط ساحلی است. در انتها نیز مشاهده شد که	$l$	داده شده روی محور الاستیک ( $m$ )
تغییرات سرعت دورانی پایه در جهت $Z$ نیز به طور کلی سبب کاهش مقادیر	$\Omega$	مختصات مقطعی عمود بر محور $\eta$ روی محور الاستیک
فرکانس‌ها می‌شود و مشهود است که تغییرات زاویه گاما (زاویه قرارگیری پره	$\Omega_x, \Omega_y, \Omega_z$	زاویه پیش‌پیچش (deg)
نسبت به دستگاه مختصات ثابت در پایه) تأثیر بر مقدار فرکانس‌ها ندارد که	$w, \varphi$	طول پایه ( $m$ )
می‌توان این نتیجه را گرفت که در صورت وجود تلاطم امواج در جهت $Y$ که	$\gamma$	سرعت دورانی روتور ( $\frac{rad}{s}$ )
سبب دوران پایه حول محور $Z$ می‌شود، شرایط نصب و آغاز به حرکت	$\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4$	سرعت‌های دورانی پایه در جهات $X, Y, Z$ ( $\frac{rad}{s}$ )
پره‌های توربین تأثیری در مقادیر فرکانس‌ها ندارد.	$w_i(x), \varphi_i(x)$	درجات آزادی خمش و پیچش پره توربین

6- فهرست علائم

$A$	مساحت سطح مقطع ( $m^2$ )
$b(U), b(T)$	ترم‌های مرزی انرژی کرنشی و جنبشی (Nm)
$B_1^*$	انگترال سطح مقطع پره ( $m^6$ )
$B_2^*$	انگترال سطح مقطع پره ( $m^5$ )
$e$	فاصله بین مرکز جرم و محور الاستیک ( $m$ )
$e_A$	فاصله بین مرکز سطح و محور الاستیک ( $m$ )
$G$	مدول برشی ( $\frac{N}{m^2}$ )
$E$	مدول یانگ ( $\frac{N}{m^2}$ )
$\vec{I}, \vec{J}, \vec{K}$	بردارهای یک متناظر با دستگاه مختصات ثابت پایه
$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$	بردارهای یک متناظر با دستگاه مختصات متحرک
	متصل به پره پیش از تغییر شکل
$\vec{\bar{i}}, \vec{\bar{j}}, \vec{\bar{k}}$	بردارهای یک متناظر با دستگاه مختصات متحرک
	متصل به پره پس از تغییر شکل

7- فهرست مراجع

[1] A. A. Baumgart, Mathematical model for wind turbine blades, sound and vibration, Vol. 251, No. 1, pp. 1-12, 2002.  
 [2] D., Lee, D. H. Hodges, M. J. Patil, Multi-flexible-body dynamic analysis of

- USA, Washington, August 28-31, 2011.
- [12] M. Baghaee, H. Shahverdi, S. M. HashemiNejad, Aero-hydro-elastic simulation of barge wind turbine, *Modelling in Engineering*, Vol. 30, No. 10, pp. 1-17, 2012. (in Persian فارسی)
- [13] P. Saravanan, K. M. Parammasivam, S. SelviRajan, Experimental investigation on small horizontal axis wind turbine rotor using winglets, *Applied Science and Engineering*, Vol. 16, No. 2, pp. 159-164, 2013.
- [14] L. Li, Y. H. Li, Q. K. Liu, H. W. Lv, A mathematical model for horizontal axis wind turbine blades, *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 38, No. 11, pp. 2695-2715, 2014.
- [15] J. Jonkman, S. Butterfield, W. Musial, G. Scott, Definition of a 5-MW reference wind turbine for offshore system development, *National Renewable Energy Laboratory*, Vol. 1, No. 1, pp. 1-75, 2009.
- [16] D. H. Hodges, E. H. Dowell, Nonlinear equations of motion for the elastic bending and torsion of twisted nonuniform rotor blades, *National Aeronautics and Space Administration*, Vol. 1, No. 1, pp. 1-60, 1975.
- [17] S. S. Rao, F. F. Yap, *Mechanical Vibration*, Second Edition, pp. 375-422, Boston: Addison-Wesley Publishing Company, 2000.
- [18] D. H. Hodges, G. Pierce, *Introduction to Structural Dynamics and Aeroelasticity*. Second Edition, pp. 80-155, United Kingdom, Cambridge University Press, 2011.
- [19] A. Y. Tang, X. F. Li, J. X. Wu, K. Y. Lee, Flapwise bending vibration of rotating tapered Rayleigh cantilever beams, *Constructional Steel Research*, Vol. 112, No. 1, pp. 1-9, 2015.
- horizontal axis wind turbines, *Wind Energy*, Vol. 5, No. 4, pp. 281-300, 2002.
- [3] S. Larwood, M. Zuteck, Swept wind turbine blade aeroelastic modeling for loads and dynamic behavior, *Windpower*, Vol. 1, No. 1, pp. 1-17, 2006.
- [4] M. O. L. Hansen, J. N. Sørensen, S. Voutsinas, N. Sørensen, H. Aa. Madsen, State of the art in wind turbine aerodynamics and aeroelasticity, *Progress in Aerospace Sciences*, Vol. 42, No. 4, pp. 285-300, 2006.
- [5] J. W. Larsen, S. R. K. Nielsen, Non-linear dynamics of wind turbine wings, *Non-Linear Mechanics*, Vol. 41, No. 5, pp. 629-643, 2006.
- [6] E. N. Wayman, *Coupled dynamics and economic analysis of floating wind turbine systems*, PhD Thesis, Massachusetts Institute of Technology, 2006.
- [7] E. N. Wayman, P. D. Sclavounos, S. Butterfield, J. Jonkman, W. Musial, Coupled dynamic modeling of floating wind turbine systems, *Offshore Technology Conference*, Houston, Texas, May 1-4, 2006.
- [8] W. J. M. Vijlhuizen, *Design of a wind and wave power barge*, MS Thesis, Department of Naval Architecture and Mechanical Engineering, Universities of Glasgow and Strathclyde, Scotland, 2006.
- [9] J. W. Larsen, S. R. K. Nielsen, R. Iwankiewicz, Non-linear stochastic stability analysis of wind turbine wings by Monte Carlo simulation, *Probabilistic Engineering Mechanics*, Vol. 22, No. 2, pp. 181-193, 2007.
- [10] B. S. Kallesøe, Equations of motion for a rotor blade, including gravity, pitch action and rotor speed variations, *Wind Energy*, Vol. 10, No. 3, pp. 209-230, 2007.
- [11] V. Ramakrishnan, B. F. Feeny, In-plane nonlinear dynamics of wind turbine blades, *ASME 2011 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference*,