



## تولید نقاط در مسیر منحنی نرئز بوسیله میان‌یاب میلنه- سیمپسون و پیاده سازی بر روی میز کنترل عددی دو محوره

سعید علی محمدی<sup>۱\*</sup>، بهنام معتکف ایمانی<sup>۲</sup>

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد

۲- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد

\* saeid.alimohammadi@stu.um.ac.ir ۹۱۷۷۹۴۸۹۷۴

### چکیده

ماشین‌های ابزار کنترل عددی کامپیوتری به منظور تولید حرکت فیزیکی ابزار، در مرحله تولید نقاط حرکتی از برنامه‌ای به نام میان‌یاب استفاده می‌کنند. پژوهش حاضر ابتدا مسیر حرکت توسط منحنی نرئز تولید شده و سپس به میان‌یاب فرستاده می‌شود تا با توجه به مسیر منحنی نرئز و نیز دینامیک حرکتی ابزار همچون، سرعت، شتاب و مشتق شتاب، نقاط مرجع برای هر بازه نمونه‌گیری سیستم سروو درایو تعیین گردد. میان‌یاب‌های موجود عمدتاً بر پایه بسط تیلور درجه ۲ عمل می‌کنند، اما خطاهای ناشی از ماهیت تقریبی میان‌یابی بر مبنای بسط سری تیلور درجه ۲ مورد توجه قرار نمی‌گیرند. در گزارش ذیل، به میان‌یابی سرعت پیشروی به‌صورت بلادرنگ برای کنترل دقیق موقعیت میز کنترل عددی سه محور در مسیر مشخص شده با منحنی نرئز به منظور ماشین‌کاری سریع پرداخته شده است. روش ارائه شده با رویکردی جدید، مبتنی بر مدل میلنه- سیمپسون پرداخته شده است. که سعی شده با تغییر هسته محاسباتی میان‌یاب خطاهای عددی کاهش یافته و دقت در مسیر افزایش یابد. این ادعا از طریق آزمایش بر روی ماشین‌های ابزار کنترل عددی کامپیوتری دو محور (مشکل از دو محور صفحه ای) مجهز به کنترلر PID نیز به اثبات رسید. **کلید واژگان:** میان‌یاب، نرئز، میلنه- سیمپسون، ماشین‌های ابزار کنترل عددی

## Tool path generation for non-uniform rational B-spline with Milne-Simpson PC interpolator and its implementation on 3 axis CNC table

Saeid Alimohammadi\*, Behnam Motakef Imani

Department of Mechanical Engineering, Ferdowsi University, Mashhad, Iran

\* P.O.B. 9177948974 Mashhad, Iran, Alimohammadi.saeid@stu.um.ac.ir

### ABSTRACT

CNC machine tools incorporate the interpolators to generate reference points due to physical movement. In this study, initially the NURBS curve has been generated and sent to interpolator. By consideration of NURBS curve properties and other dynamic conditions like maximum velocity, the maximum acceleration and the maximum jerk of the reference points have been generated for each sample time. The current interpolators generally work based on 2nd degree Taylor series, but the numerical errors which are produced because of the nature of numerical truncations are not considerate. In this report, the real time interpolation of feed rates has been investigated in order to precisely control position on 3 axis CNC table with Milne-Simpson predictor corrector. In this approach, the numerical errors have been reduced with correction of the main calculating core of the interpolation unit that has been led to the higher accuracy. This claim has been proved by experimental tests on 2 axis CNC table with PID controller.

**Keywords:** CNC, Interpolator, Milne-Simpson, NURBS.

اسپیلاین درجه سه و منحنی نرئز<sup>۵</sup> می‌باشند. از بین این منحنی‌ها، منحنی نرئز دارای محبوبیت بیشتری بوده و به عنوان منحنی استاندارد مورد استفاده قرار می‌گیرد [۳].

تنظیم دقیق سرعت پیشروی به طور خاص در زمینه ماشین‌کاری سریع دارای اهمیت است؛ زیرا در این حالت مقادیر زیاد شتاب در پیشروی مورد نیاز خواهد بود. علاوه بر آن، ناتوانی میان‌یاب در حفظ سرعت پیشروی می‌تواند باعث ایجاد ارتعاشات خود برانگیخته در ابزار یا شکست ابزار شود [۴].

میان‌یاب‌های منحنی‌های بی‌اسپیلاین و یا نرئز معمولاً بر مبنای بسط سری تیلور<sup>۶</sup> درجه ۲ به دست می‌آیند [۴]. وظیفه اصلی این میان‌یاب‌ها محاسبه مقادیر پارامتر متناظر با نقاط مرجع متوالی است. استفاده از بسط سری تیلور

### ۱- مقدمه

وظیفه یک میان‌یاب در ماشین‌های ابزار کنترل عددی کامپیوتری<sup>۱</sup> تبدیل اطلاعات مسیر ابزار و سرعت پیشروی به نقاط مرجع برای هر بازه نمونه‌گیری سیستم سروو-درایو<sup>۲</sup> است [۱]. کنترل حلقه بسته گشتاور با مقایسه موقعیت حقیقی، که توسط انکودرهای روی محور موتور تعیین می‌شود، با نقاط مرجع ممکن خواهد بود [۲].

امروزه منحنی‌های پارامتری دارای کاربردهای فراوانی در طراحی به کمک کامپیوتر هستند، که از جمله آن‌ها می‌توان به صنایع خودروسازی، هوافضا و طراحی قالب اشاره کرد. منحنی‌های پارامتری دارای شکل‌های مختلفی هستند که مهم‌ترین آن‌ها منحنی بزیه<sup>۳</sup>، منحنی بی‌اسپیلاین<sup>۴</sup>، منحنی بی-

4. B-spline  
5. NURBS  
6. Taylor

1. CNC  
2. servo-drive  
3. bezire

Please cite this article using:

S. Alimohammadi, B. Motakef Imani, Tool path generation for non-uniform rational B-spline with Milne-Simpson PC interpolator and its implementation on 3 axis CNC table, *Modares Mechanical Engineering, Proceedings of the Advanced Machining and Machine Tools Conference*, Vol. 15, No. 13, pp. 158-162, 2015 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

## ۱-۳- پروفیل‌های سینماتیکی

پروفیل‌های مشتق شتاب ( $J$ )، شتاب ( $a$ )، سرعت پیشروی ( $f$ ) و مسافت پیموده شده (1) در شکل ۱ مشاهده می‌شوند. پیش از تعیین پروفیل سرعت ابتدا باید مقادیر ابتدا و انتها موقعیت ( $l$ )، بیشینه شتاب افزایش سرعت ( $A$ )، بیشینه شتاب کاهش سرعت ( $D$ ) و قیده‌های مشتق شتاب ( $J$ ) تعیین شوند. بیشینه شتاب در افزایش و کاهش سرعت با استفاده از گشتاور و نیروی موتورها مشخص می‌شوند. زمان شتاب‌گیری بر مبنای بیشترین دوره زمانی انتقال گشتاور (یا نیرو) در تقویت‌کننده انتخاب می‌شود. قید مشتق شتاب با تقسیم مقدار بیشینه شتاب بر زمان شتاب‌گیری به دست می‌آید [۹]. با استفاده از شکل ۱، شتاب ( $a$ )، سرعت ( $f$ ) و جابه‌جایی ( $l$ ) بر روی مسیر به صورت متناظر در روابط (۴) و (۵) و (۶) تعریف می‌شود.

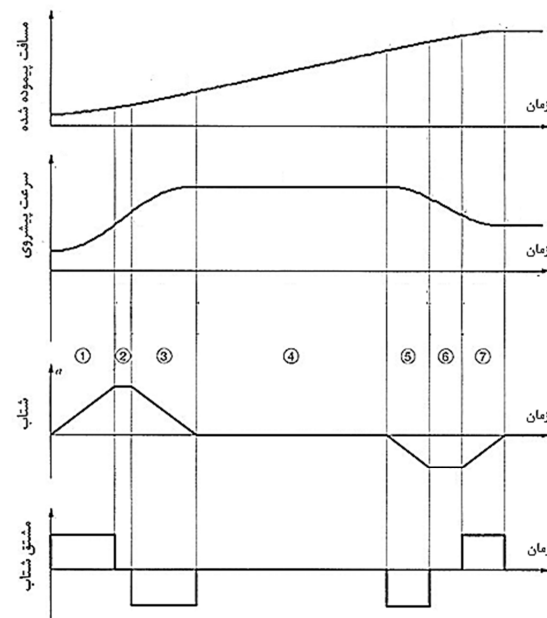
$$a(t) = a(t_i) + \int_{t_i}^t J(\tau) d\tau \quad (4)$$

$$f(t) = f(t_i) + \int_{t_i}^t a(\tau) d\tau \quad (5)$$

$$l(t) = l(t_i) + \int_{t_i}^t f(\tau) d\tau \quad (6)$$

مشتق شتاب در زمان‌های افزایش سرعت  $T_1$  و  $T_3$  و زمان‌های کاهش سرعت  $T_5$  و  $T_7$  ثابت بوده و در زمان‌های شتاب ثابت  $T_2$ ،  $T_4$ ،  $T_6$  برابر صفر است. با انتگرال‌گیری از مشتق شتاب در هر کدام از بازه‌های نشان داده شده در شکل ۱، پروفیل شتاب به صورت رابطه (۷) به دست می‌آید:

$$a(\tau) = \begin{cases} J_1 \tau_1 & [0 - t_1] \\ A & [t_1 - t_2] \\ A - J_3 \tau_3 & [t_2 - t_3] \\ 0 & [t_3 - t_4] \\ J_5 \tau_5 & [t_4 - t_5] \\ -D & [t_5 - t_6] \\ -D + J_7 \tau_7 & [t_6 - t_7] \end{cases} \quad (7)$$



شکل ۱ شماتیک پروفیل‌های سینماتیکی برای سرعت پیشروی، شتاب و مشتق شتاب محدود [۱]

درجه ۲، به دلیل حذف جملات با مرتبه بالا، باعث ایجاد خطای بریدگی در محاسبات می‌شود [۴].

روش‌های مختلفی برای میان‌یابی بر روی منحنی‌های پارامتری ارائه شده است. تسای و همکاران [۵] یک الگوریتم ترکیبی پیش‌نگر برای میان‌یابی بر روی منحنی نریز ارائه کردند. این الگوریتم خطاهای هندسی و خطاهای ناشی از دینامیک سیستم سروو را به‌طور همزمان موردنظر قرار می‌دهد. اما خطاهای ناشی از ماهیت تقریبی میان‌یابی بر مبنای بسط سری تیلور درجه ۲ در این الگوریتم مورد توجه قرار نگرفته است. در این تحقیق سعی شده تا با استفاده از تئوری مشتق شتاب محدود و الگوریتم میان‌یابی میلنه-سیمپسون<sup>۱</sup> دقت حرکت میز ماشین کنترل عددی دو محور را بالا برده شود.

## ۲- الگوریتم میان‌یابی منحنی نریز

فرض می‌کنیم  $C(u)$  نشان دهنده یک منحنی نریز بوده و معادله آن به صورت زیر است (معادله ۱) [۶]:

$$C(u) = \frac{\sum_{i=0}^n N_{i,p}(u) P_i W_i}{N_{i,p}(u) W_i} \quad (1)$$

در معادله (۱)،  $P_i$  نشان دهنده نقاط کنترل،  $W_i$  وزن نقطه کنترل،  $n+1$  تعداد نقاط کنترل و  $p$  درجه منحنی نریز است و  $N_{i,p}(u)$  تابع پایه بی‌اسپیلاین است.  $u$  نیز پارامتر می‌باشد که از ۰ الی ۱ تغییر می‌کند.

برای انجام عملیات میان‌یابی بر روی منحنی نریز، میان‌یابی با تقریب مرتبه دوم انجام می‌شود. به کمک بسط سری تیلور درجه ۲، تقریب منحنی تا جمله مرتبه دوم از معادله (۲) به دست می‌آید و با جای‌گذاری مقادیر مشتقات در معادله (۲)، بسط سری تیلور درجه ۲ به صورت معادله (۳) خواهد بود [۵]. در معادله (۳)،  $C''(u_k)$ ،  $C'(u_k)$ ،  $T_k$ ،  $A_k$ ،  $V_k$ ، به ترتیب نشان دهنده سرعت پیشروی، شتاب، دوره نمونه‌گیری و مشتقات مرتبه دوم و اول منحنی نریز هستند. برای محاسبه مقادیر  $C''(u_k)$ ،  $C'(u_k)$ ،  $C(u_k)$  می‌توان از الگوریتم دی‌بور<sup>۲</sup> استفاده کرد [۳].

$$u_{k+1} = u_k + \left. \frac{du}{dt} \right|_{t=tk} \Delta t + \left. \frac{d^2u}{dt^2} \right|_{t=tk} \frac{(\Delta t)^2}{2!} \quad (2)$$

$$u_{k+1} = u_k + \frac{V_k T_s}{C'(u_k)} + \frac{T_s^2}{2} + \left( \frac{A_k}{|C'(u_k)|} - \frac{V_k^2 [C'(u_k) \cdot C''(u_k)]}{|C'(u_k)|^4} \right) \quad (3)$$

## ۳- الگوریتم سرعت پیشروی با تغییرات شتاب محدود

حاصل‌ضرب شتاب در اینرسی دورانی به عنوان گشتاور دینامیکی بر روی سازه محرک ماشین ابزار عمل می‌کند. در صورتی که پروفیل شتاب ایجاد شده توسط میان‌یاب هموار نباشد، گشتاور ایجاد شده بر روی بال‌اسکرو<sup>۳</sup> دارای مؤلفه‌هایی با فرکانس بالا خواهد بود. این مؤلفه‌ها موجب تحریک دینامیکی سازه محرک دستگاه شده و ارتعاشات ناخواسته ایجاد می‌کنند [۷]. برای به دست آوردن پروفیل‌های هموار سرعت و شتاب، الگوریتم‌های ایجاد پروفیل با مشتق شتاب محدود مورد استفاده قرار می‌گیرند. این الگوریتم‌ها در این بخش بررسی می‌شوند [۸].

1. Milne-Simpson predictor-corrector  
2. Deboor  
3. ballscrew

## ۴- مرحله مقدماتی تعیین پروفیل سرعت

پیش از استفاده از پروفیل سرعت در میان‌یابی، زمان لازم برای هر کدام از قسمت‌های پروفیل سرعت باید مشخص شود. برای طراحی یک الگوریتم کلی، شرایط زیر در مرحله مقدماتی تعیین پروفیل سرعت مورد بررسی قرار می‌گیرند. در پایان سه مرحله اول پروفیل، سرعت باید به سرعت پیشروی مطلوب  $f$  برسد. این به معنی آن است که  $0 \leq T_2$  در صورتی که مقادیر مشتق شتاب در مراحل اول و سوم در معادلات (۱۱) و (۱۲) یکسان در نظر گرفته شوند، شرط شتاب به صورت زیر خواهد بود (معادله (۱۷)) [۱۰]:

$$T_1 = T_3 = \frac{A}{J_1}; T_2 = \frac{f - f_s}{A} - \frac{A}{J_1} \geq 0 \quad (17)$$

اگر شرط معادله (۱۷) برقرار نباشد، باید مقدار قید شتاب به بیشترین مقدار ممکن کاهش یابد، و مقدار  $T_2$  برابر صفر شود. به طور مشابه برای مرحله کاهش سرعت (معادلات (۱۸) و (۱۹)).

$$A = \text{sgn}(A) \sqrt{J_1(f - f_s)} \quad (18)$$

$$T_5 = T_7 = \frac{D}{J_5}; T_6 = \frac{f - f_s}{D} - \frac{D}{J_5} \geq 0 \quad (19)$$

در صورتی که شرط بالا برقرار نباشد، مقدار قید شتاب در کاهش سرعت به صورت معادله (۲۰) کاهش پیدا می‌کند،

$$D = \text{sgn}(D) \sqrt{J_5(f - f_e)} \quad (20)$$

و مقدار  $T_6$  برابر صفر قرار داده می‌شود. در صورتی که طول مسیر به اندازه کافی بزرگ باشد تا مرحله سرعت ثابت وجود داشته باشد، مقدار  $0 \leq T_4$  باید تعیین شود. کل طول پیموده شده از معادلات (۹) و (۱۶) و با جایگزینی مقادیر  $T_2$  و  $T_6$  از معادلات (۱۷) و (۱۹) به دست می‌آید (معادله (۲۱)):

$$L = \left(\frac{1}{2A} + \frac{1}{2D}\right) f^2 + \left(\frac{A}{2J_1} + \frac{D}{2J_5} + T_4\right) f + \left(\frac{Af_s}{2J_1} + \frac{Df_e}{2J_5} - \frac{f_s^2}{2A} - \frac{f_e^2}{2D}\right) \quad (21)$$

برای آن که مرحله سرعت ثابت وجود داشته باشد،  $0 \leq T_4$  باید با استفاده از معادله (۲۱) به صورت زیر به دست آید (معادله (۲۲)):

$$T_4 = f^{-1} \left\{ L - \left[ \left(\frac{1}{2A} + \frac{1}{2D}\right) f^2 + \left(\frac{A}{2J_1} + \frac{D}{2J_5}\right) f + \left(\frac{Af_s}{2J_1} + \frac{Df_e}{2J_5} - \frac{f_s^2}{2A} - \frac{f_e^2}{2D}\right) \right] \right\} \quad (22)$$

در صورتی که شرط بالا برقرار نباشد،  $T_4 = 0$  و با حل معادله بالا، مقدار سرعت پیشروی  $f$  تا بیشترین مقدار ممکن برای آن کاهش می‌یابد.

## ۴-۱- پروفیل سرعت با مشتق شتاب محدود در میان‌یابی

پس از تعیین مقادیر  $T_1, T_2, T_3, \dots, T_7$ ، میان‌یاب در هر مرحله با استفاده از معادلات (۷) و (۸) و (۹) و مقادیر شتاب، سرعت و جایجایی را محاسبه کرده و به کمک آن‌ها، نقطه مرجع بعدی را تولید می‌کند. فلوجارت الگوریتم ایجاد پروفیل سرعت با تغییرات شتاب محدود در شکل ۲ رسم شده است. در این تحقیق مقادیر بیشینه مشتق شتاب، سرعت و شتاب به شرح زیر انتخاب شده اند [۱۱].

$$J_{\max} = 2000 \frac{\text{mm}}{\text{s}^3}$$

$$A_{\max} = 50 \frac{\text{mm}}{\text{s}^2}$$

$$f_{\max} = 60 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$$

در رابطه (۷)،  $T_k$  نشان‌دهنده هر بازه زمانی است ( $T_k = t_k - t_{k-1}$ ) با انتگرال‌گیری از شتاب در معادله (۷) در هر بازه، پروفیل سرعت به صورت رابطه (۸) به دست می‌آید:

$$f(\tau) = \begin{cases} f_s + 0.5 J_1 \tau_1^2 & [0 - t_1] \\ f_1 + A \tau_2 & [t_1 - t_2] \\ f_2 + A \tau_3 - 0.5 J_3 \tau_3^2 & [t_2 - t_3] \\ f_3 & [t_3 - t_4] \\ f_4 - 0.5 J_5 \tau_5^2 & [t_4 - t_5] \\ f_5 - D \tau_6 & [t_5 - t_6] \\ f_6 - D \tau_7 + 0.5 J_7 \tau_7^2 & [t_6 - t_7] \end{cases} \quad (8)$$

در رابطه (۸)، با قرار دادن  $T_k$  (طول زمان مرحله  $k$ ) به جای  $\tau_k$ ، مقدار سرعت در انتهای هر بازه زمانی مشخص می‌شود. با انتگرال‌گیری از معادله (۸) پروفیل جایجایی در معادله (۹) به دست می‌آید.

$$l(\tau) = \begin{cases} l_s + f_s \tau_1 + 0.5 J_1 \tau_1^3 & [0 - t_1] \\ l_1 + f_1 \tau_2 + 0.5 A \tau_2^2 & [t_1 - t_2] \\ l_2 + f_2 \tau_3 + 0.5 A \tau_3^2 - \frac{1}{6} J_3 \tau_3^3 & [t_2 - t_3] \\ l_3 + f_3 \tau_4 & [t_3 - t_4] \\ l_4 + f_4 \tau_5 - \frac{1}{6} J_5 \tau_5^3 & [t_4 - t_5] \\ l_5 + f_5 \tau_6 - 0.5 D \tau_6^2 & [t_5 - t_6] \\ l_6 + f_6 \tau_7 - 0.5 D \tau_7^2 + \frac{1}{6} J_7 \tau_7^3 & [t_6 - t_7] \end{cases} \quad (9)$$

در رابطه (۹)،  $l_k$  کل جایجایی انجام شده تا پایان مرحله  $k$  است. با قرار دادن  $T_k$  (طول زمان مرحله  $k$ ) به جای  $\tau_k$ ، مسافت پیموده شده در پایان مرحله ( $k$ ) به دست می‌آید. برای یافتن جایجایی هر مرحله باید به صورت رابطه (۱۰) عمل کرد:

$$L_k = l_k - l_{k+1} \quad (10)$$

موقعیت اولیه برابر  $l_0 = l_s$  می‌باشد. با استفاده از پروفیل‌های شتاب دوزنقه ای، روابط (۱۱) و (۱۲) باید برقرار باشند.

$$A = J_1 T_1 = J_3 T_3 \quad (11)$$

$$D = J_5 T_5 = J_7 T_7 \quad (12)$$

برای برقراری این روابط ممکن است در پایان مرحله مقدماتی تعیین پروفیل، تنظیم دوباره مقادیر لازم باشد. با توجه به آن‌که در پایان مرحله سوم سرعت باید به سرعت مطلوب  $f$  رسیده باشد.

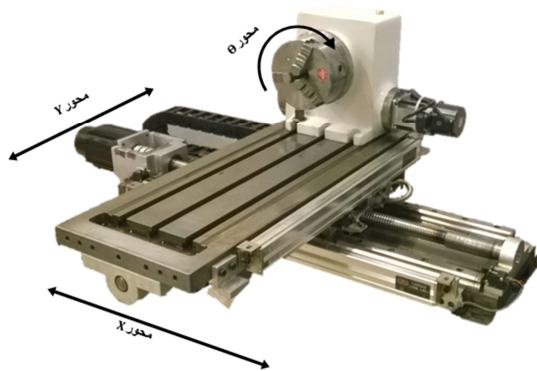
$$f_3 = f \Rightarrow T_2 = \frac{1}{A} \left( f - f_s - \frac{1}{2} J_1 T_1^2 - A T_3 + \frac{1}{2} J_3 T_3^2 \right) \quad (13)$$

به طور مشابه، با توجه به آن‌که در پایان مرحله هفتم سرعت باید به سرعت نهایی  $f_e$  رسیده باشد و  $L$  طول کل منحنی است؛ همچنین مجموع مسافت‌های پیموده شده در هر مرحله باید مساوی کل طول منحنی شود (معادلات (۱۴) و (۱۵) و (۱۶)):

$$f_7 = f_e = f_6 - (D T_7 + \frac{1}{2} J_7 T_7^2) \quad (14)$$

$$T_6 = \frac{1}{D} \left( f - f_e - \frac{1}{2} J_7 T_7^2 - D T_7 + \frac{1}{2} J_5 T_5^2 \right) \quad (15)$$

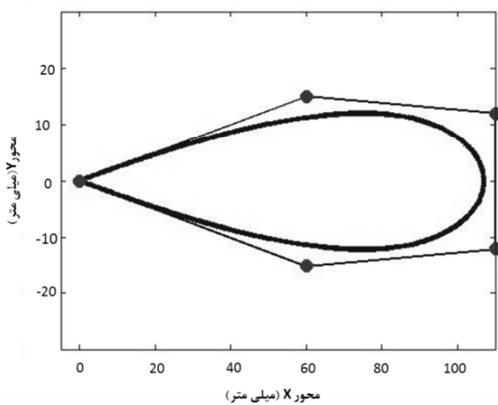
$$L = l_e - l_s = \sum_{k=1}^7 L_k \quad (16)$$



شکل ۳ میز سه محور کنترل عددی استفاده شده در آزمایش

است که برای اندازه‌گیری خطا به کار می‌رود. الگوریتم‌های میان‌یابی و ساخت نقاط، توسط نرم افزارهای متلب<sup>۴</sup> و کنترل مجموعه توسط نرم افزار ویژوال بیسیک<sup>۵</sup> بر روی کامپیوتر پیاده‌سازی می‌شوند. مشخصات سخت افزار آزمایش در جدول ۱ مشخص شده است. در آزمایش از میسر منحنی ایرفویل NACA0025 دو بعدی [۱۰] استفاده شده است (شکل ۴). بازه زمانی طی شده بر روی مسیر منحنی ۱۶۵۰ میلی ثانیه و با سرعت بیشینه ۳۶۰۰ میلی-متر بر دقیقه است، که مقدار مناسبی برای عمل آزمایش می‌باشد [۷]. در این آزمایش از آنکودرهای خطی با نرخ نمونه‌برداری ۱ میلی‌ثانیه استفاده شده تا خطا در محور X کاملاً دقیق ثبت شود. همان‌طور که در شکل ۳ نشان داده شده ابزار آزمایش برای پیاده‌سازی الگوریتم میان‌یاب میز کنترل عددی سه محوره است که در این آزمایش خاص بر روی دو محور تنها دو محور صفحه ای X و Y مورد استفاده قرار گرفته‌اند.

کنترلر سخت‌افزار PID می‌باشد، که ضرایب آن از طریق روش زیگلر-نیکولز<sup>۶</sup> تعیین یافته از پاسخ فرکانسی بدست آمده است. مقادیر ضرایب برای هر محور در جدول ۲ آمده است [۱۴].

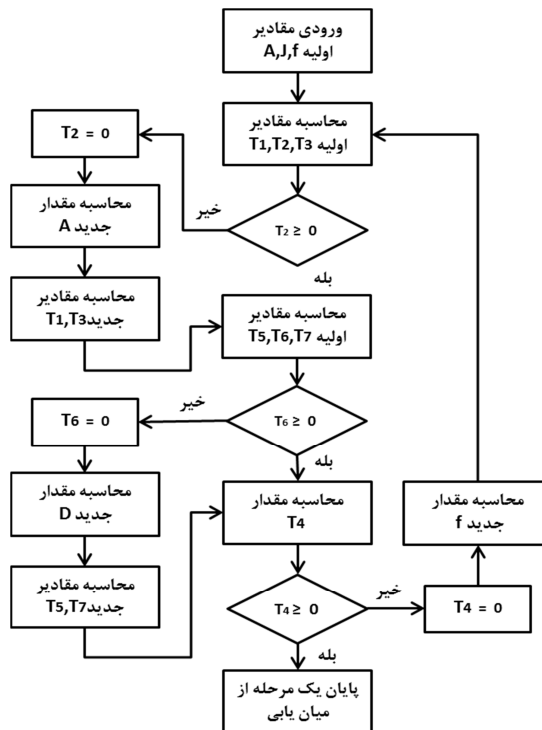


شکل ۴ مسیر منحنی ایرفویل NACA0025 دو بعدی

جدول ۱ مشخصات سخت افزار مورد استفاده در آزمایش

2(TECO TST0640) and TSB0845 AC Servo Motor	موتورهای سروو
TS.PISHRO-MDI-DAQ-V2/32 encoder input - 8 analogue output, 16 bit (±10v)	کنترل حرکت
CARMAR Linear Scales	خطکش دیجیتال

4. Matlab  
5. Visual basic  
6. Ziegler-Nichols



شکل ۲ فلوجارت الگوریتم ایجاد پروفیل سرعت با مشتق شتاب محدود [۱۰]

## ۵- میان‌یاب کنترل سرعت

میان‌یابی به روش میلنه-سیمپسون<sup>۱</sup> در این تحقیق مورد استفاده قرار گرفت [۱۲]. زیرا که به لحاظ محاسباتی در پیاده‌سازی بر روی سیستم بلادرنگ<sup>۲</sup>، کارآمد و دارای پایداری مناسبی در محاسبات است. این روش محاسبات عددی به فرم حلقه بسته می‌باشد که برای میان‌یابی منحنی‌های نریز که دارای شعاع انحنای کوچک هستند مناسب می‌باشد. این روش شامل دو بخش است، بخش اول پیشبین و بخش دوم تصحیح کننده؛ معادله (۲۳) به ازاء  $3 \leq k$  نشان دهنده بخش اول است، که تکرار صفر از طریق پیشبینی بدست می‌آید.

$$u_{k+1}^{(0)} = u_{k-3} + \frac{3}{4}Tf_k(2f_k - 2f_{k-1} - 2f_{k-2}) \quad (23)$$

و رابطه مرحله تصحیح به ازاء  $1 \leq n$  به شرح زیر است (معادله (۲۴)):

$$u_{k+1}^{(n)} = u_{k-1} + \frac{1}{3}Tf_k(f_{k+1} - 4f_{k-1} - f_{k-2}) \quad (24)$$

## ۶- انجام آزمایش

آزمایش و مقایسه الگوریتم‌ها بر روی یک میز X-Y-θ انجام می‌شود (شکل ۳). در آزمایش انجام شده فرض شده است که محور ماشین ابزار ثابت است (محور Z). حرکت محورهای متحرک توسط سه سروو موتور AC تأمین می‌شود (جدول ۱). دقت آنکودر موتورها برابر ۵۰۰۰ (پالس بر دور) است. الگوریتم بر روی کامپیوتر پیاده‌سازی شده و ارتباط با موتورها توسط یک کارت کنترل حرکت ایجاد می‌شود.

برای کنترل حرکت موتورها از حالت میان‌یابی شکل بی‌تی<sup>۳</sup> استفاده می‌شود [۱۳]. دو خط‌کش دیجیتال با دقت ۱ میکرومتر بر روی میز نصب شده

1. Milne-Simpson Predictor-corrector  
2. Realtime  
3. Bit-Pattern Interpolation

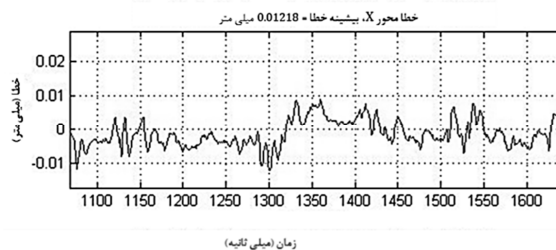
رویکرد بالا بردن دقت محاسباتی از طریق الگوریتم میان‌یاب میلنه-سیمپسون دقت در دنبال کردن مسیر را افزایش داد و در نتیجه دقت در ماشین‌کاری را نیز بالا برد.

#### ۹- مراجع

- [1] Y. Altintas, *Manufacturing automation: metal cutting mechanics, machine tool vibrations, and CNC design*, New York: Cambridge University Press, 2000.
- [2] R. T. Farouki, *Pythagorean—hodograph Curves*: Springer, 2008
- [3] X. Liu, F. Ahmad, K. Yamazaki, M. Mori, Adaptive interpolation scheme for NURBS curves with the integration of machining dynamics, *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, Vol. 45, No. 4, pp. 444-433, 2005.
- [4] R. T. Farouki, Y.-F. Tsai, Exact Taylor series coefficients for variable-feedrate CNC curve interpolators, *Computer-Aided Design*, Vol. 33, No. 2, pp. 165-155, 2001.
- [5] R. T. Farouki, T. Sakkalis, Pythagorean hodographs, *IBM Journal of Research and Development*, Vol. 34, No. 5, pp. 752-736, 1990
- [6] L. Piegl, W. Tiller, *The NURBS book*: Springer Science & Business Media, 2012.
- [7] Y. Altintas, *Manufacturing automation: metal cutting mechanics, machine tool vibrations, and CNC design*: Cambridge university press, 2012.
- [8] S.-S. Yeh, P.-L. Hsu, Adaptive-feedrate interpolation for parametric curves with a confined chord error, *Computer-aided design*, Vol. 34, No. 3, pp. 237-229, 2002.
- [9] S.-S. Yeh, P.-L. Hsu, The speed-controlled interpolator for machining parametric curves, *Computer-Aided Design*, Vol. 31, No. 5, pp. 357-349, 1999.
- [10] A.Ghandeharioun, *Improvement of Real-Time NURBS Curve CNC Interpolators Using Pythagorean-Hodograph Curves*, Msc Thesis, Mechanical Engineering, Ferdowsi University Of Mashhad, 1389. (In Persian)
- [11] X. Zhiming, C. Jincheng, F. Zhengjin, Performance evaluation of a real-time interpolation algorithm for NURBS curves, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 20, No. 4, pp. -270 276, 2002.
- [12] R. L. Burden, and Faires, J. D, *Numerical Analysis*, 2006.
- [13] PCI-1240 4-Axis Stepping/Pulse-type Servo Motor Control Card, User's Manual, Advantech Co, 2003124000, 2001.
- [14] Ogata, K, *Modern control engineering*. 4th ed. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall. xi, 964 p, 2002.

جدول ۲ ضرایب کنترلر PID برای هر محور

ضرایب	محور $\theta$	محور $Y$	محور $X$
$K_p$	۳/۳۳۲۲	۳۸/۳۳۲۲	۲۲/۳۸۳۳
$K_i$	۲۶/۸۰۰۰	۲۶۶/۸۰۰۰	۲۶۶/۸۸۹۹
$K_d$	۰/۵۰۸۳	۰/۲۹۷۵	۰/۱۸۶۲



شکل ۵ خطا حرکت در سه محور مسیر منحنی ایرفوایل NACA0025 سه بعدی

نکته حائز اهمیت در آزمایش، هماهنگی بین نرخ نمونه‌برداری کارت کنترلر و بازه میان‌یابی<sup>۱</sup> است. که در آزمایش هر دو مقدار ۱ میلی‌ثانیه در نظر گرفته شده‌اند. مقدار تعیین شده برای نرخ نمونه‌برداری کاملا وابسته به سخت‌افزار کنترلی می‌باشد.

#### ۷- نتایج

آزمایش با معیارها و شرایط ذکر شده برای مسیر منحنی ایرفوایل NACA0025 سه‌بعدی انجام پذیرفت. همان‌طور که در بخش توضیح داده شد، نمودار خطا برای یک مسیر ۱۶۵۰ میلی‌ثانیه، خطا دنبال کردن مسیر (شکل ۴) برای مسیر ایرفوایل در شکل ۵ نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، بیشترین انحراف در نقطه میانی مسیر طی شده است و متناظر با آن در نمودار خطا نیز شاهد خطاهای بالاتری هستیم. اما به‌طور بیشینه خطا نیز با مقدار ۰/۰۱۲۱۸ میلی‌متر نیز در ابتدای شروع قوس اتفاق افتاده است. ریشه نوسانی خطا نیز بدلیل خصوصیات کنترلر PID می‌باشد [۱۴]. با توجه به بیشینه خطا در نمودارها می‌توان ادعا کرد که با روش ارائه شده می‌توان خطا را کاهش داد. لذا مشاهده می‌شود (شکل ۵)، در روش ارائه شده که مبتنی بر رویکرد کاهش خطا محاسبات و عملکرد بهینه در کنترل سرعت، خطا کاهش یافته و دقت در طی مسیر مشخص شده با منحنی نریز افزایش می‌یابد.

#### ۸- نتیجه‌گیری

در ابتدا به معرفی میان‌یابی منحنی‌های نریز پرداخته شد و درباره نحوه پدید آمدن الگوریتم میان‌یاب از طریق بسط چند جمله‌ای تیلور درجه ۲ سخن به میان آمد؛ سپس بر روی الگوریتم سرعت پیشروی از طریق مشتق شتاب محدود بحث شد و از طریق روابط مطرح شده، مقادیر سرعت طی مسیر را به شکل بهینه با کمترین خطا نوسان سرعت تعیین شد و در حلقه محاسبات نقاط روی مسیر قرار داده شد، در مرحله آخر تئوری تحقیق نیز، هسته محاسباتی مبتنی بر روش میلنه-سیمپسون را با حلقه میان‌یابی وارد شد. در مرحله بعدی تحقیق به منظور راستی آزمایشی تئوری مطرح شده اقدام به پیاده سازی و آزمایش به وسیله میز کنترل عددی سه محور، شد و با تحلیل نتایج بدست آمده در خطای دنبال کردن مسیر به این نتیجه ارائه شد، که می‌توان، با ایجاد حلقه‌ای در محاسبات و تصحیح مقادیر سرعت و شتاب و همچنین

1. Interpolation interval