مجله مهندسی مکانیک مدرس، تیر 1393، دوره 14، شماره 4، ص‌ص 75-82

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

توسعه روش میدان‌های تصادفی برای شبیه‌سازی مستقیم عددی کاهش درگ با میکروفیبر در جریان کانال آشفته

امین موسائی

استادیار مهندسی مکانیک، دانشگاه یاسوج، یاسوج

یاسوج، صندوق پستی 353-75914، moosaie@yu.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: 29 تیر 1392
پذیرش: 10 شهریور 1392
ارائه در سایت: 10 خرداد 1393

کلید واژگان:
شبیه‌سازی مستقیم عددی
جریان کانال
کاهش درگ آشفته
سوسپانسیون میکروفیبر
روش میدان‌های تصادفی

چکیده

در این پژوهش، روش میدان‌های تصادفی برای شبیه‌سازی مستقیم عددی کاهش درگ آشفته به کمک میکروفیبرهاتوسعه داده شده است. برای این منظور، معادلات حاکم بدون هیچ ساده‌سازی بر روی یک شبکه اویلری در فضای فیزیکی گسسته شده‌اند. برای گسسته‌سازی از یک روش تفاضل محدود بالادست مرتبه پنجم استفاده شده است. در فضای حالت نیز یک روش مونت-کارلو بکار رفته است. سپس معادلات ناویر-استوکس سه بعدی و وابسته به زمان برای جریان تراکم‌ناپذیر یک سیال غیر نیوتنیبطور عددی برای جریان کانال آشفته حل شده‌اند. کمیت‌های آماری آشفته بدست آمده از روش پیشنهادی با داده‌های حاصل از روش لاگرانژی مقایسه و دقت بالای روش جدید نشان داده شده است. مزیت اصلی روش جدید حجم محاسبات کم آن نسبت به روش لاگرانژی است.

Development of stochastic field method for DNSofdrag reduction by microfibers inturbulent channel flow

Amin Moosaie

Assistant Professor of Mechanical Engineering, YasoujUniversity, Yasouj, Iran
P.O. B. 75914-353, Yasouj, Iran, moosaie@yu.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 20 July 2013
Accepted 01 September 2013
Available Online 31 May 2014

Keywords:
Direct Numerical Simulation
Channel Flow
Turbulent Drag Reduction
Microfiber Suspension
Stochastic Field Method

ABSTRACT

In this study, the stochastic field method is developed for the direct numerical simulation of turbulent drag reduction by microfibers. For this purpose, the governing equations without any simplification are discretized on an Eulerian grid. A fifth-order upwind scheme is used for the discretization. A Monte-Carlo method is employed in the conformation space. Then, three-dimensional, time-dependent Navier-Stokes equations for the incompressible flow of a non-Newtonian fluid are numerically solved for a turbulent channel flow. Statistical quantities obtained by the proposed method are compared with those of a Lagrangian method and the high precision of the new method is demonstrated. The main advantage of the new method is its low computational cost.

1- مقدمه

افزودن میکروفیبرهای صلب به یک جریان آشفته در نزدیکی دیوار، حتی در غلظت‌های کم، باعث کاهش قابل ملاحظه درگ اصطکاکی می‌شود. همچنین، جریان سوسپانسیون‌های فیبر در کاربردهای دیگری مانند صنایع کاغذسازی و فرایند ساخت و تولید مواد مرکب تقویت شده با فیبر پیش می‌آید. در مقاله حاضر، روش جدیدی برای شبیه‌سازی مستقیم عددی جریان آشفته یک سوسپانسیون میکروفیبر با استفاده از روش میدان‌های تصادفی پیشنهاد شده است.

اثر افزودنی‌های فیبر و پلیمر بر روی کاهش درگ بیش از 60 سال پیش کشف شد. از آن زمان تاکنون تحقیقات زیادی بر روی این مسأله که افزودنی‌ها تحت چه شرایطی و با چه مکانیزمی باعث کاهش درگ می‌شوند، صورت گرفته است [1،2]. بطور سنتی، تحقیقات تجربی از طریق بررسی‌ها و اندازه‌گیری‌های آزمایشگاهی صورت می‌گرفت. با ظهور تکنیک شبیه‌سازی مستقیم عددی (DNS)، امکان بررسی دقیق جریان‌های آشفته به کمک حل عددی معادلات ناویر-استوکس به وجود آمد. اما شبیه‌سازی جریان‌های سوسپانسیون فیبر نیازمند مدل‌های رئولوژیکی با دقت بالا و حجم محاسبات نسبتاً پایین بود.

اولین شبیه‌سازی مستقیم عددی کاهش درگ آشفته در جریان کانال به کمک افزودنی‌هایپلیمری توسط اورلاندی صورت گرفت [3].وی برای این کار از یک مدل جبری نسبتاً ساده برای توصیف اثر افزودنی‌ها بر میدان جریان

Please cite this article using:

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

A. Moosaie, Development of stochastic field method for DNSofdrag reduction by microfibers inturbulent channel flow, *Modares Mechanical Engineering,* Vol. 14, No. 4, pp. 75-82, 2014 (In Persian)

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.4.18.3]

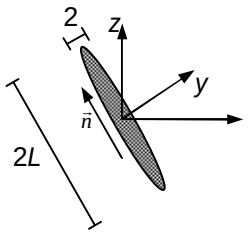
کمک گرفت. این مدل دارای اشکالات قابل توجهی بود. به عنوان مثال این مدل تحت تبدیلات گالیله ناوردا[1] نبود و پارامترهای مدل نیز رابطه‌ای با غلظت پلیمر درون سیال نداشتند.منظور از ناوردا بودن نسبت به تبدیلات گالیله این است که قوانین حرکت اجسام از جمله سیالات باید برای همه ناظرهای لخت یکسان باشند. بنابراین، تحقیقات برای انجام شبیه‌سازی‌های دقیق‌تر ادامه یافت. دن توندر و همکاران [4] شبیه‌سازی کاهش درگ آشفته در جریان لوله را با استفاده از یک مدل جبری انجام دادند. مدل آنها نسبت به مدل اورلاندی بهبود زیادی یافته بود، اما کماکان دارای مشکلات قابل توجهی بود. مثلاً این مدل هم نسبت به تبدیلات گالیله ناوردا نبوده و اگر چه سعی شد که پارامترهای مدل را به غلظت پلیمر ربط داد، اما این ارتباط به درستی برقرار نشده است. اخیراً موسائی [5] یک مدل جبری پیشنهاد نموده که بسیاری از مشکلات مدل‌های جبری قبلی را برطرف کرده و با دقت بالایی قادر به شبیه‌سازی کاهش درگ آشفته است. به عنوان مثال این مدل تحت تبدیلات گالیله ناوردا بوده و اثر غلظت پلیمرها را نیز به درستی در نظر می‌گیرد. همچنین این مدل در اعداد رینولدز بالا نیز با موفقیت قادر به شبیه‌سازی کاهش درگ بوده است [6].

پاشکویتز و همکاران نخستین گروهی بودند که با استفاده از مدل‌هایی با جزئیات رئولوژیکی (مدل‌های دیفرانسیلی بر خلاف مدل‌های جبری) به شبیه‌سازی مستقیم عددی کاهش درگ در جریان کانال [7] و لایه مرزی [8] پرداختند. برای این منظور آنها روش تقریب گشتاور برای محاسبه تنش غیر نیوتنی ناشی از فیبرها را بکار بردند. همان طور که از نام آن پیداست، این یک روش تقریبی است که نیاز به مدل‌سازی دارد. گیلیسن و همکاران [9] نیز از همین روش برای شبیه‌سازی کاهش درگ در جریان کانال استفاده نمودند. بنزی و همکاران [10] نیز با همین روش، به شبیه‌سازی کاهش درگ در جریان کانال پرداختند. همه کارهای فوق با روش اویلری (گسسته‌سازی معادلات رئولوژیکی بر روی یک شبکه محاسباتی ثابت) انجام شده‌اند. تفاوت آنها در استفاده از مدل‌های تقریب گشتاور مختلف است.

موسائی برای نخستین بار حل کامل معادلات حاکم بر سوسپانسیون فیبر بدست آمده از تئوری سینتیکی سوسپانسیون‌ها را بدون هیچ تقریب، ساده‌سازی و مدل‌سازی ارائه نمود [۱۱،۱۲]. برای این کار، وی معادلات پایه‌ای حاکم بر رئولوژی سوسپانسیون فیبر را با یک روش مونت-کارلو لاگرانژی حل نمود. بدین ترتیب که معادلات با تعقیب ذرات لاگرانژی بر روی خطوط مسیر جریان آشفته حل شدند.برای انجام حل، معادله فوکر-پلانک حاکم به فرم تصادفی خود یعنی معادله لانژواین در آمده و سپس این معادله با استفاده از تولید نمونه‌های تصادفی حل شده است. این روش، حل دقیق معادلات حاکم را بدست می‌دهد، اما حجم محاسبات آن بسیار بالا است. برای کاهش حجم محاسبات، در این مقاله استفاده از روش میدان‌های تصادفی پیشنهاد شده است.

روش میدان‌های تصادفی توسط والینو [13] برای حل مسایل احتراق در جریان آشفته و بطور خاص برای حل معادله تابع توزیع احتمال جهت محاسبه عبارت چشمه شیمیایی پیشنهاد شد. پس از آن توسط محققان مختلفی در زمینه‌های مختلف احتراق و اختلاط بکار برده شد. این روش را می‌توان به عنوان یک رهیافت مونت-کارلو اویلری در نظر گرفت که بر خلاف روش‌های مونت-کارلو لاگرانژی مرسوم، به جای تعقیب ذرات، تابع توزیع احتمال را بر روی یک شبکه ثابت اویلری محاسبه می‌نماید.

1- Invariant



شکل 1 هندسه فیبر صلب و بردار جهت‌گیری آن

نوآوری کار حاضر نسبت به کارهای قبلی این است که معادلات پایه‌ای حاکم را بدون هیچ ساده‌سازی، تقریب و یا مدل‌سازی بر روی یک شبکه اویلری ثابت به روش میدان‌های تصادفی حل می‌کند. مزیت اصلی آن نسبت به روش لاگرانژی اشاره شده در فوق،به دلیل استفاده از شبکه اویلری، دارا بودن حجم محاسبات بسیار کمتر است.

ادامه این مقاله به ترتیب زیر سازمان یافته است. تئوری و معادلات حاکم در بخش 2 ارائه شده‌اند. روش میدان‌های تصادفی که برای محاسبه رئولوژی سوسپانسیون فیبر پیشنهاد شده در بخش 3 توضیح داده شده است. بخش 4 به معرفی روش‌های عددی مورد استفاده می‌پردازد. نتایج در بخش 5 ارائه شده‌اند و نهایتاً نتیجه‌گیری در بخش 6 انجام شده است.

2- تئوری و معادلات حاکم

در کار حاضر، یک سوسپانسیون رقیق از میکروفیبرهای صلب درون یک سیال حامل نیوتنی در نظر گرفته می‌شود. مطابق شکل 1، فیبرها به شکل بیضی‌گون هستند که جهت‌گیری آنها در فضا توسط بردار یکه محوری آنها $\vec{n}$ توصیف می‌شود. یک خاصیت هندسی مهم این فیبرها ضریب منظر آنها $r=L/a$ است که به صورت نسبت نصف طول فیبر L به شعاع استوای آن a تعریف می‌شود. پارامترهای L و a در شکل 1 نشان داده شده‌اند.

فیبرها کوچک‌تر از مقیاس کولموگوروف (کوچک‌ترین مقیاس جریان آشفته) فرض می‌شوند و در نتیجه جریان پیرامون آنها خزشی است. همچنین از اینرسی انتقالی و دورانی فیبرها صرف‌نظر می‌شود. از کشش سطحی بین فیبر و سیال حامل نیز چشمپوشی می‌شود. با این فرضیات، اثر فیبرها بر جریان سیال توسط یک تانسور تنش غیر نیوتنی توصیف می‌گردد. بنابراین معادلات ناویر-استوکس تراکم ناپذیر و غیرنیوتنی بر جریان سوسپانسیون میکروفیبر حاکم هستند[۱۱،۱۴]:

$$\nabla\cdot\vec{\mathrm{U}}=0 \tag{1}$$

$$\rho\left[\frac{\partial\vec{\mathrm{U}}}{\partial t}+\vec{\mathrm{U}}\cdot\left(\nabla\circ\vec{\mathrm{U}}\right)\right]=\nabla\cdot\left(\underline{\tau}^{\mathrm{N}}+\underline{\tau}^{\mathrm{NN}}\right) \tag{2}$$

که در آن ∇، $\vec{\mathrm{U}}$، ρ، $\underline{\tau}^{\mathrm{N}}$ و $\underline{\tau}^{\mathrm{NN}}$ به ترتیب اپراتور دیفرانسیلی نابلا، میدان برداری سرعت، چگالی سیال حامل، تانسور تنش نیوتنی و تانسور تنش غیر نیوتنی هستند. همچنین $\circ$ علامت ضرب دیادیک تانسوری می‌باشد. تانسور تنش نیوتنی $\underline{\tau}^{\mathrm{N}}$ توسط رابطه لزجت نیوتن تعریف می‌شود.

$$\underline{\tau}^{\mathrm{N}}=-p\underline{\mathrm{E}}+2\mu\underline{\mathrm{D}} \tag{3}$$

که در آن μ، p و $\underline{\mathrm{E}}$ به ترتیب ضریب لزجت دینامیکی سیال حامل، میدان فشار و تانسور یکه هستند. همچنین $\underline{D}$ تانسور نرخ کرنش است.

$$\underline{\mathrm{D}}=\frac{1}{2}\left(\nabla\circ\vec{\mathrm{U}}+\vec{\mathrm{U}}\circ\nabla\right) \tag{4}$$

برای حل مسأله نیاز به یک رابطه ساختاری برای تعیین تانسور تنش غیر نیوتنی $\underline{\tau}^{\mathrm{NN}}$ می‌باشد. بدین منظور باید رئولوژی سوسپانسیون فیبر را در نظر گرفت. طبق تئوری برنر [14]، تانسور تنش غیر نیوتنی با رابطه ساختاری (5)

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.4.18.3]

داده می‌شود.

$$\underline{\tau}^{NN} = 2\mu_0\underline{D} + \mu_1\underline{D}\cdot\cdot\langle\vec{n}\vec{n}\rangle_\psi\,\underline{E} + \mu_2\underline{D}\cdot\cdot\langle\vec{n}\vec{n}\vec{n}\vec{n}\rangle_\psi + 2\mu_3\left(\langle\vec{n}\vec{n}\rangle_\psi\cdot\underline{D} + \underline{D}\cdot\langle\vec{n}\vec{n}\rangle_\psi\right) + 2\mu_4 D_r\left(3\langle\vec{n}\vec{n}\rangle_\psi - \underline{E}\right) \quad (5)$$

در معادله (5)، $\mu_i\,(i=0,\ldots,4)$ پنج ثابت مواد هستند که تابع لزجت سیال حامل، کسر حجمی فیبرها درون سیال و ضریب منظر فیبرها می‌باشند. این توابع مواد در [11] داده شده‌اند. D_r ضریب نفوذ براونی دورانی است. همچنین $\cdot\cdot$ علامت ضرب اسکالر دوگانه تانسوری است. $\langle\vec{n}\vec{n}\rangle_\psi$ و $\langle\vec{n}\vec{n}\vec{n}\vec{n}\rangle_\psi$ در معادله (5) به ترتیب گشتاورهای آماری دوم و چهارم تابع توزیع جهت‌گیری ψ هستند که به صورت روابط (6) و (7) تعریف می‌شوند.

$$\langle\vec{n}\vec{n}\rangle_\psi(\vec{x},t) = \iiint \vec{n}\circ\vec{n}\,\psi(\vec{n};\vec{x},t)\,dS(\vec{n}) \quad (6)$$

$$\langle\vec{n}\vec{n}\vec{n}\vec{n}\rangle_\psi(\vec{x},t) = \iiint \vec{n}\circ\vec{n}\circ\vec{n}\circ\vec{n}\,\psi(\vec{n};\vec{x},t)\,dS(\vec{n}) \quad (7)$$

در این معادلات انتگرال‌ها بر روی فضای حالت یعنی سطح کره واحد گرفته می‌شوند؛ زیرا وقتی بردار یکه $\vec{n}$ تمام جهت‌های ممکن را اختیار کند، نوک آن سطح کره واحد را ایجاد می‌کند. تابع توزیع جهت‌گیری $\psi(\vec{n};\vec{x},t)$ که در تعریف گشتاورها ظاهر شده، نشان دهنده احتمال پیدا کردن فیبری با بردار جهت‌گیری $\vec{n}$ در مکان $\vec{x}$ از سیال در زمان t می‌باشد.

تابع توزیع جهت‌گیری $\psi(\vec{n};\vec{x},t)$ از حل معادله فوکر-پلانک (8) بدست می‌آید [11].

$$\frac{\partial\psi}{\partial t} + \vec{U}\cdot\nabla\psi = -\frac{\partial}{\partial\vec{n}}\cdot\left(\dot{\vec{n}}\psi\right) + D_r\frac{\partial}{\partial\vec{n}}\cdot\frac{\partial\psi}{\partial\vec{n}} \quad (8)$$

معادله فوکر-پلانک (8) یک معادله جابجایی- نفوذ بوده و به عنوان حالت خاص معادله موج شرودینگر (معادله مرکزی مکانیک کوانتمی) قابل تفهیم می‌باشد. در این معادله، عبارت اول سمت چپ مشتق محلی، عبارت دوم سمت چپ جابجایی در فضای فیزیکی، عبارت اول سمت راست جابجایی در فضای حالت و عبارت دوم سمت راست نفوذ در فضای حالت هستند. یادآوری می‌شود که فضای حالت مسأله سطح کره واحد بوده و مشتق نسبت به $\vec{n}$ نشان دهنده اپراتور نابلا بر روی سطح کره واحد می‌باشد. سرعت تغییر بردار جهت‌گیری یعنی $\dot{\vec{n}}$ که در معادله فوکر-پلانک (8) ظاهر شده با معادله جفری تعریف می‌شود [15].

$$\dot{\vec{n}} = \underline{\Omega}\cdot\vec{n} + \kappa\left(\underline{D}\cdot\vec{n} - \underline{D}\cdot\cdot\vec{n}\circ\vec{n}\circ\vec{n}\right) \quad (9)$$

که در آن $\underline{\Omega}$ تانسور نرخ چرخش (بخش پادمتقارن تانسور گرادیان سرعت) است:

$$\underline{\Omega} = \frac{1}{2}\left(\nabla\circ\vec{U} - \vec{U}\circ\nabla\right) \quad (10)$$

در رابطه (9)، κ ضریب شکل فیبر است که تابعی از ضریب منظر فیبر r بوده و با رابطه (11) تعریف می‌شود.

$$\kappa = \frac{r^2-1}{r^2+1} \quad (11)$$

برای شبیه‌سازی جریان سوسپانسیون فیبر، معادلات حرکت سیال و معادلات دینامیک فیبر باید بطور همزمان حل شوند.

3- روش میدان‌های تصادفی

در این مقاله، برای حل عددی معادله فوکر-پلانک (8) که برای محاسبه تانسور تنش غیر نیوتنی $\underline{\tau}^{NN}$ مورد نیاز است، روش میدان‌های تصادفی توسعه داده می‌شود. همان طور که در بخش قبل توضیح داده شد، معادله فوکر-پلانک دارای یک عبارت جابجایی و یک عبارت نفوذ در فضای حالت (بر روی سطح کره) و نیز یک عبارت جابجایی در فضای فیزیکی می‌باشد. در روش میدان‌های تصادفی که در این مقاله پیشنهاد شده است، عبارت جابجایی در فضای فیزیکی بر روی یک شبکه ثابت اویلری با استفاده از روش‌های متعارف عددی مانند تفاضل محدود، حجم محدود و یا اجزای محدود حل می‌شود که در کار حاضر از روش تفاضل محدود استفاده شده است. اما عبارات جابجایی و نفوذ در فضای حالت به کمک یک روش مونت-کارلو لاگرانژی حل می‌شوند. در ادامه به توضیح روش حل معادلات فوق پرداخته می‌شود.

برای آنکه معادله فوکر-پلانک برای حل به کمک روش میدان‌های تصادفی آماده شود، باید آن را به فرم یک معادله لانژواین برای N_f فیبر نمونه نوشت [11]:

$$d\vec{n}_i = \vec{\mu}(\vec{n}_i,t)dt + \sigma(\vec{n}_i,t)d\vec{W} \qquad (i=1,\ldots,N_f) \quad (12)$$

که در آن $d\vec{W}$ افزایش یک فرایند وینر سه بعدی، $\vec{\mu}(\vec{n}_i,t)$ عبارت جابجایی و $\sigma(\vec{n}_i,t)$ عبارت نفوذ هستند.

$$\vec{\mu}(\vec{n}_i,t) = \underline{\Omega}\cdot\vec{n} + \kappa\left(\underline{D}\cdot\vec{n} - \underline{D}\cdot\cdot\vec{n}\circ\vec{n}\circ\vec{n}\right) \quad (13)$$

$$\sigma(\vec{n}_i,t) = \sqrt{2D_r} \quad (14)$$

معادله لانژواین (12) چنانچه در یک رهیافت لاگرانژی (یعنی در امتداد خطوط مسیر) حل شود، پاسخ آن هم‌ارز پاسخ معادله فوکر-پلانک (8) خواهد بود. چنین شبیه‌سازی کاملاً لاگرانژی در [11] توسعه داده شده است. علی‌رغم دقت بسیار بالای آن، مشکل روش لاگرانژی حجم محاسبات بسیار بالای آن است. در این مقاله، روش میدان‌های تصادفی به عنوان یک جایگزین مناسب که حجم محاسبات بسیار کمتری دارد پیشنهاد می‌شود.

در روش میدان‌های تصادفی، به جای تعقیب فیبرها در امتداد خطوط مسیر لاگرانژی، آنها در نقاط گرهی ثابت هستند. کد کامپیوتری که این روش در آن پیاده‌سازی شده بر مبنای شبکه جابجا شده کار می‌کند، یعنی فشار و تانسور تنش غیر نیوتنی در مرکز سلول محاسباتی و سرعت‌ها بر روی وجوه آن ذخیره شده‌اند. میدان‌های تصادفی که اطلاعات مربوط به جهت‌گیری فضایی فیبرها را در بر دارند نیز در مرکز سلول محاسباتی ذخیره گشته‌اند. از آنجا که فیبرها در مکان ثابتی هستند، باید به معادله لانژواین (12) که در فرم لاگرانژی است یک عبارت جابجایی در فضای فیزیکی نیز اضافه شود تا به فرم اویلری آن رسید:

$$d\vec{n}_i = -\vec{U}\cdot(\nabla\circ\vec{n}_i)dt + \vec{\mu}(\vec{n}_i,t)dt + \sigma(\vec{n}_i,t)d\vec{W} \qquad (i=1,\ldots,N_f) \quad (15)$$

عبارت اول در سمت راست معادله (15) بر روی فضای فیزیکی و عبارات دوم و سوم بر روی فضای حالت (سطح کره واحد) عمل می‌کنند.

برای بدست آوردن پاسخ معادله (15)، عبارت جابجایی در فضای فیزیکی $-\vec{U}\cdot(\nabla\circ\vec{n}_i)$ با استفاده از روش تفاضل محدودبر روی یک شبکه اویلری ثابت و عبارات جابجایی و نفوذ در فضای حالت با استفاده از یک روش مونت-کارلو لاگرانژی [11] گسسته و حل می‌شوند. این کار برای N_f فیبر نمونه انجام می‌گیرد. سپس با میانگین‌گیری، میدان‌های اویلری گشتاورهای دوم و چهارم تابع توزیع جهت‌گیری محاسبه می‌شوند:

$$\langle\vec{n}\vec{n}\rangle_\psi(\vec{x},t) = \frac{1}{N_f}\sum_{i=1}^{N_f}\vec{n}_i\circ\vec{n}_i \quad (16)$$

$$\langle\vec{n}\vec{n}\vec{n}\vec{n}\rangle_\psi(\vec{x},t) = \frac{1}{N_f}\sum_{i=1}^{N_f}\vec{n}_i\circ\vec{n}_i\circ\vec{n}_i\circ\vec{n}_i \quad (17)$$

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.4.18.3]

با داشتن این میدان‌ها، می‌توان میدان اویلری تانسور تنش غیر نیوتنی را از رابطه ساختاری (5) محاسبه نموده و نهایتاً معادلات ناویر-استوکس (1) و (2) را حل نمود.

4- روش‌های عددی

برای حل معادلات ناویر- استوکس تراکم ناپذیر (3) و (4)، یک کد CFD که در انستیتوی هیدرومکانیک دانشگاه فنی مونیخ توسعه داده شده بکار رفته است [16]. این کد از یک روش گسسته‌سازی حجم محدود مرتبه دوم در فضا و یک روش انتگرال‌گیری زمانی رونگه-کوتا مرتبه سوم با حافظه کم [17] بهره می‌برد. معادله پواسون برای فشار در هر گام زمانی و در هر زیر گام رونگه-کوتا بطور مستقیم حل می‌شود. برای حل مستقیم معادله پواسون، از تبدیل فوریر در دو جهت پریودیک و از یک حلگر سه قطری توماس (TDMA) در جهت عمود به دیوار استفاده شده است. حلگر فوق در دو نسخه برای سوپر کامپیوترهای اسکالر و برداری برنامه‌نویسی و بهینه سازی شده که در این تحقیق از نسخه اسکالر آن بر روی یک کامپیوتر 8 هسته‌ای استفاده شده است. متغیرهای جریان در یک شبکه محاسباتی جابجا شده ذخیره شده‌اند. یعنی فشار در مرکز سلول و سرعت‌ها بر روی وجوه سلولذخیره شده‌اند. همچنین تانسور تنش غیر نیوتنی و میدان‌های تصادفی هم بر روی نقاط فشار (مرکز سلول) ذخیره شده‌اند.

حلگر جریان فوق به کمک روش تجزیه میدان و با استفاده از کتابخانه MPI برای پردازش موازی آماده شده است. در مرز هر زیر دامنه، شرایط مرزی با استفاده از سلول‌های گاوست تبادل می‌شوند. موازی‌سازی هم برای میدان جریان و هم برای میدان‌های تصادفی انجام گرفته است.

برای گسسته‌سازی عبارت جابجایی در فضای فیزیکی از روش تفاضل محدود استفاده شده است. باید دقت داشت که معادله (15) در فضای فیزیکی فقط شامل عبارت جابجایی است و عبارت نفوذ ندارد. بنابراین، در یک جریان آشفته به دلیل اندرکنش‌های غیرخطی بین مودهای فوریر با اعداد موج متفاوت، پاسخ معادله (15) شامل مقیاس‌هایی بسیار کوچک‌تر از مقیاس کولموگوروف (کوچک‌ترین مقیاس جریان آشفته) خواهد بود. بنابراین برای انجام DNS نیاز به شبکه محاسباتی بسیار ریزی است که حجم محاسبات مورد نیاز را به شدت بالا برده و انجام DNS را ناممکن می‌سازد. بنابراین چنانچه معادله لانژواین (15) با یک روش گسسته‌سازی بدون نفوذ عددی گسسته شود، به دلیل انباشته شدن انرژی در اعداد موج بزرگ، حل عددی آن ناپایدار خواهد بود. برای گریز از این مشکل، در عمل دو راه وجود دارد. اول اینکه معادله (15) را صریحاً فیلتر نموده و مقیاس‌های کوچک را از آن حذف کرد. سپس معادله فیلتر شده را برای مقیاس‌های بزرگ حل نمود. به این تکنیک شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ (LES) گفته می‌شود. با این کار عبارات جدید نابسته در معادله ظاهر می‌شوند که نیاز به مدل‌سازی دارند. در کار حاضر از روش دوم استفاده شده که عبارت از فیلتر کردن ضمنی با استفاده از نفوذ عددی روش گسسته‌سازی است. برای این منظور، عبارت جابجایی معادله (15) که شامل مشتق اول بردار جهت‌گیری می‌باشد، توسط یک روش بالادست مرتبه پنجم گسسته شده است:

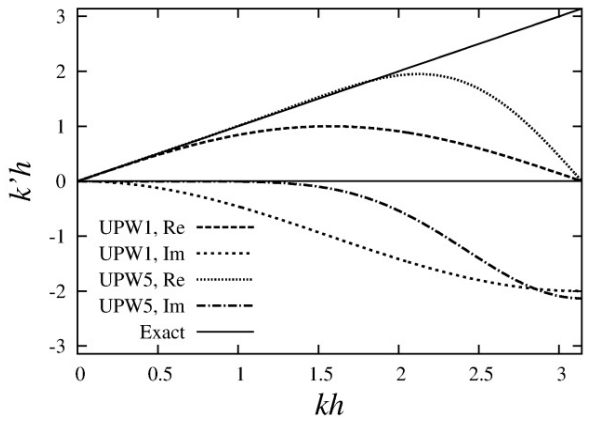
$$\left.\frac{\partial\phi}{\partial x}\right|_j=\frac{1}{60h}\left(\phi_{j-4}-8\phi_{j-3}+30\phi_{j-2}-80\phi_{j-1}+35\phi_j+24\phi_{j+1}-2\phi_{j+2}\right)+O\left(h^5\right) \quad (18)$$

که در آن h فاصله بین دو گره محاسباتی است. جهت بالادست با توجه به علامت سرعت تعیین می‌شود. برای آنکه مزیت این روش نسبت به روش بالا دست مرتبه اول معمولی روشن شود، مفید است که عدد موج تغییر یافته این روش گسسته‌سازی را در فضای فوریر بدست آورد [۱۸،۱۹]. برای این منظور تابع ϕ به صورت یک مود فوریر با عدد موج k یعنی $\phi=e^{ikx}$ در نظر گرفته می‌شود که در آن $i^2=-1$ است. مشتق دقیق این مود فوریر برابر با ike^{ikx} است. مشتق محاسبه شده از روش عددی (18) دقیق نبوده که بنابراین به صورت $ik'e^{ikx}$ بیان می‌شود که k' عدد موج تغییر یافته روش عددی نام دارد. به عبارتی خطای روش عددی در اختلاف بین k' و k نهفته است. با جایگزینی این مود فوریر در معادله (18)، رابطه (19) برای عدد موج تغییر یافته روش گسسته‌سازی (18) بدست می‌آید:

$$k'h=\frac{1}{60i}\left(e^{-4ikh}-8e^{-3ikh}+30e^{-2ikh}-80e^{-ikh}+35+24e^{ikh}-2e^{2ikh}\right) \quad (19)$$

عدد موج تغییر یافته فوق شامل دو قسمت حقیقی و موهومی است. قسمت حقیقی آن نشان دهنده دقت اسپکترال (طیفی) روش فوق برای مشتق‌گیری است و بخش موهومی آن نشان دهنده میزان نفوذ عددی این روش در اعداد موج مختلف است [20]. بخش‌های حقیقی و موهومی عدد موج تغییر یافته (19) در شکل 2 رسم شده‌اند. همچنین روش گسسته‌سازی بالادست مرتبه اول نیز برای مقایسه نشان داده شده است. خط مستقیم $k'h=kh$ نیز نشان دهنده مشتق دقیق می‌باشد.

مشاهده می‌شود که بخش حقیقی k' روش مرتبه پنجم تا حدود $kh=2$ بر مشتق دقیق منطبق است و پس از آن انحراف پیدا می‌کند. این در حالی است که بخش حقیقی k' روش مرتبه اول در حدود $kh=0.5$ انحراف خود را از مشتق دقیق آغاز می‌کند. مشاهده دیگر این است که بخش موهومی k' روش مرتبه اول تقریباً از همان ابتدا یعنی $kh=0$ انحراف خود را از مقدار صفر شروع می‌کند. این در حالی است که بخش موهومی k' روش مرتبه پنجم تا حدود $kh=1.5$ بر محور صفر منطبق بوده و سپس از آن منحرف می‌شود. در ضمن باید بیان شود که در شبیه‌سازی حاضر، استفاده از روش تفاضل مرکزی کمکی نمی‌کند، چرا که بخش موهومی k' آن صفر است. یعنی نفوذ عددی ندارد و بنابراین حل ناپایدار می‌شود. بخش حقیقی k' روش تفاضل مرکزی مرتبه دوم بر بخش حقیقی روش بالا دست مرتبه اول منطبق است. بنابراین روش مرتبه پنجم دارای دقت اسپکترال به مراتب بالاتری نسبت به روش‌های تفاضل مرکزی مرتبه دوم و بالا دست مرتبه اول است.



شکل 2 بخش‌های حقیقی و موهومی عدد موج تغییر یافته روش‌های گسسته‌سازی بالادست مرتبه اول و پنجم

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.4.18.3]

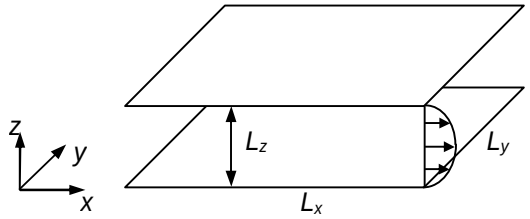
بخش حقیقی k' روش مرتبه پنجم در اعداد موج بالاتر از مقدار دقیق انحراف پیدا می‌کند. اعداد موج بالاتر در جریان آشفته به معنای مقیاس‌های کوچک‌تر جریان است. بنابراین این روش تا مقیاس‌های کوچک‌تری دقت مشتق‌گیری را تضمین می‌کند. یعنی مقیاس‌های کوچک‌تر بردار جهت‌گیری نمونه‌های مونت-کارلو به صورت دقیق‌تری توسط این روش در مقایسه با روش‌های بالادست مرتبه اول و تفاضل مرکزی مرتبه دوم محاسبه می‌شوند. مهم‌تر از این خاصیت بخش حقیقی، خاصیت بخش موهومی روش بالا دست مرتبه پنجم است. چرا که در اعداد موج بالا از صفر فاصله می‌گیرد. بنابراین نفوذ عددی این روش در فضای اسپکترال یک حالت فیلتر کردن ایجاد می‌کند. یعنی نفوذ عددی روی اعداد موج کوچک (مقیاس‌های بزرگ) اثر نداشته و تنها به استهلاک اعداد موج بزرگ (مقیاس‌های کوچک) می‌پردازد. از آنجا که در کار حاضر DNS میدان جریان انجام شده است، بنابراین شبکه عددی به اندازه کافی ریز است. پس اعداد موج بزرگ مقیاس‌های بسیار کوچکی را توصیف می‌کند که از نظر انرژی دارای اهمیت کمی هستند. به همین دلیل، در این کار از روش بالا دست مرتبه پنجم برای گسسته‌سازی عبارت جابجایی در معادله (15) استفاده شده است.

از آنجا که روش بالا دست مرتبه پنجم (18) یک روش مرتبه بالا است، می‌تواند دارای خطای آلیاسینگ[1] قابل توجهی در محاسبه عبارت جابجایی باشد. البته به دلیل نفوذ عددی این روش در اعداد موج بزرگ، معمولاً خطاهای آلیاسینگ دچار استهلاک می‌شوند. با این حال، برای اطمینان از عدم حضور این نوع خطا، از تکنیک توسعه شبکه محاسباتی استفاده شده است. برای این منظور، در هر جهت مختصات، شبکه محاسباتی 1/5 برابر ریزتر شده یا به عبارتی تعداد گره‌ها 1/5 برابر بیشتر شده است. مقادیر مورد نیاز برای محاسبه مشتق‌ها از شبکه اصلی به این شبکه ریزتر درون‌یابی شده‌اند. برای درون‌یابی در جهات پریودیک x و y از روش درون‌یابی طیفی (اسپکترال) بر مبنای تبدیل فوریر سریع (FFT) و در جهت عمود بر دیوار z از یک روش اسپلاین درجه سوم استفاده شده است. پس از درون‌یابی سرعت‌ها و میدان‌های تصادفی بر روی شبکه ریز، مشتق‌های مورد نیاز برای محاسبه عبارت جابجایی معادله (15) با روش گسسته‌سازی (18) محاسبه شده‌اند. سپس مشتق‌های محاسبه شده بر روی شبکه ریز با استفاده از درون‌یابی به شبکه اصلی منتقل شده‌اند. برای انجام تبدیل‌هایسریع فوریر مستقیم و معکوس مورد نیاز از کتابخانه MKL که توسط شرکت اینتل[2] توسعه داده شده بهره برداری شده است. برای انتگرال‌گیری زمانی عبارت جابجایی در فضای فیزیکی معادله (15) از روش رونگه-کوتا مرتبه سوم با حافظه کم [17] استفاده شد.

دو عبارت آخر در سمت راست معادله (15) یعنی عبارات جابجایی و نفوذ در فضای حالت به طریق زیر حل شدند. به عنوان شرایط اولیه، یک توزیع یکنواخت و ایزوتروپ از فیبرها استفاده شد. سپس با روش اویلر صریح این عبارات در زمان انتگرال‌گیری شدند. برای شبیه‌سازی فرایند وینر از یک مولد اعداد تصادفی با توزیع گاوسی استفاده شد. به دو دلیل از مولد اعداد تصادفی استاندارد فرترن استفاده نشد. یکی کند بودن آن و دیگری آنکه اعداد تصادفی با توزیع یکنواخت تولید می‌کند. بنابراین این مولد برنامه نویسی شد. جزئیات بیشتر در [11] ارائه شده است.

بطور خلاصه حلگر توسعه داده شده به صورت زیر کار می‌کند. ابتدا از شرایط اولیه توزیع جهت‌گیری فیبرها، تانسور تنش غیر نیوتنی محاسبه می‌گردد.

1- Aliasing
2- Intel



شکل 3 هندسه، دستگاه مختصات و ابعاد کانال

سپس این تنش به حلگرDNS که معادلات ناویر-استوکس تراکم ناپذیر را حل می‌کند، تحویل داده می‌شود. معادلات ناویر-استوکس توسط روش حجم محدود در فضا و روش رونگه-کوتای مرتبه سوم در زمان حل می‌شوند.

5- تعریف مسأله و جزئیات شبیه‌سازی

شرایط مرزی به قرار زیر هستند. در جهت جریان x و در جهت عرضی y مرز پریودیک فرض می‌شود. در جهت عمود بر دیوار z هم شرط عدم لغزش اعمال شده است. جریان توسط یک گرادیان فشار ثابت در جهت جریان رانده می‌شود. پیکره‌بندی جریان در شکل 3 نشان داده شده است.

دامنه جریان استفاده شده، یک مکعب مستطیل به ابعاد $(L_x,L_y,L_z)=(4\pi h,4\pi h/3,2h)$ است که منطبق بر DNS مرجع [21] می‌باشد. این دامنه به وسیله یک شبکه محاسباتی کارتزین که در جهات همگن x و y یکنواخت و در جهت ناهمگن z غیر یکنواخت بوده گسسته شده است. شبکه محاسباتی مورد استفاده در این شبیه‌سازی دارای $(N_x,N_y,N_z)=(220,150,128)$ سلول می‌باشد. این شبکه محاسباتی مجموعاً شامل 4224000 سلول می‌باشد.

طبق رابطه (20) که در آن τ_w تنش برشی متوسط دیوار است، ضریب لزجت، چگالی و گرادیان فشار اعمالی چنان تنظیم شده‌اند که جریان با عدد رینولدز برشی $\mathrm{Re}_\tau=180$ ایجاد شود.

$$\frac{\partial\langle p\rangle}{\partial x}=-\frac{\tau_w}{h} \tag{20}$$

عدد رینولدز برشی با رابطه (21) تعریف می‌شود.

$$\mathrm{Re}_\tau=\frac{\rho u_\tau h}{\mu}=\frac{u_\tau h}{\nu} \tag{21}$$

که در آن سرعت برشی u_τ با رابطه (22) تعریف می‌شود.

$$u_\tau=\sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \tag{22}$$

با استفاده از سرعت برشی u_τ، می‌توان کمیات جریان آشفته را بی‌بعد نمود که به آن بی‌بعد کردن درونی یا وَن دِریست گفته می‌شود. به عنوان مثال، فاصله از دیوار z را می‌توان به کمک رابطه (23) بی‌بعد کرد.

$$z^+=\frac{\rho u_\tau z}{\mu}=\frac{u_\tau z}{\nu} \tag{23}$$

در این صورت رابطه $\mathrm{Re}_\tau=h^+$ برقرار است. چنانچه فواصل میان نقاط گرهی در مقیاس درونی دیوار نشان داده شوند، می‌توان رابطه (24) را نوشت.

$$\left(\Delta x^+,\Delta y^+,\Delta z^+_{\min},\Delta z^+_{\max}\right)=(10.3,5,0.7,11) \tag{24}$$

که در آن $\Delta z^+_{\min}$ فاصله نزدیک‌ترین گره محاسباتی به دیوار بوده و $\Delta z^+_{\max}$ ماکزیمم فاصله گره‌ها در جهت z است که در مرکز کانال حادث می‌گردد. این اعداد منطبق بر مقادیر توصیه شده در [22] برای DNS جریان کانال است و نشان می‌دهد که شبکه محاسباتی برای انجام DNS مناسب است.

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.4.18.3]

همچنین نتایج بدست آمده با نتایج مرجع [18] مقایسه شده و انطباق کاملی میان آنها برقرار است. برای جلوگیری از طولانی شدن مقاله از ارائه این مقایسه صرف‌نظر می‌شود.

ابتدا جریان سیال نیوتنی در کانال شبیه‌سازی شد. پس از آن که جریان به حالت توسعه یافته رسید، برای مدت زمان $50t_{FT}$ نمونه‌های آماری برای محاسبه کمیت‌های آماری جریان آشفته ذخیره شده‌اند. t_{FT} مدت زمانی است که با سرعت متوسط U_b سیال طول کانال را طی می‌کند. U_b با رابطه (25) تعریف می‌گردد:

$$U_b = \frac{1}{2h}\int_0^{2h} \langle U \rangle (z)\, dz \tag{25}$$

جریان نیوتنی توسعه یافته به عنوان شرایط اولیه برای شبیه‌سازی جریان غیرنیوتنی مورد استفاده قرار گرفت. شبیه‌سازی جریان غیرنیوتنی برای مدت زمان کافی اجرا شد تا جریان به حالت توسعه یافته جدید برسد. سپس برای مدت زمان $90t_{FT}$ شبیه‌سازی اجرا و نمونه‌های آماری جریان غیرنیوتنی جمع‌آوری شدند.

برای محاسبه کمیت‌های آماری جریان آشفته، نمونه‌های آماری در زمان میانگین‌گیری شدند. برای افزایش کیفیت میانگین‌گیری و کاهش تعداد گام‌های زمانی مورد نیاز برای همگرایی آماری پاسخ‌ها، میانگین‌گیری در جهت‌های همگن x و y نیز انجام شده است. برای اطمینان از عدم وابستگی آماری شدید نمونه‌ها، نمونه‌گیری در هر 20 گام زمانی یک بار انجام شد. این کار تعداد گام‌های زمانی مورد نیاز را حدود 20 برابر افزایش می‌دهد، اما کیفیت آماری نتایج را بالا می‌برد.

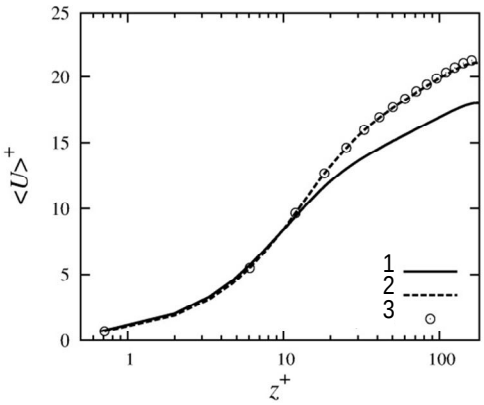
اعتبار نتایج کد محاسباتی فوق در اعداد رینولدز مختلفی برای جریان آشفته سیال نیوتنی در کانال بررسی و تأیید شده است، به عنوان مثال به [۱۱،۱۴] رجوع شود.مقیاس‌های کوچک جریان آشفته در جریان کاهش درگ یافته نسبت به جریان نیوتنی بزرگ‌تر هستند، در نتیجه یک شبکه که برای DNS جریان نیوتنی کافی باشد حتماً برای DNS جریان کاهش درگ یافته هم مناسب خواهد بود [11].

6- نتایج

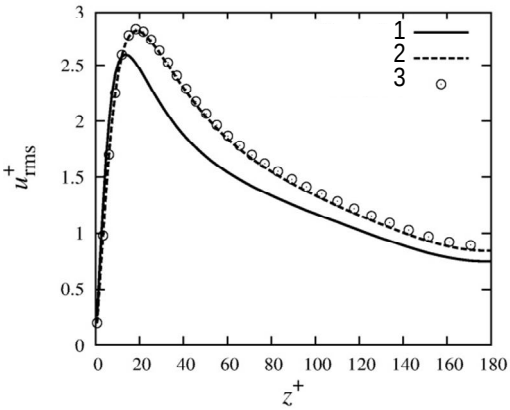
در این قسمت نتایج بدست آمده از روش پیشنهادی با نتایج روش مونت-کارلو لاگرانژی [11] مقایسه شده و توانایی روش میدان‌های تصادفی برای شبیه‌سازی پدیده کاهش درگ آشفته به کمک میکروفیبرها نشان داده می‌شود. در ادامه مقاله منظور از نتایج مرجع، نتایج ارائه شده در [11] می‌باشد.

شکل 4 نمایه سرعت متوسط در مقیاس درونی را به عنوان تابعی از فاصله از دیوار نشان می‌دهد. محور افقی نمودار در مقیاس لگاریتمی است. افزایش سرعت متوسط جریان سوسپانسیون میکروفیبر نسبت به جریان سیال نیوتنی به دلیل کاهش درگ در این شکل مشاهده می‌شود. شیب ناحیه لگاریتمی جریان کاهش درگ یافته نیز نسبت به جریان نیوتنی افزایش یافته است. همچنین تطابق بسیار خوبی میان نتایج روش پیشنهادی میدان‌های تصادفی و روش مونت-کارلو لاگرانژی دیده می‌شود.

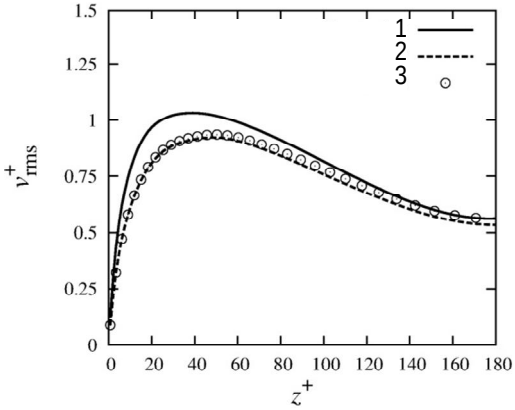
نمودارهای rms سه مؤلفه نوسان‌های سرعت در سه جهت مختصات x، y و z به ترتیب در شکل‌های 5، 6 و 7 نشان داده شده‌اند. در جریان کاهش درگ یافته در مقایسه با جریان نیوتنی، u^+_{rms} افزایش یافته در حالی که v^+_{rms} و w^+_{rms} کاهش پیدا کرده‌اند. بطور کلی انطباق بسیار خوبی میان نتایج روش میدان‌های تصادفی و روش مونت-کارلو لاگرانژی مشاهده می‌شود. نمایه u^+_{rms} روش میدان‌های تصادفی در نزدیکی دیوار انطباق عالی با نتایج مرجع داشته و با دور شدن از دیوار و نزدیکی به مرکز کانال کمی از نتایج مرجع فاصله می‌گیرد. نمایه v^+_{rms} نیز تطابق خوبی نشان می‌دهد و با دور شدن از دیوار و نزدیک شدن به مرکز کانال کمی از نمایه مرجع فاصله می‌گیرد. به همین ترتیب w^+_{rms} نیز با دقت بسیار خوبی توسط روش میدان‌های تصادفی پیش‌بینی شده است. مقدار آن در نزدیکی دیوار تا حدود $z^+ = 40$ منطبق بر نمایه مرجع بوده، سپس کمی انحراف پیدا می‌کند و دوباره از حدود $z^+ = 140$ بر نتایج مرجع منطبق می‌شود. در مجموع نتایج روش میدان‌های تصادفی تطابق بسیار خوبی با نتایج مرجع از خود نشان می‌دهند که تأیید کننده دقت این روش در پیش‌بینی نوسان‌های سرعت است.



شکل 4 نمایه سرعت متوسط در مقیاس درونی، 1 جریان نیوتنی، 2 جریان فیبری به روش میدان‌های تصادفی، 3 جریان فیبری به روش مونت-کارلو لاگرانژی [11]



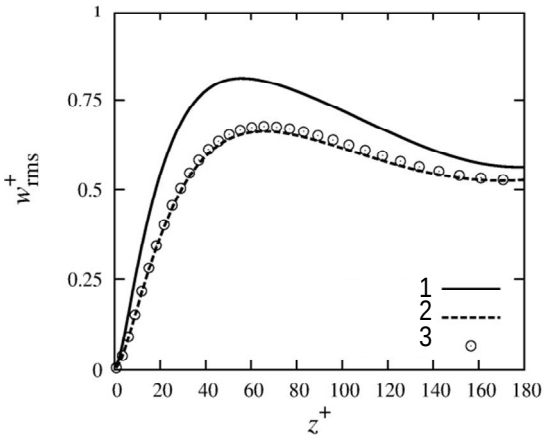
شکل 5 نمایه u^+_{rms} در مقیاس درونی، 1 جریان نیوتنی، 2 جریان فیبری به روش میدان‌های تصادفی، 3 جریان فیبری به روش مونت-کارلو لاگرانژی [11]



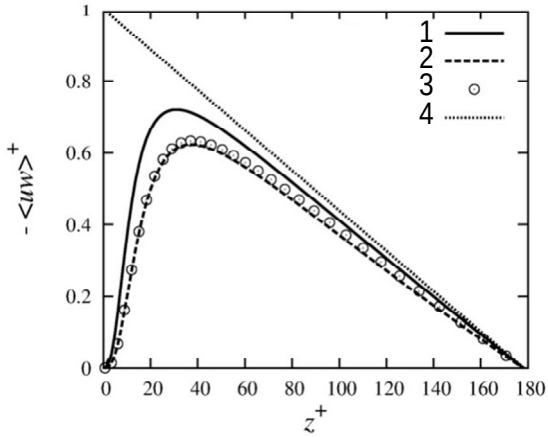
شکل 6 نمایه v^+_{rms} در مقیاس درونی، 1 جریان نیوتنی، 2 جریان فیبری به روش میدان‌های تصادفی، 3 جریان فیبری به روش مونت-کارلو لاگرانژی [11]

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.4.18.3]



شکل 7 نمایه w^+_{rms} در مقیاس درونی، 1 جریان نیوتنی، 2 جریان فیبری به روش میدان‌های تصادفی، 3 جریان فیبری به روش مونت-کارلو لاگرانژی [11]



شکل 8 نمایه تنش برشی رینولدز $\langle uw\rangle^+$ در مقیاس درونی، 1 جریان نیوتنی، 2 جریان فیبری به روش میدان‌های تصادفی، 3 جریان فیبری به روش مونت-کارلو لاگرانژی [11]، 4 تنش برشی کل

نمایه تنش برشی رینولدز $\langle uw\rangle^+$ در شکل 8 رسم شده است. بطور کلی در جریان کاهش درگ یافته به کمک میکروفیبر، تنش برشی رینولدز نسبت به جریان نیوتنی کاهش یافته است. در [11] نشان داده که این کاهش برای کاهش درگ ضروری است. بطور کلی انطباق خوبی میان نتایج برقرار است. در ضمن تنش برشی کل نیز رسم شده که در جریان کانال به شکل یک خط راست است. تنش برشی کل به کمک رابطه (26) تعریف می‌شود.

$$\tau_{xz}^{\text{total}} = \mu\frac{d\langle U\rangle}{dz} - \rho\langle uw\rangle + \langle\tau_{xz}^{\text{NN}}\rangle = -h\frac{d\langle p\rangle}{dx}\left[1-\frac{z}{h}\right] \qquad (26)$$

که حاصل سه قسمت تنش لزج مولکولی، تنش برشی رینولدز ناشی از جریان آشفته و تنش برشی غیر نیوتنی بوده و جمع آن در جریان کانال یک خط راست است. در جریان نیوتنی $\langle\tau_{xz}^{\text{NN}}\rangle=0$ برقرار است.

7- نتیجه‌گیری

در مقاله حاضر، روش میدان‌های تصادفی برای شبیه‌سازی مستقیم عددی کاهش درگ آشفته به کمک افزودنی‌های میکروفیبر توسعه داده شده است. به کمک این روش معادلات پایه‌ای حاکم بدون هیچ ساده‌سازی بطور کامل حل شده‌اند. بدین ترتیب یک روش مستقیم برای شبیه‌سازی پدیده کاهش درگ آشفته به کمک میکروفیبرها بدست آمده است. مزیت اصلی آن نسبت به روش مستقیم لاگرانژی حجم بسیار کم محاسبات آن است. شبیه‌سازی لاگرانژی مرجع که در این مقاله برای اعتبار سنجی نتایج بکار رفته بر روی 128 هسته محاسباتی به مدت حدوداً سه ماه اجرا شده است [11]. در حالی که شبیه‌سازی به روش میدان‌های تصادفی بر روی 8 هسته محاسباتی به مدت حدود دو هفته اجرا شده است. در عین حال روش پیشنهادی دقت بسیار بالایی دارد که از مقایسه با نتایج حل مرجع مشخص می‌شود. روش لاگرانژی 9/1% افزایش در سرعت متوسط عبوری از کانال به دلیل کاهش درگ را پیش‌بینی کرده است. روش میدان‌های تصادفی برای همان شرایط مقدار 9/34% را محاسبه می‌کند که نشان دهنده دقت بالای آن است. بنابراین روش پیشنهادی می‌تواند در کنار روش لاگرانژی برای شبیه‌سازی مستقیم عددی بکار رود.

8- مراجع

[1] J.L. Lumley, Drag Reduction by Additives, *Annual Review of Fluid Mechanics*, Vol. 1, pp. 367-384, 1969.

[2] C.M. White, M.G. Mungal, Mechanics and Prediction of Turbulent Drag Reduction with Polymer Additives, *Annual Reviewof Fluid Mechanics*, Vol. 40, pp. 235-256, 2008.

[3] P. Orlandi, A Tentative Approach to the Direct Simulation of Drag Reduction by Polymers, *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 60, No. 2-3, pp. 277-301, 1995.

[4] J.M.J. Den Toonder, M.A. Hulsen, G.D.C. Kuiken, F.T.M. Nieuwstadt, Drag Reduction by Polymer Additives in a Turbulent Pipe Flow, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 337, pp. 193-231, 1997.

[5] A. Moosaie, M. Manhart, An Algebraic Closure for the DNS of Fiber-Induced Turbulent Drag Reduction in a Channel Flow, *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 166, No. 19-20, pp. 1190-1197, 2011.

[6] A. Moosaie, DNS of turbulent drag reduction in a horizontal channel by microfibers at high Reynolds numbers using an algebraic closure model, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 13, No. 3, pp. 117-127, 2013. (In Persian)

[7] J.S. Paschkewitz, Y. Dubief, C.D. Dimitropoulos, E.S.G. Shaqfeh, P. Moin, Numerical Simulation of Turbulent Drag Reduction using Rigid Fibres, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 518, pp. 281-317, 2004.

[8] J.S. Paschkewitz, C.D. Dimitropoulos, Y.X. Hou, V.S.R. Somandepalli, M.G. Mungal, E.S.G. Shaqfeh, P. Moin, An Experimental and Numerical Investigation of Drag Reduction ina Turbulent Boundary Layer Using a Rigid Rodlike Polymer, *Physics of Fluids*, Vol. 17, 085101, 2005.

[9] J.J.J. Gillissen, B.J. Boersma, P.H. Mortensen, H.I. Andersson, On the Performance of the Moment Approximation for the Numerical Computation of Fiber Stress in Turbulent Channel Flow, *Physics of Fluids*, Vol. 19, 035102, 2007.

[10] R. Benzi, E.S.C. Ching, E. De Angelis, I. Procaccia, Comparison of Theory and Direct Numerical Simulations of Drag Reduction by Rodlike Polymers in Turbulent Channel Flows, *Physical Review E*, Vol. 77, 046309, 2008.

[11] A. Moosaie, *Direct Numerical Simulation of Turbulent Drag Reduction by Rigid Fiber Additives*, PhD Thesis, Technical University of Munich, 2011.

[12] A. Moosaie, M. Manhart, Direct Monte Carlo Simulation of Turbulent Drag Reduction by Rigid Fibers in a Channel Flow, *ActaMechanica*, Vol. 224, No. 10, pp. 2385-2413, 2013.

[13] L. Valiño, A Field Monte Carlo Formulation for Calculating the Probability Density Function of a Single Scalar in a Turbulent Flow, *Flow Turbulence and Combustion*, Vol. 60, No. 2, pp. 157-172, 1998.

[14] H. Brenner, Rheology of a Dilute Suspension of Axisymmetric Brownian Particles, *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 1, No. 2, pp. 195-341, 1974.

[15] G. Jeffery, The Motion of Ellipsoidal Particles in a Viscous Fluid, *Proceeding of the Royal Society of London A*, Vol. 102, pp. 161-179, 1922.

[16] M. Manhart, A Zonal Grid Algorithm for DNS of Turbulent Boundary Layers, *Computers & Fluids*, Vol. 33, No. 3, pp. 435-461, 2004.

[17] J.H. Williamson, Low-Storage Runge-Kutta Schemes, *Journal of Computational Physics*, Vol. 35, No. 1, pp. 48-56, 1980.

[18] P. Moin, *Fundamentals of Engineering Numerical Analysis*, Cambridge, Cambridge University Press, 2010.

[19] S.K. Lele, Compact Finite Difference Schemes with Spectral-Like Resolution, *Journal of Computational Physics*, Vol. 103, No. 1, pp. 16-42, 1992.

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.4.18.3]

[20] J.H. Ferziger, M. Peric, *Computational Methods for Fluid Dynamics*, New York, Springer-Verlag, 2001.

[21] R.D. Moser, J. Kim, N.N. Mansour, Direct Numerical Simulation of Turbulent Channel Flow up to $Re_\tau = 590$, *Physics of Fluids*, Vol. 11, pp. 943-945, 1999.

[22] C. Wagner, T.J. Hüttl, P. Sagaut, *Large-Eddy Simulation for Acoustics*, Cambridge, Cambridge University Press, 2007.

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.4.18.3]