



## مدل سازی و محاسبه ضریب کیفیت اتلاف تکیه گاه در مد ارتعاشی شناور تشدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر نگهدارنده T شکل

مجید باقری<sup>1</sup>، ابوالفضل بیجاری<sup>2\*</sup>، مهدی راغبی<sup>3</sup>

1- کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه بیرجند، بیرجند

2- استادیار، مهندسی برق، دانشگاه بیرجند، بیرجند

3- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه بیرجند، بیرجند

\* بیرجند، صندوق پستی 97175/615، a.bijari@birjand.ac.ir

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 27 بهمن 1392

پذیرش: 08 اردیبهشت 1393

ارائه در سایت: 09 مهر 1393

کلید واژگان:

تشدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی

ضریب کیفیت

اتلاف تکیه گاه،

مد شناور

### چکیده

تشدیدگرهای میکرومکانیکی قطعات کوچکی هستند که در فرکانس‌های بالا ارتعاش می‌کنند. امروزه با پیشرفت‌های انجام شده در زمینه ساخت سیستم‌های میکروالکترومکانیکی، این تشدیدگرها در حسگرها، سیستم‌های ارتباطی بی‌سیم و ناوبری کاربرد گسترده‌ای یافته‌اند. مکانیزم‌های رایج اتلاف انرژی در تشدیدگرهای میکرومکانیکی شامل اتلاف هوا، اتلاف ترموالاستیک و اتلاف تکیه‌گاه می‌شوند. در این مقاله با توجه به غالب بودن مکانیزم اتلاف تکیه‌گاه در کاربردهای مهمی مانند نوسان‌سازها، فیلترهای الکتریکی و ژيروسکوپ‌ها، رابطه ضریب کیفیت اتلاف تکیه‌گاه در مد ارتعاشی شناور تشدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر نگهدارنده محاسبه و برای اعتبارسنجی از مطالعات آزمایشگاهی استفاده می‌شود. نتایج به‌دست آمده با نتایج آزمایشگاهی مطابقت قابل قبولی داشته و درستی مدل‌سازی انجام شده را نشان می‌دهد. همچنین این نتایج نشان می‌دهند که ضریب کیفیت اتلاف تکیه‌گاه با افزایش ضخامت زیرلایه افزایش می‌یابد. علاوه بر این، طرح جدیدی برای افزایش ضریب کیفیت اتلاف تکیه‌گاه در مد ارتعاشی شناور تشدیدگرهای مستطیلی میکرومکانیکی پیشنهاد می‌شود. برای این منظور، از تیرهای T شکل به جای تیرهای نگهدارنده معمولی استفاده شده و محاسبات انجام شده نشان می‌دهند که ضریب کیفیت تشدیدگر در فرکانس تشدید یکسان در حدود 1/5 برابر افزایش می‌یابد.

## Modeling and calculating the anchor loss quality factor in the plunging-mode vibrations of a micromechanical rectangular-plate resonator with two T-shaped support beams

Majid Bagheri<sup>1</sup>, Abolfazl Bijari<sup>2\*</sup>, Mehdi Raghebi<sup>3</sup>

1- Department of Mechanical Engineering, University of Birjand, Birjand, Iran.

2- Department of Electrical and computer Engineering, University of Birjand, Birjand, Iran

3- Department of Mechanical Engineering, University of Birjand, Birjand, Iran

\* P.O.B. 97175/615 Birjand, Iran, a.bijari@birjand.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 16 February 2014  
Accepted 28 April 2014  
Available Online 01 October 2014

#### Keywords:

Micromechanical Rectangular-plate Resonator  
Quality Factor  
Anchor Loss,  
Plunging-Mode

### ABSTRACT

Micromechanical resonators are miniature devices that vibrate at high frequencies. Nowadays, with the recent advances in micro-electro-mechanical systems (MEMS) fabrication technology, micromechanical resonators are used widely in sensors, wireless communication and navigation systems. The commonly encountered energy loss mechanisms in micromechanical resonators include air damping, thermoelastic dissipation and anchor loss. In this paper, with regard to the dominated quality factor by anchor loss in some important applications including oscillators, electrical filters and gyroscopes, the closed-form expression is obtained for anchor loss quality factor in the plunging-mode vibrations of micromechanical rectangular-plate resonator with two support beams. The findings are validated by comparing with experimental data. As far as there is an acceptable match between the analytical and experimental results, the proposed model is confirmed. The results also show that the anchor loss quality factor increases with increasing substrate thickness. Moreover, a new design is proposed to enhance the anchor loss quality factor in the plunging-mode vibrations of micromechanical rectangular-plate resonators. For this purpose, the conventional support beams are replaced with T-shaped support beams. Besides, the results show that the anchor loss quality factor at the same resonant frequency is enhanced about 1.5 times.

Please cite this article using:

M. Bagheri, A. Bijari, M. Raghebi, Modeling and calculating the anchor loss quality factor in the plunging-mode vibrations of a micromechanical rectangular-plate resonator with two T-shaped support beams, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 12, pp. 75-84, 2014 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

M. Bagheri, A. Bijari, M. Raghebi, Modeling and calculating the anchor loss quality factor in the plunging-mode vibrations of a micromechanical rectangular-plate resonator with two T-shaped support beams, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 12, pp. 75-84, 2014 (In Persian)

## 1- مقدمه

تشدیدگرهای میکرومکانیکی قطعات کوچکی هستند که در فرکانس‌های بالا ارتعاش می‌کنند و امروزه به دلیل عملکرد مناسب و کارایی بالا، در حسگرها، سیستم‌های ارتباطی بی‌سیم و ناوبری به شدت توسعه یافته‌اند. یکی از چالش‌های موجود در طراحی این تشدیدگرها، دستیابی به تشدیدگرهایی با ضریب کیفیت بالا برای کاربرد در فیلترهای الکتریکی [1]، حسگرهای جرمی [2]، حسگرهای زیستی [3] و زیروسکوپ‌ها [4] است، زیرا افزایش ضریب کیفیت، تأثیر مستقیمی بر عملکرد این قطعات از نظر اتلاف الحاقی، نویز فاز و کاهش حساسیت سیگنال به نویز دارد. از این رو بررسی مکانیزم‌های اتلاف انرژی و محاسبه تحلیلی ضریب کیفیت و نیز ارائه روش‌های جدید برای دستیابی به ضریب کیفیت بالاتر در این قطعات بسیار حائز اهمیت است.

چندین مکانیزم عمده اتلاف انرژی نظیر اتلاف هوا، اتلاف ترموالاستیک و اتلاف تکیه‌گاه، در تشدیدگرهای میکرومکانیکی وجود دارند. هنگامی که تشدیدگر میکرومکانیکی توسط سیالی مانند هوا احاطه می‌شود، در هنگام ارتعاش با مولکول‌های سیال اطراف خود برخورد کرده و بخشی از انرژی خود را در برخورد با این مولکول‌ها از دست می‌دهد که این نوع اتلاف انرژی، اتلاف هوا نامیده می‌شود. در میرایی ترموالاستیک با ارتعاش ساختار تشدیدگر در فرکانس تشدید، تغییرات کرنشی به وجود آمده منجر به ایجاد تغییرات دمایی و در نتیجه جریان‌های گرمایی برگشت‌ناپذیر می‌شود؛ به طوری که این جریان‌های گرمایی برگشت‌ناپذیر منجر به افزایش آنتروپی شده و در نتیجه بخشی از انرژی ارتعاشی تشدیدگر به صورت انرژی حرارتی تلف می‌شود [5].

اتلاف تکیه‌گاه در واقع بخشی از انرژی ارتعاشی تشدیدگر است که از طریق تیرهای نگهدارنده به زیرلایه<sup>1</sup> منتقل می‌شود و به همین دلیل در مدلسازی این مکانیزم اتلاف، تمام قسمت‌های یک تشدیدگر میکرومکانیکی شامل ساختار تشدیدگر، تیرهای نگهدارنده و زیرلایه باید تحلیل و مدلسازی شوند. در تحلیل این اتلاف انرژی فرض می‌شود که ابعاد زیرلایه نیمه نامحدود بوده و در مقایسه با ابعاد تشدیدگر به اندازه کافی بزرگ است، بنابراین زمانی که موجی به زیرلایه وارد می‌شود به مرزی برخورد نکرده تا دوباره به تشدیدگر بازگردد و در نتیجه انرژی ارتعاشی تلف می‌شود [6]. ضریب کیفیت را می‌توان برای هر یک از این مکانیزم‌های اتلاف انرژی به تنهایی تعریف کرد، اما زمانی که تمامی این مکانیزم‌های اتلاف انرژی با یکدیگر در نظر گرفته شوند؛ ضریب کیفیت مجموع به صورت رابطه (1) تعریف می‌شود:

$$\frac{1}{Q_{total}} = \frac{1}{Q_{Anchor}} + \frac{1}{Q_{TED}} + \frac{1}{Q_{Air}} \quad (1)$$

که  $Q_{Anchor}$  ضریب کیفیت اتلاف تکیه‌گاه،  $Q_{TED}$  ضریب کیفیت اتلاف ترموالاستیک و  $Q_{Air}$  ضریب کیفیت اتلاف هواست [7].

ضریب کیفیت یک تشدیدگر میکرومکانیکی با توجه به نوع کاربرد و فرکانس ارتعاش آن، توسط مکانیزم اتلاف انرژی غالب تعیین می‌شود. امروزه در کاربردهای مخابراتی فرکانس پایین و ناوبری، به دلیل اندازه کوچک و سهولت بسته‌بندی تشدیدگرهای میکرومکانیکی در خلاء بالا، به طور معمول از دو مکانیزم میرایی هوا و ترموالاستیک صرف نظر می‌شود [8,9] و در نتیجه اغلب ضریب کیفیت این تشدیدگرها توسط مکانیزم اتلاف تکیه‌گاه تعیین می‌شود.

وانگ و همکارانش اتلاف تکیه‌گاه در تشدیدگر جرم تکان‌دهنده مربعی را بررسی کردند. آن‌ها روابط ضریب کیفیت اتلاف تکیه‌گاه را برای مد پیچشی، مد تکان‌دهنده خارج صفحه و ترکیب این دو مد، استخراج کردند [10]. هائو و همکارانش نیز یک مدل تحلیلی را برای اتلاف تکیه‌گاه در تشدیدگر تیر در حالت‌های گیردار- آزاد و گیردار- گیردار که تحت ارتعاشات خمشی درون صفحه‌ای قرار دارد، ارائه کردند [11]. همچنین هائو و همکارانش اتلاف تکیه‌گاه در تشدیدگر میکرومکانیکی دیسکی با تکیه‌گاه مرکزی را تحت مد حجمی شعاعی مدل کردند. این پژوهش جهت انتخاب هندسه و ماده سازنده مناسب برای دستیابی به بالاترین ضریب کیفیت، دید خوبی را فراهم می‌کند [12].

ژاز و همکارانش اتلاف انرژی در نقاط اتصال تشدیدگرهای تیر یک‌سر گیردار و دو سر گیردار به تکیه‌گاه را برای دو حالت متفاوت تکیه‌گاه بررسی کردند [6]. در پژوهش ایشان، برای تشدیدگر در ابعاد نانو، تکیه‌گاه به صورت ورق و برای تشدیدگر در ابعاد میکرو تکیه‌گاه به صورت واسطه الاستیک نیمه-بی‌نهایت در نظر گرفته می‌شود. همچنین در این پژوهش برای محاسبه ضریب کیفیت مد شناور تشدیدگر مستطیلی آن را به صورت تیر دو سر گیردار در نظر گرفتند و قسمت مستطیلی را در نظر نگرفتند. هاوک و همکارانش اتلاف انرژی در تشدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر نگهدارنده قائم، ساخته شده از جنس سیلیکون تک‌بلور را در دماهای مختلف به صورت آزمایشگاهی بررسی کرده و وابستگی ضریب کیفیت پنج مد ارتعاشی تشدیدگر میکرومکانیکی مستطیلی به دما را نشان دادند [13]. هائو اتلاف ترموالاستیک، در تشدیدگرهای دایره‌ای نازک میکرو و نانو مکانیکی را تحت مد ارتعاشی محیطی مورد مطالعه قرار داده و نشان داد که ضریب کیفیت زیر ارتعاشی محیطی تشدیدگر دایره‌ای نازک مادامی که فرکانس تشدید زیر 1GHz، بالای 10<sup>6</sup> است [14]. در واقع او نشان داد که اتلاف ترموالاستیک، منبع مهم اتلاف انرژی برای تشدیدگر دایره‌ای نازک در ابعاد نانو و با فرکانس‌های تشدید بسیار بالا محسوب می‌شود. باقری و همکارانش رابطه تحلیلی محاسبه ضریب کیفیت اتلاف تکیه‌گاه برای مد دوم ارتعاش تشدیدگر بیضوی میکرومکانیکی با چهار تیر نگهدارنده را ارائه کردند [15]. مد دوم ارتعاش تشدیدگر بیضوی میکرومکانیکی با چهار تیر نگهدارنده ترکیب دو مد پیچشی و مد تکان‌دهنده خارج صفحه است. در این پژوهش روابط صحیح توان خالص جریان انرژی خروجی از تشدیدگر را محاسبه کردند. همچنین باقری و همکارانش رابطه تحلیلی ضریب کیفیت اتلاف تکیه‌گاه برای مد ارتعاشی لغزشی داخل صفحه تشدیدگر مربعی میکرومکانیکی با دو تیر افقی نگهدارنده را محاسبه کردند [16].

در مقاله حاضر، نخست رابطه تحلیلی ضریب کیفیت اتلاف تکیه‌گاه برای مد شناور تشدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر نگهدارنده قائم محاسبه می‌شود. سپس اعتبارسنجی نتایج به دست آمده از مدل تحلیلی به شیوه مقایسه با نتایج آزمایشگاهی انجام می‌شود. همچنین طرح جدیدی برای افزایش ضریب کیفیت اتلاف تکیه‌گاه در این مد ارتعاشی پیشنهاد می‌شود. برای این منظور، از تیرهای T شکل به جای تیرهای نگهدارنده معمولی استفاده شده و محاسبات تحلیلی لازم برای محاسبه توان خالص جریان انرژی خروجی از تشدیدگر و در نتیجه محاسبه ضریب کیفیت تشدیدگر با این ساختار جدید، انجام می‌شوند.

1. Substrate

سیکل ارتعاش و  $\Pi$  توان خالص جریان انرژی خروجی از تشدیدگر است. برای تعیین فرکانس طبیعی، انرژی ارتعاشی جذب شده و توان خالص جریان انرژی خروجی از تشدیدگر، نیاز به محاسبه نیرو و گشتاورهای وارده است. در ادامه بحث، از روش سختی معادل و جرم مؤثر برای تعیین فرکانس طبیعی تشدیدگر استفاده شده است.

### 2-1- فرکانس و انرژی ارتعاشی تشدیدگر و تیرهای نگهدارنده در هر سیکل ارتعاش

در شکل 3 شیوه اتصال تیرهای نگهدارنده به زیرلایه، نیروی برشی و گشتاور خمشی وارده به زیرلایه نشان داده شده است.

نیروی برشی  $F_z$  و گشتاور خمشی  $M_b$  در سمت گیردار تیرهای نگهدارنده (نیروی برشی و گشتاور خمشی وارده به زیرلایه) از روابط (۳.۴) به دست می‌آیند [19]:

$$F_z = \frac{12EI_x a}{L^3} \quad (3)$$

$$M_b = \frac{6EI_x a}{L^2} \quad (4)$$

که  $a$  تغییر مکان سر آزاد تیرهای نگهدارنده یعنی محل اتصال تیر به تشدیدگر (تغییر مکان تشدیدگر) بوده و  $l_x$  مطابق رابطه (5) محاسبه می‌شود:

$$l_x = \frac{1}{12}wh^3 \quad (5)$$

برای محاسبه فرکانس نیاز به محاسبه سختی معادل و جرم مؤثر است. سختی معادل از رابطه (6) محاسبه می‌شود [19]:

$$K_{pr} = \frac{2Ewh^3}{L^3} \quad (6)$$

جرم مؤثر ترکیب جرم تشدیدگر و جرم مؤثر تیرهای نگهدارنده است. جرم مؤثر تیرهای تحت خمش از انرژی ارتعاشی تیرهای تحت خمش به دست می‌آید. بدین جهت نخست باید معادله تغییر مکان تیرهای تحت خمش به صورت رابطه (7) مشخص شود [19]:

$$w(y) = -\frac{2a}{L^3}y^3 + \frac{3a}{L^2}y^2 \quad (7)$$

انرژی ارتعاشی تیرهای تحت خمش به صورت رابطه (8) و جرم مؤثر تیرهای تحت خمش به صورت رابطه (9) محاسبه می‌شوند [19.20]:

$$U_f = \int_0^L \frac{1}{2} \rho wh \left( \frac{dw(y)}{dt} \right)^2 dy = \frac{1}{2} \left( \frac{26}{70} \rho whL \right) (\omega_{pr} a)^2 \quad (8)$$

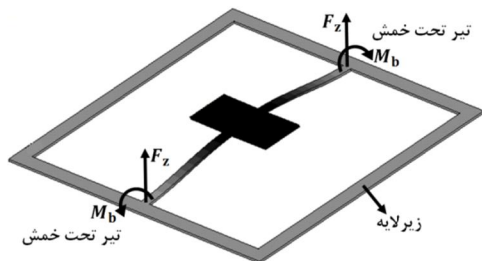
$$m_f = \frac{26}{70} \rho whL \quad (9)$$

در نتیجه جرم مؤثر به صورت رابطه (10) قابل محاسبه است [19]:

$$m_{eff-pr} = m + 2m_f = phdb + \frac{26}{35} \rho whL \quad (10)$$

فرکانس تشدید نیز از رابطه (11) محاسبه می‌شود [19]:

$$\omega_{pr} = \sqrt{\frac{K_{pr}}{m_{eff-pr}}} = \sqrt{\frac{\frac{2Ewh^3}{L^3}}{phdb + \frac{26}{35} \rho whL}} \quad (11)$$



شکل 3 نیروهای وارد به زیرلایه از طرف تیرهای نگهدارنده تشدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی در مد ارتعاشی شناور تشدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی

### 2- مد ارتعاشی شناور تشدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر نگهدارنده قائم

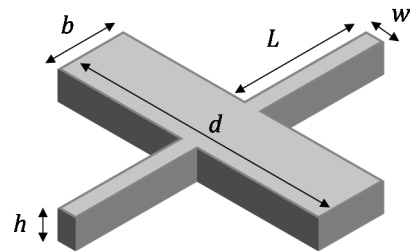
تشدیدگرهای میکرومکانیکی توسط یک یا چند تیر نگهدارنده به زیرلایه متصل می‌شوند. معمولاً تعداد تیرهای نگهدارنده دو یا چهار عدد انتخاب می‌شود تا از ایجاد مدهای ارتعاشی ناخواسته در نزدیکی مد مورد نظر جلوگیری شود [17]. شکل شماتیک تشدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر نگهدارنده قائم در شکل 1 نشان داده شده است.

$b$  پهنای تشدیدگر،  $d$  درازای تشدیدگر،  $L$  درازای تیرهای نگهدارنده،  $w$  پهنای تیرهای نگهدارنده و  $h$  ضخامت تیرهای نگهدارنده است. همچنین فرض شده که ضخامت تیرهای نگهدارنده و ساختار تشدیدگر یکسان هستند. شکل 2 نشان‌دهنده مد نخست ارتعاش تشدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر نگهدارنده قائم یعنی مد ارتعاشی شناور<sup>1</sup> است.

در شکل 2 دو تیر تحت خمش قرار گرفته‌اند و تشدیدگر تغییر مکانی در راستای محور  $z$  دارد. این مد ارتعاشی برای استفاده در فیلترها و سوئیچ‌های الکتریکی بسیار مناسب است [18]. در محاسبه ضریب کیفیت قسمت مستطیلی در نظر گرفته شده و برخلاف مرجع [6] تشدیدگر فقط به صورت تیر دو سر گیردار در نظر گرفته نشده است. برای محاسبه ضریب کیفیت اتلاف تکیه‌گاه برای مد شناور تشدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر نگهدارنده قائم از رابطه (2) استفاده می‌شود [6]:

$$\frac{1}{Q} = \frac{\Delta U}{2\pi U} = \frac{\Pi}{\omega U} \quad (2)$$

که  $\omega$  فرکانس طبیعی تشدیدگر،  $U$  کل انرژی ارتعاشی تشدیدگر و تیرهای نگهدارنده در یک سیکل ارتعاش،  $\Delta U$  مجموع انرژی تلف شده در هر



شکل 1 شکل شماتیک تشدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی به همراه تیرهای نگهدارنده



شکل 2 مد اول ارتعاش تشدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر نگهدارنده قائم، مد شناور

2-2- ماتریس ادمیتانس و توان خالص جریان انرژی خروجی از تشدیدگر ماتریس ادمیتانس، برای ارتباط بین بردار نیرو و بردار سرعت در محل اتصال تیر به زیرلایه (تکیه‌گاه) به کار می‌رود. زیرلایه به صورت واسطه الاستیک نیمه‌بی‌نهایت با ضخامت ثابت  $h_p$ ، ضریب پواسون  $\nu$  و مدول الاستیسیته  $E$  در نظر گرفته می‌شود که در شکل 6 نشان داده شده است و با فرکانس تشدید  $\omega$ ، به گونه آزاد ارتعاش می‌کند. در واقع این بحث مربوط به واسطه الاستیک نیمه‌بی‌نهایت است که با نیروی عرضی  $F_z$ ، ممان پیچشی  $M_t$  و ممان خمشی  $M_b$ ، مماس بر ضلع ورق، برانگیخته شده است.

که در شکل 6،  $w$  حرکت عرضی (حرکت خارج صفحه) است. فرض بر این است که جفت‌شدگی بین تشدیدگر و تکیه‌گاه در یک نقطه است و این نقطه محل اعمال نیروها و گشتاورهاست. رابطه بین سرعت زاویه‌ای قائم  $\Omega_n$  سرعت زاویه‌ای مماسی  $\Omega_t$  و سرعت خطی عرضی  $V_z$  در نقطه اتصال که همان محل اعمال بردار نیرو است، براساس رابطه (13) است [7]:

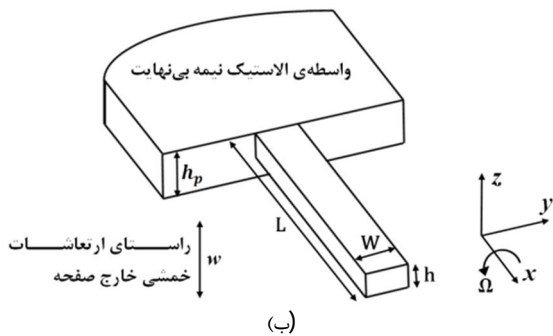
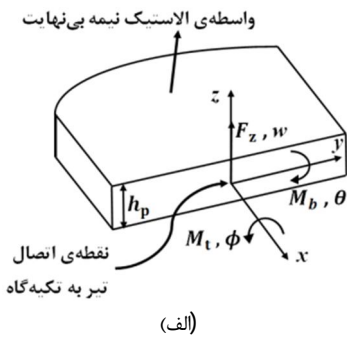
$$\begin{bmatrix} \Omega_n \\ \Omega_t \\ V_z \end{bmatrix} = Y \begin{bmatrix} M_t \\ M_b \\ F_z \end{bmatrix} = (\rho h_p D)^{-1/2} \begin{bmatrix} y_{11} k^2 & 0 & 0 \\ 0 & y_{22} k^2 & y_{23} k \\ 0 & y_{32} k & y_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_t \\ M_b \\ F_z \end{bmatrix} \quad (13)$$

$Y$  ماتریس ادمیتانس نام دارد.  $K$  عدد موج حرکت عرضی در تکیه‌گاه است که توسط رابطه (14) به دست می‌آید [7]:

$$K = \sqrt{\omega \sqrt{\frac{\rho h_p}{D}}} \quad (14)$$

که  $\rho$  چگالی ماده سازنده تکیه‌گاه و  $D$  سختی خمشی تکیه‌گاه است و توسط رابطه (15) محاسبه می‌شود [7]:

$$D = \frac{E h_p^3}{12(1-\nu^2)} \quad (15)$$



شکل 6 الف- واسطه الاستیک نیمه‌بی‌نهایت (تکیه‌گاه) به همراه پارامترهای مورد استفاده در مطالعه اتلاف تکیه‌گاه ب- واسطه الاستیک نیمه‌بی‌نهایت و نیرو و گشتاورهای اعمالی در نقطه اتصال تیر به تکیه‌گاه [10]

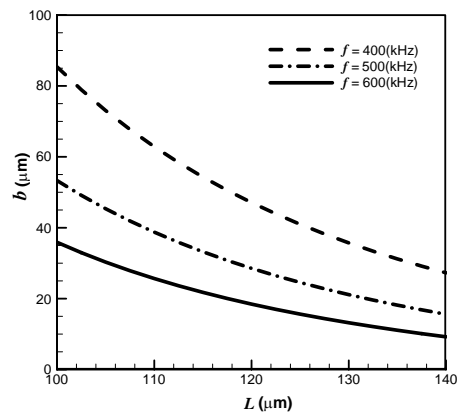
انرژی ارتعاشی تشدیدگر و تیرهای نگهدارنده از رابطه (12) محاسبه می‌شود:

$$U_{pr} = \frac{1}{2} m_{eff-pr} (\omega_{pr} a)^2 = \frac{E w h^3 a^2}{L^3} \quad (12)$$

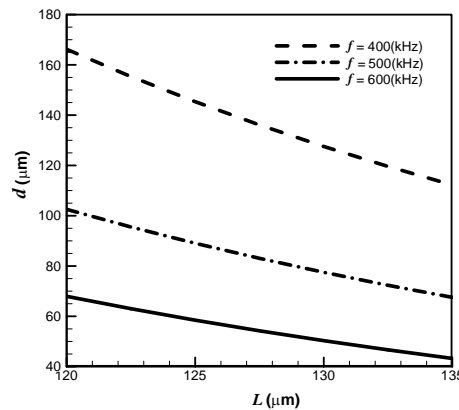
در شکل 4 کانتور فرکانس مد شناور تشدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر نگهدارنده قائم به جای تغییرات درازای تیرهای نگهدارنده و مقادیر متناظر پهنای تشدیدگر در فرکانس تشدید ثابت، رسم شده است.

در شکل 4 پهنای تیرهای نگهدارنده  $5 \mu m$ ، ضخامت تیرهای نگهدارنده  $10 \mu m$  و درازای تشدیدگر  $100 \mu m$  در نظر گرفته شده است. شکل 4 نشان می‌دهد با افزایش درازای تیر، برای این که فرکانس تشدید ثابت شود باید پهنای تشدیدگر کاهش یافته و سایر پارامترها ثابت باشد. در شکل 5 کانتور فرکانس مد شناور تشدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر نگهدارنده قائم به جای تغییرات درازای تیرهای نگهدارنده و مقادیر متناظر درازای تشدیدگر در فرکانس‌های تشدید ثابت، رسم شده است.

در شکل 5 پهنای تیرهای نگهدارنده  $5 \mu m$ ، ضخامت تیرهای نگهدارنده  $12 \mu m$  و پهنای تشدیدگر  $42 \mu m$  در نظر گرفته شده است. کانتور 5 نشان می‌دهد با افزایش درازای تیرهای نگهدارنده برای این که فرکانس‌های تشدید ثابت باشد باید درازای تشدیدگر کاهش یافته و سایر پارامترها ثابت باشند.



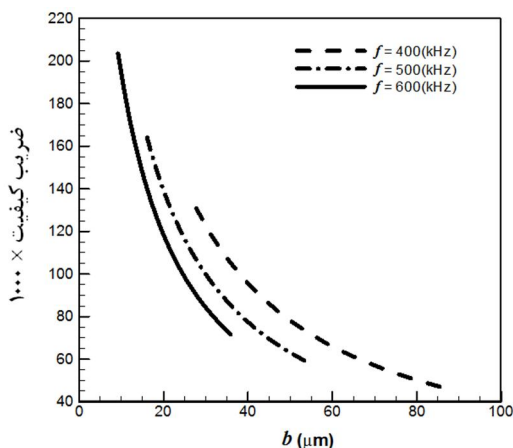
شکل 4 کانتور فرکانس مد شناور تشدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر نگهدارنده قائم به جای مقادیر مختلف درازای تیرهای نگهدارنده و پهنای تشدیدگر در فرکانس‌های تشدید ثابت



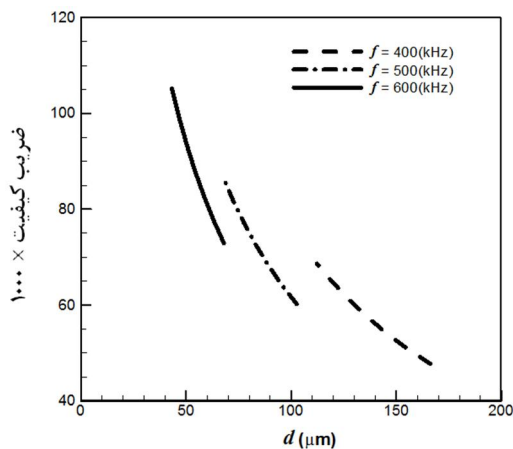
شکل 5 کانتور فرکانس مد شناور تشدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر نگهدارنده قائم به جای مقادیر مختلف درازای تیرهای نگهدارنده و درازای تشدیدگر در فرکانس‌های تشدید ثابت

مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر نگهدارنده قائم به‌جای تغییرات درازای تشدیدگر در فرکانس‌های تشدید ثابت رسم شده است. در نمودار 8 پهنای تیرهای نگهدارنده  $5\mu\text{m}$ ، ضخامت تیرهای نگهدارنده  $12\mu\text{m}$ ، پهنای تشدیدگر  $42\mu\text{m}$  و ضخامت زیرلایه  $1000\mu\text{m}$  در نظر گرفته شده است. نمودار 8 نشان می‌دهد که با افزایش درازای تشدیدگر در فرکانس تشدید ثابت ضریب کیفیت کاهش می‌یابد. مقادیر متناظر درازای تیرهای نگهدارنده با درازای تشدیدگر برای ثابت ماندن فرکانس از کانتور 5 استخراج شده است. در شکل 9 نمودار ضریب کیفیت اتلاف تکیه‌گاه برای مد شناور تشدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر نگهدارنده قائم به‌جای تغییرات ضخامت زیرلایه به‌جای مقادیر مختلف ضخامت تیرهای نگهدارنده رسم شده است.

در نمودار 9 پهنای تیرهای نگهدارنده  $40\mu\text{m}$ ، درازای تیرهای نگهدارنده  $600\mu\text{m}$ ، پهنای تشدیدگر  $100\mu\text{m}$  و درازای تشدیدگر  $140\mu\text{m}$  در نظر گرفته شده است. نمودار 9 نشان می‌دهد که با افزایش ضخامت زیرلایه ضریب کیفیت افزایش یافته و با افزایش ضخامت تیرهای نگهدارنده ضریب کیفیت کاهش می‌یابد.



شکل 7 نمودار ضریب کیفیت اتلاف تکیه‌گاه برای مد شناور تشدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر نگهدارنده قائم براساس تغییرات پهنای تشدیدگر در فرکانس‌های تشدید ثابت



شکل 8 نمودار ضریب کیفیت اتلاف تکیه‌گاه برای مد شناور تشدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر نگهدارنده قائم براساس تغییرات درازای تشدیدگر در فرکانس‌های تشدید ثابت

برای محاسبه ضریب کیفیت و یا محاسبه توان خالص جریان انرژی خروجی از تشدیدگر فقط بخش‌های حقیقی آرایه‌های ماتریس  $\gamma$  نیاز است تا محاسبه شوند. سو و همکارانش مقادیر حقیقی آرایه‌های ماتریس ادمیتانس را برای ضریب پواسون  $0/3$  محاسبه کردند [21]. در جدول 1 مقادیر حقیقی آرایه‌های ماتریس  $\gamma$  برای ضریب پواسون  $0/28$  و  $0/3$  محاسبه شده است [21].

توان خالص جریان انرژی خروجی از تشدیدگر تابعی از نیروهایی است که بین تشدیدگر و زیرلایه وجود دارد و به‌صورت رابطه (16) تعریف می‌شود [6]:

$$\Pi = \frac{1}{2} Re (F \cdot V) \quad (16)$$

که  $Re$  نشان‌دهنده قسمت حقیقی است. توان انتقال‌یافته برای نیروی برشی  $F_z$ ،  $\Pi_{F_z}$ ، توان انتقال‌یافته برای ممان پیچشی  $M_t$ ،  $\Pi_{M_t}$  و توان انتقال-یافته برای ممان خمشی  $M_b$ ،  $\Pi_{M_b}$  است. با جای‌گذاری رابطه (13) در رابطه (16) عبارت‌های توان خالص جریان انرژی خروجی از تشدیدگر به‌صورت روابط (17-22) به‌دست می‌آیند [15]:

$$\Pi_{F_z} = \sqrt{3(1-\nu^2)} \frac{y_{33} F_z^2}{h_p^3 \sqrt{E\rho}} \quad (17)$$

$$\Pi_{M_b} = 6(1-\nu^2) \frac{y_{22} \omega M_b^2}{h_p^3 E} \quad (18)$$

$$\Pi_{M_t} = 6(1-\nu^2) \frac{y_{11} \omega M_t^2}{h_p^3 E} \quad (19)$$

$$\Pi_{M_b+F_z} = \Pi_{M_b} + \Pi_{F_z} + (12(1-\nu^2))^{\frac{3}{4}} y_{23} \frac{\sqrt{\omega} M_b F_z}{\rho^{\frac{1}{4}} h_p^{\frac{5}{4}} E^{\frac{3}{4}}} \quad (20)$$

$$\Pi_{M_t+M_b} = \Pi_{M_b} + \Pi_{M_t} \quad (21)$$

$$\Pi_{M_t+F_z} = \Pi_{M_t} + \Pi_{F_z} \quad (22)$$

### 3-2- ضریب کیفیت اتلاف تکیه‌گاه برای مد شناور تشدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر نگهدارنده قائم

با جای‌گذاری روابط (11,12,20) در رابطه (2) رابطه ضریب کیفیت اتلاف تکیه‌گاه برای مد شناور تشدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر نگهدارنده قائم به‌صورت رابطه (23) به‌دست می‌آید:

$$\frac{1}{Q_{pr}} = \frac{2(\Pi_{M_b+F_z})}{\omega_{pr} U_{pr}} = \frac{2\sqrt{3(1-\nu^2)} \sqrt{dbL + \frac{26}{35}wL^2} \sqrt{w} y_{33} h^2}{\sqrt{2} h_p^2 L^2} + \frac{3(1-\nu^2) y_{22} w h^3}{L h_p^3} + \frac{5.42(1-\nu^2)^{\frac{3}{4}} y_{23} h^{\frac{5}{2}} w^{\frac{3}{4}} (dbL + \frac{26}{35}wL^2)^{\frac{1}{4}}}{h_p^{\frac{5}{2}} L^{\frac{3}{2}}} \quad (23)$$

در شکل 7 نمودار ضریب کیفیت اتلاف تکیه‌گاه برای مد شناور تشدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر نگهدارنده قائم به‌جای تغییرات پهنای تشدیدگر در فرکانس ثابت رسم شده است.

در نمودار 7 پهنای تیرهای نگهدارنده  $5\mu\text{m}$ ، ضخامت تیرهای نگهدارنده  $10\mu\text{m}$ ، درازای تشدیدگر  $100\mu\text{m}$  و ضخامت زیرلایه  $1000\mu\text{m}$  در نظر گرفته شده است. نمودار 7 نشان می‌دهد که با افزایش پهنای تشدیدگر در فرکانس ثابت، ضریب کیفیت کاهش می‌یابد. مقادیر متناظر درازای تیرهای نگهدارنده با پهنای تشدیدگر برای ثابت ماندن فرکانس از کانتور 4 استخراج شده است. در شکل 8 نمودار ضریب کیفیت اتلاف تکیه‌گاه برای مد شناور تشدیدگر

جدول 1 مقادیر حقیقی آرایه‌های ماتریس  $\gamma$

ضرایب	$\nu = 0/28$	$\nu = 0/3$
$Re(y_{11})=Re(y_{22})$	0/22172	0/21645
$Re(y_{23})=Re(y_{32})$	-0/28546	-0/29149
$Re(y_{33})$	0/45735	0/46198

جدول 2 مشخصات فیزیکی و مکانیکی ماده سازنده تشدیدگر مستطیلی

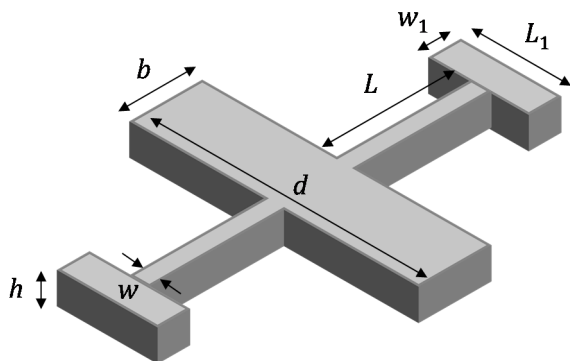
میکرومکانیکی، تیرهای نگهدارنده و زیرلایه		
$\nu$	$E(\text{GPa})$	$\rho(\text{kg/m}^3)$
0/28	131	2330

جدول 3 مشخصات هندسی تشدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی، تیرهای نگهدارنده و زیرلایه

زیرلایه	
مشخصات	مقدار
$L(\mu\text{m})$	50/9
$h(\mu\text{m})$	1/5
$b(\mu\text{m})$	97/75
$d(\mu\text{m})$	147
$w(\mu\text{m})$	4/15
$h_p(\mu\text{m})$	625

جدول 4 مقادیر ضریب کیفیت و فرکانس تشدید در کار حاضر، مرجع [6،13] برای

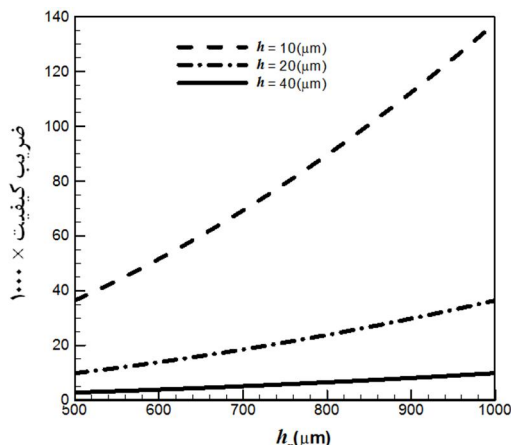
مقادیر پارامترها	پارامترها
117/89 (kHz)	فرکانس تشدید کار حاضر
101 (kHz)	فرکانس تشدید مرجع [6]
131 (kHz)	فرکانس تشدید مرجع [13]
244310	ضریب کیفیت کار حاضر
40000	ضریب کیفیت مرجع [6]
200000	ضریب کیفیت مرجع [13]
10	درصد خطای فرکانس تشدید مرجع [13] و کار حاضر
22/9	درصد خطای فرکانس تشدید مرجع [6،13]
18/14	درصد خطای ضریب کیفیت کار حاضر و مرجع [13]
80	درصد خطای ضریب کیفیت مرجع [6،13]



شکل 10 شماتیک تشدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر قائم T شکل

تکیه گاه برای این مد با دو تیر قائم T شکل ارائه می شود. تشدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر قائم T شکل در شکل 10 نشان داده شده است.

$b$  پهنای تشدیدگر،  $d$  درازای تشدیدگر،  $L$  درازای تیرهای نگهدارنده،  $w$  پهنای تیرهای نگهدارنده و  $h$  ضخامت تیرهای نگهدارنده است. فرض شده است ضخامت تیرهای نگهدارنده، ضخامت تشدیدگر و ضخامت قسمت T شکل یکسان هستند.  $w_1$  پهنای قسمت T شکل و  $L_1$  درازای قسمت T شکل است. شکل 11 نشان دهنده مد شناور تشدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر قائم T شکل است.



شکل 9 نمودار ضریب کیفیت اتلاف تکیه گاه برای مد شناور تشدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر نگهدارنده قائم براساس تغییرات ضخامت زیرلایه به جای مقادیر مختلف ضخامت تیرهای نگهدارنده

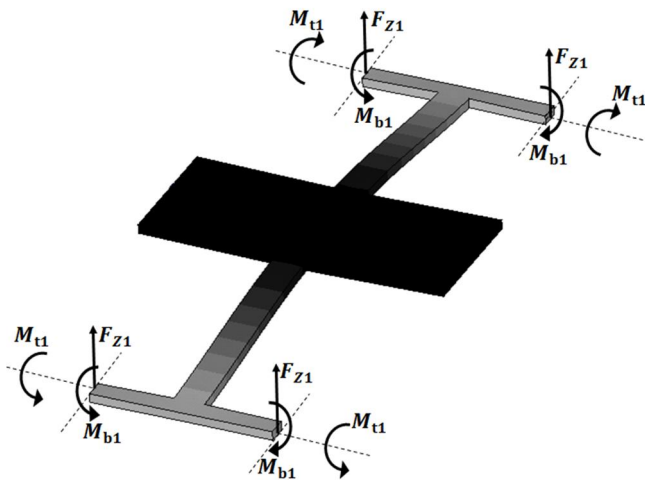
## 2-4- اعتبارسنجی و مقایسه نتایج مقاله حاضر با نتایج سایر مقالات

باتوجه به مقادیر ارائه شده در جداول 3،4 فرکانس تشدید و ضریب کیفیت محاسبه شده در مقاله حاضر با مقادیر فرکانس تشدید و ضریب کیفیت ارائه شده در مرجع [13] مقایسه شده و درصد خطای میان این مقادیر نشان داده شده است. در مقاله حاضر جنس ماده سازنده تشدیدگر، تیرهای نگهدارنده و زیرلایه سیلیکون تک بلور که مشخصات آن در جدول 2 ارائه شده است. مرجع [6] تشدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر نگهدارنده قائم را به صورت تیر دو سر گیردار فرض کرده و فرکانس تشدید و ضریب کیفیت اتلاف تکیه گاه را برای مد شناور تیر دو سر گیردار محاسبه کرده است. در جدول 4 نتایج مرجع [6] نیز آورده شده و با نتایج مرجع [13] مقایسه شده است. جنس ماده سازنده تشدیدگر، تیرهای نگهدارنده و زیرلایه در مراجع [6،13] نیز سیلیکون تک بلور است.

با توجه به جدول 4، فرکانس و ضریب کیفیت اتلاف تکیه گاه برای مد شناور تشدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر نگهدارنده قائم که در پژوهش حاضر محاسبه شده مطابقت قابل قبولی با نتایج آزمایشگاهی دارد. همچنین در جدول 4 نشان داده شده است که فرض تیر دو سر گیردار به جای تشدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر نگهدارنده قائم که در مرجع [6] صورت گرفته، فرض درستی نبوده است و این فرض خطای زیادی در محاسبه ضریب کیفیت ایجاد خواهد کرد. این اعتبارسنجی نشان می دهد که روند محاسبه فرکانس تشدید و انرژی ارتعاشی تشدیدگر و تیرهای نگهدارنده در مد ارتعاشی شناور تشدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر نگهدارنده قائم درست است. همچنین این نتایج نشان می دهند که روابط توان خالص جریان انرژی خروجی از تشدیدگر و نحوه استفاده از آن ها صحیح هستند. در نتیجه از این روند با اطمینان قابل قبولی می توان در مد شناور تشدیدگرهای میکرومکانیکی استفاده کرد.

## 3- تشدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر قائم T شکل

در این بخش، برای افزایش ضریب کیفیت اتلاف تکیه گاه در مد شناور تشدیدگرهای مستطیلی میکرومکانیکی، از تیرهای T شکل به جای تیرهای نگهدارنده معمولی استفاده می شود. سپس رابطه تحلیلی فرکانس تشدید، انرژی ارتعاشی تشدیدگر و تیرهای نگهدارنده و نیز رابطه ضریب کیفیت اتلاف



شکل 13 نیرو و گشتاورهای وارد به زیرلایه از طرف تیرهای نگهدارنده‌ی T شکل در مد ارتعاشی شناور تشدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی

2-3- فرکانس و انرژی ارتعاشی تشدیدگر و تیرهای نگهدارنده در هر سیکل ارتعاش

برای محاسبه فرکانس نیاز به سختی معادل و جرم مؤثر است. سختی توسط رابطه (6) قابل محاسبه است. جرم مؤثر از رابطه (27) قابل محاسبه است:

$$m_{eff-T} = \rho hdb + \frac{26}{35} \rho whL + 2\rho hw_1L_1 \quad (27)$$

فرکانس تشدید از رابطه (28) محاسبه می‌شود:

$$\omega_{pr-T} = \sqrt{\frac{K_{pr}}{m_{eff-T}}} = \sqrt{\frac{2E wh^3}{L^3(\rho hdb + \frac{26}{35} \rho whL + 2\rho hw_1L_1)}} \quad (28)$$

و انرژی ارتعاشی تشدیدگر و تیرهای نگهدارنده از رابطه (29) محاسبه می‌شود:

$$U_{pr-T} = \frac{1}{2} m_{eff-T} (\omega_{pr-T} a)^2 = \frac{E wh^3 a^2}{L^3} \quad (29)$$

3-3- مقایسه فرکانس تحلیلی و فرکانس حاصل از نرم‌افزار انسیس در مد شناور تشدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر قائم T شکل

جنس در نظر گرفته شده برای تیرهای T شکل، زیرلایه و تشدیدگر سیلیکون تک‌بلور که مشخصات آن در جدول 2 آمده است. در جدول 5 مقدار فرکانس تشدید به‌دست آمده از نرم‌افزار انسیس و فرکانس تحلیلی مد شناور تشدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر قائم T شکل به‌جای ابعاد آورده شده است. جدول 5 مقایسه بین فرکانس انسیس و فرکانس تحلیلی در مد ارتعاشی شناور

تشدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر قائم T شکل

مشخصات	مدل 1	مدل 2
$h(\mu m)$	15	15
$w(\mu m)$	50	20
$L(\mu m)$	500	300
$b(\mu m)$	150	100
$d(\mu m)$	350	200
$w_1(\mu m)$	50	30
$L_1(\mu m)$	160	60
فرکانس تحلیلی (kHz)	54/287	130/14
فرکانس انسیس (kHz)	50/088	121/449
درصد خطا	7/73	6/68

همان‌طور که در شکل 11 نشان داده شده است دو تیر تحت خمش قرار گرفته‌اند و تشدیدگر تغییر ارتفاعی در راستای محور z دارد. شکل 12 نحوه تغییر شکل در مد شناور تشدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر قائم T شکل را نشان می‌دهد.

برای محاسبه ضریب کیفیت از رابطه کلی (2) استفاده می‌شود. ابتدا نیاز است تا نیروی برشی، گشتاور خمشی و گشتاور پیچشی وارده به زیرلایه مشخص شود.

1-3- نیروی برشی، ممان خمشی و ممان پیچشی وارده به زیرلایه در مد شناور تشدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر قائم T شکل

در شکل 13، نیروی برشی، گشتاور خمشی و گشتاور پیچشی وارده به زیرلایه نشان داده شده است.

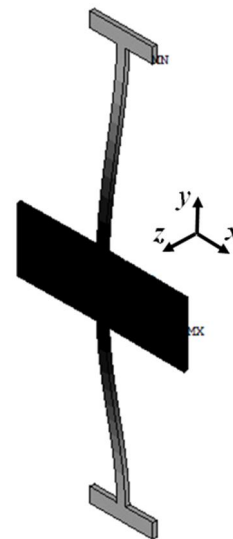
نیروی برشی  $F_{z1}$ ، ممان خمشی  $M_{b1}$  و ممان پیچشی  $M_{t1}$  وارده به زیرلایه از روابط (24-26) به‌دست می‌آیند:

$$F_{z1} = \frac{Ewh^3a}{2L^3} \quad (24)$$

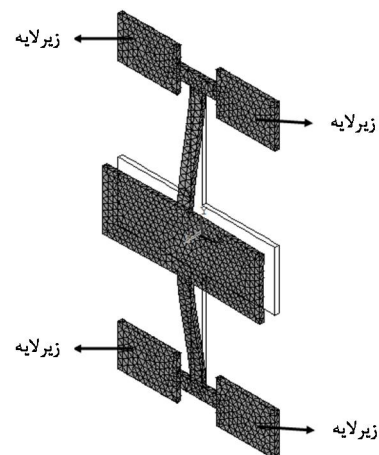
$$M_{b1} = \frac{Ewh^3L_1a}{8L^3} \quad (25)$$

$$M_{t1} = \frac{Ewh^3(L+w_1)a}{4L^3} \quad (26)$$

از وزن قسمت T شکل در مقایسه با نیروی  $F_z$  صرف‌نظر شده است.



شکل 11 مد اول ارتعاش تشدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر قائم T شکل، مد شناور



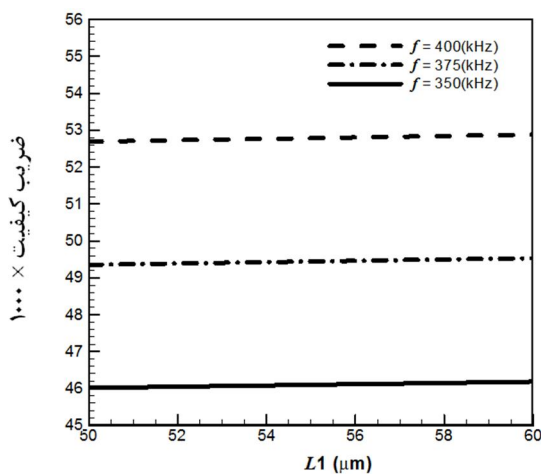
شکل 12 نحوه تغییر شکل تشدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر قائم T شکل در مد شناور

$$\frac{1}{Q_{pr-T}} = \frac{4\Pi}{\omega_{pr-T} U_{pr-T}} = \frac{\sqrt{3(1-\nu^2)} \sqrt{db + \frac{26}{35}wL + 2w_1L_1} \sqrt{w} \gamma_{33} h^2}{\sqrt{2} h_p^2 L \sqrt{L}} + \frac{3(1-\nu^2) \gamma_{22} w L^2 h^3}{8L^3 h_p^3} + \frac{3(1-\nu^2) \gamma_{11} w (L+w_1)^2 h^3}{2L^3 h_p^3} + \frac{1.35(1-\nu^2)^{\frac{3}{4}} \gamma_{23} L_1 h^{\frac{5}{2}} w^{\frac{3}{4}} (db + \frac{26}{35}wL + 2w_1L_1)^{\frac{1}{4}}}{L^{\frac{9}{4}} h_p^{\frac{5}{2}}} \quad (31)$$

در شکل 15 نمودار ضریب کیفیت اتلاف تکیه‌گاه برای مد شناور تشدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر قائم T شکل براساس تغییرات درازای قسمت T شکل رسم شده است. در این نمودار پهنای تیرهای نگهدارنده 20µm، ضخامت تیرهای نگهدارنده 15µm، درازای تیرهای نگهدارنده 200µm، درازای تشدیدگر 100µm، پهنای تشدیدگر 40µm و ضخامت زیرپایه 1000µm در نظر گرفته شده است.

نمودار 15 نشان می‌دهد که با افزایش درازای قسمت T شکل در فرکانس ثابت، ضریب کیفیت اندکی افزایش می‌یابد. مقادیر متناظر پهنای قسمت T شکل با درازای قسمت T شکل برای ثابت ماندن فرکانس تشدید، از کانتور 14 استخراج شده است. در شکل 16 نمودار ضریب کیفیت اتلاف تکیه‌گاه برای مد شناور تشدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر قائم T شکل براساس تغییرات ضخامت زیرپایه به جای ضخامت‌های مختلف تیرهای نگهدارنده رسم شده است.

در نمودار 16، پهنای تیرهای نگهدارنده 20µm، درازای تیرهای نگهدارنده 200µm، درازای قسمت T شکل 30µm، پهنای قسمت T شکل 10µm، درازای تشدیدگر 100µm و پهنای تشدیدگر 40µm در نظر گرفته شده است. در جدول 6 مقدار ضریب کیفیت اتلاف تکیه‌گاه برای مد شناور تشدیدگر میکرومکانیکی با دو تیر نگهدارنده قائم برای دو حالت استفاده از تیرهای معمولی و استفاده از تیرهای T شکل محاسبه شده است. همان‌طور که جدول 6 نشان می‌دهد، استفاده از تیرهای T شکل به جای تیرهای معمولی سبب افزایش ضریب کیفیت تشدیدگر میکرومکانیکی در فرکانس ثابت می‌شود.



شکل 15 نمودار ضریب کیفیت اتلاف تکیه‌گاه برای مد شناور تشدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر قائم T شکل براساس تغییرات درازای قسمت T شکل در فرکانس‌های تشدید ثابت

جدول 5 نشان می‌دهد فرکانس تحلیلی مطابقت خوبی با فرکانس حاصل از نرم‌افزار انسیس دارد. همچنین نتایج جدول 5 نشان می‌دهد سختی معادل و جرم مؤثر تشدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر قائم T شکل در مد شناور به درستی استخراج شده است. در شکل 14 کانتور فرکانس تشدید مد ارتعاشی شناور تشدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر قائم T شکل به جای تغییرات پهنای قسمت T شکل و مقادیر متناظر درازای قسمت T شکل برای این که فرکانس تشدید ثابت باشد، رسم شده است. در کانتور 14 پهنای تیرهای نگهدارنده 20µm، ضخامت تیرهای نگهدارنده 15µm، درازای تیرهای نگهدارنده 200µm، درازای تشدیدگر 100µm و پهنای تشدیدگر 40µm در نظر گرفته شده است.

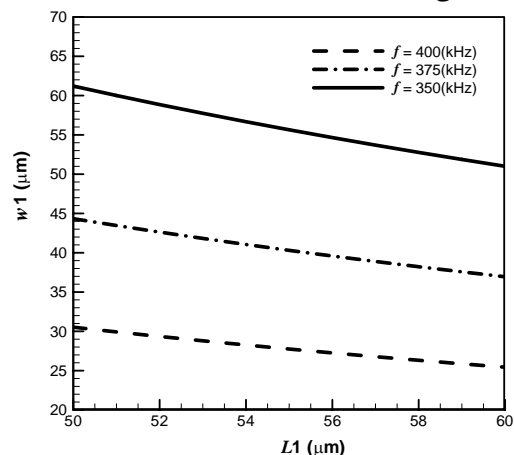
شکل 14 نشان می‌دهد با افزایش درازای قسمت T شکل برای این که فرکانس ثابت باشد باید پهنای قسمت T شکل کاهش یابد.

### 3-4- توان خالص جریان انرژی خروجی از تشدیدگر و رابطه ضریب کیفیت اتلاف تکیه‌گاه برای مد شناور تشدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر قائم T شکل

روابط محاسبه شده برای توان خالص جریان انرژی خروجی از تشدیدگر در روابط (17-22) در واقع حالت‌های خاصی از توان هستند. برای نمونه اگر فقط نیروی برشی روی تکیه‌گاه وجود داشته باشد توان به صورت رابطه (17) است. با توجه به این که با استفاده از تیرهای T شکل، نیروی برشی، گشتاور خمشی و گشتاور پیچشی در تکیه‌گاه ایجاد می‌شود، باید از عبارت کلی توان استفاده شود. با جای‌گذاری رابطه (13) در (16) و در نظر گرفتن نیروی برشی، گشتاور خمشی و گشتاور پیچشی در بردار نیرو، توان به صورت رابطه (30) به دست می‌آید:

$$\Pi = 6(1-\nu^2) \frac{\gamma_{11} \omega M_t^2}{E h_p^3} + 6(1-\nu^2) \frac{\gamma_{22} \omega M_b^2}{E h_p^3} + \sqrt{3(1-\nu^2)} \frac{\gamma_{33} F_z^2}{\sqrt{E} \rho h_p^2} + (12(1-\nu^2))^{\frac{3}{4}} \frac{\gamma_{23} \sqrt{\omega} M_b F_z}{\rho^{\frac{1}{4}} E^{\frac{3}{4}} h_p^{\frac{5}{2}}} \quad (30)$$

با جای‌گذاری روابط (28)، (29)، (30) در رابطه (2) و استفاده از روابط (24-26)، رابطه ضریب کیفیت اتلاف تکیه‌گاه برای مد ارتعاشی شناور تشدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر قائم T شکل به صورت رابطه (31) به دست می‌آید:



شکل 14 کانتور فرکانس مد شناور تشدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر قائم T شکل به جای مقادیر مختلف درازای و پهنای قسمت T شکل



فرکانس تشدید این دو مدل با فرکانس حاصل از نرم‌افزار انسیس مشاهده شد که نتایج به‌دست آمده مطابقت خوبی با یکدیگر دارند. در مقاله حاضر نشان داده شده است استفاده از تیرهای T شکل به‌جای تیرهای معمولی سبب می‌شود ضریب کیفیت در فرکانس تشدید ثابت حدود 1/5 برابر افزایش یابد. در واقع اهمیت استفاده از تیرهای T شکل، کاهش مقدار نیرو و ممان در تکیه‌گاه است که منجر به کاهش توان خالص جریان انرژی خروجی از تشدیدگر شده و در نتیجه ضریب کیفیت تشدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی افزایش می‌یابد. همچنین در این پژوهش مشخص شده است که افزایش ضخامت زیرلایه سبب افزایش ضریب کیفیت می‌شود زیرا افزایش ضخامت زیرلایه سبب کاهش توان خالص جریان انرژی خروجی از تشدیدگر می‌شود.

5- مراجع

[1] A. Bijari, S. H. Keshmiri, W. Wanburee, C. Sriphung, R. Phatthanakun, Design and fabrication of a narrow-bandwidth micromechanical ring filter using a novel process in UV-LIGA technology, *Iranian Journal of Electrical and Electronic Engineering*, Vol. 8, No. 4, pp. 280-289, 2012.

[2] Z. Hao, R. Abdolvand, F. Ayazi, A high-Q length-extensional bulk-mode mass sensor with annexed sensing platforms, *The 19th proceeding IEEE International Micro Electro Mechanical Systems conference*, Istanbul, Turkey, pp. 598-601, 2006.

[3] X. Huang, S. Li, J. S. Schultz, Q. Wang, and Q. Lin, A capacitive MEMS viscometric sensor for affinity detection of glucose, *Journal of Microelectromechanical Systems*, Vol. 18, pp. 1245-1254, 2009.

[4] J. Li, J. Fang, H. Dong, Y. Tao, Structural design and fabrication of a novel dual-mass resonant output micromechanical gyroscope, *Microsystem Technology*, Vol. 16, pp. 543-552, 2010.

[5] Y. B. Yi, Geometric effects on thermoelastic damping in MEMS resonators, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 309, No. 3-5, pp. 588-599, 2008.

[6] J. A. Judge, D. M. Photiadis, J. F. Vignola, B. H. Houston, and J. Jarzynski, Attachment loss of micromechanical and nanomechanical resonators in the limits of thick and thin support structures, *Journal of Applied Physics*, Vol. 101, No. 1, pp. 1-11, 2007.

[7] B. Chouviou, *Vibration Transmission and Support Loss in MEMS Sensors*, PhD Thesis, University of Nottingham, 2010.

[8] B. Kim, M. A. Hopcroft, R. A. Candler, C. A. Jha, M. Agarwal, R. Melamud, S. A. Chandorkar, G. Yama, T.W. Kenny, Temperature Dependence of Quality Factor in MEMS Resonators, *Journal of Microelectromechanical Systems*, Vol. 17, No. 3, pp. 755-766, 2008.

[9] S. A. Chandorkar, R. Agarwal, M. Melamud, R. N. Candler, K. E. Goodson, and T. W. Kenny, Limits of quality factor in bulk-mode micromechanical resonators," *The IEEE 21th International conference on Micro Electro Mechanical Systems*, Tucson, USA, pp. 74-77, 2008.

[10] X. Wang, D. Xiao, Z. Zhou, Z. Chen, X. Wu, S. Li, Support loss for beam undergoing coupled vibration of bending and torsion in rocking mass resonator, *Sensors and Actuators A*, Vol. 171, pp. 199-206, 2011.

[11] Z. Hao, A. Erbil, F. Ayazi, An analytical model for support loss in micromachined beam resonators with in-plane flexural vibrations, *Sensors and Actuators A*, Vol. 109, pp. 156-164, 2003.

[12] Z. Hao, F. Ayazi, Support loss in the radial bulk-mode vibrations of center-supported micromechanical disk resonators, *Sensors and Actuators A*, Vol. 134, pp. 582-593, 2007.

[13] H. Hauke, X. Liu, J. F. Vignola, B. h. Houston, M. H. Marcus, J. W. Baldwin, Effects of annealing and temperature on acoustic dissipation in a micromechanical silicon oscillator, *Applied Physics Letters*, Vol. 86, 181903, 2005.

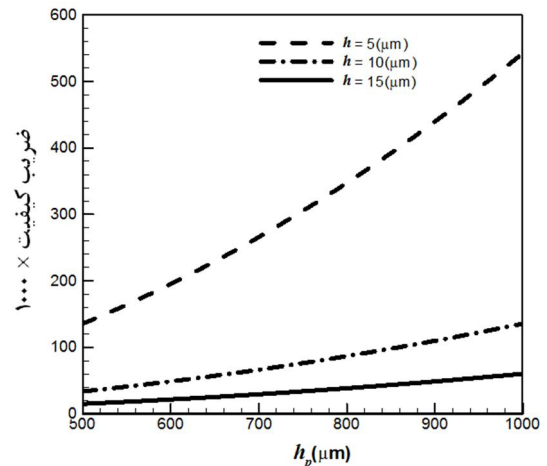
[14] Z. Hao, Thermoelastic damping in the contour-mode vibrations of micro- and nano-electromechanical circular thin-plate resonators, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 313, pp. 77-96, 2008.

[15] M. Bagheri, M. Raghebi, Calculating the anchor loss quality factor in the torsion and out of plane rocking mode vibrations of a micromechanical elliptical resonator, in *the 3rd International Conference on Acoustics and Vibration (ISAV2013)*, Tehran, Iran, 2013. (In Persian)

[16] M. Bagheri, M. Raghebi, Calculating the natural frequency and anchor loss quality factor in the in plane sliding mode vibrations of a micromechanical square-plate resonator with two support beams, in *the 3rd International Conference on Acoustics and Vibration (ISAV2013)*, Tehran, Iran, 2013. (In Persian)

[17] Y. Xie, S. S. L. S.-S. Li, Y. W. L. Y. W. Lin, Z. R. Z. Ren, T. C. Nguyen, 1.52-GHz micromechanical extensional wine-glass mode ring resonators, *IEEE Transactions on Ultrasonics Ferroelectrics and Frequency Control*, Vol. 55, No. 4, pp. 890-907, 2008.

[18] F. D. Bannon, J. R. Clark, C. T. C. Nguyen, High-Q HF microelectromechanical filters, *IEEE Journal of solid-state circuits*, Vol. 35, No. 4, pp. 512-526, 2000.



شکل 16 نمودار ضریب کیفیت اتلاف تکیه‌گاه برای مد شناور تشدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر قائم T شکل براساس تغییرات ضخامت زیرلایه به‌جای مقادیر مختلف ضخامت تیرهای نگهدارنده

جدول 6 مقدار ضریب کیفیت در مد شناور تشدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر نگهدارنده قائم در دو حالت تیرهای معمولی و تیرهای T شکل

	مدل 1	مدل 1	مدل 2	مدل 2
مشخصات	تیرهای معمولی	تیرهای T شکل	تیرهای معمولی	تیرهای T شکل
$h(\mu\text{m})$	15	15	15	15
$w(\mu\text{m})$	50	50	20	20
$L(\mu\text{m})$	532/058	500	313/215	300
$b(\mu\text{m})$	150	150	100	100
$d(\mu\text{m})$	350	350	200	200
$w_1(\mu\text{m})$	-	50	-	30
$L_1(\mu\text{m})$	-	160	-	60
$h_p(\mu\text{m})$	1000	1000	1000	1000
فرکانس تحلیلی (kHz)	54/287	54/287	130/14	130/14
ضریب کیفیت	30457	44905	36796	57704

4- جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

در این مقاله رابطه ضریب کیفیت اتلاف تکیه‌گاه برای مد شناور تشدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر نگهدارنده قائم ارائه شده است. برای اعتبارسنجی نتایج از مطالعات آزمایشگاهی مرجع [13] استفاده شده است و نتایج این پژوهش با نتایج آزمایشگاهی مطابقت قابل قبولی داشته و درستی مدل‌سازی انجام شده را نشان می‌دهد. همچنین در این پژوهش نشان داده شده است که در نظر گرفتن تشدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر نگهدارنده قائم، به‌صورت تیر دو سر گیردار، درست نیست و این فرض خطای زیادی در محاسبه ضریب کیفیت ایجاد می‌کند. نتایج نشان می‌دهد با افزایش درازا و پهنای تشدیدگر در فرکانس تشدید ثابت که متناظر با کاهش درازای تیرهای نگهدارنده و ثابت ماندن سایر پارامترها است، ضریب کیفیت کاهش می‌یابد. همچنین در این مقاله، از طرح تیرهای T شکل به‌جای تیرهای معمولی استفاده شده است. با استفاده از این طرح فرکانس تشدید با حالتی که تیرهای معمولی استفاده شده است، متفاوت خواهد شد. برای بررسی درستی فرکانس به دست آمده دو مدل در نظر گرفته شده است و با مقایسه

[21] J.X. SU, A.T. Moorhouse, closed form solution for the mobility of an edge excited, semi-infinite plate, *Journal of Acoustical Society of America*, Vol. 115, No. 5, pp. 2075-2082, 2004.

[19] H. Urey, C. Kan, W.O. Davis, Vibration mode frequency formulae for micromechanical scanners, *Journal of Micro-Mechanics and Microengineering*, Vol. 15, 1713-1721, 2005.

[20] L. Meirovitch, *Fundamentals of Vibrations*, New York: McGraw-Hill, 2001.