



## مدل سازی و محاسبه ضریب کیفیت اتلاف تکیه گاه در مد ارتعاشی شناور تشدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر نگهدارنده T شکل

مجید باقری<sup>۱</sup>, ابوالفضل بیجاری<sup>۲\*</sup>, مهدی راغبی<sup>۳</sup>

۱- کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه بیرجند، بیرجند

۲- استادیار، مهندسی برق، دانشگاه بیرجند، بیرجند

۳- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه بیرجند، بیرجند

\* بیرجند، صنوق پستی ۹۷۱۷۵/۶۱۵ a.bijari@birjand.ac.ir

### چکیده

تشدیدگرهای میکرومکانیکی قطعات کوچکی هستند که در فرکانس‌های بالا ارتعاش می‌کنند. امروزه با پیشرفت‌های انجام شده در زمینه ساخت سیستم‌های میکروالکترومکانیکی، این تشدیدگرهای در حسگرها، سیستم‌های ارتباطی ای‌سی‌می و ناویری کاربرد گسترده‌ای یافته‌اند. مکانیزم‌های رایج اتلاف انرژی در تشدیدگرهای میکرومکانیکی شامل اتلاف هوا، اتلاف ترمولاستیک و اتلاف تکیه گاه می‌شوند. در این مقاله با توجه به غالب بودن مکانیزم اتلاف تکیه گاه در کاربردهای مهمی مانند نوسان‌سازها، فیلترهای الکتریکی و زیروسکوپ‌ها، رابطه ضریب کیفیت اتلاف تکیه گاه در مد ارتعاشی شناور تشدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر نگهدارنده محاسبه و برای اعتبارسنجی از مطالعات آزمایشگاهی استفاده می‌شود. نتایج بدست آمده با نتایج آزمایشگاهی مطابقت قابل قبولی داشته و درستی مدل سازی انجام شده را نشان می‌دهد. همچنین این نتایج نشان می‌دهند که ضریب کیفیت اتلاف تکیه گاه با افزایش ضخامت زیرلایه افزایش می‌یابد. علاوه بر این، طرح جدیدی برای افزایش ضریب کیفیت اتلاف تکیه گاه در مد ارتعاشی شناور تشدیدگرهای میکرومکانیکی پیشنهاد می‌شود. برای این منظور، از تیرهای T شکل به جای تیرهای نگهدارنده معمولی استفاده شده و محاسبات انجام شده نشان می‌دهند که ضریب کیفیت تشدیدگر در فرکانس تشدید یکسان در حدود ۱/۵ برابر افزایش می‌یابد.

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: ۲۷ بهمن ۱۳۹۲

پذیرش: ۰۸ اردیبهشت ۱۳۹۳

ارائه در سایت: ۰۹ مهر ۱۳۹۳

کلید واژگان:

تشدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی

ضریب کیفیت

اتلاف تکیه گاه

مد شناور

## Modeling and calculating the anchor loss quality factor in the plunging-mode vibrations of a micromechanical rectangular-plate resonator with two T-shaped support beams

Majid Bagheri<sup>1</sup>, Abolfazl Bijari<sup>2\*</sup>, Mehdi Raghebi<sup>3</sup>

۱- Department of Mechanical Engineering, University of Birjand, Birjand, Iran.

۲- Department of Electrical and computer Engineering, University of Birjand, Birjand, Iran

۳- Department of Mechanical Engineering, University of Birjand, Birjand, Iran

\* P.O.B. 97175/615 Birjand, Iran, a.bijari@birjand.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper

Received 16 February 2014

Accepted 28 April 2014

Available Online 01 October 2014

Keywords:

Micromechanical Rectangular-plate

Resonator

Quality Factor

Anchor Loss,

Plunging-Mode

### ABSTRACT

Micromechanical resonators are miniature devices that vibrate at high frequencies. Nowadays, with the recent advances in micro-electro-mechanical systems (MEMS) fabrication technology, micromechanical resonators are used widely in sensors, wireless communication and navigation systems. The commonly encountered energy loss mechanisms in micromechanical resonators include air damping, thermoelastic dissipation and anchor loss. In this paper, with regard to the dominated quality factor by anchor loss in some important applications including oscillators, electrical filters and gyroscopes, the closed-form expression is obtained for anchor loss quality factor in the plunging-mode vibrations of micromechanical rectangular-plate resonator with two support beams. The findings are validated by comparing with experimental data. As far as there is an acceptable match between the analytical and experimental results, the proposed model is confirmed. The results also show that the anchor loss quality factor increases with increasing substrate thickness. Moreover, a new design is proposed to enhance the anchor loss quality factor in the plunging-mode vibrations of micromechanical rectangular-plate resonators. For this purpose, the conventional support beams are replaced with T-shaped support beams. Besides, the results show that the anchor loss quality factor at the same resonant frequency is enhanced about 1.5 times.

Please cite this article using:

M. Bagheri, A. Bijari, M. Raghebi, Modeling and calculating the anchor loss quality factor in the plunging-mode vibrations of a micromechanical rectangular-plate resonator with two T-shaped support beams, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 12, pp. 75-84, 2014 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

وانگ و همکارانش اتلاف تکیه‌گاه در تشیدیدگر جرم تکان دهنده مربعی را بررسی کردند. آن‌ها روابط ضریب کیفیت اتلاف تکیه‌گاه را برای مد پیچشی، مد تکان دهنده خارج صفحه و ترکیب این دو مد، استخراج کردند [10]. همان‌و همکارانش نیز یک مدل تحلیلی را برای اتلاف تکیه‌گاه در تشیدیدگر تیر در حالت‌های گیردار-آزاد و گیردار-گیردار که تحت ارتعاشات خمسی درون صفحه‌ای قرار دارد، ارائه کردند [11]. همچنین هافو و همکارانش اتلاف تکیه‌گاه در تشیدیدگر میکرومکانیکی دیسکی با تکیه‌گاه مرکزی را تحت مد جرمی شعاعی مدل کردند. این پژوهش جهت انتخاب هندسه و ماده سازنده مناسب برای دستیابی به بالاترین ضریب کیفیت، دید خوبی را فراهم می‌کند [12].

ژاژ و همکارانش اتلاف انرژی در نقاط اتصال تشیدیدگرهای تیر یک‌سر گیردار و دو سر گیردار به تکیه‌گاه را برای دو حالت متفاوت تکیه‌گاه بررسی کردند [6]. در پژوهش ایشان، برای تشیدیدگر در ابعاد نانو، تکیه‌گاه به صورت ورق و برای تشیدیدگر در ابعاد میکرو تکیه‌گاه به صورت واسطه الاستیک نیمه-بی‌نهایت در نظر گرفته می‌شود. همچنین در این پژوهش برای محاسبه ضریب کیفیت مد شناور تشیدیدگر مستطیلی آن را به صورت تیر دو سر گیردار در نظر گرفتند و قسمت مستطیلی را در نظر نگرفتند. هاوک و همکارانش اتلاف انرژی در تشیدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر نگهدارنده قائم، ساخته شده از جنس سیلیکون تکبلور را در دماهای مختلف به صورت آزمایشگاهی بررسی کرده و وابستگی ضریب کیفیت پنج مد ارتعاشی تشیدیدگر میکرومکانیکی مستطیلی به دما را نشان دادند [13]. همان‌و اتلاف ترمومالاستیک، در تشیدیدگرهای دایره‌ای نازک میکرو و نانو مکانیکی را تحت مد ارتعاشی محیطی مورد مطالعه قرار داده و نشان داد که ضریب کیفیت مد ارتعاشی محیطی تشیدیدگر دایره‌ای نازک مادامی که فرکانس تشیدید زیر ۱GHz، بالای  $10^6$  است [14]. در واقع او نشان داد که اتلاف ترمومالاستیک، منبع مهم اتلاف انرژی برای تشیدیدگر دایره‌ای نازک در ابعاد نانو و با فرکانس‌های تشیدید بسیار بالا محسوس می‌شود. باقی و همکارانش رابطه تحلیلی محاسبه ضریب کیفیت اتلاف تکیه‌گاه برای مد دوم ارتعاش تشیدیدگر بیضوی میکرومکانیکی با چهار تیر نگهدارنده را ارائه کردند [15]. مد دوم ارتعاش تشیدیدگر بیضوی میکرومکانیکی با این تیر نگهدارنده ترکیب دو مد پیچشی و مد تکان دهنده خارج صفحه است. در این پژوهش روابط صحیح توان خالص جریان انرژی خروجی از تشیدیدگر را محاسبه کردند. همچنین باقی و همکارانش رابطه تحلیلی ضریب کیفیت اتلاف تکیه‌گاه برای مد ارتعاشی لغزشی داخل صفحه تشیدیدگر مربعی میکرومکانیکی با دو تیر افقی نگهدارنده را محاسبه کردند [16].

در مقاله حاضر، نخست رابطه تحلیلی ضریب کیفیت اتلاف تکیه‌گاه برای مد شناور تشیدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر نگهدارنده قائم محاسبه می‌شود. سپس اعتبارسنجی نتایج به دست آمده از مدل تحلیلی به شیوه مقایسه با نتایج آزمایشگاهی انجام می‌شود. همچنین طرح جدیدی برای افزایش ضریب کیفیت اتلاف تکیه‌گاه در این مد ارتعاشی پیشنهاد می‌شود. برای این منظور، از تیرهای T شکل به جای تیرهای نگهدارنده معمولی استفاده شده و محاسبات تحلیلی لازم برای محاسبه توان خالص جریان انرژی خروجی از تشیدیدگر و در نتیجه محاسبه ضریب کیفیت تشیدیدگر با این ساختار جدید، انجام می‌شوند.

## 1- مقدمه

تشیدیدگرهای میکرومکانیکی قطعات کوچکی هستند که در فرکانس‌های بالا ارتعاش می‌کنند و امروزه به دلیل عملکرد مناسب و کارایی بالا، در حسگرهای سیستم‌های ارتباطی بی‌سیم و ناوبری بهشت توسعه یافته‌اند. یکی از چالش‌های موجود در طراحی این تشیدیدگرهای دستیابی به تشیدیدگرهایی با ضریب کیفیت بالا برای کاربرد در فیلترهای الکترونیکی [1]، حسگرهای جرمی [2]، حسگرهای زیستی [3] و ژیروسکوپ‌ها [4] است، زیرا افزایش ضریب کیفیت، تأثیر مستقیمی بر عملکرد این قطعات از نظر اتلاف الحاقی، نویز فاز و کاهش حساسیت سیگنال به نویز دارد. از این‌رو بررسی مکانیزم‌های اتلاف انرژی و محاسبه تحلیلی ضریب کیفیت، دید خوبی را روشن‌های جدید برای دستیابی به ضریب کیفیت بالاتر در این قطعات بسیار حائز اهمیت است.

چندین مکانیزم عمدۀ اتلاف انرژی نظری اتلاف‌هوا، اتلاف ترمومالاستیک و اتلاف تکیه‌گاه، در تشیدیدگرهای میکرومکانیکی وجود دارند. هنگامی که تشیدیدگر میکرومکانیکی توسط سیالی مانند هوا احاطه می‌شود، در هنگام ارتعاش با مولکول‌های سیال اطراف خود برخورد کرده و بخشی از انرژی خود را در برخورد با این مولکول‌ها از دست می‌دهد که این نوع اتلاف انرژی، اتلاف هوا نامیده می‌شود. در میرایی ترمومالاستیک با ارتعاش ساختار تشیدیدگر در فرکانس تشیدید، تغییرات کرنشی به وجود آمده منجر به ایجاد تغییرات دمایی و در نتیجه جریان‌های گرمایی برگشت‌ناپذیر می‌شود؛ بهطوری که این جریان‌های گرمایی برگشت‌ناپذیر منجر به افزایش آنتروپی شده و در نتیجه بخشی از انرژی ارتعاشی تشیدیدگر به صورت انرژی حرارتی تلف می‌شود [5].

اتلاف تکیه‌گاه در واقع بخشی از انرژی ارتعاشی تشیدیدگر است که از طریق تیرهای نگهدارنده به زیرلایه<sup>1</sup> منتقل می‌شود و به همین دلیل در مدل‌سازی این مکانیزم اتلاف، تمام قسمت‌های یک تشیدیدگر میکرومکانیکی شامل ساختار تشیدیدگر، تیرهای نگهدارنده و زیرلایه باید تحلیل و مدل‌سازی شوند. در تحلیل این اتلاف انرژی فرض می‌شود که ابعاد زیرلایه نیمه نامحدود بوده و در مقایسه با ابعاد تشیدیدگر به اندازه کافی بزرگ است، بنابراین زمانی که موجی به زیرلایه وارد می‌شود به مزی برخورد نکرده تا دوباره به تشیدیدگر بازگردد و در نتیجه این اتلاف ارتعاشی تلف می‌شود [6]. ضریب کیفیت را می‌توان برای هر یک از این مکانیزم‌های اتلاف انرژی به تنهایی تعریف کرد، اما زمانی که تمامی این مکانیزم‌های اتلاف انرژی با یکدیگر در نظر گرفته شوند؛ ضریب کیفیت مجموع به صورت رابطه (1) تعریف می‌شود:

$$(1) \quad \frac{1}{Q_{total}} = \frac{1}{Q_{Anchor}} + \frac{1}{Q_{TED}} + \frac{1}{Q_{Air}}$$

که  $Q_{Anchor}$  ضریب کیفیت اتلاف تکیه‌گاه،  $Q_{TED}$  ضریب کیفیت اتلاف ترمومالاستیک و  $Q_{Air}$  ضریب کیفیت اتلاف هواست [7].

ضریب کیفیت یک تشیدیدگر میکرومکانیکی با توجه به نوع کاربرد و فرکانس ارتعاش آن، توسط مکانیزم اتلاف انرژی غالب تعیین می‌شود. امروزه در کاربردهای مخابراتی فرکانس پایین و ناوبری، بهدلیل اندازه کوچک و سهولت بسته‌بندی تشیدیدگرهای میکرومکانیکی در خلاء بالا، بهطور معمول از دو مکانیزم میرایی هوا و ترمومالاستیک صرف نظر می‌شود [8,9] و در نتیجه اغلب ضریب کیفیت این تشیدیدگرهای توسط مکانیزم اتلاف تکیه‌گاه تعیین می‌شود.

1. Substrate

سیکل ارتعاش و  $\Pi$  توان خالص جریان انرژی خروجی از تشدیدگر است. برای تعیین فرکانس طبیعی، انرژی ارتعاشی جذب شده و توان خالص جریان انرژی خروجی از تشدیدگر، نیاز به محاسبه نیرو و گشتاورهای وارد است. در ادامه بحث، از روش سختی معادل و جرم مؤثر برای تعیین فرکانس طبیعی تشدیدگر استفاده شده است.

### 2-1- فرکانس و انرژی ارتعاشی تشدیدگر و تیرهای نگهدارنده در هر سیکل ارتعاش

در شکل 3 شیوه اتصال تیرهای نگهدارنده به زیرلایه، نیروی برشی و گشتاور خمی وارد به زیرلایه نشان داده شده است. نیروی برشی  $F_z$  و گشتاور خمی  $M_b$  در سمت گیردار تیرهای نگهدارنده (نیرو برشی و گشتاور خمی وارد به زیرلایه) از روابط (۳، ۴) به دست آمده است [19]:

$$F_z = \frac{12EI_x a}{L^3} \quad (3)$$

$$M_b = \frac{6EI_x a}{L^2} \quad (4)$$

که  $a$  تغییر مکان سر آزاد تیرهای نگهدارنده یعنی محل اتصال تیر به تشدیدگر (تغییر مکان تشدیدگر) بوده و  $a/L$  مطابق رابطه (۵) محاسبه می‌شود:

$$a/L = \frac{1}{12} Wh^3 \quad (5)$$

برای محاسبه فرکانس نیاز به محاسبه سختی معادل و جرم مؤثر است.

سختی معادل از رابطه (6) محاسبه می‌شود [19]:

$$K_{pr} = \frac{2Ewh^3}{L^3} \quad (6)$$

جرم مؤثر ترکیب جرم تشدیدگر و جرم مؤثر تیرهای نگهدارنده است.

جرم مؤثر تیرهای تحت خمی از انرژی ارتعاشی تیرهای تحت خمی به دست می‌آید. بدین جهت نخست باید معادله تغییر مکان تیرهای تحت خمی به صورت رابطه (7) مشخص شود [19]:

$$w(y) = -\frac{2a}{L^3}y^3 + \frac{3a}{L^2}y^2 \quad (7)$$

انرژی ارتعاشی تیرهای تحت خمی به صورت رابطه (8) و جرم مؤثر

تیرهای تحت خمی به صورت رابطه (9) محاسبه می‌شوند [19, 20]:

$$U_f = \int_0^{L/2} \frac{1}{2} \rho wh (\frac{dw(y)}{dt})^2 dy = \frac{1}{2} (\frac{26}{70} \rho whL) (\omega_{pr} a)^2 \quad (8)$$

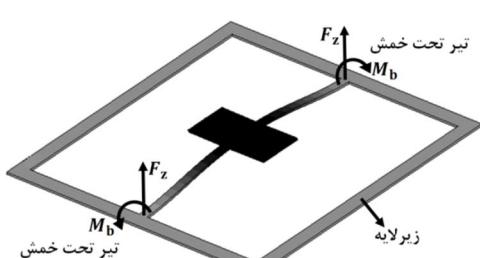
$$m_f = \frac{26}{70} \rho whL \quad (9)$$

در نتیجه جرم مؤثر به صورت رابطه (10) قابل محاسبه است [19]:

$$m_{eff-pr} = m + 2m_f = \rho hdb + \frac{26}{35} \rho whL \quad (10)$$

فرکانس تشدید نیز از رابطه (11) محاسبه می‌شود [19]:

$$\omega_{pr} = \sqrt{\frac{K_{pr}}{m_{eff-pr}}} = \sqrt{\frac{\frac{2Ewh^3}{L^3}}{\rho hdb + \frac{26}{35} \rho whL}} \quad (11)$$



شکل 3 نیروهای وارد به زیرلایه از طرف تیرهای نگهدارنده تشدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی در مدارتعاشی شناور تشدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی

### 2- مد ارتعاشی شناور تشدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر نگهدارنده قائم

تشدیدگرهای میکرومکانیکی توسط یک یا چند تیر نگهدارنده به زیرلایه متصل می‌شوند. معمولاً تعداد تیرهای نگهدارنده دو یا چهار عدد انتخاب می‌شود تا از ایجاد مدهای ارتعاشی ناخواسته در نزدیکی مد مورد نظر جلوگیری شود [17] شکل شماتیک تشدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر نگهدارنده قائم در شکل 1 نشان داده شده است.

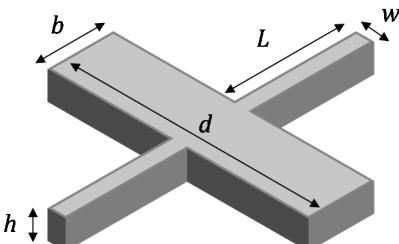
$b$  پهنای تشدیدگر،  $d$  درازای تشدیدگر،  $L$  درازای تیرهای نگهدارنده،  $w$  پهنای تیرهای نگهدارنده و  $h$  ضخامت تیرهای نگهدارنده است. همچنین

فرض شده که ضخامت تیرهای نگهدارنده و ساختار تشدیدگر یکسان هستند. شکل 2 نشان‌دهنده مد نخست ارتعاش شناور تشدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر نگهدارنده قائم یعنی مد ارتعاشی شناور<sup>۱</sup> است.

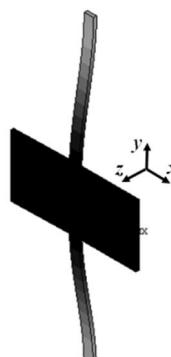
در شکل 2 دو تیر تحت خمی قرار گرفته‌اند و تشدیدگر تغییر مکانی در راستای محور  $z$  دارد. این مد ارتعاشی برای استفاده در فیلترها و سویچ‌های الکتریکی بسیار مناسب است [18]. در محاسبه ضریب کیفیت قسمت مستطیلی در نظر گرفته شده و برخلاف مرجع [6] تشدیدگر فقط به صورت تیر دو سر گیردار در نظر گرفته نشده است. برای محاسبه ضریب کیفیت اتلاف تکیه‌گاه برای مد شناور تشدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر نگهدارنده قائم از رابطه (2) استفاده می‌شود [6]:

$$\frac{1}{Q} = \frac{\Delta U}{2\pi U} = \frac{\Pi}{\omega U} \quad (2)$$

که  $\omega$  فرکانس طبیعی تشدیدگر،  $U$  کل انرژی ارتعاشی تشدیدگر و تیرهای نگهدارنده در یک سیکل ارتعاش،  $\Delta U$  مجموع انرژی تلف شده در هر



شکل 1 شکل شماتیک تشدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی به همراه تیرهای نگهدارنده



شکل 2 مد اول ارتعاش تشدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر نگهدارنده قائم، مد شناور

1- Plunging mode

2-2- ماتریس ادمیتانس و توان خالص جریان انرژی خروجی از تشیدیدگر  
ماتریس ادمیتانس، برای ارتباط بین بردار نیرو و بردار سرعت در محل اتصال تیر به زیرلایه (تکیه‌گاه) به کار می‌رود. زیرلایه به صورت واسطه‌ای است و با فرکانس تنشیسته  $E$  نیمه‌ی نهایت با خاصیت ثابت  $\rho$ ، ضریب پواسون  $\nu$  و مدول الاستیسیته  $E$  در نظر گرفته می‌شود که در شکل 6 نشان داده شده است و با فرکانس تشیدید  $\omega$ ، به گونه آزاد ارتعاش می‌کند. در واقع این بحث مربوط به واسطه‌ای است که با نیروی عرضی  $F_z$ ، ممان پیچشی  $M_t$  و ممان خمشی  $M_b$ ، مماس بر ضلع ورق، برانگیخته شده است.

که در شکل 6، حرکت عرضی (حرکت خارج صفحه) است. فرستن بر این است که جفت‌شدگی بین تشیدیدگر و تکیه‌گاه در یک نقطه است و این نقطه محل اعمال نیروها و گشتاورهاست. رابطه بین سرعت زاویه‌ای قائم  $\Omega$ ، سرعت زاویه‌ای مماسی  $\Omega_t$  و سرعت خطی  $V_z$  عرضی در نقطه اتصال که همان محل اعمال بردار نیرو است، براساس رابطه (13) است [7]:

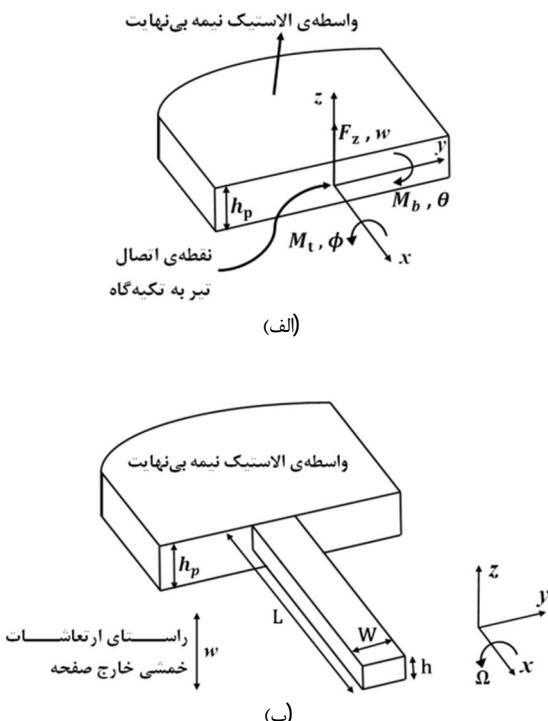
$$\begin{bmatrix} \Omega_n \\ \Omega_t \\ V_z \end{bmatrix} = Y \begin{bmatrix} M_t \\ M_b \\ F_z \end{bmatrix} = (\rho h_p D)^{-\frac{1}{2}} \begin{bmatrix} y_{11} k^2 & 0 & 0 \\ 0 & y_{22} k^2 & y_{23} k \\ 0 & y_{32} k & y_{33} k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_t \\ M_b \\ F_z \end{bmatrix} \quad (13)$$

ماتریس ادمیتانس نام دارد.  $K$  عدد موج حرکت عرضی در تکیه‌گاه است که توسط رابطه (14) بدست می‌آید [7]:

$$K = \sqrt{\omega \sqrt{\frac{\rho h_p}{D}}} \quad (14)$$

که  $\rho$  چگالی ماده سازنده تکیه‌گاه و  $D$  سختی خمشی تکیه‌گاه است و توسط رابطه (15) محاسبه می‌شود [7]:

$$D = \frac{E h_p^3}{12(1-\nu^2)} \quad (15)$$



شکل 6 (الف)- واسطه‌ای الاستیک نیمه‌ی نهایت (تکیه‌گاه) به همراه پارامترهای مورد استفاده در مطالعه اتصال تکیه‌گاه ب- واسطه‌ای الاستیک نیمه‌ی نهایت و نیرو و گشتاورهای اعمالی در نقطه اتصال تیر به تکیه‌گاه [10]

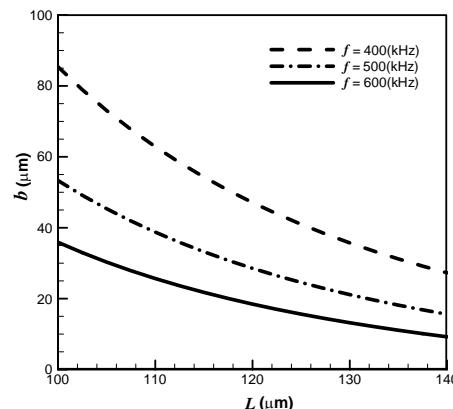
انرژی ارتعاشی تشیدیدگر و تیرهای نگهدارنده از رابطه (12) محاسبه می‌شود:

$$U_{pr} = \frac{1}{2} m_{eff-pr} (\omega_{pr} a)^2 = \frac{E w h^3 a^2}{L^3} \quad (12)$$

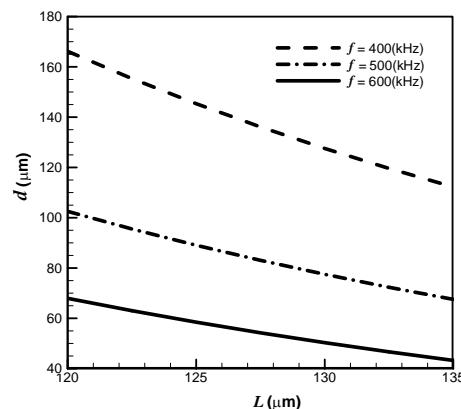
در شکل 4 کانتور فرکانس مد شناور تشیدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر نگهدارنده قائم به جای تغییرات درازای تیرهای نگهدارنده و مقادیر متناظر پهنای تشیدیدگر در فرکانس تشیدید ثابت، رسم شده است.

در شکل 4 پهنای تیرهای نگهدارنده  $5\mu\text{m}$ ،  $10\mu\text{m}$  و درازای تشیدیدگر  $100\mu\text{m}$  در نظر گرفته شده است. شکل 4 نشان می‌دهد با افزایش درازای تیر، برای این که فرکانس تشیدید ثابت شود باید پهنای تشیدیدگر کاهش یافته و سایر پارامترها ثابت باشد. در شکل 5 کانتور فرکانس مد شناور تشیدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر نگهدارنده قائم به جای تغییرات درازای تیرهای نگهدارنده و مقادیر متناظر درازای تشیدیدگر در فرکانس‌های تشیدید ثابت، رسم شده است.

در شکل 5 پهنای تیرهای نگهدارنده  $5\mu\text{m}$ ،  $12\mu\text{m}$  و پهنای تشیدیدگر  $42\mu\text{m}$  در نظر گرفته شده است. کانتور 5 نشان می‌دهد با افزایش درازای تیرهای نگهدارنده برای این که فرکانس‌های تشیدید ثابت باشد باید درازای تشیدیدگر کاهش یافته و سایر پارامترها ثابت باشند.



شکل 4 کانتور فرکانس مد شناور تشیدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر نگهدارنده قائم به جای مقادیر مختلف درازای تیرهای نگهدارنده و پهنای تشیدیدگر در فرکانس‌های تشیدید ثابت

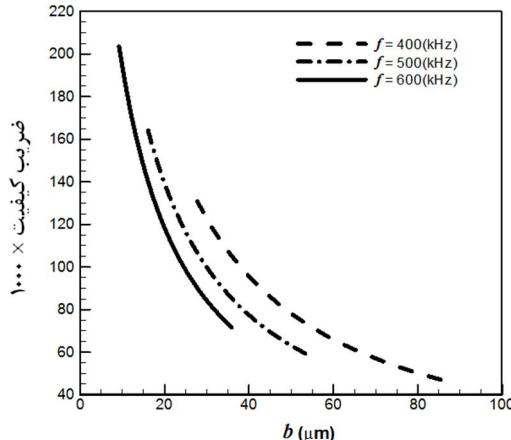


شکل 5 کانتور فرکانس مد شناور تشیدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر نگهدارنده قائم به جای مقادیر مختلف درازای تیرهای نگهدارنده و درازای تشیدیدگر در فرکانس‌های تشیدید ثابت

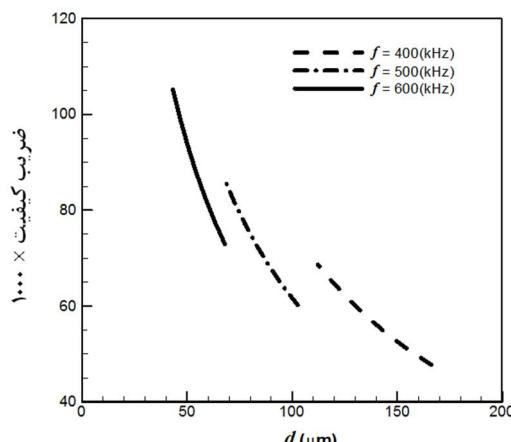
مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر نگهدارنده قائم بهجای تغییرات درازای تشیدیدگر در فرکانس‌های تشیدید ثابت رسم شده است.

در نمودار ۸ پهنهای تیرهای نگهدارنده  $5\mu\text{m}$ . خاصمت تیرهای نگهدارنده  $12\mu\text{m}$ , پهنهای تشیدیدگر  $42\mu\text{m}$  و خاصمت زیرلایه  $1000\mu\text{m}$  در نظر گرفته شده است. نمودار ۸ نشان می‌دهد که با افزایش درازای تشیدیدگر در فرکانس تشیدید ثابت ضریب کیفیت کاهش می‌یابد. مقادیر متناظر درازای تیرهای نگهدارنده با درازای تشیدیدگر برای ثابت ماندن فرکانس از کانتور ۵ استخراج شده است. در شکل ۹ نمودار ضریب کیفیت اتلاف تکیه‌گاه برای مدار شناور تشیدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر نگهدارنده قائم بهجای تغییرات خاصمت زیرلایه بهجای مقادیر مختلف خاصمت تیرهای نگهدارنده رسم شده است.

در نمودار ۹، پهنهای تیرهای نگهدارنده  $40\mu\text{m}$ . درازای تیرهای نگهدارنده  $600\mu\text{m}$ , پهنهای تشیدیدگر  $100\mu\text{m}$  و درازای تشیدیدگر  $140\mu\text{m}$  در نظر گرفته شده است. نمودار ۹ نشان می‌دهد که با افزایش خاصمت زیرلایه ضریب کیفیت افزایش یافته و با افزایش خاصمت تیرهای نگهدارنده ضریب کیفیت کاهش می‌یابد.



شکل ۷ نمودار ضریب کیفیت اتلاف تکیه‌گاه برای مدار شناور تشیدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر نگهدارنده قائم براساس تغییرات پهنهای تشیدیدگر در فرکانس‌های تشیدید ثابت



شکل ۸ نمودار ضریب کیفیت اتلاف تکیه‌گاه برای مدار شناور تشیدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر نگهدارنده قائم براساس تغییرات درازای تشیدیدگر در فرکانس‌های تشیدید ثابت

برای محاسبه ضریب کیفیت و یا محاسبه توان خالص جریان انرژی خروجی از تشیدیدگر فقط بخش‌های حقیقی آرایه‌های ماتریس  $7$  نیاز است تا محاسبه شوند. سو و همکارانش مقادیر حقیقی آرایه‌های ماتریس ادمیتانس را برای ضریب پواسون  $0/3$  محاسبه کردند [21]. در جدول ۱ مقادیر حقیقی آرایه‌های ماتریس  $7$  برای ضریب پواسون  $0/28$  و  $0/3$  محاسبه شده است [7,21].

توان خالص جریان انرژی خروجی از تشیدیدگر تابعی از نیروهایی است که بین تشیدیدگر و زیرلایه وجود دارد و به صورت رابطه (16) تعریف می‌شود:

$$\Pi = \frac{1}{2} Re (F \cdot V) \quad (16)$$

که  $Re$  نشان‌دهنده قسمت حقیقی است. توان انتقال یافته برای نیروی برشی  $\Pi_{F_z}$ ,  $F_z$ ,  $\Pi_{M_t}$ ,  $M_t$  و توان انتقال یافته برای ممان پیچشی  $\Pi_{M_b}$ ,  $M_b$  است. با جایگذاری رابطه (13) در رابطه (16) عبارت‌های توان خالص جریان انرژی خروجی از تشیدیدگر به صورت روابط (17)- (22) بدست می‌آیند [15]:

$$\Pi_{F_z} = \sqrt{3(1-\nu^2)} \frac{y_{33} F_z^2}{h_p^2 \sqrt{E\rho}} \quad (17)$$

$$\Pi_{M_b} = 6(1-\nu^2) \frac{y_{22} \omega M_b^2}{h_p^3 E} \quad (18)$$

$$\Pi_{M_t} = 6(1-\nu^2) \frac{y_{11} \omega M_t^2}{h_p^3 E} \quad (19)$$

$$\Pi_{M_b+F_z} = \Pi_{M_b} + \Pi_{F_z} + (12(1-\nu^2))^{\frac{3}{4}} y_{23} \frac{\sqrt{\omega} M_b F_z}{\rho^{\frac{1}{4}} h_p^{\frac{5}{2}} E^{\frac{3}{4}}} \quad (20)$$

$$\Pi_{M_t+M_b} = \Pi_{M_b} + \Pi_{M_t} \quad (21)$$

$$\Pi_{M_t+F_z} = \Pi_{M_t} + \Pi_{F_z} \quad (22)$$

۲- ضریب کیفیت اتلاف تکیه‌گاه برای مدار شناور تشیدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر نگهدارنده قائم با جایگذاری روابط (11,12,20) در رابطه (2) در رابطه ضریب کیفیت اتلاف تکیه‌گاه برای مدار شناور تشیدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر نگهدارنده قائم به صورت رابطه (23) بدست می‌آید:

$$\frac{1}{Q_{pr}} = \frac{2(\Pi_{M_b+F_z})}{\omega_{pr} U_{pr}} = \frac{2\sqrt{3(1-\nu^2)} \sqrt{dbL + \frac{26}{35} w L^2} \sqrt{\nu} y_{33} h^2}{\sqrt{2} h_p^2 L^2} + \frac{3(1-\nu^2) y_{22} w h^3}{L h_p^3} + \frac{5.42(1-\nu^2)^{\frac{3}{4}} y_{23} \frac{5}{2} w^{\frac{3}{2}} (dbL + \frac{26}{35} w L^2)^{\frac{1}{4}}}{h_p^{\frac{5}{2}} L^{\frac{3}{2}}} \quad (23)$$

در شکل ۷ نمودار ضریب کیفیت اتلاف تکیه‌گاه برای مدار شناور تشیدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر نگهدارنده قائم بهجای تغییرات پهنهای تشیدیدگر در فرکانس ثابت رسم شده است.

در نمودار ۷ پهنهای تیرهای نگهدارنده  $5\mu\text{m}$ , خاصمت تیرهای نگهدارنده  $10\mu\text{m}$ , درازای تشیدیدگر  $100\mu\text{m}$  و خاصمت زیرلایه  $1000\mu\text{m}$  در نظر گرفته شده است. نمودار ۷ نشان می‌دهد با افزایش پهنهای تشیدیدگر در فرکانس ثابت، ضریب کیفیت کاهش می‌یابد. مقادیر متناظر درازای تیرهای نگهدارنده با پهنهای تشیدیدگر برای ثابت ماندن فرکانس از کانتور ۴ استخراج شده است. در شکل ۸ نمودار ضریب کیفیت اتلاف تکیه‌گاه برای مدار شناور تشیدیدگر

جدول ۱ مقادیر حقیقی آرایه‌های ماتریس  $7$

ضایع	$v = 0/28$	$v = 0/3$
$\text{Re}(y_{11}) = \text{Re}(y_{22})$	0/22172	0/21645
$\text{Re}(y_{23}) = \text{Re}(y_{32})$	-0/28546	-0/29149
$\text{Re}(y_{33})$	0/45735	0/46198

جدول 2 مشخصات فیزیکی و مکانیکی ماده سازنده تشدیدگر مستطیلی

میکرومکانیکی، تیرهای نگهدارنده و زیرلایه

$v$	$E(\text{GPa})$	$\rho(\text{kg}/\text{m}^3)$
0/28	131	2330

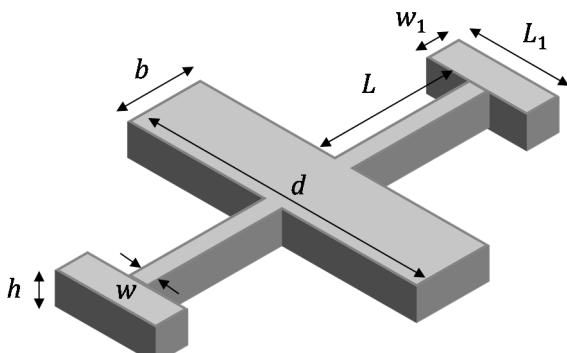
جدول 3 مشخصات هندسی تشدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی، تیرهای نگهدارنده و

زیرلایه

مشخصات	مقدار
$L(\mu\text{m})$	50/9
$h(\mu\text{m})$	1/5
$b(\mu\text{m})$	97/75
$d(\mu\text{m})$	147
$w(\mu\text{m})$	4/15
$h_p(\mu\text{m})$	625

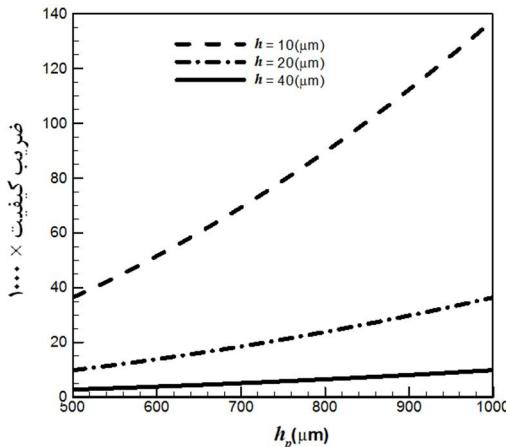
جدول 4 مقادیر ضریب کیفیت و فرکانس تشدید در کار حاضر، مرجع [13] برای مدارتعاشی شناور تشدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر نگهدارنده قائم

پارامترها	مقادیر پارامترها
فرکانس تشدید کار حاضر	117/89 (kHz)
فرکانس تشدید مرجع [6]	101 (kHz)
فرکانس تشدید مرجع [13]	131 (kHz)
ضریب کیفیت کار حاضر	244310
ضریب کیفیت مرجع [6]	40000
ضریب کیفیت مرجع [13]	200000
درصد خطای فرکانس تشدید مرجع [13] و کار حاضر	10
درصد خطای فرکانس تشدید مرجع [6, 13]	22/9
درصد خطای ضریب کیفیت کار حاضر و مرجع [13]	18/14
درصد خطای ضریب کیفیت مرجع [6, 13]	80



شکل 10 شماتیک تشدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر قائم T شکل

تکیه‌گاه برای این مدارتعاشی شناور تشدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر قائم T شکل ارائه شود. تشدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر قائم T شکل در شکل 10 نشان داده شده است.  $b$  پهنای تشدیدگر،  $d$  درازای تشدیدگر،  $L$  درازای تیرهای نگهدارنده،  $w$  پهنای تیرهای نگهدارنده و  $h$  ضخامت تیرهای نگهدارنده است. فرض شده است ضخامت تیرهای نگهدارنده،  $h$  ضخامت تیرهای نگهدارنده،  $W_1$  پهنای قسمت T شکل یکسان هستند.  $w_1$  پهنای قسمت T شکل و  $L_1$  درازای قسمت T شکل است. شکل 11 نشان دهنده مدارتعاشی شناور تشدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر قائم T شکل است.



شکل 9 نمودار ضریب کیفیت اتلاف تکیه‌گاه برای مدارتعاشی شناور تشدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر نگهدارنده قائم براساس تغییرات ضخامت زیرلایه بهجای مقادیر مختلف ضخامت تیرهای نگهدارنده

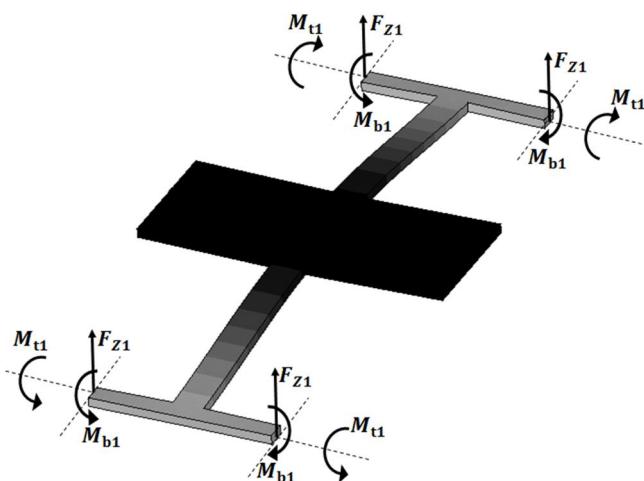
#### 2- اعتبارسنجی و مقایسه نتایج مقاله حاضر با نتایج سایر مقالات

باتوجه به مقادیر ارائه شده در جداول 3, 4 فرکانس تشدید و ضریب کیفیت محاسبه شده در مقاله حاضر با مقادیر فرکانس تشدید و ضریب کیفیت ارائه شده در مرجع [13] مقایسه شده و درصد خطای میان این مقادیر نشان داده شده است. در مقاله حاضر جنس ماده سازنده تشدیدگر، تیرهای نگهدارنده و زیرلایه سیلیکون تکبلور که مشخصات آن در جدول 2 ارائه شده است. مرجع [6] تشدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر نگهدارنده قائم را به صورت تیر دو سر گیردار فرض کرده و فرکانس تشدید و ضریب کیفیت اتلاف تکیه‌گاه را برای مدارتعاشی شناور تیر دو سر گیردار محاسبه کرده است. در جدول 4 نتایج مرجع [6] نیز آورده شده و با نتایج مرجع [13] مقایسه شده است. جنس ماده سازنده تشدیدگر، تیرهای نگهدارنده و زیرلایه در مراجع [13, 6] نیز سیلیکون تکبلور است.

با توجه به جدول 4، فرکانس و ضریب کیفیت اتلاف تکیه‌گاه برای مدارتعاشی شناور تشدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر نگهدارنده قائم که در پژوهش حاضر محاسبه شده مطابقت قابل قبولی با نتایج آزمایشگاهی دارد. همچنین در جدول 4 نشان داده شده است که فرض تیر دو سر گیردار به جای تشدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر نگهدارنده قائم که در مرجع [6] صورت گرفته، فرض درست نبوده است و این فرض خطای زیادی در محاسبه ضریب کیفیت ایجاد خواهد کرد. این اعتبارسنجی نشان می‌دهد که روند محاسبه فرکانس تشدید و انرژی ارتعاشی تشدیدگر و تیرهای نگهدارنده در مدارتعاشی شناور تشدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر نگهدارنده قائم درست است. همچنین این نتایج نشان می‌دهند که روابط توان خالص جریان انرژی خروجی از تشدیدگر و نحوه استفاده از آن‌ها صحیح هستند. در نتیجه از این روند با اطمینان قابل قبولی می‌توان در مدارتعاشی تشدیدگرهای میکرومکانیکی استفاده کرد.

#### 3- تشدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر قائم T شکل

در این بخش، برای افزایش ضریب کیفیت اتلاف تکیه‌گاه در مدارتعاشی تشدیدگرهای مستطیلی میکرومکانیکی، از تیرهای T شکل بهجای تیرهای نگهدارنده معمولی استفاده می‌شود. سپس رابطه تحلیلی فرکانس تشدید، انرژی ارتعاشی تشدیدگر و تیرهای نگهدارنده و نیز رابطه ضریب کیفیت اتلاف



شکل 13 نیرو و گشتاورهای وارد به زیرلایه از طرف تیرهای نگهدارنده T شکل در مدار ارتعاشی شناور تشدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی

### 3-2- فرکанс و انرژی ارتعاشی تشدیدگر و تیرهای نگهدارنده در هر سیکل ارتعاش

برای محاسبه فرکанс نیاز به سختی معادل و جرم مؤثر است. سختی توسط رابطه (6) قابل محاسبه است. جرم مؤثر از رابطه (27) قابل محاسبه است:

$$m_{eff-T} = \rho hdb + \frac{26}{35} \rho whL + 2\rho hw_1 L_1 \quad (27)$$

فرکанс تشدید از رابطه (28) محاسبه می‌شود:

$$\omega_{pr-T} = \sqrt{\frac{K_{pr}}{m_{eff-T}}} = \sqrt{\frac{2Ewh^3}{L^3(\rho hdb + \frac{26}{35}\rho whL + 2\rho hw_1 L_1)}} \quad (28)$$

و انرژی ارتعاشی تشدیدگر و تیرهای نگهدارنده از رابطه (29) محاسبه می‌شود:

$$U_{pr-T} = \frac{1}{2} m_{eff-T} (\omega_{pr-T} a)^2 = \frac{Ewh^3a^2}{L^3} \quad (29)$$

### 3-3- مقایسه فرکанс تحلیلی و فرکанс حاصل از نرم‌افزار انسیس در مدار شناور تشدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر قائم T شکل

جنس در نظر گرفته شده برای تیرهای T شکل، زیرلایه و تشدیدگر سیلیکون تک‌بلور که مشخصات آن در جدول 2 آمده است. در جدول 5 مقدار فرکанс تشدید بهدست آمده از نرم‌افزار انسیس و فرکанс تحلیلی مدار شناور تشدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر قائم T شکل به جای ابعاد آورده شده است.

جدول 5 مقایسه بین فرکанс انسیس و فرکанс تحلیلی در مدار ارتعاشی شناور

تشدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر قائم T شکل

مشخصات	مدل 1	مدل 2
$h(\mu\text{m})$	15	15
$w(\mu\text{m})$	50	20
$L(\mu\text{m})$	500	300
$b(\mu\text{m})$	150	100
$d(\mu\text{m})$	350	200
$w_1(\mu\text{m})$	50	30
$L_1(\mu\text{m})$	160	60
فرکанс تحلیلی (kHz)	54/287	130/14
فرکанс انسیس (kHz)	50/088	121/449
درصد خطا	7/73	6/68

همان‌طور که در شکل 11 نشان داده شده است دو تیر تحت خمیش قرار گرفته‌اند و تشدیدگر تغییر ارتفاعی در راستای محور z دارد. شکل 12 نحوه تغییر شکل تشدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر قائم T شکل را نشان می‌دهد.

برای محاسبه ضریب کیفیت از رابطه کلی (2) استفاده می‌شود. ابتدا نیاز است تا نیروی برشی، گشتاور خمیشی و گشتاور پیچشی وارد به زیرلایه مشخص شود.

1-3- نیروی برشی، ممان خمیشی و ممان پیچشی وارد به زیرلایه در مدار شناور تشدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر قائم T شکل در شکل 13، نیروی برشی، گشتاور خمیشی و گشتاور پیچشی وارد به زیرلایه نشان داده شده است.

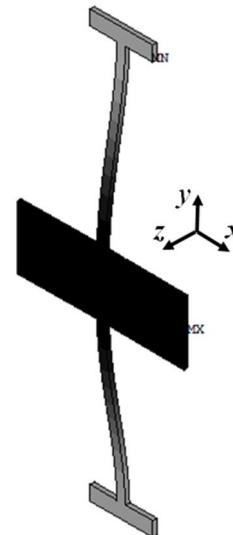
نیروی برشی  $F_{Z1}$ ، ممان خمیشی  $M_{b1}$  و ممان پیچشی  $M_{t1}$  وارد به زیرلایه از روابط (26-24) به دست می‌آیند:

$$F_{Z1} = \frac{Ewh^3a}{2L^3} \quad (24)$$

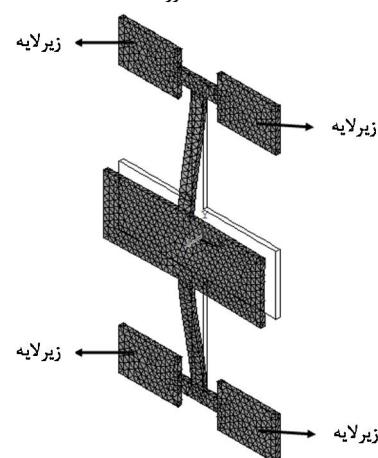
$$M_{b1} = \frac{Ewh^3L_1a}{8L^3} \quad (25)$$

$$M_{t1} = \frac{Ewh^3(L+w_1)a}{4L^3} \quad (26)$$

از وزن قسمت T شکل در مقایسه با نیروی  $F_Z$  صرف‌نظر شده است.



شکل 11 مدل اول ارتعاش تشدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر قائم T شکل، مدار شناور



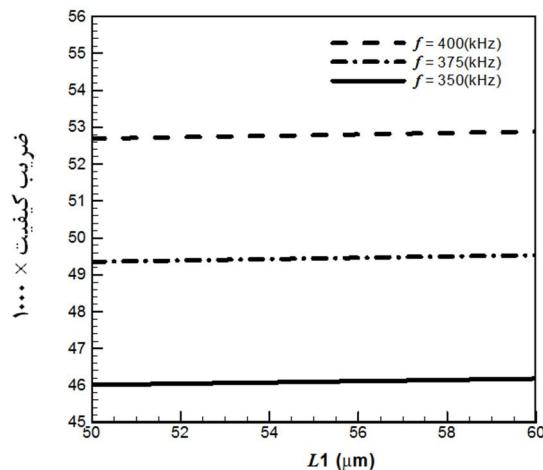
شکل 12 نحوه تغییر شکل تشدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر قائم T شکل در مدار شناور

$$\begin{aligned} \frac{1}{Q_{pr-T}} &= \frac{4\Pi}{\omega_{pr-T} U_{pr-T}} \\ &= \frac{\sqrt{3(1-\nu^2)} \sqrt{db + \frac{26}{35}wL + 2w_1L_1\sqrt{w}y_{33}h^2}}{\sqrt{2}h_p^2L\sqrt{L}} \\ &+ \frac{3(1-\nu^2)y_{22}wL_1^2h^3}{8L^3h_p^3} \\ &+ \frac{3(1-\nu^2)y_{11}w(L+w_1)^2h^3}{2L^3h_p^3} \\ &+ \frac{1.35(1-\nu^2)^{\frac{3}{4}}y_{23}L_1h^{\frac{5}{2}}w^{\frac{3}{4}}(db + \frac{26}{35}wL + 2w_1L_1)^{\frac{1}{4}}}{L^4h_p^2} \end{aligned} \quad (31)$$

در شکل 15 نمودار ضریب کیفیت اتلاف تکیه‌گاه برای مدار شناور تشدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر قائم T شکل براساس تغییرات درازای قسمت T رسم شده است. در این نمودار پهنهای تیرهای نگهدارنده 20 $\mu\text{m}$ , خامات تیرهای نگهدارنده 15 $\mu\text{m}$ , درازای تیرهای نگهدارنده 200 $\mu\text{m}$ , درازای تشدیدگر 100 $\mu\text{m}$ , پهنهای تشدیدگر 40 $\mu\text{m}$  و خامات زیرلایه 1000 $\mu\text{m}$  در نظر گرفته شده است.

نمودار 15 نشان می‌دهد که با افزایش درازای قسمت T شکل در فرکانس ثابت، ضریب کیفیت اندکی افزایش می‌باشد. مقادیر متناظر پهنهای قسمت T شکل با درازای قسمت T شکل برای ثابت ماندن فرکانس تشدید، از کانتور 14 استخراج شده است. در شکل 16 نمودار ضریب کیفیت اتلاف تکیه‌گاه برای مدار شناور تشدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر قائم T شکل براساس تغییرات خامات زیرلایه بهجای خامات تیرهای مختلف تیرهای نگهدارنده رسم شده است.

در نمودار 16، پهنهای تیرهای نگهدارنده 20 $\mu\text{m}$ , درازای تیرهای نگهدارنده 200 $\mu\text{m}$ , درازای قسمت T شکل 30 $\mu\text{m}$ , پهنهای قسمت T شکل 10 $\mu\text{m}$ , درازای تشدیدگر 100 $\mu\text{m}$  و پهنهای تشدیدگر 40 $\mu\text{m}$  در نظر گرفته شده است. در جدول 6 مقدار ضریب کیفیت اتلاف تکیه‌گاه برای مدار شناور تشدیدگر میکرومکانیکی با دو تیر نگهدارنده T شکل محاسبه شده است. همان‌طور که جدول 6 نشان می‌دهد، استفاده از تیرهای T شکل بهجای تیرهای عمومی سبب افزایش ضریب کیفیت تشدیدگر میکرومکانیکی در فرکانس ثابت می‌شود.



شکل 15 نمودار ضریب کیفیت اتلاف تکیه‌گاه برای مدار شناور تشدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر قائم T شکل براساس تغییرات درازای قسمت T شکل در فرکانس‌های تشدید ثابت

جدول 5 نشان می‌دهد فرکانس تحلیلی مطابقت خوبی با فرکانس حاصل از نرم‌افزار انسیس دارد. همچنین نتایج جدول 5 نشان می‌دهد سختی معادل و جرم مؤثر تشدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر قائم T شکل در مدار شناور به درستی استخراج شده است. در شکل 14 کانتور فرکانس تشدید مدارتعاشی شناور تشدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر قائم T شکل به-جای تغییرات پهنهای قسمت T شکل و مقادیر متناظر درازای قسمت T شکل برای این که فرکانس تشدید ثابت باشد، رسم شده است. در کانتور 14 پهنهای تیرهای نگهدارنده 20 $\mu\text{m}$ , خامات تیرهای نگهدارنده 15 $\mu\text{m}$ , درازای تیرهای نگهدارنده 200 $\mu\text{m}$ , درازای تشدیدگر 100 $\mu\text{m}$  و پهنهای تشدیدگر 40 $\mu\text{m}$  در نظر گرفته شده است.

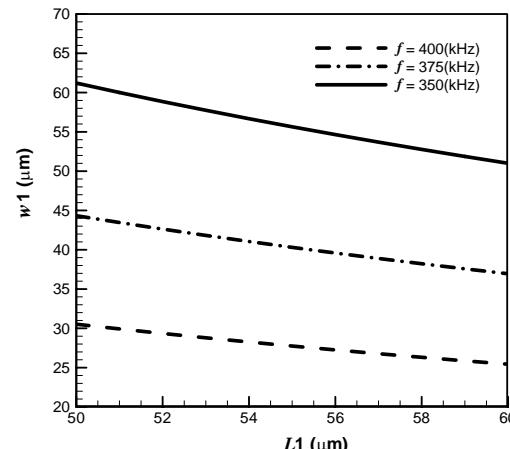
شکل 14 نشان می‌دهد با افزایش درازای قسمت T شکل برای این که فرکانس ثابت باشد باید پهنهای قسمت T شکل کاهش باید.

3-4- توان خالص جریان انرژی خروجی از تشدیدگر و رابطه ضریب کیفیت اتلاف تکیه‌گاه برای مدار شناور تشدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر قائم T شکل

روابط محاسبه شده برای توان خالص جریان انرژی خروجی از تشدیدگر در روابط (22-17) در واقع حالت‌های خاصی از توان هستند. برای نمونه اگر فقط نیروی برشی روی تکیه‌گاه وجود داشته باشد توان بهصورت رابطه (17) است. با توجه به این که با استفاده از تیرهای T شکل، نیروی برشی، گشتاور خمشی و گشتاور پیچشی در تکیه‌گاه ایجاد می‌شود، باید از عبارت کلی توان استفاده شود. با جایگذاری رابطه (13) در (16) و در نظر گرفتن نیروی برشی، گشتاور خمشی و گشتاور پیچشی در بردار نیرو، توان بهصورت رابطه (30) بدست می‌آید:

$$\begin{aligned} \Pi &= 6(1-\nu^2) \frac{y_{11}\omega M_t^2}{Eh_p^3} + 6(1-\nu^2) \frac{y_{22}\omega M_b^2}{Eh_p^3} \\ &+ \sqrt{3(1-\nu^2)} \frac{y_{33}F_z^2}{\sqrt{E\rho}h_p^2} \\ &+ (12(1-\nu^2))^{\frac{3}{4}} \frac{y_{23}\sqrt{\omega}M_bF_z}{\rho^{\frac{1}{4}}E^{\frac{3}{4}}h_p^{\frac{5}{2}}} \end{aligned} \quad (30)$$

با جایگذاری روابط (28), (29), (30) در رابطه (2) و استفاده از روابط (26-24)، رابطه ضریب کیفیت اتلاف تکیه‌گاه برای مدارتعاشی شناور تشدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر قائم T شکل بهصورت رابطه (31) بدست می‌آید:

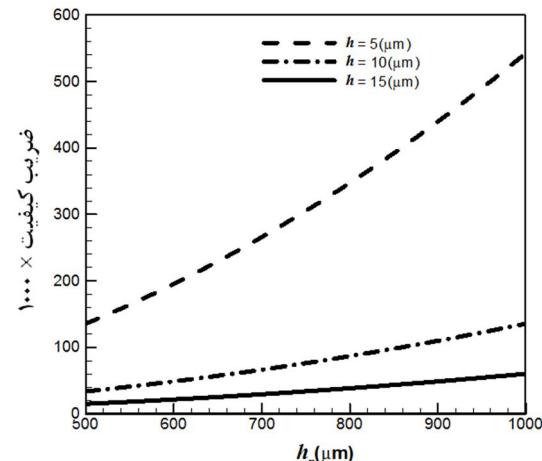


شکل 14 کانتور فرکانس مدار شناور تشدیدگر مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر قائم T شکل بهجای مقادیر مختلف درازای و پهنهای قسمت T شکل

فرکانس تشیدی این دو مدل با فرکانس حاصل از نرم‌افزار انسیس مشاهده شد که نتایج به دست آمده مطابقت خوبی با یکدیگر دارند. در مقاله حاضر نشان داده شده است استفاده از تیرهای T شکل به جای تیرهای معمولی سبب می‌شود ضریب کیفیت در فرکانس تشیدی ثابت حدود ۱/۵ برابر افزایش یابد. در واقع اهمیت استفاده از تیرهای T شکل، کاهش مقدار نیرو و ممان در تکیه‌گاه است که منجر به کاهش توان خالص جریان انرژی خروجی از تشیدیگر شده و در نتیجه ضریب کیفیت تشیدیگر مستطیلی میکرومکانیکی افزایش می‌یابد. همچنین در این پژوهش مشخص شده است که افزایش ضخامت زیرلایه سبب افزایش ضریب کیفیت می‌شود زیرا افزایش ضخامت زیرلایه سبب کاهش توان خالص جریان انرژی خروجی از تشیدیگر می‌شود.

## 5- مراجع

- [1] A. Bijari, S. H. Keshmiri, W. Wanburee, C. Sriphung, R. Phatthanakun, Design and fabrication of a narrow-bandwidth micromechanical ring filter using a novel process in UV-LIGA technology, *Iranian Journal of Electrical and Electronic Engineering*, Vol. 8, No. 4, pp. 280-289, 2012.
- [2] Z. Hao, R. Abdolvand, F. Ayazi, A high-Q length-extensional bulk-mode mass sensor with annexed sensing platforms, *The 19th proceeding IEEE International Micro Electro Mechanical Systems conference*, Istanbul, Turkey, pp. 598-601, 2006.
- [3] X. Huang, S. Li, J. S. Schultz, Q. Wang, and Q. Lin, A capacitive MEMS viscometric sensor for affinity detection of glucose, *Journal of Microelectromechanical Systems*, Vol. 18, pp. 1245-1254, 2009.
- [4] J. Li, J. Fang, H. Dong, Y. Tao, Structural design and fabrication of a novel dual-mass resonant output micromechanical gyroscope, *Microsystem Technology*, Vol. 16, pp. 543-552, 2010.
- [5] Y. B. Yi, Geometric effects on thermoelastic damping in MEMS resonators, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 309, No. 3-5, pp. 588-599, 2008.
- [6] J. A. Judge, D. M. Photiadis, J. F. Vignola, B. H. Houston, and J. Jarzynski, Attachment loss of micromechanical and nanomechanical resonators in the limits of thick and thin support structures, *Journal of Applied Physics*, Vol. 101, No. 1, pp. 1-11, 2007.
- [7] B. Chouvion, *Vibration Transmission and Support Loss in MEMS Sensors*, Ph.D Thesis, University of Nottingham, 2010.
- [8] B. Kim, M. A. Hopcroft, R. A. Candler, C. A. Jha, M. Agarwal, R. Melamud, S. A. Chandorkar, G. Yama, T.W. Kenny, Temperature Dependence of Quality Factor in MEMS Resonators, *Journal of Microelectromechanical Systems*, Vol. 17, No. 3, pp. 755-766, 2008.
- [9] S. A. Chandorkar, R. Agarwal, M. Melamud, R. N. Candler, K. E. Goodson, and T. W. Kenny, Limits of quality factor in bulk-mode micromechanical resonators, "The IEEE 21th International conference on Micro Electro Mechanical Systems", Tucson, USA, pp. 74-77, 2008.
- [10] X. Wang, D. Xiao, Z. Zhou, Z. Chen, X. Wu, S. Li, Support loss for beam undergoing coupled vibration of bending and torsion in rocking mass resonator, *Sensors and Actuators A*, Vol. 171, pp. 199-206, 2011.
- [11] Z. Hao, A. Erbil, F. Ayazi, An analytical model for support loss in micromachined beam resonators with in-plane flexural vibrations, *Sensors and Actuators A*, Vol. 109, pp. 156-164, 2003.
- [12] Z. Hao, F. Ayazi, Support loss in the radial bulk-mode vibrations of center-supported micromechanical disk resonators, *Sensors and Actuators A*, Vol. 134, pp. 582-593, 2007.
- [13] H. Haucke, X. Liu, J. F. Vignola, B. h. Houston, M. H. Marcus, J. W. Baldwin, Effects of annealing and temperature on acoustic dissipation in a micromechanical silicon oscillator, *Applied Physics Letters*, Vol. 86, 181903, 2005.
- [14] Z. Hao, Thermoelastic damping in the contour-mode vibrations of micro- and nano-electromechanical circular thin-plate resonators, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 313, pp. 77-96, 2008.
- [15] M. Bagheri, M. Raghebi, Calculating the anchor loss quality factor in the torsion and out of plane rocking mode vibrations of a micromechanical elliptical resonator, in *the 3rd International Conference on Acoustics and Vibration (ISAV2013)*, Tehran, Iran, 2013. (In Persian)
- [16] M. Bagheri, M. Raghebi, Calculating the natural frequency and anchor loss quality factor in the in plane sliding mode vibrations of a micromechanical square-plate resonator with two support beams, in *the 3rd International Conference on Acoustics and Vibration (ISAV2013)*, Tehran, Iran, 2013. (In Persian)
- [17] Y. Xie, S. S. L. S.-S. Li, Y. W. L. Y. W. Lin, Z. R. Z. Ren, T. C. Nguyen, 1.52-GHz micromechanical extensional wine-glass mode ring resonators, *IEEE Transactions on Ultrasonics Ferroelectrics and Frequency Control*, Vol. 55, No. 4, pp. 890-907, 2008.
- [18] F. D. Bannon, J. R. Clark, C. T. C. Nguyen, High- Q HF microelectromechanical filters, *IEEE Journal of solid-state circuits*, Vol. 35, No. 4, pp. 512-526, 2000.



شکل 16 نمودار ضریب کیفیت اتلاف تکیه‌گاه برای مدارتعاشی شناور تشیدیگر مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر قائم T شکل براساس تغییرات ضخامت زیرلایه به جای مقادیر مختلف ضخامت تیرهای نگهدارنده

جدول 6 مقدار ضریب کیفیت در مدارتعاشی شناور تشیدیگر مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر نگهدارنده قائم در دو حالت تیرهای معمولی و تیرهای T شکل

مشخصات	مدل 1		مدل 2	
	تیرهای T	تیرهای T	تیرهای T	تیرهای T
$h(\mu\text{m})$	15	15	15	15
$w(\mu\text{m})$	50	50	20	20
$L(\mu\text{m})$	532/058	500	313/215	300
$b(\mu\text{m})$	150	150	100	100
$d(\mu\text{m})$	350	350	200	200
$w_1(\mu\text{m})$	-	50	-	30
$L_1(\mu\text{m})$	-	160	-	60
$h_p(\mu\text{m})$	1000	1000	1000	1000
فرکانس تحلیلی (kHz)	54/287	54/287	130/14	130/14
ضریب کیفیت	30457	44905	36796	57704

## 4- جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

در این مقاله رابطه ضریب کیفیت اتلاف تکیه‌گاه برای مدارتعاشی شناور تشیدیگر مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر نگهدارنده قائم ارائه شده است. برای اعتبارسنجی نتایج از مطالعات آزمایشگاهی مرجع [13] استفاده شده است و نتایج این پژوهش با نتایج آزمایشگاهی مطابقت قابل قبولی داشته و درستی مدل‌سازی انجام شده را نشان می‌دهد. همچنین در این پژوهش نشان داده شده است که در نظر گرفتن تشیدیگر مستطیلی میکرومکانیکی با دو تیر نگهدارنده قائم، به صورت تیر دو سر گیردار، درست نیست و این فرض خطای زیادی در محاسبه ضریب کیفیت ایجاد می‌کند. نتایج نشان می‌دهد با افزایش درازا و پهنای تشیدیگر در فرکانس تشیدی ثابت که متناظر با کاهش درازای تیرهای نگهدارنده و ثابت ماندن سایر پارامترها است، ضریب کیفیت کاهش می‌یابد. همچنین در این مقاله، از طرح تیرهای T شکل به جای تیرهای معمولی استفاده شده است. با استفاده از این طرح فرکانس تشیدی با حالتی که تیرهای معمولی استفاده شده است، متفاوت خواهد شد. برای بررسی درستی فرکانس به دست آمده دو مدل در نظر گرفته شده است و با مقایسه

- [21] J.X. SU, A.T. Moorhouse, closed form solution for the mobility of an edge excited, semi-infinite plate, *Journal of Acoustical Society of America*, Vol. 115, No. 5, pp. 2075-2082, 2004.
- [19] H. Urey, C. Kan, W.O. Davis, Vibration mode frequency formulae for micromechanical scanners, *Journal of Micro-Mechanics and Microengineering*, Vol. 15, 1713–1721, 2005.
- [20] L. Meirovitch, *Fundamentals of Vibrations*, New York: McGraw-Hill, 2001.