

ماهنامه علمى پژوهشى

ی مکانیک مدر س



mme.modares.ac.ir

تحلیل کمانش حرارتی پوستههای مخروطی ساخته شده از کامپوزیتهای تقویت شده با توزیع هدفمند نانو لولههای کربنی

جلال ترابی¹، مجید بازدید وحدتی²، رضا انصاری خلخالی **

1- دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه گیلان، رشت

2- دانشجوى كارشناسى ارشد، مهندسى مكانيك، دانشگاه گيلان، رشت

3- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه گیلان، رشت

* رشت، صندوق پستی r_ansari@guilan.ac.ir ،3756

چکیدہ	اطلاعات مقاله
در این مقاله کمانش حرارتی پوستههای مخروطی ساخته شده از کامپوزیتهای تقویت شده با توزیع هدفمند نانو لولههای کربنی مورد مطالعه	مقاله پژوهشی کامل بن مر 10 میر 1204
قرار گرفته است. خواص مکانیکی مؤثر ماده نانو کامپوزیت با استفاده از قانون ترکیب اصلاح شده ارائه گردیده است. روابط حاکم بر اساس تئوری	دریافت: 19 خرداد 1394 بذباش: 03 ماداد 1394
تغییر شکل برشی مرتبه اول و روابط کرنش-تغییر مکان غیرخطی دانل و با استفاده از اصل همیلتون استخراج شده است. با در نظر گرفتن حل -	پدیرمان معامر این معامر معامر ا ارائه در سایت: 18 شهریور 1394
غشایی معادلات تعادل در حالت خطی نیروهای پیش کمانش بدست آمده است. با بکارگیری روش تفاضل مربعات تعمیم یافته در راستای محوری	کلید واژگان:
و عملگر مشتق گیر متناوب در راستای محیطی معادلات پایداری گسستهسازی شده و دمای بحرانی کمانش محاسبه گردیده است. نتایج تحقیق	کمانش حرارتی
حاضر با نتایج موجود در مقالات دیگر اعتبار سنجی شده و سپس تأثیر عوامل مختلف از جمله مقادیر کسر حجمی و نوع توزیع نانو لولههای	پوسته مخروطی
کربنی، شرایط مرزی و پارامترهای هندسی بر کمانش حرارتی پوسته مخروطی نانو کامپوزیت بررسی شده است. نتایج نشان میدهد که مقادیر	نانو کامپوزیتهای هدفمند
کسر حجمی و نوع توزیع نانو لولههای کربنی در راستای ضخامت تأثیر قابل توجهی بر پایداری حرارتی پوسته مخروطی ساخته شده از مواد نانو	روش تفاضل مربعات تعميم يافته
کامپوزیت دارد.	عملكر مشتق دير متناوب

Thermal buckling of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite conical shells

Jalal Torabi, Majid Bazdid-Vahdati, Reza Ansari Kalkhali*

Department of Mechanical Engineering, Guilan University, Rasht, Iran * P.O.B. 3756, Rasht, Iran, r_ansari@guilan.ac.ir

توسعه مواد هدفمند 1 در سالیان اخیر، زمینه تحقیقاتی گستردهای ۱

ARTICLE INFORMATION

ABSTRACT

Original Research Paper Received 09 June 2015 Accepted 25 July 2015 Available Online 09 September 2015

Keywords: Thermal buckling analysis Conical shell Functionally graded carbon nanotube reinforced composite generalized differential quadrature Periodic differential operators In the present study, thermal buckling analysis of functionally graded carbon nanotube reinforced composite (FG-CNTRC) conical shells is presented. The effective material properties of FG-CNTRCs are determined using the extended rule of mixture. By employing the Hamilton's principle and based on first-order shear deformation theory and Donnell strain-displacement relations, the governing equations are obtained. The membrane solution of linear equilibrium equations is considered to obtain the pre-buckling force resultants. Using the generalized differential quadrature method in axial direction and periodic differential operators in circumferential direction, the stability equations are discretized and the critical buckling temperature difference of shell is obtained. The accuracy of the present work is first validated by the results given in the literature and then the impacts of involved parameters such as volume fractions and types of distributions of carbon nanotubes, boundary conditions and geometrical parameters on thermal buckling of functionally graded nanocomposite conical shell are investigated. The results indicate that the values of volume fractions and types of distributions of carbon play an important role on thermal instability of FG-CNTRC conical shells.

1 - مقدمه الما بكارگیری مواد پیشرفته در این سازهها عملكرد آنها را

پوستههای استوانهای، مخروطی و کروی کاربردهای بسیاری در زمینههای مختلف مهندسی از جمله صنایع هوافضا، دریایی و نیروگاهی دارند. همچنین پیشرفتهای ایجاد شده در زمینه تکنولوژیهای مربوط به علوم مواد، محققان

1- Functionally graded materials

Please cite this article using:

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

J. Torabi, M. Bazdid-Vahdati, R. Ansari Kalkhali, Thermal buckling of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite conical shells, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 10, pp. 137-146, 2015 (In Persian)

بهبود ببخشند.

جهت مطالعه رفتار مکانیکی سازههای ساخته شده از این مواد به وجود آورده است. از طرفی خواص منحصر به فرد نانو لولههای کربنی¹ موجب شده است تا از این مواد پیشرفته به عنوان یک تقویت کننده مناسب در مواد کامپوزیتی استفاده شود. محققان ایده بکار رفته در مواد هدفمند را در ساخت کامپوزیتهای تقویت شده با نانو لولههای کربنی بکار برده و با توزیع هدفمند نانولولهها در کامپوزیتها، مادهای با عنوان کامپوزیتهای هدفمند تقویت شده با نانو لوله کربنی² ارائه نمودند.

در ادامه مقاله به جهت سهولت، بجای عبارت کامپوزیتهای تقویت شده با نانو لولههای کربنی از عبارت نانو کامپوزیتها استفاده می شود. بررسی تاثیر توزیع هدفمند نانو لولههای کربنی بر رفتار مکانیکی سازههای ساخته شده از نانو کامپوزیتها اولین بار توسط شن ارائه گردید [1]. وی در این تحقیق سعی نمود تا ضمن بررسی خمش غیرخطی ورقهای ساخته شده از نانو کامپوزیتهای هدفمند، با توزیع نانو لولههای کربنی در یک راستای مطلوب، خواص مکانیکی سازه را بهبود ببخشد. پس از این تحقیق، مطالعات بسیاری در زمینه بررسی رفتار مکانیکی تیرها [2-7]، ورقها [8-13] ، پنلها [14-گرفته است. گرفته است.

عراق و همکارانش [14] رفتار ارتعاشی پنلهای استوانهای نانو کامپوزیتی هدفمند را بر اساس روش ایشلبی-موری-تاناکا مورد مطالعه قرار دادند. معادلات حرکت با استفاده از روش تفاضل مربعات تعمیم یافته دو بعدی گسستهسازی گردیده و با اعمال شرایط مرزی، فرکانسهای طبیعی سازه تعیین شد. همچنین یاس و همکارانش [15] با استفاده از تئوری الاستیسیته سهبعدی رفتار ارتعاشی پنلهای استوانهای ساخته شده از نانو کامپوزیتهای هدفمند را بررسی نمودند.

بررسی تنشهای ایجاد شده بواسطه رفتار خمشی پنلهای استوانهای نانو کامپوزیتی هدفمند تحت بارگذاری مکانیکی توسط مهرابادی و عراق [16] مورد مطالعه قرار گرفت. آنها دریافتند که کسر حجمی نانو لولههای کربنی میتواند باعث کاهش تنشهای محوری و محیطی در سطح داخلی پوسته شود. تحلیل ارتعاشی پنلهای استوانهای نانو کامپوزیتی محاط شده توسط لایههای پیزو الکتریک توسط علی بیگلو مطالعه شد [17]. با فرض شرایط مرزی تکیه گاه ساده در چهار لبه پنل و بکار گیری بسط سری فوریه در راستای محوری و محیطی و همچنین فضای حالت در راستای ضخامت، معادلات دیفرانسیلی فضای حالت حل گردیدند.

شن و ژیانگ [18] ارتعاشات غیرخطی پنلهای استوانهای ساخته شده از نانو کامپوزیتهای هدفمند را تحلیل نمود. در این تحقیق اثرات بستر الاستیک و بارگذاری حرارتی نیز در نظر گرفته شد. همچنین در تحقیق دیگری، با استفاده از روش بدون المان کیپی-ریتز³، لی و همکارانش [19] ارتعاشات آزاد پنلهای استوانهای کامپوزیتی تقویت شده با نانو لولههای

پنلهای استوانهای ساخته شده از نانو کامپوزیتهای هدفمند محاط شده توسط بستر الاستیک را تحت بارگذاری حرارتی مطالعه نمودند. جهت تعیین دمای بحرانی کمانش و مسیر تعادل پسکمانش از روش اغتشاش منفرد⁶ استفاده شد.

مرادی دستجردی و همکارانش [22] ارتعاشات و انتشار موج تنش در پوستههای استوانهای ساخته شده از نانو کامپوزیتهای هدفمند را با استفاده از روش بدون مش⁷ مطالعه نمودند. در روش بدون مش، به منظور تقریب میدان جابجایی از توابع شکل حداقل مربعات متحرک⁸ استفاده شد. همچنین از روش تبدیل⁹ برای اعمال شرایط مرزی هندسی بهره برده شد. حسینی نیز [23] تحلیل فرکانسی پوستههای استوانهای نانو کامپوزیتی هدفمند را با بکارگیری روش بدون مش هیبرید¹⁰ که بر پایه روش تفاضل محدود تعمیم یافته¹¹ است، ارائه کرد. در این تحقیق فرض شد که سطح داخلی پوسته توسط یک بار ضربهای¹² تحریک می گردد.

شن [24، 25] کمانش و پس کمانش پوستههای استوانهای ساخته شده از نانو کامپوزیتهای هدفمند را تحت بارگذاری حرارتی و پیچشی بررسی نمود. همچنین شن و ژیانگ [26، 27] ارتعاشات غیرخطی تحت بارگذاری حرارتی و پس کمانش تحت بارگذاری مکانیکی پوستههای استوانهای نانو کامپوزیتی هدفمند را بررسی نمودند. در تمامی این تحقیقات روابط حاکم بر اساس تئوری تغییر شکل برشی مرتبه بالا و روابط هندسی غیرخطی ون کارمن استخراج گردید و با استفاده از روش اغتشاش بهبود یافته¹³ حل شد. همچنین ربانی بیدگلی و همکارانش [28] ارتعاشات و کمانش غیرخطی پوستههای استوانهای کامپوزیتی هدفمند که بر روی بستر الاستیک قرار داشته و حاوی سیال ویسکوز میباشد، مورد بررسی قرار دادند. روابط حاکم با یافته برای حل استفاده شد و از روش تفاضل مربعات تعمیم یافته برای حل استفاده شد و از روش تفاضل مربعات تعمیم

مطالعات محدودی در زمینه بررسی رفتار مکانیکی پوستههای مخروطی ساخته شده از نانو کامپوزیتهای هدفمند صورت گرفته است. حیدرپور و همکارانش [29] ارتعاشات پوستههای مخروطی نانو کامپوزیتی دوار را بررسی نمودند. معادلات حرکت بر اساس تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول و با استفاده از اصل همیلتون استخراج گردید و با بکار گیری روش تفاضل مربعات تعمیم یافته حل شد. همچنین جم و کیانی [30] کمانش پوستههای مخروطی ساخته شده از نانو کامپوزیتهای هدفمند را تحت فشار عرضی مورد بررسی قرار دادند. بر اساس تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول و تئوری پوسته دانل و با استفاده از اصل جابجایی مجازی، معادلات حاکم استخراج گردید. جهت حل معادلات پایداری و بدست آوردن بار بحرانی کمانش، از روش تفاضل مربعات تعمیم یافته و توابع مثلثاتی به ترتیب در راستای محوری و محیطی استفاده شد.

با توجه به مطالعه دبیره موجود توسط نویسندگان، تاکنون کمانش

حرارتی پوستههای مخروطی ساخته شده از نانو کامپوزیتهای هدفمند مورد بررسی قرار نگرفته است. از اینرو در تحقیق حاضر به این موضوع پرداخته میشود. علاوه بر توزیع یکنواخت نانو لولههای کربنی در راستای ضخامت،

6- Singular perturbation technique

- 7- Mesh free
- 8- Moving Least squares shape function
- 9- Transformation method
- 10- Hybrid mesh free method
- 11- Generalized finite difference
- 12- Shock loading
- 13- Improved perturbation technique

14- Mindlin

مهندسی مکانیک مدرس، دی 1394، دورہ 15، شما*ر*ہ 10

کربنی را مطالعه نمودند. لیو و همکارانش [20] پس کمانش پنل های استوانه ای ساخته شده از نانو کامپوزیت های هدفمند را تحت بار گذاری فشاری محوری بررسی نمودند. برای دستیابی به مسیر پس کمانش روش طول قوس⁴ در کنار روش نیوتن-رافسون اصلاح شده⁵ بکار برده شد. همچنین شن و ژیانگ [21] پس کمانش

- 1- Carbon nanotubes
- 2- Functionally graded carbon nanotube-reinforced composite
- 3- Element-free kp-Ritz method
- 4- Arc length
- 5- Modified Newton-Raphson

چهار نوع توزیع هدفمند نیز در نظر گرفته شده است. خواص مکانیکی مؤثر ماده نانو كامپوزيت هدفمند با استفاده از قانون تركيب تعميم يافته ارائه شده است. بر اساس تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول و همچنین روابط کرنش -تغییر مکان دانل، معادلات تعادل با استفاده از اصل همیلتون به دست آمده است. با در نظر گرفتن حل غشایی معادلات تعادل خطی، نیروهای پیش-کمانش تعیین شده است. همچنین با استفاده از معیار تعادل همسایگی² معادلات پایداری استخراج شده است. جهت گسستهسازی عددی معادلات پایداری و به دست آورن اختلاف دمای بحرانی کمانش از روش تفاضل مربعات تعمیم یافته و عملگر مشتق گیر متناوب به ترتیب در راستای محوری و محیطی استفاده شده است. با استفاده از عملگر مشتق گیر متناوب بجای روش تفاضل مربعات تعميم يافته، ديگر نيازي به ارضا كردن روابط سازگاري در معادلات مربوط به راستای محیطی نیست. همچنین بکارگیری روش **GDQ** در راستای محوری، امکان بررسی شرایط مرزی متفاوت را فراهم آورده است. در انتها نیز با ارائه و بررسی نتایج عددی، تأثیر پارامترهای مختلف از جمله کسر حجمی و نوع توزیع نانو لولههای کربنی، شرایط مرزی مختلف و شرایط هندسی متفاوت بر دمای بحرانی کمانش سازه مورد بررسی قرار گرفته است.

2- خواص مکانیکی کامپوزیتهای تقویت شده با نانو لولههای کربنی مدرج تابعی

ماده نانو کامپوزیت به صورت ترکیبی از نانو لولههای کربنی تک لایه³ به عنوان تقویت کننده و ماتریس ایزوتروپ⁴ فرض شده است. توزیع نانو لولههای کربنی در راستای ضخامت به صورت یکنواخت و هدفمند در نظر گرفته شده است. خواص مکانیکی مؤثر نانو کامپوزیتها با استفاده از مدلهای میکرومکانیکی متفاوتی پیشبینی میشود که از آن جمله میتوان به مدل موری-تاناکا و قانون ترکیب اشاره کرد. بر اساس قانون ترکیب تعمیم یافته، مدول یانگ و مدول برشی مؤثر نانو کامپوزیت به صورت روابط (1)-(3) ارائه میشود [24].

$$E_{11} = \eta_1 V_{cn} E_{11}^{cn} + V_m E^m$$
 (1)

$$\frac{\eta_2}{E_{22}} = \frac{V_{cn}}{E_{22}^{cn}} + \frac{V_m}{E^m}$$
(2)

$$\frac{\eta_3}{G_{12}} = \frac{V_{cn}}{G_{12}^{cn}} + \frac{V_m}{G^m}$$
(3)

که در این روابط E_{21}^{cn} و E_{22}^{cn} به ترتیب بیانگر مدول یانگ و مدول برشی نانو لوله کربنی بوده و E^m و G^m نیز خواص مرتبط با ماتریس می باشد. همچنین **(**j = 1,2,3 پارامتر کارایی⁵ نانو لوله کربنی می باشد که جهت بر شمردن اثرات اندازه⁶ در خواص مواد در نظر گرفته شده است و از طریق مطابقت نتایج حاصل از قانون ترکیب تعمیم یافته با مدلهای میکرومکانیکی تعیین می گردد. علاوه بر این V_{cn} و V_{cn} نیز به ترتیب کسر

سطح داخلی تنها شامل نانو لولههای کربنی میباشد، حال آنکه توزیع نوع FGV برعکس میباشد. در توزیع FGO، سطح میانی پوسته کاملا از نانو لوله تشکیل شده و سطح خارجی و داخلی تنها از ماتریس تشکیل شده است. در توزیع نوع FGX نیز سطح میانی تنها حاوی ماتریس بوده و سطوح داخلی و خارجی کاملا حاوی نانو لوله میباشد. کسر حجمی توزیع نانو لوله کربنی در راستای ضخامت برای حالتهای مختلف به صورت روابط (4)-(8) ارائه می شود [30]:

$$UD: V_{cn} = V_{cn}^* \tag{4}$$

$$\mathbf{FGA:} V_{cn} = \left(\mathbf{1} - \frac{\mathbf{2}z}{h}\right) V_{cn}^* \tag{5}$$

FGV:
$$V_{cn} = \left(1 + \frac{\mathbf{z}z}{h}\right) V_{cn}^*$$
 (6)

$$\mathbf{FGO:} V_{cn} = \left(\mathbf{1} - \frac{\mathbf{2}|\mathbf{2}|}{h}\right) V_{cn}^* \tag{7}$$

$$\mathbf{FGX:} V_{cn} = \mathbf{2} \left(\frac{\mathbf{2}|\mathbf{z}|}{h} \right) V_{cn}^* \tag{8}$$

در روابط بالا
$$V_{cn}^*$$
 به صورت رابطه (9) بیان می شود:
 $W_{cn}^* = \frac{W_{cn}}{W_{cn} + \left(\frac{\rho^{cn}}{a^m}\right) - \left(\frac{\rho^{cn}}{a^m}\right) W_{cn}}$
(9)

که در رابطه (9)، w_{cn} کسر جرمی نانو لوله کربنی در کامپوزیت بوده و w_{cn} (9)، w_{cn} و ρ^{cn} و ρ^{cn} به ترتیب بیانگر چگالی ماده زمینه و نانو لوله می باشد. چگالی کلی نانو کامپوزیت نیز از رابطه (10) به دست میآید: $\rho = V_{cn}\rho^{cn} + V_m\rho^m$ (10)

همچنین ضریب انبساط حرارتی طولی و عرضی نانو کامپوزیت نیز مطابق روابط (11) و (12) ارائه می شود [24]:

$$\alpha_{11} = \frac{V_{cn}E_{11}^{cn}\alpha_{11}^{cn} + V_m E^m \alpha^m}{V_{cn}E_{11}^{cn} + V_m E^m}$$
(11)

$$\alpha_{22} = (1 + v_{12}^{cn})V_{cn}\alpha_{22}^{cn} + (1 + v^m)V_m\alpha^m - v_{12}\alpha_{11}$$
(12)

که در این روابط، α_{11}^{cn} ، α_{22}^{cn} و α_{22}^{cn} به ترتیب بیانگر ضریب انبساط حرارتی نانو لوله و ماتریس بوده و ν_{12}^{cn} و ν_{12}^{cn} نیز به ترتیب ضریب پؤاسون نانو لوله و ماتریس می باشند. همچنین ضریب پؤاسون نانو کامپوزیت نیز از رابطه (13) به دست میآید:

$$\nu_{12} = V_{cn} \nu_{12}^{cn} + V_m \nu^m \tag{13}$$

3- روابط حاكم

پوسته مخروطی ساخته شده از نانو کامپوزیتهای هدفمند را با شعاع کوچک R_1 ، شعاع بزرگ R_2 ، ضخامت h و طول L در نظر بگیرید که در شکل 1 نشان داده شده است. دستگاه مختصات (x,y,z) بر روی سطح میانی پوسته در نظر گرفته می شود که مختصه x در راستای محوری، مختصه y در راستای محیطی و به سمت راستای محیطی و به سمت

خارج پوسته می باشد. با توجه به دستگاه مختصات در نظر گرفته شده، تغییر مکان هر نقطه دلخواه از پوسته در راستای x, y و z را می توان بر اساس تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول به صورت (14) بیان کرد: $\begin{cases} U(x,y,z,t)\\V(x,y,z,t)\\W(x,y,z,t) \end{cases} = \begin{cases} u(x,y,t) + z\varphi_x(x,y,t)\\V(x,y,t) + z\varphi_y(x,y,t)\\W(x,y,z,t) \end{cases}$ (14) که در رابطه بالا u, v و w به ترتیب معرف تغییر مکان سطح میانی پوسته در راستای محوری، محیطی و عرضی بوده و φ_x و φ_y و χ نیز بیانگر دوران سطح عمود حول محور x و y می باشند. روابط کرنش-تغییر مکان $V_{cn} + V_m = 1$ محمی نانو لوله کربنی و ماتریس میباشند که از رابطه $1 = V_m + V_m$ پیروی می کنند. علاوه بر توزیع یکنواخت (UD)، چهار نوع توزیع هدفمند نیز در راستای خامت در نظر گرفته شده است که عبارتند از: FGX، FGV، FGA و FGX. در توزیع نوع FGA، سطح خارجی پوسته کاملاً از ماتریس تشکیل شده و

- 1- Extended rule of mixture
- 2- Adjacent equilibrium criteria
- 3- Single-walled carbon nanotube
- 4- Isotropic matrix
- 5- Efficiency parameters
- 6- Size effect

مهندسی مکانیک مدرس، دی 1394، دورہ 15، شما*ر*ہ 10

$$\begin{cases} N_{x} \\ N_{y} \\ N_{xy} \\ M_{x} \\ M_{y} \\ M_{xy} \\ M_{xy} \\ \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & \mathbf{0} & B_{11} & B_{12} & \mathbf{0} \\ A_{12} & A_{22} & \mathbf{0} & B_{12} & B_{22} & \mathbf{0} \\ B_{12} & A_{22} & \mathbf{0} & B_{12} & B_{22} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & A_{66} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & \mathbf{0} & D_{11} & D_{12} & \mathbf{0} \\ B_{12} & B_{22} & \mathbf{0} & D_{12} & D_{22} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & B_{66} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} N_{x} \\ N_{y} \\ N_{xy} \\ M_{x} \\ M_{y} \\ M_{xy} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} N_{x}^{T} \\ N_{y}^{T} \\ \mathbf{0} \\ M_{x}^{T} \\ M_{y}^{T} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix}$$
(20)

$$\begin{cases} Q_{yz} \\ Q_{xz} \end{cases} = k_s \begin{bmatrix} A_{44} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & A_{55} \end{bmatrix} \begin{cases} \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{cases}$$
 (21)

که در رابطه (21)،
$$k_s$$
 بیانگر ضریب اصلاح برشی¹ میباشد و مقدار آن
برابر k_s = 5/6 در نظر گرفته میشود [30]. همچنین ضرایب B_{ij} ، A_{ij} و
برابر طبق رابطه (22) خواهند بود:

$$(A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}) = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} Q_{ij}(\mathbf{1}, z, z^2) dz$$
(22)

منتجههای نیرو و ممان بواسطه بارگذاری حرارتی نیز به صورت رابطه (23) ارائه میشوند: h

$$\begin{cases} N_x^T \\ N_y^T \\ N_y^T \end{cases} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{\mu}{2}} \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{12} & Q_{22} \end{bmatrix} \begin{cases} \alpha_{11} \\ \alpha_{22} \end{cases} \Delta T \, dz \,,$$

$$\begin{cases} M_x^T \\ M_y^T \\ M_y^T \end{cases} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{12} & Q_{22} \end{bmatrix} \begin{cases} \alpha_{11} \\ \alpha_{22} \end{bmatrix} \Delta T z \, dz \,.$$
(23)

با توجه به روابط ارائه شده برای کرنشها، تنشها و منتجههای نیرو و با استفاده از اصل همیلتون، معادلات تعادل غیرخطی پوسته مخروطی به صورت روابط (24)-(28) بەدست مىآيد:

$$N_{x,x} + \frac{N_{xy,y}}{R(x)} + \frac{\sin(\beta)}{R(x)} (N_x - N_y) = 0, \qquad (24)$$

$$\frac{N_{yy,y}}{R(x)} + N_{xy,x} + \frac{2\sin(\beta)}{R(x)}N_{xy} + \frac{\cos(\beta)Q_{yz}}{R(x)} = 0,$$
 (25)

$$Q_{xz,x} + \frac{Q_{yz,y}}{R(x)} + \frac{\sin(\beta)}{R(x)} Q_{xz} - \frac{\cos(\beta) N_y}{R(x)} - \frac{1}{R(x)} \left(R(x) N_x w_{,x} + N_{xy} w_{,y} \right)_{,x} - \frac{1}{R(x)} \left(\frac{1}{R(x)} N_y w_{,y} + N_{xy} w_{,x} \right)_{,y} = \mathbf{0},$$
(26)

$$M_{x,x} + \frac{M_{xy,y}}{R(x)} + \frac{\sin(\beta)}{R(x)} (M_x - M_y) - Q_{xz} = 0, \qquad (27)$$

$$M_{xy,x} + \frac{M_{y,y}}{R(x)} + \frac{2\sin(\beta)}{R(x)}M_{xy} - Q_{yz} = 0.$$
 (28)

همچنین شرایط مرزی کلی نیز در دو انتهای پوسته به صورت رابطه (29) ارائه میشود:

$$N_{x}\delta u = N_{xy}\delta v = Q_{xz}\delta w = M_{x}\delta \varphi_{x} = M_{xy}\delta \varphi_{y} = 0$$
 (29)
Here is a solution of the end of

غيرخطى بر اساس تئورى دانل به صورت رابطه (15) تعريف مىشوند [30، :[31

$$\begin{cases} \varepsilon_{x} \\ \varepsilon_{y} \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix} = \begin{cases} \varepsilon_{x}^{0} \\ \varepsilon_{y}^{0} \\ \gamma_{xy}^{0} \end{pmatrix} + z \begin{cases} \chi_{x} \\ \chi_{y} \\ \chi_{xy} \end{cases},$$

$$\begin{cases} \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{cases} = \begin{cases} \varphi_{y} + \frac{w_{,y}}{R(x)} - \frac{\cos(\beta)}{R(x)} v \\ \varphi_{x} + w_{,x} \end{cases},$$

$$(15)$$

$$:= (16) = (16$$

در روابط (14) و (15)، ٤⁰ ۶⁰ و ۲⁰ به ترتیب معرف کرنش غشایی محوری، محیطی و برشی بوده و Xy ، Xx و Xxy نیز تغییرات انحنا میباشند. همچنین γ_{xz} و γ_{yz} نیز بیانگر کرنشهای برشی عرضی میباشند. با در نظر گرفتن بارگذاری حرارتی، رابطه تنش-کرنش بر اساس قانون هوک به صورت رابطه (17) بيان مىشود:

$$\begin{cases} \sigma_{x} \\ \sigma_{y} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \end{cases} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ Q_{12} & Q_{22} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & Q_{66} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & Q_{44} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & Q_{55} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \left\{ \begin{array}{c} \varepsilon_{x} \\ \varepsilon_{y} \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{pmatrix} - \left\{ \begin{array}{c} \alpha_{11} \\ \alpha_{22} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} \right\} \Delta T \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} \Delta T \end{pmatrix}$$
(17)

که ضرایب _{ij} به صورت (18) بیان میشوند:

$$Q_{11} = \frac{E_{11}}{1 - v_{12}v_{21}}, \quad Q_{22} = \frac{E_{22}}{1 - v_{12}v_{21}}, \quad Q_{12} = \frac{V_{21}E_{11}}{1 - v_{12}v_{21}}, \quad Q_{12} = \frac{v_{21}E_{11}}{1 - v_{12}v_{21}}, \quad Q_{66} = G_{12}, \quad Q_{44} = G_{23}, \quad Q_{55} = G_{13} \quad (18)$$

$$Q_{66} = G_{12}, \quad Q_{44} = G_{23}, \quad Q_{55} = G_{13} \quad (18)$$

$$Q_{66} = Q_{12}, \quad Q_{44} = (17), \quad A_{12} = A_{12} \quad A_{12} = A_{12} \quad A_{13} \quad A_{13} = A_{13} \quad A_{13} \quad A_{13} \quad A_{13} = A_{13} \quad A_{$$

$$(N_{i}, M_{i}) = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{i}(\mathbf{1}, z) dz , \quad (i = x, y, xy)$$
$$Q_{i} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{i} dz , \quad (i = xz, yz)$$
(19)



1- Shear correction factor

مهندسی مکانیک مدرس، دی 1394، دورہ 15، شمارہ 10

(16)

$$N_{y}^{0} = \mathbf{0}, N_{xy}^{0} = \mathbf{0}$$
(30)

حال با توجه به نیروهای پیش کمانش می توان معادلات پایداری را با استفاده از معیار تعادل همسایگی به دست آورد. بر اساس این معیار معادلات پایداری به صورت روابط (31)-(35) حاصل می شود:

$$N_{x,x}^{1} + \frac{N_{xy,y}^{1}}{R(x)} + \frac{\sin(\beta)}{R(x)} (N_{x}^{1} - N_{y}^{1}) = 0,$$
(31)

$$\frac{N_{yy,y}^{1}}{R(x)} + N_{xy,x}^{1} + \frac{2\sin(\beta)}{R(x)}N_{xy}^{1} + \frac{\cos(\beta)Q_{yz}^{1}}{R(x)} = 0,$$
(32)

$$Q_{xz,x}^{1} + \frac{Q_{yz,y}^{1}}{R(x)} + \frac{\sin(\beta)}{R(x)} Q_{xz}^{1} - \frac{\cos(\beta) N_{y}^{1}}{R(x)} + \frac{(A_{22}N_{x}^{T} - A_{12}N_{\theta}^{T})\sin(\beta) L}{R(x) A_{22} \ln\left(1 + \frac{L\sin(\beta)}{R_{1}}\right)} w_{xx}^{1} = 0$$
(33)

$$M_{x,x}^{1} + \frac{M_{xy,y}^{1}}{R(x)} + \frac{\sin(\beta)}{R(x)} (M_{x}^{1} - M_{y}^{1}) - Q_{xz}^{1} = 0, \qquad (34)$$

$$M_{xy,x}^{1} + \frac{M_{y,y}^{1}}{R(x)} + \frac{2\sin(\beta)}{R(x)}M_{xy}^{1} - Q_{yz}^{1} = 0.$$
(35)

در روابط بالا، بالانویس 1 بیانگر حالت پایداری میباشد. در واقع منتجههای ارائه شده با بالانویس 1 همان بخش خطی شده و نمو یافته منتجههای بیان شده در روابط (20) و (21) میباشند. حال با جایگذاری میدان جابجایی در روابط (31)-(35)، یک مسئله مقادیر ویژه حاصل می شود که با حل کردن آن دمای بحرانی کمانش به دست می آید.

در این تحقیق سه نوع شرط مرزی تکیه گاه ساده (**()**، تکیه گاه گیردار (**C)** و تکیه گاه آزاد (**F)** در دو انتهای پوسته در نظر گرفته می شود که شرایط هر یک به صورت (36) تا (38) ارائه می شود:

- تکيه گاه گيردار:
- $u = v = w = \varphi_x = \varphi_y = \mathbf{0}, \quad \mathbf{0} \le y \le \mathbf{2}\pi$ (36)
 - تکيه گاه ساده:

$$u = v = w = \varphi_y = 0, \ M_x = 0, \ 0 \le y \le 2\pi$$
 (37)

- تکيه گاه آزاد:
- $u = v = Q_{xz} = M_x = M_{xy} = 0 \quad 0 \le y \le 2\pi$ (38)

4- حل معادلات پایداری

جهت حل معادلات پایداری، مؤلفههای تغییر مکان در دو راستای محوری و محیطی به صورت عددی گسستهسازی میشوند. بدین منظور در راستای محوری از روش مربعات تفاضلی تعمیم یافته و در راستای محیطی از یک عملگر مشتق گیر متناوب استفاده خواهد شد. در واقع با توجه به اینکه تغییر مکانها در راستای محیطی در بازه **[0,2**π] متناوب میباشند، استفاده از این عملگر متناوب فرایند گسستهسازی معادلات را تسهیل کرده و دیگر نیازی به اعمال شرایط ساز گاری نخواهد بود. در ادامه مختصری از روش مربعات تفاضلی تعمیم یافته و عملگر مشتق گیر متناوب ارائه می گردد.

 ζ_{ij}^{r} در رابطه بالا n_{x} تعداد کل نقاط گرهای در راستای محیطی بوده و f_{ij}^{r} (40) معرف ضرایب وزنی میباشد. در صورتی که بردار ستونی F به صورت (40) تعریف شود: $F = [F_{j}] = [f(x_{j})] = [f(x_{1}), f(x_{2}), \dots, f(x_{n_{x}})]^{\mathrm{T}}$ (40) که در آن $(f(x_{j}))$ مقادیر گرهی تابع f(x) در نقطه $x = x_{j}$ باشد،

عملگر ماتریسی مشتق گیر بر اساس روش GDO و رابطه (39)، به صورت رابطه (41)، به صورت رابطه (41) تعریف می شود:

$$\frac{\partial^r}{\partial x^r} (F) = \overline{D}_x^r F = [\overline{D}_x^r]_{i,j} (F_j)$$
(41)

$$\overline{D}_x^r = \left[\overline{D}_x^r\right]_{i,j} = \varsigma_{ij}^r, \ i,j = 1: N_x$$

$$(42)$$

در رابطه (42)، بالا نویس
$$r$$
 بیانگر مرتبه مشتق بوده و ضرایب وزنی ζ_{ij}
به صورت رابطه (43) بیان میشوند [34]:

$$\varsigma_{ij}^{r} = \begin{cases} \frac{l_{x}}{\mathcal{L}(x_{i})}, & r = \mathbf{0} \\ \frac{\mathcal{L}(x_{i})}{(x_{i} - x_{j})\mathcal{L}(x_{j})}, & \{i \neq j, i, j = \mathbf{1}, \dots, n_{x} \\ r = \mathbf{1} \\ r \left[\varsigma_{ij}^{1}\varsigma_{ii}^{r-1} - \frac{\varsigma_{ij}^{r-1}}{x_{i} - x_{j}}\right], & \{i \neq j, i, j = \mathbf{1}, \dots, n_{x} \\ r = \mathbf{2}, \mathbf{3}, \dots, n_{x} - \mathbf{1} \\ -\sum_{j=1; j \neq i}^{n_{x}} \varsigma_{ij}^{r}, & \{i = j, i, j = \mathbf{1}, \dots, n_{x} \\ r = \mathbf{1}, \mathbf{2}, \dots, n_{x} - \mathbf{1} \end{cases}$$
(43)

در رابطه بالا I_x ماتریس همانی $n_x \times n_x$ بوده و $\mathcal{L}(x_i)$ نیز مطابق رابطه (44) بیان می شود:

$$\mathcal{L}(x_i) = \prod_{j=1; j \neq i}^{n_x} (x_i - x_j)$$
(44)

تحقیقات گذشته [31] نشان داده است که توزیع نقاط گرهی به صورت چبیشف-گاوس-لوباتو بیشترین همگرایی و پایداری را نتیجه میدهد. در نتیجه در این تحقیق نیز از این نوع توزیع نقاط گرهای استفاده می شود که به صورت رابطه (45) بیان می شود:

$$x_i = \frac{1}{2} \left(1 - \cos \frac{i - 1}{n_x - 1} \pi \right) L \tag{45}$$

4-2- عملگر مشتق گير متناوب

با توجه به متناوب بودن تغییر مکانها در راستای محیطی، استفاده از یک عملگر متناوب در این راستا موجب می شود تا شرایط تناوبی به طور ذاتی ارضا شده و دیگر نیازی به اعمال شرایط سازگاری در مرزهای راستای محیطی نباشد. در این روش، عملگر مشتق گیر با استفاده از مشتقات توابع متناوب سینک²، که همان توابع پایه در روش همپوشانی³ می باشند، به دست می آید. عملگرهای مشتق گیر ماتریسی مرتبه اول و دوم به صورت (46) می باشند [35، 36]:

[DOR: 20.1001.1.10275940.1394.15.10.32.6]

 $\overline{D}_{\nu}^{1} = [a_{i,i}], \qquad \overline{D}_{\nu}^{2} = [b_{i,i}].$ (46) که ضرایب $a_{i,j}$ و $b_{i,j}$ به صورت رابطه (47) و (48) بیان می گردند: $\begin{cases} a_{i,1} = \frac{(-1)^{i-1}}{2} \cot \frac{\pi(i-1)}{n_y} \\ a_{1,j} = \frac{(-1)^{n_y-j+1}}{2} \cot \frac{\pi(n_y-j+1)}{n_y} \end{cases} \quad i,j = 2, \dots, n_y \end{cases}$ (47) $(a_{i+1,j+1} = a_{i,j})$

2- Periodic Sinc Function3- Collocation Method

141

 4-1-روش مربعات تفاضلی تعمیم یافته

 بر اساس روش مربعات تفاضلی تعمیم یافته

 مراساس روش مربعات تفاضلی تعمیم یافته

 مورت مجموع خطی از حاصلضرب ضرایب وزنی¹ و مقادیر گرهای تابع به

 صورت مجموع خطی از حاصلضرب ضرایب وزنی¹ و مقادیر گرهای تابع به

 صورت مجموع خطی از حاصلضرب ضرایب وزنی¹ و مقادیر گرهای تابع به

 صورت رابطه (39) به دست میآید [34]:

 $\frac{\partial^r f(x)}{\partial x^r}\Big|_{x=x_i} = \sum_{j=1}^{n_x} \varsigma_{ij}^r f(x_j), \ i = 1,2,...,n_x$

1- Weighting coefficient

مهندسی مکانیک مدرس، دی 1394، دورہ 15، شما*ر*ہ 10

جلال ترابی و همکا*ر*ان

پوستههای مخروطی ساخته شده از نانو کامپوزیتهای هدفمند ارائه می شود. بدین منظور در ابتدا خواص مکانیکی مؤثر نانو کامپوزیت بیان می گردد. ماده پلی متیل متاکریلیت² (PMMA) به عنوان ماتریس انتخاب می شود که مدول یانگ، چگالی و ضریب پؤاسون آن عبارت است از [24]:

همچنین نانو لولههای کربنی تک لایه نوع آرمچیر³ (10، 10) به عنوان تقویت کننده کامپوزیت در نظر گرفته شده است که با در نظر گرفتن ضخامت موثر h = 0.067 nm برای نانو لوله، خواص آن به صورت زیر میباشد [24]:

 $\begin{array}{ll} E_{11}^{cn} = {\rm 5.6466\ TPa}\,, & E_{22}^{cn} = {\rm 7.0800\ TPa}\,, \\ {\rm G}_{12}^{cn} = {\rm 1.9445\ TPa}\,, & \nu_{12}^{cn} = {\rm 0.175}\,, \\ \rho^{cn} = {\rm 1400\ kg/m^3} \end{array}$

 E^m = 2.5 GPa , ρ^m = 1150 kg/m³ , ν^m = 0.34

ضرایب پارامتر کارایی نانو کامپوزیتها از طریق مطابقت نتایج حاصل از قانون ترکیب تعمیم یافته و روش دینامیک مولکولی محاسبه می گردد. در اینجا ضرایب $\eta_1 \eta_2 \eta_1$ و $\eta_3 \eta_1$ برای سه مقدار مختلف کسر حجمی نانو لولهها، به صورت زیر ارائه می شود [24]:

 $V_{cn}^* = 0.12: \quad \eta_1 = 0.137, \eta_2 = 1.022, \eta_3 = 0.715$ $V_{cn}^* = 0.17 \quad \eta_1 = 0.142, \eta_2 = 1.626, \eta_3 = 1.138$ $V_{cn}^* = 0.28 \quad \eta_1 = 0.141, \eta_2 = 1.585, \eta_3 = 1.109$

همچنین لازم به ذکر است که توزیع درجه حرارت در راستای ضخامت پوسته به صورت یکنواخت در نظر گرفته شده است. شرایط مرزی متفاوتی در دو انتهای پوسته لحاظ شده است که به طور مثال شرایط مرزی CS بیان میدارد که انتهای موجود در $\mathbf{0} = x$ دارای تکیه گاه گیردار بوده و لبه دیگر پوسته در L = x را تکیه گاه ساده در بر می گیرد.

5-1- اعتبار سنجى نتايج

در این بخش نتایج حاصل از این پژوهش با نتایج موجود در سایر مقالات اعتبار سنجی می گردد. از این رو، نتایج حاصل برای کمانش حرارتی پوسته استوانهای ساخته شده از نانو کامپوزیتهای هدفمند با نتایج ارائه شده توسط شن و ژیانگ [24] در جدول 1 مقایسه شده است. لازم به ذکر است در صورتی که زاویه راس مخروط نزدیک به صفر قرار داده شود، می توان نتایج را برای پوستههای استوانهای به دست آورد. همچنین با توجه به اینکه نتایج در مرجع [24] با فرض وابستگی خواص ماده به دما ارائه شده است، در تحقیق حاضر نیز به منظور ارائه نتایج در جدول 1 خواص نانو لولههای کربنی در

جدول 1 مقایسه دمای بحرانی کمانش برای پوسته استوانهای نانو کامپوزیت هدفمند $L = \sqrt{100R_1 h}$ ، h = 1 mm

مرجع [24]	نتايج حاضر		V_{cn}^*
376/55	378/64	UD	0/12
374/64	377/53	FGA	
366/12	369/47	FGO	
388/56	389/53	FGX	
383/90	389/02	UD	0/17
373/90	380/06	FGO	
383/01	388/48	FGA	
397/21	401/21	FGX	
367/41	367/94	UD	0/28
359/99	359/64	FGO	
366/35	369/73	FGA	
382/83	382/19	FGX	

$$\begin{cases} b_{11} = -\frac{n_y^2}{12} - \frac{1}{6} \\ b_{i,1} = \frac{(-1)^{i-2}}{2\sin^2 \frac{\pi(i-1)}{n_y}} \\ b_{1,j} = \frac{(-1)^{n_y-j}}{2\sin^2 \frac{\pi(n_y-j+1)}{n_y}} \\ b_{1,j+1} = b_{i,j} \end{cases} \quad (48)$$

4-3- گسستەسازى معادلات حركت

با توجه به عملگرهای مشتق گیر که در بخشهای 4-1 و 4-2 ارائه گردید، در این بخش معادلات پایداری گسستهسازی میشوند. بدین منظور مقادیر متغییرهای تغییر مکان در نقط گرهای به صورت رابطه (49) در نظر گرفته میشوند:

$$U^{T} = \begin{bmatrix} U_{11}, U_{12}, \dots, U_{N_{x}N_{y}} \end{bmatrix},$$

$$V^{T} = \begin{bmatrix} V_{11}, V_{12}, \dots, V_{N_{x}N_{y}} \end{bmatrix},$$

$$W^{T} = \begin{bmatrix} W_{11}, W_{12}, \dots, W_{N_{x}N_{y}} \end{bmatrix},$$

$$\Phi_{x}^{T} = \begin{bmatrix} \Phi_{x_{11}}, \Phi_{x_{12}}, \dots, \Phi_{x_{N_{x}N_{y}}} \end{bmatrix},$$

$$\Phi_{y}^{T} = \begin{bmatrix} \Phi_{y_{11}}, \Phi_{y_{12}}, \dots, \Phi_{y_{N_{x}N_{y}}} \end{bmatrix},$$
(49)

با توجه به اینکه مقادیر گرهی متغییرهای مکان در دو راستای محوری و محیطی در نظر گرفته شدهاند، به منظور گسسته سازی معادلات پایداری، عملگرهای مشتق گیر ماتریسی به صورت رابطه (50) ارائه می گردند: $\overline{D}r = I = \overline{D}r$

$$\begin{cases} D_x^r = I_y \otimes D_x^r \\ D_y^r = \overline{D}_y^r \otimes I_x & (r = 1, 2) \\ D^0 = I_y \otimes I_x & (50) \end{cases}$$

در رابطه بالا، I_y ماتریس همانی $n_y \times n_y$ میباشد. همچنین \otimes بیانگر ضرب کرونکر¹ میباشد [35]. با توجه به رابطه (49) و (50)، معادلات پایداری پوسته مخروطی که در روابط (31)-(35) بیان شدهاند، به صورت روابط (51)- (55) گسستهسازی میشوند:

- $L_{11}U + L_{12}V + L_{13}W + L_{14}\Phi_x + L_{15}\Phi_y = \mathbf{0},$ $L_{21}U + L_{22}V + L_{23}W + L_{24}\Phi_x + L_{25}\Phi_y = \mathbf{0},$ (52)
- $L_{31}U + L_{32}V + L_{33}W + L_{34}\Phi_x + L_{35}\Phi_y = 0,$ (53)
- $L_{41}U + L_{42}V + L_{43}W + L_{44}\Phi_x + L_{45}\Phi_y = \mathbf{0},$ (54)
- $L_{51}U + L_{52}V + L_{53}W + L_{54}\Phi_x + L_{55}\Phi_y = 0.$ (55)

که ضرایب (i,j = 1,2,...,5 شامل عملگرهای مشتق گیر عددی L_{ij} (i,j = 1,2,...,5) میباشد که در پیوست ارائه شده است. میتوان روابط (51)-(55) را به فرم ماتریسی زیر نوشت:

2- Poly methyl methacrylate3- Armchair

مهندسی مکانیک مدرس، دی 1394، دورہ 15، شمارہ 10

$(K - K_g)X = 0, \qquad X^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} U^{\mathrm{T}}, V^{\mathrm{T}}, W^{\mathrm{T}}, \Phi_x^{\mathrm{T}}, \Phi_y^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}$	(56)
در رابطه بالا K و K_g به ترتیب ماتریس سفتی و ماتریس سفتی	که
میباشند. با گسستهسازی شرایط مرزی و جایگذاری آنها در	ھندسی
ای سفتی و حل مسئله مقادیر ویژه به دست آمده، اختلاف دمای	ماتريسھ
مانش به دست میآید.	بحرانی ک
ر و نتایج عددی	5- بحث
بخش نتایج عددی متفاوتی به منظور بررسی کمانش حرارتی	۔ در این

1- Kronecker product

دمای K **400** در نظر گرفته شده است. همچنین دمای اولیه سازه نیز **300** فرض شده است. شرایط مرزی مسئله در دو انتها تکیه گاه ساده بوده و توزیع درجه حرارت نیز در راستای ضخامت به صورت یکنواخت در نظر گرفته شده است.

در جدول 2 نیز اختلاف دمای بحرانی کمانش پوستههای مخروطی ساخته شده از مواد هدفمند با نتایج ارائه شده توسط اکبری و همکارانش [33] مقایسه شده است. نتایج برای شرایط مرزی و پروفایلهای متفاوت ماده هدفمند ارائه شده است. فرض شده است که ماده هدفمند از ترکیب فولاد (SUS**304**) و سیلیکون نیترید (Si₃N₄) تشکیل شده است که خواص آن در مرجع [33] بیان گردیده است. همانطور که ملاحظه می شود، مطابقت قابل قبولی در نتایج وجود دارد.

5-2- تأثير عوامل مختلف بر دماى بحراني كمانش

در این بخش نتایج عددی متفاوتی جهت بررسی تاثیر عوامل مختلف بر رفتار کمانشی پوسته مخروطی ساخته شده از نانو کامپوزیتهای هدفمند تحت بارگذاری حرارتی ارائه شده است. تغییرات اختلاف دمای بحرانی کمانش پوسته مخروطی نانو کامپوزیتی به ازای مقادیر مختلف زاویه راس مخروط در جدول 3 ارائه شده است. سه مقدار متفاوت کسر حجمی برای نانو لوله در نظر گرفته شده است و علاوه بر توزیع یکنواخت در راستای ضخامت، چهار نوع توزیع هدفمند لحاظ شده است تا علاوه بر تأثیر زاویه راس مخروط، اثرات

جدول 2 مقایسه دمای بحرانی کمانش برای پوسته مخروطی ساخته شده از مواد $\frac{L}{2}$ مقایسه دمای بحرانی کمانش برای پوسته مخروطی ساخته شده از مواد ($\beta = 15^{\circ}$ $\frac{L}{2} = 300$

(p - 1) (h - 300) (h - 30) (h -						
k = 1		k = .5		k = 0		te l n
مرجع	نتايج	مرجع	نتايج	مرجع	نتايج	سرايط
[33]	حاضر	[33]	حاضر	[33]	حاضر	مررى
150/1	152/2	168/3	170/5	228/7	232/3	CC
149/8	149/8	168/0	167/9	228/2	228/7	SC
149/8	149/7	167/9	167/8	228/1	228/5	CS
149/4	149/1	167/4	167/3	227/9	227/2	SS
79/8	76/2	88/1	84/9	114/1	113/7	SF

جدول 3 تغییرات اختلاف دمای بحرانی کمانش پوسته مخروطی ساخته شده از نانو کامپوزیتهای هدفمند به ازای مقادیر متفاوت زاویه راس مخروط، کسر حجمی و نوع توزیع نانو لوله کرینی **(40 = ¹⁴ 2 = ¹ - 3)**

	$R_{1} = R_{1}$	ب بی (¹ - ۱			
β°					17*
60	45	30	15		V_{cn}
77/10	103/59	134/22	171/06	UD	0/12
74/74	101/31	131/82	168/73	FGA	
75/36	102/71	134/26	172/18	FGV	
5 9 /50	86/18	116/66	153/05	FGO	
96/61	123/77	155/46	194/21	FGX	
84/65	115/74	151/65	194/87	UD	0/17
82/66	114/08	150/02	193/33	FGA	
82/71	114/73	151/63	196/01	FGV	
66/03	97/18	132/49	174/21	FGO	
105/76	138/01	175/78	222/42	FGX	
70/34	92/05	117/15	147/26	UD	0/28
69/68	92/93	119/62	151/72	FGA	
68/35	91/08	117/26	148/55	FGV	
51/55	73/81	98/83	127/46	FGO	
93/09	116/94	145/14	180/85	FGX	

ترکیب ماده نانو کامپوزیت نیز بر رفتار سازه مورد ارزیابی قرار گیرد. شرایط مرزی پوسته در دو انتها به صورت تکیه گاه ساده در نظر گرفته شده است.

نتایج جدول 3 نشان میدهد که افزایش زاویه راس مخروط پایداری سازه را کاهش داده و اختلاف دمای بحرانی کمانش کاهش مییابد. از طرفی مشاهده میشود که میزان کسر حجمی و نوع توزیع نانو لولههای کربنی تأثیر بهسزایی در رفتار کمانشی پوسته مخروطی دارد. بر خلاف انتظار، افزایش کسر حجمی نانو لوله کربنی موجب روند افزایشی یکنواختی در اختلاف دمای بحرانی کمانش نشده بهطوریکه پوسته با کسر حجمی **71.0** = V_{cn}^* و **72.8 FO 52.7** به ترتیب بیشترین و کمترین پایداری حرارتی را دارا میباشند. از طرف دیگر توزیع نانو لولههای کربنی در راستای ضخامت از نوع **FGX** منجر به ایجاد بیشترین دمای بحرانی کمانش در سازه میشود حال آنکه پوسته با توزیع نوع **FGO** کمترین مقاومت کمانشی را دارد.

تأثیر شرایط مرزی بر رفتار کمانشی پوسته مخروطی نانو کامپوزیتی هدفمند تحت بارگذاری حرارتی به ازای مقادیر مختلف کسر حجمی و دو نوع توزیع نانو لوله کربنی در جدول 4 بررسی شده است. همانطور که مشاهده میشود، انتخاب شرایط مرزی منعطفتر در دو انتهای سازه، پایداری پوسته را کاهش داده و منجر به نزول دمای بحرانی کمانش میشود. همچنین استنباط میگردد که با در نظر گرفتن شرایط مرزی انعطاف پذیرتر، تاثیر نوع توزیع هدفمند نانو لولههای کربنی در راستای ضخامت بر دمای بحرانی کمانش کاهش مییابد.

تغییرات اختلاف دمای بحرانی کمانش پوسته مخروطی ساخته شده از نانو کامپوزیتهای هدفمند بر حسب نسبت طول به شعاع به ازای شرایط مرزی متفاوت و دو مقدار مختلف زاویه راس مخروط در شکل 2 نشان داده شده است. مشاهده میشود که با افزایش نسبت طول به شعاع پایداری حرارتی سازه کاهش مییابد. همچنین با افزایش نسبت طول به شعاع تأثیر شرایط مرزی پوسته بر دمای بحرانی کمانش نیز کاهش مییابد. البته قابل ذکر است که با کوتاه شدن طول پوسته، اثرات خمش در ناحیه پیش کمانش قابل ملاحظه میشود و دیگر حل غشایی جهت محاسبه نیروهای پیش کمانش مناسب نیست. به همین منظور نتایج برای نسبت طول به شعاعهای بزرگتر از یک ارائه شده است.

تغییرات اختلاف دمای بحرانی کمانش پوسته مخروطی ساخته شده از نانو کامپوزیتهای هدفمند بر حسب نسبت شعاع به ضخامت به ازای انواع متفاوت توزیع هدفمند نانو لولههای کربنی و مقادیر مختلف کسر حجمی نانو لوله در شکل 3 ارائه شده است. شرایط مرزی پوسته در دو انتها گیردار فرض شده است. نتایج نشان می هد که با افزایش نسبت شعاع به ضخامت، اختلاف

جدول 4 تاثیر شرایط مرزی بر اختلاف دمای بحرانی کمانش پوسته مخروطی $\frac{1}{R}$ عنه از نانو کامپوزیتهای هدفمند ($\beta = 30^{\circ}, \frac{L}{R_{1}} = 3, \frac{R}{R} = 40$

V_{cn}^*						t. t. A
0/28		0/17		0/12		سرايط
FGX	UD	FGX	UD	FGX	UD	مرزى
272/2	204/2	304/0	236/5	282/0	218/8	CC
191/2	148/9	221/9	182/3	201/6	164/8	SC
186/4	143/6	214/8	174/8	195/3	158/4	CS
145/1	117/2	175/8	151/6	155/5	134/2	SS
149/4	114/9	171/3	137/6	156/7	125/6	FC
124/0	98/8	147/7	124/3	132/1	111/3	FS
147/8	114/4	170/0	137/1	155/7	125/1	CF
121/8	97/0	145/1	122/3	129/9	109/4	SF

مهندسی مکانیک مدرس، دی 1394، دورہ 15، شمارہ 10

دمای بحرانی کمانش کاهش مییابد. همچنین استنباط می گردد که با افزایش نسبت شعاع به ضخامت، تأثیر نوع توزیع هدفمند نانو لوله کربنی بر پایداری حرارتی سازه نانو کامپوزیتی کاهش مییابد. از طرف دیگر، بیشترین تاثیر نوع توزیع هدفمند نانو لوله بر دمای بحرانی کمانش به ازای کسر حجمی $V_{cn}^* = 0.17$ میباشد.

شکل 4 تغییرات اختلاف دمای بحرانی کمانش پوسته مخروطی ساخته شده از نانو کامپوزیتهای هدفمند را بر حسب تغییرات زاویه راس مخروط نشان میدهد. نتایج برای سه مقدار مختلف کسر حجمی و چهار نوع توزیع نانو لولههای کربنی در راستای ضخامت ارائه شده است. همچنین شرایط مرزی تکیه گاه ساده در لبههای پوسته در نظر گرفته شده است.

شش شکل مود اول کمانش حرارتی پوسته مخروطی ساخته شده از نانو کامپوزیتهای هدفمند در شکل 5 نمایش داده شده است. کسر حجمی نانو لوله $V_{cn}^* = 0.28$ و توزیع هدفمند نوع FGX برای پوسته در نظر گرفته شده است. همچنین شرایط مرزی پوسته در دو انتها تکیهگاه ساده فرض شده است. به علاوه، تأثیر شرایط مرزی بر دمای بحرانی کمانش و شکل مود مرتبط با آن در شکل 6 نشان داده شده است. همان طور که مشاهده می شود افزایش تغییر مکان در لبه های دارای تکیه گاه آزاد موجب کاهش دمای بحرانی کمانش می شود.

6- نتیجه گیری

تحلیل کمانش حرارتی پوستههای مخروطی ساخته شده از نانو کامپوزیتهای هدفمند ارائه گردید. خواص مکانیکی مؤثر مواد نانو کامپوزیت با استفاده از قانون ترکیب تعمیم داده شده بیان گردید. روابط حاکم با استفاده از تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول و تئوری پوسته دانل ارائه گردید. با استفاده از روش مربعات تفاضلی تعمیم یافته و عملگر مشتق گیر متناوب به ترتیب در راستای محوری و محیطی، معادلات پایداری به صورت عددی گسسته سازی شد و با حل مسئله مقادیر ویژه اختلاف دمای بحرانی کمانش محاسبه گردید.





شکل 3 تغییرات اختلاف دمای بحرانی کمانش پوسته مخروطی ساخته شده از نانو کامپوزیتهای هدفمند بر حسب نسبت شعاع به ضخامت به ازای انواع متفاوت توزیع هدفمند و مقادیر مختلف کسر حجمی نانو لوله (**2** = $\frac{L}{R_1}$ **30**° = β , **32**)



شکل 4 تغییرات اختلاف دمای بحرانی کمانش پوسته مخروطی ساخته شده از نانو کامپوزیتهای هدفمند بر حسب تغیرات زاویه راس مخروط به ازای انواع متفاوت توزیع هدفمند و مقادیر مختلف کسر حجمی نانو لوله (2 =
$$\frac{L}{R_1}$$
, 40 = $\frac{R_1}{R}$, 33)

مهندسی مکانیک مدرس، دی 1394، دورہ 15، شمارہ 10



شکل 5 شش شکل مود اول کمانش حرارتی پوسته مخروطی ساخته شده از نانو (SS ،FGX ، $V_{cn}^* = 0.28$ ، $\beta = 30^\circ$ ، $\frac{L}{R_1} = 2$ ، $\frac{R_1}{R} = 20$





ارائه نتایج عددی تأثیر پارامترهای مرتبط بر رفتار کمانشی پوسته مخروطی نانو کامپوزیتی مورد ارزیابی قرار گرفت. خلاصهای از دستاوردهای این تحقیق

پوسته مخروطی ساخته شده از مواد نانو کامپوزیتی هدفمند می شود.

- 3. شرایط مرزی تأثیر قابل توجهی بر رفتار کمانشی پوسته مخروطی تحت بارگذاری حرارتی دارد، به طوری که در نظر گرفتن تکیه گاههای انعطاف پذیرتر پایداری سازه را کاهش میدهد. از طرفی با افزایش نسبت طول به شعاع سازه وابستگی دمای بحرانی کمانش به شرایط مرزی کاهش می-یابد.
- 4. نتایج نشان داد که با افزایش نسبت شعاع به ضخامت پوسته مخروطی، تأثیر نوع توزیع نانو لولههای کربنی بر اختلاف دمای بحرانی کمانش کاهش مییابد.

7- پیوست (الف) ضرایب L_{ij} به صورت روابط (الف -1) تا (الف -27) ارائه می شود: $L_{11} = A_{11}D_x^2 + A_{11}\sin(\beta)\overline{R}D_x^1 + A_{66}\overline{\overline{R}}D_y^2$ $-A_{22}\sin^2(\beta)\overline{\overline{R}}D^0$ (الف -1) $L_{12} = -(A_{22} + A_{66})\sin(\beta)\overline{\overline{R}}D_y^1$

+(
$$A_{12}$$
 + A_{66}) $\bar{R}D_x^1 D_y^1$ (2-1)

$$L_{13} = A_{12} \cos(\beta) \overline{R} D_x^1 - A_{22} \sin(\beta) \cos(\beta) \overline{R} D^0 \qquad (3-1)$$

$$-B_{22}\sin^2(\beta)\bar{R}D^0$$

$$(4-i)$$

$$L_{15} = -(B_{22} + B_{66})\sin(\beta)RD_y^1 + (B_{12} + B_{66})\bar{R}D_x^1D_y^1$$
(5-
(5-
(5-
(5-
(5-))

$$L_{21} = (A_{12} + A_{66})\bar{R}D_x^1 D_y^1 + (A_{12} + A_{12})\sin(R)\bar{\bar{R}}D^1 \quad (6-i)$$

$$+ (A_{22} + A_{66}) \sin(\beta) R D_y^1 \qquad (0^{-1})^2$$

$$I_{22} = A_{22} D^2 + A_{23} \sin(\beta) \bar{R} D^1$$

$$-A_{66}\sin^{2}(\beta)\bar{\bar{R}}D^{0} - k_{s}A_{44}\cos^{2}(\beta)\bar{\bar{R}}D^{0}$$
(7-1)

$$L_{23} = (A_{22} + k_s A_{44}) \sin(\beta) \bar{\bar{R}} D_y^1$$
 (8-(16))

$$L_{24} = (B_{22} + B_{66})\sin(\beta)\bar{R}D_y^1 + (B_{12} + B_{14})\bar{R}D^1D^1 \quad (9-1)$$

$$T (B_{12} + B_{66}) R D_x D_y \qquad (7 \sim 1)$$

$$L_{25} = B_{66} D_x^2 + B_{22} \overline{R} D_y^2 + B_{66} \sin(\beta) R D_x^1$$

$$-B_{66}\sin^2(\beta) \ \overline{\bar{R}}D^{0} + k_s A_{44}\cos(\beta) \overline{R}D^0$$
 (10- الف

$$L_{31} = -A_{12}\cos(\beta)\bar{R}D_x^1 - A_{22}\cos(\beta)\sin(\beta)\bar{R}D^0 \qquad (11-1)$$

$$L_{32} = (A_{22} + k_s A_{44}) \cos(\beta) \bar{\bar{R}} D_y^1$$
(12-1)

$$L_{33} = k_{s}A_{55}D_{x}^{2} + k_{s}A_{55}\sin(\beta) RD_{x}^{1} +k_{s}A_{44}\bar{R}D_{y}^{2} - A_{22}\cos^{2}(\beta)\bar{R}D^{0} + \frac{(A_{22}N_{x}^{T} - A_{12}N_{\theta}^{T})\sin(\beta) L}{A_{22}\ln\left(1 + \frac{L\sin(\beta)}{R_{1}}\right)}\bar{R}D_{x}^{2}$$
(13-iu))

$$L_{34} = \kappa_s A_{55} D_x^{1} - B_{12} \cos(\beta) R D_x^{1} + (k_s A_{55} \sin(\beta) \bar{R} - B_{22} \sin(\beta) \cos(\beta) \bar{R}) D^0 \qquad (14-16)$$

$$L_{35} = (k_s A_{44} \bar{R} - B_{22} \cos(\beta) \bar{\bar{R}}) D_{y}^{1}$$
(15-

 $L_{41} = B_{11}D_x^2 + B_{11}\sin(\beta) \bar{R}D_x^1 + B_{66}\bar{\bar{R}}D_y^2$ $-B_{22}\sin^2(\beta) \bar{\bar{R}}D^0$ (16-i) $L_{42} = -(B_{22} + B_{66})\sin(\beta) \bar{\bar{R}}D^0$ $+(B_{12} + B_{66})\bar{R}D_x^1D_y^1$ (17-i) $L_{43} = -k_sA_{55}D_x^1 + B_{12}\cos(\beta) \bar{R}D_x^1$ $-B_{22}\sin(\beta)\cos(\beta) \bar{\bar{R}}D^0$ (18-i) $L_{44} = [D_{11}D_x^2 + D_{11}\sin(\beta) \bar{R}D_x^1 + D_{66}\bar{\bar{R}}D_y^2$ $-D_{22}\sin^2(\beta) \bar{\bar{R}}D^0 - k_sA_{55}D^0$ (19-i) $L_{45} = (D_{12} + D_{66})\bar{R}D_x^1D_y^1 - D_{22}\sin(\beta) \bar{\bar{R}}D_y^2$ $-D_{66}\sin(\beta) \bar{\bar{R}}D_y^2$ (20-i)

در ادامه ارائه می شود: 1. مقادیر کسر حجمی و نوع توزیع هدفمند نانو لوله های کربنی (در راستای ضخامت پوسته مخروطی تأثیر به سزایی در اختلاف دمای بحرانی کمانش دارد. افزایش کسر حجمی نانو لوله لزوما منجر به افزایش پایداری سازه نمی شود و توزیع هدفمند نوع FGX بیشترین دمای بحرانی کمانش را نتیجه می دهد. 2. افزایش زاویه راس مخروط، نسبت طول به شعاع و نسبت شعاع به ضخامت باعث کاهش اختلاف دمای بحرانی کمانش (

مهندسی مکانیک مدرس، دی 1394، دوره 15، شماره 10

- [13] R. Ansari, E. Hasrati, M. F. Shojaei, R. Gholami, A. Shahabodini, Forced vibration analysis of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite plates using a numerical strategy, Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures, Vol. 69, pp. 294-305, 2015.
- [14] B.S. Aragh, A.H. Nasrollah Barati, H. Hedayati, Eshelby-Mori-Tanaka approach for vibrational behavior of continuously graded carbon nanotube-reinforced cylindrical panels, Compos B Eng., Vol. 43, pp. 1943–1954, 2012.
- [15] M.H. Yas, A. Pourasghar, S. Kamarian, M. Heshmatian, Three-dimensional free vibrationanalysis of functionally graded nanocomposite cylindrical panels reinforced by carbon nanotube, Material Design, Vol. 49, pp. 583-590, 2013.
- [16] S.J. Mehrabadi, B. Sobhani Aragh, Stress analysis of functionally graded open cylindrical shell reinforced by agglomerated carbon nanotubes, Thin Wall Structures., Vol. 80, pp. 130-141, 2014.
- [17] Alibeigloo, Free vibration analysis of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite cylindrical panel embedded in piezoelectric layers by using theory of elasticity, European Journal of Mechanics A/Solid, Vol. 44, pp. 104-15, 2014.
- [18] H.S. Shen, Y. Xiang, Nonlinear vibration of nanotube-reinforced composite cylindrical panels resting on elastic foundations in thermal environments, Composite Structures., Vol. 111, pp. 291-300, 2014.
- [19] Z.X. Lei, K.M. Liew, J.L. Yu, Free Vibration Analysis of Functionally Graded Carbon Nanotube-Reinforced Composite Cylindrical Panels, International Journal of Material Science, Vol. 1, pp. 36-40, 2013.
- [20] K. M. Liew, Z. X. Lei, J. L. Yu, L. W. Zhang, Postbuckling of carbon nanotube-reinforced functionally graded cylindrical panels under axial compression using a meshless approach, Computer Methods in Applied Mech., Vol. 268, pp. 1-17, 2014.
- [21] H. S. Shen, Y. Xiang, Thermal postbuckling of nanotube-reinforced composite cylindrical panels resting on elastic foundations, Composite Structures, Vol. 123, pp. 383-392, 2015.
- [22] R. Moradi-Dastjerdi, M. Foroutan, A. Pourasghar, Dynamic analysis of functionally graded nanocomposite cylinders reinforced by carbon nanotube by a mesh-free method, Material Design, Vol. 44, pp. 256-266, 2013.
- [23] S.M. Hosseini, Application of a hybrid mesh-free method based on generalized finite difference (GFD) method for natural frequency analysis of functionally graded nanocomposite cylinders reinforced by carbon nanotubes. CMES-Computer Modeling Engineering Science., Vol. 95, pp. 1-29, 2013.
- [24] H.S. Shen, Thermal buckling and postbuckling behavior of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite cylindrical shells. Composite Part B Engineering, Vol. 43, pp. 1030-1038, 2012.
- [25] H.S. Shen, Torsional postbuckling of nanotube-reinforced composite cylindrical shells in thermal environments. Composite Structures., Vol. 116, pp. 477-488, 2014.
- [26] H.S. Shen, Y. Xiang, Nonlinear vibration of nanotube-reinforced composite cylindrical shells in thermal environments, Computer Methods in Applied Mechanics, Vol. 213, pp. 196–205, 2012.
- [27] H.S. Shen, Y. Xiang, Postbuckling of nanotube-reinforced composite cylindrical shells under combined axial and radial mechanical loads in thermal environment, Composite Part B Engineering, Vol. 52, pp. 311-322, 2013.
- [28] M. Rabani Bidgoli, M. Saeed Karimi, A. Ghorbanpour Arani, Nonlinear vibration and instability analysis of functionally graded-CNT-reinforced cylindrical shells conveying viscous fluid resting on orthotropic Pasternak medium, Mechanics of Advanced Materials and Structures, (just-accepted), 2015.
- [29] Y. Heydarpour, M. M. Aghdam, P. Malekzadeh, Free vibration analysis of rotating functionally graded carbon nanotube-reinforced composite truncated conical shells, Composite Structures, Vol. 117, pp. 187-200, 2014.
- [30] J. E. Jam, Y. Kiani, Buckling of pressurized functionally graded carbon nanotube reinforced conical shells, Composite Structures, Vol. 125, pp. 586-595, 2015.
- [31] F. Tornabene, E.Viola, D.J. Inman, 2-D differential quadrature solution for vibration analysis of functionally graded conical, cylindrical shell and annular plate structures, Journal of Sound and Vibration, Vol. 328, pp. 259-290, 2009.
- [32] J. Torabi, Y. Kiani, M. R. Eslami, Linear thermal buckling analysis of truncated hybrid FGM conical shells, Composites Part B: Engineering, Vol

$$L_{51} = -(B_{22} + B_{66}) \sin(\beta) \bar{\bar{R}} D^0 + (B_{12} + B_{66}) \bar{R} D^1_x D^1_y$$
(21-
(21-))

$$L_{52} = B_{66}D_x^2 + B_{66}\sin(\beta)\bar{R}D_x^1 + B_{22}\bar{R}D_y^2 -B_{66}\sin^2(\beta)\bar{R}D^0 + k_s A_{44}\cos(\beta)\bar{R}D^0$$
(22-i))

$$L_{53} = -(k_s A_{44} \bar{R} - B_{22} \bar{\bar{R}}) D_y^1$$
(23- (1))

$$L_{54} = (D_{12} + D_{66})\bar{R}D_x^1 D_y^1 + D_{22}\sin(\beta)\bar{R}D_y^2 + D_{66}\sin(\beta)\bar{R}D_y^2$$
(24-
(24-))

$$L_{55} = D_{66}D_x^2 + D_{66}\sin(\beta)\bar{R}D_x^1 + D_{22}\bar{R}D_y^2 -D_{66}\sin^2(\beta)\bar{\bar{R}}D^0 - k_s A_{44}D^0$$
(25-
(25-))

که در روابط بالا

$$\bar{R} = \left(\mathbf{I}_{\theta} \otimes \operatorname{diag} \left(\begin{bmatrix} \frac{1}{R_{1} + \sin(\beta)x_{1}} \\ \frac{1}{R_{1} + \sin(\beta)x_{2}} \\ \vdots \\ \frac{1}{R_{1} + \sin(\beta)x_{n_{x}}} \end{bmatrix} \right) \right), \qquad (26-i)$$

$$\bar{R} = \left(\mathbf{I}_{\theta} \otimes \operatorname{diag} \left(\begin{bmatrix} \frac{1}{(R_{1} + \sin(\beta)x_{1})^{2}} \\ \frac{1}{(R_{1} + \sin(\beta)x_{2})^{2}} \\ \vdots \\ \frac{1}{(R_{1} + \sin(\beta)x_{n_{x}})^{2}} \end{bmatrix} \right) \right). \qquad (27-i)$$

- [1] H.S. Shen, Nonlinear bending of functionally graded carbon nanotubereinforced composite plates in thermal environments, Composite Structures, Vol. 91, pp. 9-19, 2009.
- [2] L.L. Ke, J. Yang, S. Kitipornchai, Dynamic stability of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite beams, Mechanics of Advanced Materials and Structures, Vol. 20, pp. 28-37, 2013.
- [3] M.H. Yas, N. Samadi, Free vibrations and buckling analysis of carbon nanotube-reinforced composite Timoshenko beams on elastic foundation, International Journal of Pressure Vessels and Piping, Vol. 98, pp.119-128, 2012.
- [4] H.S. Shen, Y. Xiang, Nonlinear analysis of nanotube-reinforced composite beams resting on elastic foundations in thermal environments, Engineering Structures., Vol. 56, pp. 698-708, 2013.
- [5] R. Ansari, M. Faghih Shojaei, V. Mohammadi, R. Gholami, F. Sadeghi, Nonlinear forced vibration analysis of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite Timoshenko beams, Composite Structures., Vol. 113, pp. 316-327, 2014.
- B. Thomas, P. K. Inamdar, T. Roy, Thermal analysis of randomly oriented [6] carbon nanotube reinforced functionally graded Timoshenko beam, Journal of Mechanical Science and Technology, Vol. 28, pp. 1779-1788, 2014.
- Alibeigloo, K. M. Liew, Elasticity Solution of Free Vibration and Bending [7] Behavior of Functionally Graded Carbon Nanotube-Reinforced Composite Beam with Thin Piezoelectric Layers Using Differential Quadrature Method, International Journal of Applied Mechanics, Vol. 7, 2015.
- H.S. Shen, C.L. Zhang, Thermal buckling and postbuckling behavior of [8] functionally graded carbon nanotube-reinforced composite plates, *Material Design*, Vol. 31, pp. 3403–3411, 2010.
- G. Arani, S. Maghamikia, M. Mohammadimehr, A. Arefmanesh, Buckling

- 50, pp. 265-272, 2013.
- [33] M. Akbari, Y. Kiani, M. R. Eslami, Thermal buckling of temperaturedependent FGM conical shells with arbitrary edge supports, Acta *Mechanica*, pp. 1-19, 2014.
- [34] C. Shu, Differential Quadrature and its Application in Engineering, London: Springer, 2000.
- [35] R. Ansari, V. Mohammadi, M. Faghih Shojaei, R. Gholami, H. Rouhi, Nonlinear vibration analysis of Timoshenko nanobeams based on surface stress elasticity theory, European Journal of Mechanics A/Solids, Vol.45, pp. 143-152, 2014.
- [36] R. Ansari, J. Torabi, Free vibration analysis of FG-CNTRC cylindrical shells surrounded by elastic foundation subjected to thermal loading Modares Mechanical Engineering, Vol. 15, No. 3, pp. 271-282, 2015 (In Persian)
- [9] analysis of laminated composite rectangular plates reinforced by SWCNTs using analytical and finite element methods, Journal of Mechanical Science and Technology, Vol. 25, pp. 809-820, 2011.
- [10] S.J. Mehrabadi, A.B. Sobhani, V. Khoshkhahesh, A. Taherpour, Mechanical buckling of nanocomposite rectangular plate reinforced by aligned and straight single-walled carbon nanotubes, Composite Part B-Engineering, Vol. 43, pp. 2031-2040, 2012.
- [11] M. R. Nami, M. Janghorban, Free vibration of thick functionally graded carbon nanotube-reinforced rectangular composite plates based on three-dimensional elasticity theory via differential quadrature method, Advanced Composite Materials, pp. 1-12, 2014.
- [12] Alibeigloo, Three-dimensional thermoelasticity solution of functionally graded carbon nanotube reinforced composite plate embedded in piezoelectric sensor and actuator layers, Composite Structures, Vol. 118, pp. 482-495, 2014.

مهندسی مکانیک مدرس، دی 1394، دورہ 15، شما*ر*ہ 10