



## مدلسازی یک بعدی انتقال حرارت دوفازی در ساختار متخلخل دوگانه

علیرضا رحیم‌پور<sup>1</sup>، امیر میرزا غیثاقی<sup>2</sup>، حمید صفاری<sup>3\*</sup>

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران

2- دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران

3- دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران

\* تهران، صندوق پستی 16844، saffari@iust.ac.ir

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 22 آبان 1394

پذیرش: 17 بهمن 1394

ارائه در سایت: 11 اسفند 1394

کلید واژگان:

تخلخل دوگانه

انتقال حرارت دوفازی

لوله حرارتی

مدلسازی

### چکیده

ساختارهای متخلخل با افزایش مساحت تبادل گرما بین سطح و سیال و ایجاد نیروی موینگی با تراوایی زیاد، نقش موثری در بهبود عملکرد تجهیزات انتقال حرارت دوفازی مانند لوله‌های گرمایی دارند. در ساختارهای جدید متخلخل (ساختارهای دوگانه)، دو توزیع مختلف اندازه حفره بکار گرفته می‌شود. حفره‌های کوچک باعث افزایش نیروی موینگی و رساندن مایع به سطح شده و حفره‌های بزرگ با افزایش تراوایی فاز بخار به فرار بخار کمک می‌نمایند. هدف اصلی این پژوهش، حصول درک کامل‌تری از عملکرد قسمت اواپراتور لوله‌های حرارتی و مقایسه عملکرد دو نمونه ساختار متخلخل دوگانه می‌باشد. در این راستا ابتدا از مدل کوالف برای تعیین احتمال حضور هر فاز در حفره‌های با توزیع اندازه مشخص استفاده شده است. خواص ترموفیزیکی سیال و محیط نظیر خواص ترمودینامیکی سیال، اشباع و تراوایی فازها و ضریب هدایت حرارت ماتریس فلزی نیز از روی هندسه و روابط تجربی به دست می‌آیند. سپس معادلات بقا برای هر دو فاز درون دامنه حل شده و نتایج انتقال حرارت یک بعدی در یک محیط متخلخل دوگانه، به صورت نمودار شار حرارتی بر حسب اختلاف دمای جامد و سیال ارائه شده است. نتایج به دست آمده نشان می‌دهند که کاهش اندازه حفره‌های کوچک و افزایش اندازه حفره‌های بزرگ موجب بهبود عملکرد فیتله می‌شود.

## One dimensional modeling of two phase heat transfer in a bi-porous structure

Alireza Rahimpour, Amir Mirza Gheitaghy, Hamid Saffari\*

School of Mechanical Engineering, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran.

\* P.O.B. 16844, Tehran, Iran, saffari@iust.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper

Received 13 November 2015

Accepted 06 February 2016

Available Online 01 March 2016

Keywords:

Bi-porous

Two-phase heat transfer

Heat pipe

Modeling

### ABSTRACT

Due to increasing the heat transfer surface area and providing high capillary pressure with high permeability, porous structures play a key role in improving the performance of two phase heat transfer devices such as heat pipes. New porous structures (bi-porous structures) have two distinct size distribution of pores, of which the small pores provide the capillary pressure required for delivering liquid to the surface and large pores help vapor escape from the surface through increasing its permeability. The main goal is to gain a deeper understanding of the evaporator section of heat pipes and compare the performances of sample biporous structures. Towards this goal, first the Kovalev modeling technique is applied to determine the possibility of each phase's existence in pores of different sizes throughout the computational domain. One dimensional heat transfer in a bi-porous wick is investigated. Inside the domain the conservation equations are solved for each phase and the results such as heat flux versus wall superheat are presented. Thermo-physical properties of the fluid and the matrix like the fluid properties, phase saturation and permeability and the conduction heat transfer coefficient are calculated from the geometry of the matrix and experimental relationships.

### 1- مقدمه

یکی از رایج‌ترین و مؤثرترین فرآیندهای انتقال حرارت در خنک‌کاری قطعات الکترونیکی متمرکز است.

درک بهتر فرآیند جوشش نیازمند توجه به ویژگی‌های هندسی سطح در مقیاس میکرو و نانو است. در چند دهه اخیر، زبری سطح و تأثیر مستقیم آن بر روی هسته‌های جوشش در کانون توجه محققین بوده است. به عنوان مثال سلیمانی و همکاران [1] تأثیر زبری بر فرآیند جوشش جریان‌ی مادون سرد را به صورت آزمایشگاهی بررسی نمودند. آن‌ها نتیجه گرفتند که با افزایش زبری سطح شار حرارتی منتقل شده از سطح افزایش می‌یابد. از جمله دیگر

محدودیت‌های انتقال حرارت تک‌فازی از یک طرف و افزایش توان کاری قطعات الکترونیکی از طرف دیگر سبب توجه زیاد به خنک‌کاری با استفاده از انتقال حرارت دوفازی شده است. توانایی انتقال مقادیر بالای شار حرارتی در یک اختلاف دمای کم باعث شده است تجهیزات گوناگون خنک‌کاری از جمله لوله‌های حرارتی که عملکرد آن‌ها بر پایه انتقال گرمای دوفازی می‌باشد، در سال‌های اخیر توسعه یابند. قسمت قابل توجهی از این توسعه بر روی روش‌های بهبود جوشش با استفاده از ساختارهای جدید سطح به عنوان

Please cite this article using:

A. Rahimpour, A. Mirza Gheitaghy, H. Saffari, One dimensional modeling of two phase heat transfer in a bi-porous structure, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 3, pp. 121-131, 2016 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

A. Rahimpour, A. Mirza Gheitaghy, H. Saffari, One dimensional modeling of two phase heat transfer in a bi-porous structure, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 3, pp. 121-131, 2016 (in Persian)

قطر آن‌ها متغیر باشد [3]. اینکه چه درصدی از حفره‌ها دارای چه قطری هستند، کاملاً تصادفی بوده و وابسته به شرایط تف جوشی نمونه است. در حقیقت این طبیعت تصادفی توزیع حفره‌ها و مشکل بودن ایجاد یک رابطه بین اندازه حفره‌ها و متغیرهای مکانی است که استفاده از روش‌های آماری را برای مدل سازی جریان و انتقال حرارت در این گونه محیط‌ها اجتناب ناپذیر می‌سازد.

## 2- مروری بر پژوهش‌های انجام شده

### 2-1- پژوهش‌های آزمایشگاهی

فتیله دوحفره‌ای اولین بار توسط ویتاز و همکاران [4] معرفی شد که برای ایجاد یک توزیع اندازه حفره، از اکسیداسیون مواد تف جوشی شده استفاده کردند. ایده ایشان بر این مبنا بود که محیط دوحفره‌ای می‌تواند برخی محدودیت‌های فتیله‌های تک‌حفره‌ای از جمله محدودیت تداخل و محدودیت مویبندی را از میان بردارد. محدودیت تداخل ارتباط مستقیم با مساحت قابل تخصیص به جریان بخار دارد که در فتیله‌های دوحفره‌ای افزایش می‌یابد. محدودیت مویبندی نیز مربوط به فشار مویبندی قابل دسترسی برای پمپ کردن مایع به سطح گرمکن است که بوسیله حفره‌های کوچک افزایش می‌یابد.

وانگ و کاتن [5] عملکرد یک لوله حرارتی با فتیله دوحفره‌ای، فتیله تک‌حفره‌ای و یک قطعه مسی بدون تخلخل را با یکدیگر مقایسه کردند. ایشان مبنای مقایسه را مقاومت به هدایت حرارت در ناحیه فیلم نازک قرار دادند و نتیجه گرفتند که در شارهای حرارتی بالا (بزرگتر از 1200 وات بر سانتی‌متر مربع) از بین این سه محیط، فتیله دوحفره‌ای کمترین مقاومت حرارتی و در نتیجه بهترین عملکرد را دارد.

یه و همکاران [6] برای مشخص کردن پارامترهای مرتبط با عملکرد لوله‌های حرارتی، تعداد زیادی فتیله دوحفره‌ای را مورد آزمایش قرار دادند. ایشان همچنین نتایج بدست آمده را با نتایج قبلی برای فتیله‌های تک‌حفره‌ای مقایسه کردند. نتیجه اصلی به دست آمده این بود که با کاهش اندازه حفره‌های کوچک و افزایش اندازه حفره‌های بزرگ بهترین عملکرد حاصل می‌شود. دلیل این مسأله افزایش ارتباط بین حفره‌ها با افزایش اندازه‌ی حفره‌های بزرگ عنوان شد. این افزایش ارتباط به معنی کمتر شدن مقاومت در مقابل خروج بخار از فتیله و افزایش تراوایی بخار است.

انواع دیگری از محیط‌های متخلخل توسط کاسو و همکاران [7] مورد بررسی قرار گرفت. ایشان برای ساختن محیط متخلخل از یک شبکه شامل حفره‌های کوچک استفاده کردند و برای حفره‌های بزرگ، بین حفره‌های کوچک ستون‌هایی روی کف شبکه تراشیدند. با این شبکه متناوب، آن‌ها توانستند به تراوایی نسبتاً بالایی دست یابند (تخلخل این شبکه حدود 0.8 گزارش شد) و همچنین توانستند اندازه حفره‌ها را به دقت کنترل کنند. نتایج بدست آمده از آزمایش‌های ایشان نشان می‌دهد که هر چه شروع جوشش زودتر اتفاق بیفتد، ضریب انتقال حرارت و حد شار حرارتی بحرانی افزایش می‌یابند. ایشان همچنین نتیجه گرفتند که به‌وجود آوردن فشار مویبندی بالا و در عین حال محدود کردن کاهش تراوایی فاز مایع باعث افزایش سطح تماس مایع با گرمکن و در نتیجه افزایش انتقال حرارت می‌شود.

از کاربردهای فتیله‌های دوحفره‌ای که در مطالعات اخیر مورد استفاده قرار گرفته است می‌توان به بهبود بخش اواپراتور لوله‌های گرمایی اشاره نمود. لیو و همکاران از ترکیب مس و نیکل برای ساخت فتیله دوحفره‌ای لوله گرمایی

پارامترهای هندسی تأثیر گذار روی فرایند جوشش ترشوندگی سطح و زاویه تماس سیال و سطح می‌باشد. احمدی و اکاوا [2] تأثیر ترشوندگی سطح را بر فرایند جوشش جریانی اشباع در فشار اتمسفر در یک کانال مستطیلی را بصورت تجربی بررسی کردند. اما در سال‌های اخیر تخلخل سطح و فشار مویبندی ایجاد شده توسط آن مورد توجه زیادی قرار گرفته است. تخلخل سطح و فشار مویبندی ایجاد شده توسط آن به جایگزینی مایع روی سطح و خروج بخار از سطح گرمکن کمک می‌کند. این امر مانع از خشک شدن سطح شده و از افت انتقال حرارت از سطح و در نهایت سوختن گرم‌کن ممانعت می‌نماید. به عنوان مثال اهانلی [3] با بررسی تجربی جداگانه زبری، ترشوندگی و تخلخل سطح نتیجه گرفت افزایش شار حرارتی بحرانی، بیشتر تحت تأثیر مویبندی ایجاد شده توسط تخلخل و زبری سطح است و افزایش هسته‌های جوشش، به تنهایی کمک زیادی به بهبود انتقال حرارت نمی‌کند. همچنین وی مشاهده نمود که در نبود اثر مویبندی، ترشوندگی سطح تأثیر کمی روی افزایش شار حرارتی بحرانی و ضریب انتقال حرارت دارد. در پژوهش حاضر نیز، تمرکز بر موضوع تخلخل محیط و مویبندی ماتریس متخلخل فلزی است.

محیط متخلخل، ساختاری خلل و فرج‌دار است که در کاربرد خنک‌کاری لوله‌های حرارتی به آن فتیله<sup>1</sup> گفته می‌شود. دلیل اصلی بهبود جوشش و انتقال حرارت روی سطوح متخلخل این است که حفره‌ها فضای لازم برای دور نمودن بخار از سطح گرم‌کن را تأمین نموده، تراوایی بالایی برای فاز بخار نیز ایجاد می‌نمایند. از طرف دیگر عمل مویبندی محیط متخلخل، فشار لازم برای رساندن مایع به سطح گرمکن را فراهم می‌کند. از یک طرف هرچه اندازه حفره‌ها کوچکتر باشد، فشار مویبندی بیشتر می‌شود و از طرف دیگر با افزایش اندازه حفره‌ها، بخار راحت‌تر می‌تواند خارج شود و جای خود را به مایع بدهد. بنابراین وجود حفره‌های هم‌اندازه نمی‌تواند حالت بهینه‌ای برای این دو عملکرد به صورت همزمان باشد.

فتیله‌های دوحفره‌ای نوع خاصی از محیط متخلخل هستند که در آن‌ها توزیع اندازه حفره‌ها دارای دو اندازه غالب متمایز است. از تف جوشی<sup>2</sup> ذرات با اندازه مشخص (در کاربرد های خنک کاری و لوله‌های حرارتی بین 50 تا 100 میکرون) حفره‌های کوچک به وجود می‌آیند و از کنار هم قرار گرفتن تعدادی حفره کوچک یک خوشه تشکیل می‌شود و فضای بین خوشه‌ها، حفره‌های بزرگ را تشکیل می‌دهد که این موضوع بصورت طرحواره در شکل 1 نشان داده شده است. اندازه حفره‌های ایجاد شده بین ذرات و حفره‌های ایجاد شده بین خوشه‌ها، بسته به شرایط تف‌جوشی می‌تواند مقادیر متفاوتی داشته باشد اما با فرض چیدمان بستر ذرات<sup>3</sup> برای ذره‌ها و خوشه‌ها، قطر حفره‌ها می‌تواند از 40 درصد قطر ذره‌ها (و یا خوشه‌ها) تا برابر اندازه

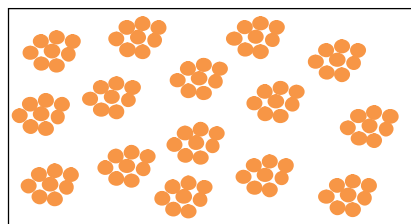


Fig.1 Schematic of biporous wick

شکل 1 طرحواره فتیله دو حفره‌ای

<sup>1</sup> wick

<sup>2</sup> Sintering

<sup>3</sup> Bed of spheres

تأثیر عوامل مختلف از جمله سوپرهیت گرمکن و زاویه ترشوندگی بر ضریب انتقال حرارت را بررسی کردند. آن‌ها در کار خود از بسته‌های نرم‌افزاری سرفس ایوالور<sup>2</sup> و فلونت<sup>3</sup> برای مشخص کردن شکل سطح مشترک و نیز پارامترهای مرتبط با انتقال حرارت استفاده کردند. مطالعه ایشان شامل چهار میکروساختار مختلف ذیل برای محیط متخلخل بود: 1- میکروسیم‌های عمودی 2- شیارهای مستطیلی 3- شبکه توری شکل 4- مواد تف جوشی شده (تک‌حفره‌ای). ایشان نتیجه گرفتند محیط ساخته شده از مواد تف جوشی شده بهترین عملکرد را از لحاظ ضریب انتقال حرارت دارد و دلیل افزایش انتقال حرارت را افزایش مساحت ناحیه‌های فیلم نازک به دلیل کاهش طول مشخصه فتیله (قطر ذره‌ها) دانستند. در حالت کلی افزایش نسبت سطح تماس در واحد حجم در ابعاد میکرو باعث افزایش ناحیه‌های جوشش فیلم نازک و افزایش انتقال حرارت کلی می‌شود. این مسأله قابل تعمیم به فتیله‌های دوحفره‌ای نیز می‌باشد و کاهش اندازه حفره‌های کوچک به افزایش انتقال حرارت کمک می‌کند. اگرچه روش مدلسازی آرایه شده توسط رانجان و همکاران بسیار کارآمد است، این مدل محدود به سوپرهیت‌های پایین و هندسه‌های بسیار منظم است. سوپرهیت‌های مورد بررسی در کار رانجان و همکاران از مرتبه چند کلون بودند، حال آنکه مقادیر سوپرهیت مشاهده شده در لوله‌های حرارتی معمولاً بالاتر از 20 کلون می‌باشد. از آنجا که در مدل رانجان و همکاران جوشش هسته‌ای در نظر گرفته نشده است، این مدل حرکت مایع در عرض فتیله را در نظر نمی‌گیرد. همچنین محیط متخلخل مورد بررسی یک فتیله با شبکه بسیار منظم بود که باعث می‌شد هندسه فتیله در تمام دامنه حل به آسانی قابل شناسایی باشد. بنابراین برای سوپرهیت‌های بالاتر و هندسه‌های پیچیده‌تر به مدل‌های عددی کاملتری نیاز است.

رائو و بالاکریشن<sup>[14]</sup> مدلی برای محیط‌های متخلخل آرایه دادند که از روشی ساده برای تأثیر دادن هندسه در مدل و پیش‌بینی عملکرد استفاده می‌کند. این مدل برای بررسی محیط‌های متخلخل تک‌حفره‌ای در شارهای حرارتی نسبتاً پایین استفاده شد. هدف اصلی کار ایشان تعیین سهم انتقال حرارت نهان به کل انتقال حرارت بود. ایشان همچنین چند هندسه مختلف را برای تعیین بهترین توزیع ماده در محیط متخلخل بررسی کردند و برای بدست آوردن توزیع فشار در محیط از معادله داری استفاده نمودند. مدل ایشان بر روی حرکت عرضی بخار در محیط متخلخل متمرکز بود و حرکت متقاطع مایع را در نظر نمی‌گرفت. ایشان از یک پارامتر هندسی بر مبنای تعداد حفره‌های فعال بر واحد سطح برای در نظر گرفتن تأثیر هندسه در مدل استفاده کردند. آن‌ها نتیجه گرفتند که گرمای نهان تقریباً شامل تمام انتقال حرارت در یک محیط با تخلخل زیاد می‌شود. همچنین رائو و بالاکریشن پارامتر مهم تعداد حفره‌های فعال بر واحد سطح را بر اساس توزیع اندازه مشخصه ذرات تشکیل دهنده محیط متخلخل تخمین زدند. با این وجود ایشان فقط توانستند داده‌های مربوط به محیط‌های تک حفره‌ای با ذرات کروی را توجیه کنند. برای افزایش دقت مدل رائو و بالاکریشن نیاز به روش‌های دقیق‌تری برای تخمین چگالی حفره‌های فعال است. کایا و گولداک<sup>[15]</sup> روش مدلسازی رائو را برای محیط‌های دو حفره‌ای ادامه داد. ایشان فرض کردند وقتی جوشش هسته‌ای اتفاق می‌افتد، یک لایه بخار روی سطح گرمکن تشکیل می‌شود. اما تشکیل لایه بخار را بخشی از یک ناحیه فیزیکی دوفازی در نظر گرفتند که فاز بخار آن به صورت یک لایه بخار روی سطح

استفاده نمودند<sup>[8]</sup>. وو و همکاران نیز نسبت ترکیب‌های مختلف پلیمر برای ساخت حفره‌های بزرگ و پودر نیکل برای حفره‌های کوچک را در عملکرد لوله گرمایی بررسی نمودند. نتایج نشان دادند در مقایسه با لوله گرمایی با فتیله تک حفره‌ای، 130% بهبود عملکرد حاصل می‌گردد<sup>[9]</sup>.

## 2-2- پژوهش‌های عددی

تاکنون روش‌های زیادی برای مدلسازی انتقال حرارت در محیط‌های متخلخل ارائه شده است. بسیاری از این مدل‌ها از روش‌های المان محدود از جمله طرح آرایه شده توسط بالیگا و پاتانکار<sup>[10]</sup> استفاده می‌کنند. روش آرایه شده در آن طرح براساس بهبود الگوریتم سیمپلر پاتانکار عمل می‌کند. این روش برای رفع نارسایی‌های معمول در اعداد پکلت بزرگ و برای مرزهای با شکل پیچیده آرایه شده، اما برای محیط‌های متخلخل از کارایی کمتری برخوردارند.

از آن‌جا که تغییر فاز در محیط‌های متخلخل پدیده بسیار پیچیده‌ای است، مدلسازی مستقیم اندرکنش‌های جامد/مایع/گاز معمولاً ممکن نیست. علت این مسأله این است که مدلسازی دقیق ساختار هندسی محیط متخلخل مشکل است. همچنین در نظر گرفتن فشار انفصال بین فازها و نیز گرادین‌های دما در هر فاز، تعیین مکان هر فاز را بسیار مشکل می‌کند. روش‌های عددی مدلسازی محیط متخلخل به صورت کلی برای محیط‌های تک‌حفره‌ای آرایه شده‌اند اما همین اصول مدلسازی می‌تواند برای محیط‌های دوحفره‌ای هم استفاده شوند. فرض اصلی در مدل‌های آرایه شده در این بخش این است که تحت شرایط خاصی، بر اساس خواص محیط می‌توان فهمید فازهای مایع و بخار کجای دامنه حل قرار دارند. برای فتیله‌هایی که عدد مویینگی<sup>1</sup> پایینی دارند می‌توان فرض کرد فاز ترشونده، حفره‌های بزرگتر و فاز ترکنده، حفره‌های کوچکتر محیط را پر می‌کنند<sup>[11]</sup>.

برخی مدل‌های ساده تبخیر در محیط متخلخل می‌توانند نرخ بالای انتقال حرارت در ناحیه فیلم نازک را توجیه کنند. از جمله این مدل‌ها می‌توان به مدل آرایه شده توسط هانلون و ما<sup>[12]</sup> اشاره کرد. در مدل آن‌ها فتیله به صورت کاملاً اشباع از مایع در نظر گرفته شده و تبخیر فقط از سطح بالایی فتیله انجام می‌شود. محیط متخلخل به شدت سطح تماس این نوع انتقال حرارت را افزایش می‌دهد. انتقال حرارت ناحیه فیلم نازک به صورت مجموع انتقال حرارت در هر یک از فیلم‌های نازک روی سطح فتیله محاسبه می‌شود. با این وجود به محض اینکه جوشش هسته‌ای شروع می‌شود، این مدل افت انتقال حرارت را نشان می‌دهد. هانلون و ما نتیجه گرفتند با شروع جوشش یک لایه بخار روی سطح گرمکن ایجاد می‌شود که مانع از رسیدن مایع به سطح گرمکن می‌گردد. در نتیجه انتقال حرارت تنها از طریق هدایت در لایه بخار روی سطح گرمکن (که ضریب هدایت حرارت بسیار کمی دارد) انجام شده و دمای سطح شدیداً افزایش می‌یابد. این روش ساده مدلسازی برای فتیله‌های تک‌حفره‌ای با حفره‌های نسبتاً کوچک مناسب است اما در فتیله‌های دو حفره‌ای انتقال حرارت معمولاً با شروع جوشش افزایش می‌یابد زیرا بخار می‌تواند از میان حفره‌های بزرگ فتیله را ترک کرده و مانع رسیدن مایع به سطح گرمکن نشود. در نتیجه با تشکیل بخار در پایه فتیله عملکرد بهبود می‌یابد.

رانجان و همکاران<sup>[13]</sup> چند ساختار مختلف فتیله که در لوله‌های حرارتی یافت می‌شوند را بررسی کردند. ایشان طی یک مطالعه پارامتری،

<sup>2</sup> Surface Evolver

<sup>3</sup> Fluent

<sup>1</sup> Capillary number

بیش از اندازه بزرگ نباشند می‌توان هندسه داخلی فتیله را با مدل کوالف و همکاران تخمین زد.

در این مقاله، یک کد کامپیوتری به زبان متلب<sup>1</sup> برای پیش‌بینی عملکرد حرارتی یک محیط متخلخل دوگانه توسعه داده شده است. این کد کامپیوتری، هم مقایسه بین چند فتیله را ممکن می‌سازد و هم در به دست آوردن ثابت‌های به کار رفته در معادلات برای تحلیل‌های بعدی به کار می‌آید. معادلات بقا و شرایط مرزی در دامنه محاسباتی ساختار بر اساس مدل کوالف و همکاران، برای تعیین دمای سوپرهیت دیواره بر حسب شار حرارتی استخراج می‌گردند. آنچه روش کوالف و همکاران را برای محیط‌های متخلخل کارآمد می‌سازد زمان کوتاه محاسبات نسبت به یک حل کامل عددی و عدم نیاز به شناخت کامل هندسه محیط (که عملاً غیرممکن است) می‌باشد. از روش اولر برای حل دستگاه معادلات به دست آمده و از شو‌تینگ متد<sup>2</sup> به منظور تعیین شرایط مرزی نامعلوم استفاده شده است. تعدادی از مشخصات ترموفیزیکی ساختار متخلخل نظیر اشباع هر فاز از کد کامپیوتری محاسبه می‌گردند و برای به دست آوردن بقیه آن‌ها از نتایج تجربی سمینیک و همکاران [19] استفاده می‌شود. نتایج حاصله با آزمایش‌های سمینیک و همکاران مقایسه و صحت سنجی می‌گردند. پس از حصول اطمینان از صحت نتایج، معادلات برای دو هندسه مشخص حل شده، نتایج حل عددی ارائه و مقایسه می‌گردند. این مقایسه اولین قدم برای امکان‌سنجی دستیابی به یک ساختار هندسی بهینه برای قسمت اواپراتور لوله‌های حرارتی با استفاده از یک مدل عددی می‌باشد.

### 3- مدل سازی و روش حل

#### 3-1- معادلات حاکم

دامنه حل محاسباتی در حالت یک بعدی به صورت شکل 2 در نظر گرفته می‌شود. گرما از پایین دیواره جامد به سیستم وارد شده و مایع اشباع در فتیله را به بخار تبدیل می‌نماید.

برای جریان سیال با فرض دائمی، تراکم‌ناپذیر و یک بعدی (در جهت قائم، از سطح گرمکن تا هسته بخار)، معادلات مومنوم و انرژی ارائه می‌گردد.

#### 3-1-1- معادله مومنوم

معادله مومنوم حاکم بر جریان درون لوله حرارتی، همان معادله داری است که استفاده از آن برای جریان در محیط‌های متخلخل مرسوم می‌باشد. معادلات (1) و (2) به ترتیب معادلات داری برای جریان مایع و بخار هستند:

$$\frac{\partial P}{\partial z} = -\frac{\mu_l}{\kappa_l} v_l \quad (1)$$

$$\frac{\partial P}{\partial z} = -\frac{\mu_v}{\kappa_v} v_v \quad (2)$$

برای بررسی اعتبار معادلات فوق نیازمند محاسبه عدد رینولدز هستیم چرا که معادله داری برای جریان‌های با عدد رینولدز کمتر از 1 قابل استفاده است. کوالف و همکاران [18] تعریف زیر را برای عدد رینولدز در محیط متخلخل پیشنهاد کردند:

$$Re = \frac{G}{\mu_v} \left( \frac{\kappa_v}{d_{ave}} \right) \quad (3)$$

برای محاسبه عدد رینولدز از تقسیم تراوایی بر قطر متوسط حفره‌ها به عنوان یک طول مشخصه استفاده شد. سمینیک و همکاران [19] از داده‌های

گرمکن تقریب زده می‌شود. در نتیجه ایشان شروع جوشش در جوشش هسته‌ای را نشانه‌ی افت انتقال حرارت ندانستند.

مدل جامع‌تری از محیط‌های دو حفره‌ای در کار لین و همکاران [16] ارائه شد. هدف کار لین و همکاران مدلسازی فتیله به کار رفته در یک لوله حرارتی با به کارگیری اطلاعات مربوط به توزیع اندازه حفره‌ها و فشار مویبگی به منظور افزایش دقت بود. ایشان فتیله مورد بررسی خود را به صورت یک ناحیه حلقوی در داخل لوله حرارتی در نظر گرفتند و این ناحیه حلقوی را به سه ناحیه مجزای مایع، دو فاز و بخار تقسیم بندی کردند. لین و همکاران فرض کردند بین این ناحیه‌ها مرز مشخصی وجود دارد و مکان این مرزها را از روی توزیع اندازه حفره‌ها تعیین نمودند. روش به کار رفته برای تعیین توزیع اندازه حفره‌ها در کار لین و همکاران عنوان نشده است. برای استفاده از مدل لین و همکاران باید فرض کرد مرز مشخصی بین ناحیه‌های مایع، دو فازی و بخار وجود دارد. ایشان پارامتر اشباع فاز مایع (نسبت حجم مایع به مجموع حجم مایع و حجم بخار) در ناحیه دو فازی را از روی این مرز مشخص محاسبه کردند. از آنجا که اشاره‌ای به روش به کار رفته برای تعیین توزیع اندازه حفره‌ها نشده است، نمی‌توان در مورد دقت کار لین و همکاران نظر داد.

وادنیال [17] مدل ساده‌ای برای تعیین حد خشکی در محیط‌های متخلخل دو حفره‌ای ارائه داد. مدل او فرض می‌کند یک فتیله دو حفره‌ای از تکرار یک سلول واحد تشکیل شده است که این سلول واحد از چند خوشه متخلخل تشکیل شده، نهایتاً یک پره را شکل می‌دهد. او با در نظر گرفتن تقارن شعاعی و در نظر گرفتن این سلول پایه به عنوان حجم اولیه برای یک میانگین گیری حجمی، مسأله انتقال حرارت و توزیع دمای فتیله را حل کرد. نتایج او هماهنگی مناسبی با داده‌های آزمایشگاهی داشت. اما فقط توانست شار گرمایی حد خشکی را تخمین بزند زیرا از ابتدا فرض شده بود دامنه حل مسأله در نزدیکی حد خشکی قرار دارد یعنی حفره‌های بزرگ بین خوشه‌ها توسط بخار و حفره‌های کوچک‌تر توسط مایع پر شده‌اند و انتقال حرارت در شروع جوشش مدل نشده بود. در نتیجه برای به دست آوردن یک تخمین صحیح از انتقال حرارت در رژیم‌هایی غیر از حد خشکی به مدل جامع‌تری نسبت به مدل وادنیال نیاز است.

کوالف و همکاران [18] توانستند با بکارگیری فرض‌هایی از پیچیدگی مدلسازی جریان سیال و جوشش در محیط متخلخل بکاهند. فرض اصلی کوالف و همکاران بیان می‌کند درون فتیله یک اندازه حفره وجود دارد که حفره‌های بزرگتر از آن فقط توسط بخار و حفره‌های کوچکتر از آن فقط با مایع پر می‌شوند. همچنین در محاسبات فرض می‌شود بین فازها تعادل حرارتی برقرار باشد. درون فتیله یک گرادیان فشار وجود دارد که باعث حرکت مایع به درون فتیله شده و نیز یک گرادیان فشار مجزا باعث بیرون رانده شدن بخار از فتیله در جهت مخالف حرکت مایع می‌گردد. با تعریف سطح اشباع مایع به صورت نسبت تعداد حفره‌های پر شده با مایع به تعداد کل حفره‌ها می‌توان خواص ترموفیزیکی سیال و محیط و توزیع اندازه حفره‌ها را به یکدیگر ارتباط داد. در واقع روش کوالف و همکاران یک روش میانگین‌گیری حجمی است که در آن حفره‌های موجود در هر حجم کنترل توسط یک سری حفره‌های استوانه‌ای متوالی تقریب زده می‌شوند. با وجود اینکه حفره‌های داخل حجم کنترل به همدیگر مرتبط هستند، بر اساس فرض دولین [11] مدل کوالف و همکاران مبنی بر حضور نداشتن بخار در حفره‌های کوچک هنوز پابرجا خواهد بود. در نتیجه تا زمانی که حجم کنترل‌های مورد استفاده

<sup>1</sup> MATLAB

<sup>2</sup> Shooting method

برای حجم کنترل شکل 3 از بقای انرژی داریم:

$$q_{\text{cond}} + q_{\text{evap}} = 0 \quad (7)$$

$$(q_{\text{cond}}(z + \Delta z) - q_{\text{cond}}(z)) + q_{\text{evap}} = 0 \quad (8)$$

با استفاده از قانون هدایت فوریه داریم:

$$q_{\text{cond}} = -k_{\text{eff}}(1 - \varepsilon) \frac{\partial \theta}{\partial z} \quad (9)$$

در رابطه فوق  $\theta$  اختلاف دمای ماتریس فلزی و بخار و  $\varepsilon$  نشان‌دهنده تخلخل محیط است.  $k_{\text{eff}}(1 - \varepsilon)$  ضریب هدایت حرارتی مؤثر فیتیله است. همچنین برای انتقال گرمای ناشی از تغییر فاز داریم:

$$q_{\text{evap}} = \varepsilon(1 - \Phi)\alpha_n dz \quad (10)$$

$\alpha_n$  ضریب انتقال حرارت بر واحد حجم می‌باشد. از ترکیب معادله‌های (9) و (10) با معادله (8) و در نظر گرفتن دو جمله اول در بسط سری تیلور داریم:

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( -k_{\text{eff}}(1 - \varepsilon) \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) + \varepsilon(1 - \Phi)\alpha_n = 0 \quad (11)$$

معادله (11) معادله بقای انرژی برای حجم کنترل مورد نظر است. با

توجه به اینکه تغییر فاز در حفره با اندازه  $R$  رخ می‌دهد، ضریب انتقال حرارت تابعی از  $R$  خواهد بود.

برای حل دستگاه معادلات دیفرانسیل از روش اولر باید تمام معادلات دیفرانسیل از یک مرتبه باشند. چون به جز معادله (11) بقیه معادلات از مرتبه اول هستند، باید معادله مرتبه دوم (11) را با اضافه کردن یک معادله دیفرانسیل مرتبه اول دیگر، به دو معادله دیفرانسیل مرتبه اول تبدیل کنیم. برای این کار متغیر کمکی  $W$  به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$W = \frac{\partial \theta}{\partial z} \quad (12)$$

پس از ساده کردن روابط فوق، در مجموع باید شش معادله از (13) تا (18) در دامنه محاسباتی حل شوند:

$$\frac{\partial R}{\partial z} - \frac{R^2 G(z)}{2\sigma \cos(\theta_d)} A(R) = 0 \quad (13)$$

$$W = \frac{\partial \theta}{\partial z} \quad (14)$$

$$\frac{\partial W}{\partial z} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} = \frac{\alpha_n(R)\varepsilon(1 - \Phi)\theta}{k_{\text{eff}}(1 - \varepsilon)} \quad (15)$$

$$\frac{\partial G}{\partial z} + \frac{\alpha_n(R)\varepsilon(1 - \Phi)\theta}{h_{fg}} = 0 \quad (16)$$

$$\frac{\partial P_v}{\partial z} + \frac{\mu_v}{\kappa_v \rho_v (1 - \Phi)} G(z) = 0 \quad (17)$$

$$\frac{\partial P_l}{\partial z} - \frac{\mu_l}{\kappa_l \rho_l \Phi} G(z) = 0 \quad (18)$$

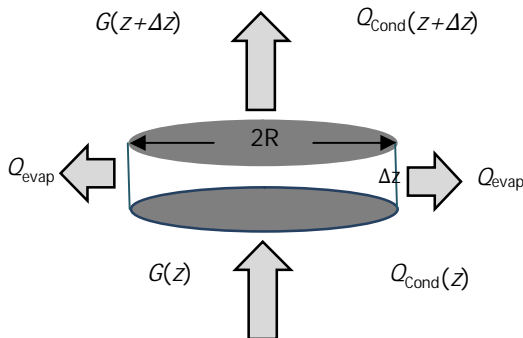


Fig.3 Schematic of Control Volume

شکل 3 طرحواره حجم کنترل

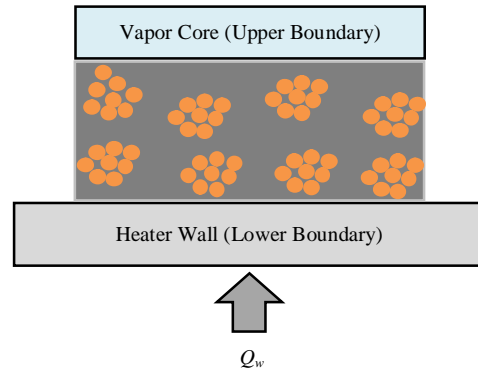


Fig. 2 Biporous computational domain

شکل 2 دامنه حل متخلخل دو حفره‌ای

آزمایشگاهی خود مقدار ثابت  $1.313 \times 10^{-6}$  را برای این پارامتر گزارش کردند. در یک تخمین محتاطانه برای شار گرمایی بالای 400 وات بر سانتی متر مربع و با در نظر گرفتن آنتالپی تبخیر آب برابر با 2257 کیلوژول بر کیلوگرم، شار گرمی برابر با 1.77 کیلوگرم بر متر مربع ثانیه به دست می‌آید که با در نظر گرفتن  $1.8 \times 10^{-5}$  پاسکال-ثانیه برای لزجت بخار عدد رینولدز 0.129 را می‌دهد. بنابراین حتی برای شارهای حرارت بالا نیز معادله داری برقرار است.

علاوه بر معادله داری، جهت به دست آوردن عبارتی برای فشار مویینگی برای حفره‌هایی که در آن‌ها جریان دو فازی برقرار است از معادله یانگ-لاپلاس استفاده می‌شود:

$$\Delta P = \frac{2\sigma}{R} \quad (4)$$

در رابطه فوق  $R$  همان اندازه حفره بحرانی در فرض کوالف و همکاران [18] است. این فرض بیان می‌کند حفره‌های بزرگتر از  $R$  فقط شامل بخار و حفره‌های کوچکتر از آن فقط شامل مایع می‌باشند. در نتیجه در رابطه یانگ-لاپلاس به جای شعاع انحنا، این مقدار جایگزین می‌شود (زیرا فقط در حفره‌های با شعاع  $R$  فازهای مایع و بخار سطح مشترک دارند).

فرض می‌شود سرعت فازهای مایع و بخار با دبی جرمی آن‌ها متناسب هستند. همچنین فرض می‌شود جریان مایع در جهت مخالف جریان بخار است (مایع از بالای فیتیله تأمین می‌شود و پس از تبخیر به بالای فیتیله بر می‌گردد). در نتیجه خواهیم داشت:

$$v_l = \frac{G}{\rho_l \Phi} \quad (5)$$

$$v_v = \frac{G}{\rho_v (1 - \Phi)} \quad (6)$$

در معادلات فوق  $\Phi$  نشان‌دهنده پارامتر اشباع مایع و  $G$  دبی جرمی بر واحد سطح می‌باشند. همانطور که انتظار می‌رود اشباع مایع به توزیع اندازه حفره‌ها و پارامتر  $R$  مربوط است.

### 3-1-2- معادله انرژی

برای به دست آوردن معادله انرژی یک حجم کنترل اختیاری مطابق شکل 3 انتخاب می‌شود (با توجه به فرضیات کوالف و همکاران [18] این حجم کنترل استوانه‌ای شکل در نظر گرفته می‌شود). به دلیل پایین بودن عدد رینولدز در جریان درون محیط متخلخل از انتقال حرارت جابجایی صرف نظر می‌شود. انرژی از میان فیتیله به وسیله هدایت حرارت منتقل شده، مایع درون حفره را تبخیر می‌کند و جریان جرمی بخار از میان حجم کنترل به سمت هسته بخار حرکت می‌کند.

که ضریب  $A(R)$  عبارتست از:

$$A(R) = \frac{\mu_v}{\kappa_v \rho_v} \frac{1}{(1 - \Phi)} - \frac{\mu_l}{\kappa_l \rho_l} \frac{1}{\Phi} \quad (19)$$

ساختار هندسی فتیله می‌باشد. در ادامه روش محاسبه خواص ترموفیزیکی و مقادیر وارد شده در کد ذکر می‌شود.

### 3-2-1- خواص سیال

برای محاسبه خواص سیال بر مبنای دما و یا فشار اشباع، یک تابع در برنامه کامپیوتری تعریف شده است که با استفاده از روابط حالت ترمودینامیکی (که معادل جداول اشباع سیال هستند) و با گرفتن فشار اشباع به عنوان ورودی خواص ترمودینامیکی سیال مورد نیاز (در این مسئله آب)، نظیر دمای اشباع، چگالی و لزجت هر فاز را محاسبه می‌کند.

### 3-2-2- توزیع اندازه حفره‌ها

در حالت کلی به دست آوردن توزیع محلی اندازه حفره‌ها با استفاده از عکس‌های به دست آمده از میکروسکوپ الکترونی<sup>1</sup> و آنالیزور ذره<sup>2</sup> امکان پذیر است. برای یک فتیله با ضخامت مشخص تنها می‌توان این توزیع را به صورت توابع احتمال بیان کرد. شکل 4 یک نمونه دوحفره‌ای تف جوشی شده از ذرات قطر 80 میکرون و قطر میانگین خوشه 275 میکرون را نشان می‌دهد. ضخامت این فتیله 900 میکرون و جنس ذرات آن از مس است. اما در پژوهش حاضر به دلیل در اختیار نبودن دستگاه آنالیزور ذره تعیین دقیق توزیع اندازه حفره‌ها برای این نمونه امکان پذیر نبود. سمنیک و همکاران [19] با بررسی 30 فتیله دو حفره‌ای متشکل از 3 اندازه ذره و 5 اندازه خوشه متفاوت و نیز 12 فتیله تک حفره‌ای متشکل از 6 اندازه ذره متفاوت که همگی تف جوشی شده بودند خواص ترموفیزیکی فتیله‌ها را به طور گسترده‌ای مورد بررسی قرار دادند. ایشان با استفاده از آنالیزور ذره توانستند توزیع اندازه حفره‌ها را برای هر نمونه به دست بیاورند. با بررسی یافته‌های ایشان و نیز ملاحظات انجام شده در [20] به نظر می‌رسد تمام نمونه‌ها از یک توزیع احتمال گاوسی پیروی می‌کنند. بر همین اساس در پژوهش حاضر از این فرض برای محاسبه تابع احتمال توزیع اندازه<sup>3</sup> در کد کامپیوتری استفاده شده است.

شکل 5 تابع احتمال توزیع اندازه حفره برای نمونه‌ی نشان داده شده در شکل 4 را نمایش می‌دهد. آنچه از این شکل قابل برداشت است این است که حفره‌های با قطر از حدود صفر تا 700 میکرون در سرتاسر فتیله وجود دارند. اما احتمال حضور بسیاری از این حفره‌ها نزدیک به صفر است. در این میان حفره‌های با قطر بین 70 تا 100 میکرون از یک سو و حفره‌های با قطر بین 250 تا 300 میکرون از سوی دیگر بیشترین احتمال حضور را دارند (به همین دلیل به این نوع فتیله‌ها "دو حفره‌ای" گفته می‌شود).

در این میان آنچه برای محاسبات ما بیشتر مورد نیاز است تابع توزیع تجمعی<sup>4</sup> اندازه حفره‌هاست زیرا بر مبنای آن می‌توان پارامتر اشباع فاز مایع (نسبت تعداد حفره‌هایی که با فاز مایع پر شده اند به تعداد کل حفره‌ها) را محاسبه کرد. طبق تعریف رابطه میان این دو تابع توسط معادله (22) به دست می‌آید:

$$CDF = \int_0^x PDF(x) dx \quad (22)$$

با به کار بردن رابطه (22)، تابع توزیع تجمعی اندازه مرتبط با فتیله شکل 4 در شکل 6 ارائه شده است. همانطور که مشخص است احتمال حضور حفره‌های با قطر کوچکتر از 50 میکرون نزدیک به صفر است. مقدار نمودار

### 3-1-3- شرایط مرزی

برای حل این دستگاه معادلات لازم است شرایط مرزی روی مرز پایین دامنه (سطح گرمکن) و مرز بالای دامنه (که در تماس با بخار اشباع است) برای شش متغیر ذکر شده در معادلات (13) تا (18) مشخص باشد. این شرایط مرزی در ادامه آورده می‌شود. لازم به توجه است که در بعضی مرزها شرایط مرزی نامعلوم هستند و در حین حل عددی توسط شوتینگ متد محاسبه می‌شوند.

#### • مرز پایین دامنه (روی دیواره)

مقدار مرزی پارامترهای  $R$ ،  $\theta$ ،  $P_v$  و  $P_l$  در شروع حل نامعلوم است و در طول حل توسط شوتینگ متد محاسبه خواهد شد. پارامتر دبی جرمی  $G$  ناگزیر برابر با صفر خواهد بود چون هیچ جرمی نمی‌تواند از دیواره عبور کند. در انتها مقدار پارامتر ساختگی  $W$  از طریق معادله رسانش گرما به شار گرمای ورودی در دیواره مربوط می‌شود:

$$q_w = -k_{eff} \frac{\partial \theta}{\partial z} \quad (20)$$

از آنجایی که شار روی دیواره یکی از پارامترهای ورودی است و مقدار آن توسط کاربر مشخص می‌شود، لذا مقدار مرزی پارامتر  $W$  معلوم است.

#### • مرز بالای دامنه (در تماس با هسته بخار)

مقادیر مرزی هر شش پارامتر مورد بررسی روی مرز بالای دامنه مشخص است. از آنجاییکه در مرز بالایی تمام سیال خروجی از دامنه حل در فاز بخار است، لذا انتقال حرارتی در این مرز وجود ندارد. بنابراین پارامترهای  $\theta$  و  $W$  در این مرز مساوی صفر می‌باشند و داریم  $R = R_{max}$  که در آن حداکثر شعاع حفره پیشنهادی کوالف و همکاران [18] برای ادامه فرآیند جوشش است. این شرط تضمین می‌کند که تنها بخار از مرز بالای دامنه خارج می‌شود و اشباع مایع در این مرز مساوی صفر است. پارامترهای  $P_v$  و  $P_l$  مقدار فشار اشباع هستند. مقدار دبی جرمی  $G$  در مرز بالایی برابر با شار گرمایی داده شده به سیال تقسیم بر آنتالپی تبخیر است:

$$G = \frac{q_w}{h_{fg}} \quad (21)$$

### 3-2-2- خواص ترموفیزیکی

یکی از مشکلات پیش رو در مدلسازی محیط‌های متخلخل، به‌دست آوردن خواص ترموفیزیکی سیال و محیط متخلخل و ارتباط آن با هندسه محیط و توزیع اندازه حفره‌ها است. خواص سیال نظیر چگالی، لزجت و آنتالپی از جداول اشباع سیال مورد نظر (و یا معادلات حالت) در دمای مربوطه به‌دست می‌آید. اما دسته دیگری از خواص سیال و محیط مانند تراوایی بر مبنای هندسه محیط محاسبه می‌شوند. برای محاسبه این خواص قبل از هر چیز اشباع فاز مایع (بر مبنای حجمی) باید محاسبه شود و این کار تنها با داشتن توزیع اندازه حفره‌ها امکان پذیر است. دسته دیگری از خواص نظیر ضریب هدایت حرارت توسط برخی روابط تجربی برای محیط‌های متخلخل به‌دست می‌آید.

از بین خواص گفته شده، آن دسته از خواص که محاسبه آن‌ها نیازمند در اختیار داشتن توزیع اندازه حفره‌هاست نقش مهم‌تری ایفا می‌کنند. در حقیقت بهبود عملکرد لوله‌های حرارتی بیش از هر چیز در گرو تغییر دادن

<sup>1</sup> SEM

<sup>2</sup> Particle Analyzer

<sup>3</sup> Probability Mass Function

<sup>4</sup> Cumulative distribution function

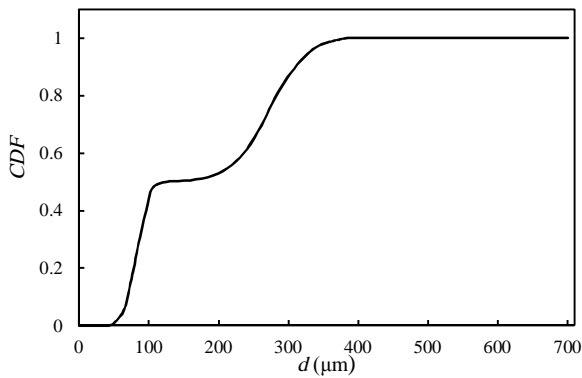


Fig.6 Cumulative distribution function of pores and clusters for the bi-porous wick shown in Fig.4

شکل 6 تابع توزیع تجمعی اندازه حفره‌ها برای فتیله دوحفره‌ای نشان‌داده شده در شکل 4

مایع پر شده‌اند و در نتیجه اشباع فاز مایع در آن نقطه از دامنه به دست می‌آید. به عنوان مثال برای توزیع اندازه حفره نشان داده شده در شکل 5 اگر در یک نقطه از دامنه حل پارامتر  $R$  به دست آمده از کد برابر 50 میکرون باشد (به معنی قطر 100 میکرون)، با مقایسه این مقدار  $R$  با نمودار  $CDF$  اشباع فاز مایع در آن نقطه برابر 0.5 می‌باشد و این به این معنی است که 50 درصد حفره از مایع و 50 درصد حفره‌ها از بخار پر شده‌اند و حفره‌هایی که دارای اندازه حفره 100 میکرون هستند شامل هر دو فاز می‌باشند. چنانچه شار ورودی به گرمکن افزایش یابد مقدار  $R$  کوچکتر از مقدار قبلی محاسبه می‌شود و این بدین معنی است که حفره‌های بیشتری از بخار پر شده‌اند. با ادامه افزایش شار ورودی  $R$  کوچکتر و کوچکتر شده تا اینکه تمام حفره‌ها از بخار پر شوند که در این حالت خشکی کامل فتیله رخ می‌دهد و دما به شدت افزایش می‌یابد.

### 3-2-4- تراوایی

یکی از مهمترین پارامترهای جریان در محیط‌های متخلخل، تراوایی است که در جریان‌های دوفازی بیش از هر چیز تابع اشباع فاز مربوطه است. سمینیک و همکاران [19] تلاش کردند وابستگی خواص ترموفیزیکی فتیله‌ها از قبیل تخلخل، تراوایی فازهای مایع و بخار و نیز ضریب هدایت گرمایی ماتریس تفجوشی شده را به اندازه ذره و خوشه در هر فتیله مشخص کنند. ایشان ساختار هندسی دقیق هر فتیله را به دست آورده و با انجام آزمایش‌های فراوان، جنبه‌های مختلف کاری قسمت اواپراتور لوله‌های حرارتی نظیر مقاومت هر فاز در مقابل جریان سیال و نیز انتقال حرارت از میان فتیله را مورد بررسی قرار دادند.

برای اندازه‌گیری تراوایی سمینیک و همکاران [19] از دستگاه تست خاصی متشکل از یک لوله عمودی که درون آن با ماده‌ای متخلخل پوشانده شده بود استفاده کردند و بر مبنای ارتفاع ستون آب ضریب تراوایی را از معادله داری محاسبه نموده و نتیجه را برای هر آزمایش 15 بار میانگین‌گیری کردند. ایشان نتیجه گرفتند برای اندازه ذرات در رده میکرون، تراوایی در فتیله‌های تک حفره‌ای تابعی خطی از اندازه ذره است. همچنین آن‌ها نتیجه گرفتند برای فتیله‌های دو حفره‌ای تراوایی فاز مایع تنها تابعی از قطر ذره و تراوایی فاز بخار تنها تابعی از قطر خوشه است. طبق نتایج ایشان با کم شدن قطر ذره، تراوایی فاز مایع کاهش و نیز با کاهش قطر خوشه تراوایی فاز بخار کاهش می‌یابد. روابط به دست آمده برای تراوایی فازهای مایع و بخار به

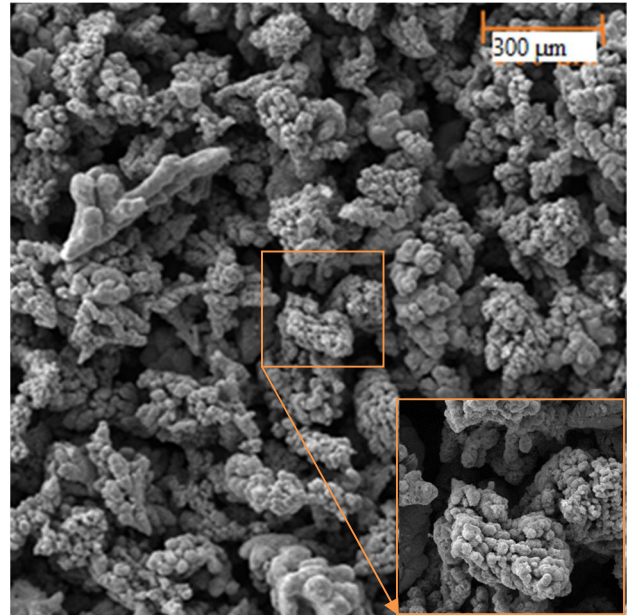


Fig.4 SEM photograph of a bi-porous wick sintered copper powder consist 275  $\mu\text{m}$  clusters

شکل 4 تصویر میکروسکوپ الکترونی از نمونه تف جوشی شده پودر مس متشکل از خوشه‌های 275 میکرونی

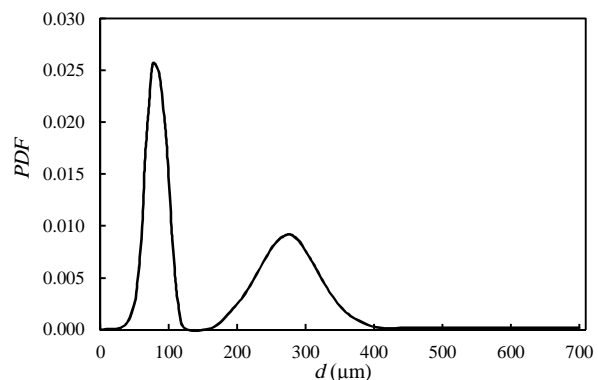


Fig.5 Probability mass function of pores and clusters for the bi-porous wick shown in Fig.4

شکل 5 تابع احتمال توزیع اندازه برای فتیله دوحفره‌ای نشان‌داده شده در شکل 4

در نزدیکی 100 میکرون حدود 0.5 است که به این معنی است که حفره‌های با قطر کوچکتر از 100 میکرون تقریباً نیمی از کل حفره‌ها را تشکیل می‌دهند. نمودار پس از 400 میکرون به مقدار تقریبی 1 می‌رسد که به این معنی است که تقریباً تمام حفره‌ها قطری کمتر از 400 میکرون دارند. طبیعی است که نمودار همواره در منتهی الیه سمت راست خود به مقدار 1 (احتمال صد در صد) برسد.

### 3-2-3- پارامتر اشباع فاز مایع

با مقایسه مقدار به دست آمده برای پارامتر  $R$  با نمودار  $CDF$  فتیله مربوطه، اشباع فاز مایع به دست می‌آید. همانطور که در فرضیات کوالف و همکاران [18] ذکر گردید،  $R$  اندازه حفره‌ای است که حفره‌های کوچکتر از آن، از فاز مایع و حفره‌های بزرگتر از فاز بخار پر می‌شوند. فرآیند جوشش در آن‌دسته از حفره‌هایی که دارای اندازه  $R$  هستند اتفاق می‌افتد. با مقایسه مقدار  $R$  در هر نقطه از دامنه حل با نمودار  $CDF$  در می‌یابیم چه درصدی از حفره‌ها از فاز

$$\frac{\partial ET}{\partial Y_2} = 1 \quad (32)$$

بسط سری تیلور معادلات خطا در بالای دامنه حل به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$ER^3 = (R_{max} - R^2) + \frac{\partial ER}{\partial Y_1} \partial Y^1 + \frac{\partial ER}{\partial Y^2} \partial Y^2 \quad (33)$$

$$ET^3 = (\theta^2) + \frac{\partial ET}{\partial Y_1} \partial Y^1 + \frac{\partial ET}{\partial Y^2} \partial Y^2 \quad (34)$$

سپس این دستگاه معادله به فرم ماتریسی نوشته می‌شود

$$\begin{bmatrix} ER^i \\ ET^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{max} - R^i \\ \theta^{i-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta Y_1^{i-1} \\ \Delta Y_2^{i-1} \end{bmatrix} \quad (35)$$

برای به دست آوردن  $\Delta Y$  ها،  $ER$  و  $ET$  مساوی صفر قرار داده می‌شوند

$$-inv \left( \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} R_{max} - R^i \\ \theta^{i-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta Y_1^{i-1} \\ \Delta Y_2^{i-1} \end{bmatrix} \quad (36)$$

از  $\Delta Y$  ها برای حدس جدید شرط مرزی نامعلوم برای تکرار بعدی استفاده می‌شود.

$$Y_1^i = Y_1^{i-1} + \lambda \Delta Y_1^{i-1} \quad (37)$$

$$Y_2^i = Y_2^{i-1} + \lambda \Delta Y_2^{i-1} \quad (38)$$

هرگاه بزرگی بردار  $\Delta Y$  کمتر از 0.001 شود، می‌توان حل را همگرا شده در نظر گرفت.

#### 4- نتایج

##### 4-1- اعتبار سنجی

قبل از ارائه نتایج برای اطمینان از صحت آن‌ها، مهمترین خروجی کد کامپیوتری یعنی منحنی تغییرات اختلاف دمای سوپرهیت در مقابل شار دیواره، با نتایج تجربی مقایسه می‌شود. سمنیک [21] آزمایش‌های گسترده‌ای روی تعداد زیادی فتیله تک حفره‌ای و دو حفره‌ای انجام داد. قسمتی از این آزمایش‌ها مربوط به عملکرد حرارتی فتیله‌ها برای مقاصد خنک کاری بود. قطر ذرات مورد استفاده او عموماً بین 60 تا 90 میکرون و تخلخل فتیله‌های دو حفره‌ای او حدود 0.65 بود. شکل 7 تابع احتمال توزیع اندازه برای یکی از فتیله‌های دو حفره‌ای مورد بررسی او با قطر غالب حفره‌های کوچک 69 میکرون و قطر غالب حفره‌های بزرگ 275 میکرون را نشان می‌دهد.

در شکل 8 مثلث‌ها نشان دهنده نتایج آزمایش سمنیک [20] روی این فتیله و خط پیوسته نتیجه شبیه سازی عددی با ورودی توزیع اندازه شکل 7 می‌باشد. همانطور که ملاحظه می‌گردد تطابق مناسبی میان نتایج حل عددی ارائه شده و نتایج تجربی دیده می‌شود.

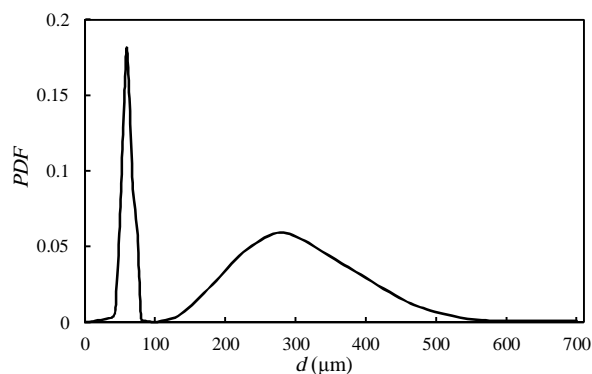


Fig.7 Probability mass function for one of Semenic's biporous wicks [18]

شکل 7 تابع احتمال توزیع اندازه برای یکی از فتیله‌های دو حفره‌ای سمنیک [21]

ترتیب با معادله‌های (23) و (24) مشخص شده‌اند.

$$\kappa_l = (0.04 \times (d \times 10^6) - 0.83) \times 10^{-12} \quad (23)$$

$$\kappa_v = (1.2 \times (D \times 10^6) - 190.1) \times 10^{-12} \quad (24)$$

معادله (23) با نتایج تجربی به طور متوسط 4 درصد و معادله (24) با نتایج تجربی به طور متوسط 8 درصد اختلاف دارد.

##### 3-2-3- ضریب هدایت گرمایی

طبق نتایج سمنیک و همکاران [19] ضریب هدایت گرمایی نمونه‌های دو حفره‌ای تنها تابعی از اندازه خوشه است و برای فتیله‌های ساخته شده از ذرات مس از رابطه (25) به دست می‌آید.

$$k_{eff} = (2987D \times 10^6)^{-0.9} \quad (25)$$

رابطه (25) برای دمای کاری 42/5 درجه سلسیوس به آمده است و خطا در نتایج حاصله از آن تا دمای 150 درجه 3/6 درصد اعلام شده است. با توجه به اینکه دمای ماتریس فلزی ساخته شده از ذرات مس به ندرت از 150 درجه سانتی‌گراد بیشتر می‌شود، از معادله (25) برای ضریب هدایت گرمایی مؤثر فتیله در کد کامپیوتری استفاده شد.

##### 3-3- روش حل

برای حل دستگاه معادلات دیفرانسیل آورده شده (معادلات (13) تا (18)) که همگی از مرتبه یک هستند، از روش اولر استفاده شده است. برای این منظور یک گام مکانی مناسب انتخاب شده و با استفاده از تقریب با سری تیلور مقدار در نقطه بعدی به دست می‌آید. به عبارت دیگر:

$$f(z + \Delta z) = f(z) + \Delta z \left( \frac{\partial f(z)}{\partial z} \right) \lambda \quad (26)$$

در این رابطه  $\lambda$  پارامتر زیر تخفیف<sup>1</sup> برای بالا بردن پایداری حل عددی است. گام مکانی  $\Delta z$  نیز باید به اندازه کافی کوچک انتخاب شود تا مشکلی از لحاظ پایداری پیش نیاید. شرایط مرزی به عنوان اولین مقدار  $f(z)$  وارد می‌شوند و حل تا رسیدن به مرز دیگر ادامه پیدا می‌کند. حال مقادیر محاسبه شده با مقادیر مرزی مقایسه می‌شوند تا مشخص شود آیا نیازی به تکرار حل می‌باشد یا نه.

همانطور که قبلاً گفته شد وجود شرایط مرزی نامعلوم در مرز پایین ما را ناچار به استفاده از روش عددی شوتینگ متد در کنار روش اولر می‌کند. برای استفاده از این روش ابتدا مقادیر مرزی نامعلوم حدس زده شده و حل یک بار به روش اولر انجام می‌شود. حال خطای بین مقادیر محاسبه شده در مرز بالایی و شرایط مرزی این مرز (که همگی معلوم هستند) محاسبه می‌شود. با استفاده از بسط تیلور این خطاها یک حدس جدید برای مقدار مرزی نامعلوم زده می‌شود. به عنوان مثال روش حل برای  $R$  و  $\theta$  به صورت زیر است:

$$ER^1 = R_{max} - R^1 \quad (27)$$

$$ET^1 = \theta^1 \quad (28)$$

در مرحله بعد یک ژاکوبین تشکیل داده می‌شود. برای این منظور متغیرهای ساختگی  $Y_1=R$  و  $Y_2=\theta$  تعریف می‌شوند. ژاکوبین دو خطای (27) و (28) به شکل زیر ساخته می‌شود:

$$\frac{\partial ER}{\partial Y_1} = -1 \quad (29)$$

$$\frac{\partial ER}{\partial Y_2} = 0 \quad (30)$$

$$\frac{\partial ET}{\partial Y_1} = 0 \quad (31)$$

<sup>1</sup> under-relaxation



## 2-4- نتایج حل عددی

پس از اطمینان از صحت روش عددی، دستگاه معادلات حاکم بر جریان و انتقال حرارت به طور کامل حل می‌شوند. برای این منظور کد کامپیوتری دو ورودی از کاربر دریافت می‌کند: شار حرارتی دیواره و هندسه محیط متخلخل (تابع احتمال توزیع اندازه). در شکل 5 تابع احتمال توزیع اندازه برای یک فتیله دو حفره‌ای با ضخامت 900 میکرون نشان داده شد. از این توزیع به عنوان اولین ورودی برای شبیه سازی استفاده می‌شود.

شکل 9 عملکرد حرارتی فتیله برای استفاده در لوله حرارتی را نشان می‌دهد. بر این اساس، این فتیله توانایی جذب شار حرارتی بالای 500 وات بر سانتی‌متر مربع را در فاصله کم 900 میکرون و با 80 درجه کلون مافوق گرمی (سوپرهیت) دارد. با توجه به این که فشار کاری لوله حرارتی‌ای که از این فتیله بهره می‌برد 15 کیلوپاسکال در نظر گرفته شده و در نتیجه دمای کاری آن بین 55 تا 60 درجه سانتی‌گراد می‌باشد، لذا استفاده از این ابزار روی یک سطح داغ با دمای 140 درجه، دمای سطح را در ارتفاعی کمتر از 1 میلی‌متر بالاتر از سطح به 60 درجه سانتی‌گراد می‌رساند. یکی دیگر از مزایای این روش خنک کاری این است که این سیکل نیازی به پمپ ندارد و فشار مویبینگی ایجاد شده توسط حفره‌ها عمل رساندن مایع به سطح را انجام می‌دهد.

شکل 10 تغییرات فشار در دامنه حل را نشان می‌دهد. مقادیر فشار فاز مایع روی محور سمت چپ و فشار بخار روی محور سمت راست نمایش داده شده‌اند. تفاوت این فشارها نشان‌دهنده فشار مویبینگی می‌باشد.

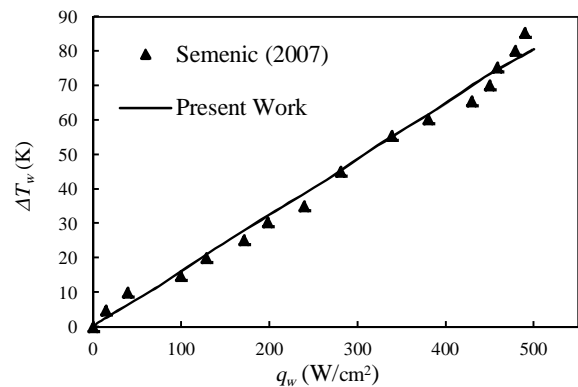


Fig.8 Comparison between Numerical results and Semenic [20] data for the wick with characteristics shown in Fig.6

شکل 8 مقایسه نتیجه شبیه سازی عددی و داده‌های به دست آمده از آزمایش سمینیک [20] برای فتیله‌ای که مشخصه توزیع اندازه آن در شکل 7 نشان داده شد.

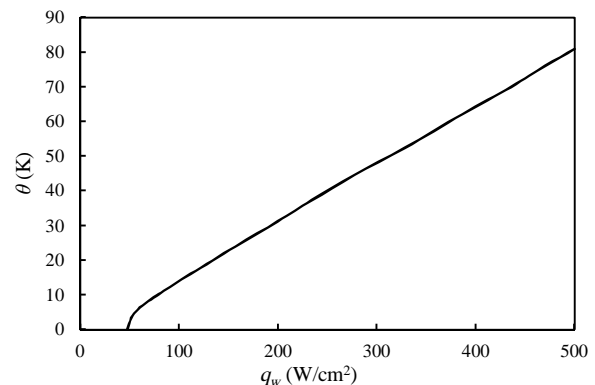


Fig.9 Thermal performance of the wick

شکل 9 عملکرد حرارتی فتیله

پس از اجرای برنامه به ازای مقادیر مختلف شار دیواره، تأثیر هندسه محیط متخلخل بر شرایط جوشش مشخص شد. شکل 11 تغییرات شعاع بحرانی کوالف با شار حرارتی دیواره را نشان می‌دهد. در شارهای بسیار پایین دیواره، مقدار به دست آمده برای پارامتر  $R$  از اندازه بزرگترین حفره بزرگتر است و بنابراین تمام دامنه توسط مایع پر می‌شود و تغییر فازی وجود ندارد. در یک شار مشخص (به عنوان مثال در هندسه مورد بررسی در این پژوهش، این مقدار 150 وات بر سانتی‌متر مربع بود) احتمال تشکیل اولین حباب‌ها در روی دیواره وجود دارد چون شعاع بحرانی در این شار (200 میکرون) از بزرگترین شعاع حفره در شکل 4 با احتمال بیشتر از صفر کمتر است (توجه کنید اندازه حفره‌ها در شکل 4 بر حسب قطر آورده شده است). این حباب به سمت نزدیکترین حفره‌های بزرگ (فضای بین خوشه‌ها) حرکت می‌کند. با افزایش شار حرارتی مقدار شعاع بحرانی کوالف کاهش یافته، جوشش در حفره‌های بیشتری انجام می‌گیرد و حفره‌های بزرگ بیشتری از بخار پر می‌شوند. در یک شار مشخص (در این مورد 1100 وات بر سانتی‌متر مربع) تقریباً تمام حفره‌های بزرگ از بخار پر شده و مایع فقط در فضای بین ذره‌ها وجود دارد. کد نوشته شده تا این مرحله از شبیه‌سازی را به خوبی مدل می‌کند اما در شارهای بسیار بالا (برای مثال بالاتر از 1200 وات بر سانتی‌متر مربع) که خشکی کامل فتیله رخ می‌دهد حل عددی واگرا می‌شود زیرا در شرایط خشکی فیزیکی حاکم بر مسئله کاملاً عوض شده و دیگر بر فرضیات پژوهش حاضر منطبق نیست.

به عنوان تلاش برای بررسی وابستگی عملکرد فتیله به هندسه متخلخل و نیز امکان سنجی تعیین هندسه بهینه (که در آن بیشترین خنک کاری در

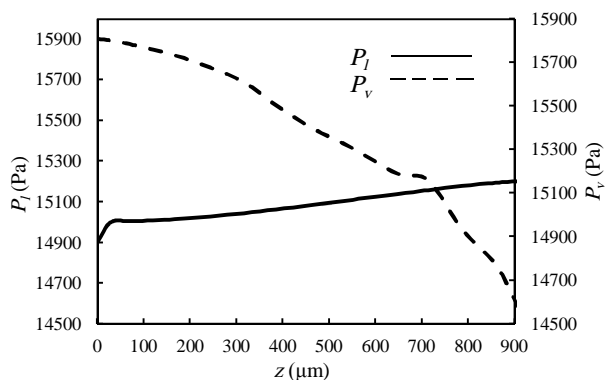


Fig.10 Liquid and vapor pressures through the computation domain

شکل 10 فشار فازهای مایع و بخار در دامنه حل

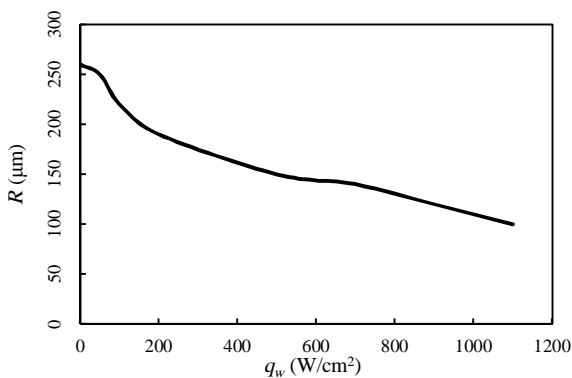


Fig.11 Kovalev critical radius vs. wall heat flux

شکل 11 تغییرات شعاع بحرانی کوالف با شار گرمای دیواره

می‌کند و نشان می‌دهد کاهش اندازه حفره‌های کوچک و افزایش اندازه حفره‌های بزرگ باعث بهبود عملکرد حرارتی فتیله می‌شود.

### 6- فهرست علائم

$d$	قطر ذره ( $\mu\text{m}$ )
$D$	قطر خوشه ( $\mu\text{m}$ )
$ER$	خطای شعاع کوالف ( $\mu\text{m}$ )
$ET$	خطای دما
$G$	شار جرمی ( $\text{kgm}^{-2}\text{s}^{-1}$ )
$h$	آنتالپی ( $\text{kJkg}^{-1}$ )
$k$	ضریب هدایت گرمایی مؤثر ( $\text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$ )
$P$	فشار (Pa)
$q$	شار گرمایی ( $\text{Wcm}^{-2}$ )
$R$	شعاع حفره بحرانی کوالف (m)
$Re$	عدد رینولدز
$T$	دما (K)
$v$	سرعت ( $\text{ms}^{-1}$ )
$Y_n$	متغیرهای زاکوبین
$z$	متغیر مکانی عمود بر سطح ( $\mu\text{m}$ )

### علائم یونانی

$\alpha$	ضریب انتقال حرارت حجمی ( $\text{WKm}^{-3}$ )
$\theta$	اختلاف دمای جامد و بخار (K)
$\kappa$	تراوایی ( $\text{m}^2$ )
$\lambda$	پارامتر زیر تخفیف
$\mu$	لزجت دینامیکی ( $\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-1}$ )
$\rho$	چگالی ( $\text{kgm}^{-3}$ )
$\sigma$	کشش سطحی ( $\text{Nm}^{-1}$ )
$\Phi$	اشباع فاز مایع

### زیرنویس‌ها

cond	هدایت
eff	مؤثر
evap	تبخیر
l	مایع
n	عمود بر سطح
S	سطح جامد
v	بخار
w	دیواره

### 7- مراجع

- [1] B. Soleimani, A. Keshavarz Valian, T. Malek Pour, Experimental investigation of velocity and roughness effects on subcooled flow boiling, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 6, pp. 327-334, 2015 (in Persian).
- [2] R. Ahmadi, T. Okawa, Observation of bubble dynamics during subcooled flow boiling on different surface wettability in atmospheric pressure, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No.7, pp. 313-320, 2015 (in Persian).
- [3] H. F. O'Hanley, *Separate effects of surface roughness, wettability and porosity on boiling heat transfer and critical heat flux and optimization of boiling surfaces*, PhD Thesis, Massachusetts Institute of Technology, 2012.

یک شار دیواره مشخص حاصل گردد)، این بار کد کامپیوتری با ورودی هندسه متخلخل دو حفره‌ای با قطر غالب حفره‌های کوچک 50 میکرون و حفره‌های بزرگ 300 میکرون و توزیع احتمال گوسی اجرا شده است. پارامتر ضخامت فتیله به منظور امکان مقایسه، ثابت در نظر گرفته می‌شود. نتیجه به دست آمده برای عملکرد این هندسه در قالب منحنی دمای سوپرهیت دیواره بر حسب شار حرارتی در شکل 12 نشان داده شده است. همانگونه که در بخش 1-2 ذکر شد براساس آزمایش‌های یه و همکاران [6] کاهش اندازه حفره‌های کوچک و افزایش اندازه حفره‌های بزرگ باعث بیشتر شدن ارتباط بین حفره‌ها و خروج راحت تر بخار از درون ماتریس متخلخل و در نتیجه بهبود عملکرد فتیله می‌شود. شکل 12 نیز همین نتیجه را نشان می‌دهد. با کاهش قطر غالب حفره‌های کوچک از 80 میکرون به 50 میکرون و افزایش قطر غالب حفره‌های بزرگ از 275 میکرون به 300 میکرون و ثابت نگه داشتن بقیه پارامترها (شار حرارتی دیواره و ضخامت فتیله) مشاهده می‌گردد فتیله توانایی خنک کاری سطح به میزان 95 کلوین را داراست در حالی که برای حالت قبل میزان این خنک کاری 80 کلوین بود. بنابراین امکان بهبود عملکرد فتیله‌ها صرفاً با تغییر هندسه آن‌ها وجود دارد اما رسیدن به یک ساختار بهینه برای قسمت اوپراتور لوله‌های حرارتی نیازمند در نظر گرفتن پارامترهای هندسی بیشتر و به کارگیری مدل‌های چند بعدی، وارد کردن پارامترهای دیگر سطح مانند ترشوندگی، و استفاده از فلزات یا آلیاژهای متنوع است.

### 5- نتیجه گیری

در مطالعه حاضر تلاش گردید برای درک بهتر جزئیات جریان و انتقال حرارت در محیط‌های متخلخل دو حفره‌ای که گامی مؤثر در بهبود طراحی لوله‌های حرارتی است، مدلی کاربردی ارائه شود. برای این منظور معادلات بقا در دامنه یک بعدی فتیله قسمت اوپراتور، حل گردید و با نتایج تجربی اعتبار سنجی شد. روش‌های آماری نظیر مدل کوالف و همکاران [16] ابزار مناسبی برای شبیه‌سازی ساختار نامنظم فتیله‌های دو حفره‌ای هستند. تفاوت مدل عددی حاضر با دیگر مدل‌های عددی، مرتبط نمودن هر چه بیشتر هندسه محیط متخلخل با عملکرد حرارتی آن است به گونه‌ای که می‌توان با وارد کردن چند ساختار هندسی با شرایط تخلخل متفاوت، هندسه بهینه به منظور توانایی خنک کاری را مشخص نمود. نتایج به دست آمده با تأکید بر اهمیت اندازه ذره‌ها و خوشه‌ها و شرایط تف جوشی، نقش اساسی دو پارامتر فشار مویبندی در دسترس توسط محیط و تراوایی فازها را بار دیگر روشن

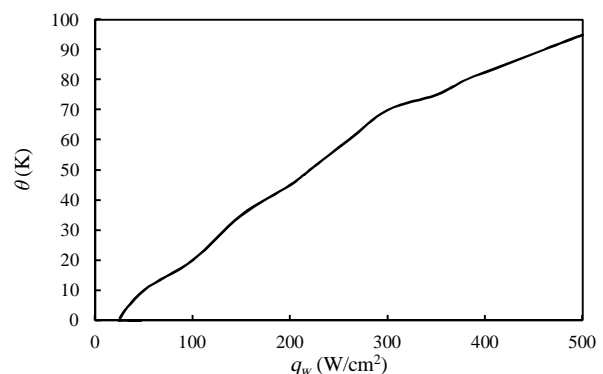


Fig.12 Thermal performance of the wick with 50 and 300 micron characteristic pore sizes

شکل 12 عملکرد حرارتی فتیله با اندازه حفره غالب 50 و 300 میکرومتر

- Edition, pp. 118-128, Academic press, 1991.
- [12] M. Hanlon, H. Ma, Evaporation heat transfer in sintered porous media, *Journal of Heat Transfer*, Vol. 125, No. 4, pp. 644-652, 2003.
- [13] R. Ranjan, J. Y. Murthy, S. V. Garimella, A microscale model for thin-film evaporation in capillary wick structures, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 54, No. 1, pp. 169-179, 2011.
- [14] S. M. Rao, A. Balakrishnan, Analysis of pool boiling heat transfer over porous surfaces, *Heat and mass transfer*, Vol. 32, No. 6, pp. 463-469, 1997.
- [15] T. Kaya, J. Goldak, Numerical analysis of heat and mass transfer in the capillary structure of a loop heat pipe, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 49, No. 17, pp. 3211-3220, 2006.
- [16] F.-C. Lin, B.-H. Liu, C.-T. Huang, Y.-M. Chen, Evaporative heat transfer model of a loop heat pipe with bidisperse wick structure, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 54, No. 21, pp. 4621-4629, 2011.
- [17] A. Vadnjal, *High Heat flux Evaporator*, PhD dissertation, Department of Mechanical Engineering, UCLA, 2007.
- [18] S. Kovalev, S. Solovyev, O. Ovodkov, Theory of boiling heat transfer on a capillary porous surface, *Proceeding of The 9th International Heat Transfer Conference*, Vol.2, pp.105-110, 1999.
- [19] T. Semenic, Y.-Y. Lin, I. Catton, Thermophysical properties of biporous heat pipe evaporators, *Journal of Heat Transfer*, Vol. 130, No. 2, pp. 022602.1-022602.9, 2008.
- [20] T. Semenic, *High Heat Flux Removal Using Biporous Heat Pipe Evaporators*, PhD Thesis, UCLA, 2007.
- [4] P. Vityaz, S. Konev, V. Medvedev, V. Sheleg, Heat pipes with bidispersed capillary structures, *Proceeding of 5th International Heat Pipe Conference*, Elsevier Science Oxford, pp. 127-135, 1984.
- [5] J. Wang, I. Catton, Biporous heat pipes for high power electronic device cooling, *Proceeding of seventeenth IEEE symposium*, pp. 211-218, 2001.
- [6] C.-C. Yeh, C.-N. Chen, Y.-M. Chen, Heat transfer analysis of a loop heat pipe with biporous wicks, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 52, No. 19, pp. 4426-4434, 2009.
- [7] D. Coso, M.-C. Lu, J.-Y. Chang, A. Majumdar, V. Srinivasan, Enhanced heat transfer in biporous wicks in the thin liquid film evaporation and boiling regimes, *Journal of Heat Transfer*, Vol. 134, No. 10, pp. 101501.1-101501.11, 2012.
- [8] Z. C Liu, H. Li, B. B. Chen, J. G. Yang, W. Liu, Operational characteristics of flat type loop heat pipe with biporous wick, *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 58, pp. 180-185, 2012.
- [9] S. C. Wua, D. Wangb, W.J. Lina, Y. M. Chenc, Investigating the effect of powder-mixing parameter in biporous wick manufacturing on enhancement of loop heat pipe performance, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 89, pp 460-467, 2015.
- [10] B. Baliga, S. Patankar, A control volume finite-element method for two-dimensional fluid flow and heat transfer, *Numerical Heat Transfer*, Vol. 6, No. 3, pp. 245-261, 1983.
- [11] F. A. Dullien, *Porous media: fluid transport and pore structure*. Second