



## طراحی و پیاده‌سازی کنترلر زاویه‌ای PID با بهره‌گیری از سیستم فازی برای تنظیم بهره‌های کنترلی کوادروتور

وحید تیکنی<sup>1</sup>، حامد شهبازی<sup>2\*</sup>

1- کارشناسی ارشد، گروه مهندسی مکانیک، دانشکده فنی مهندسی، دانشگاه اصفهان، اصفهان

2- استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشکده فنی مهندسی، دانشگاه اصفهان، اصفهان

\* اصفهان، صندوق پستی 8164833664، shahbazi@eng.ui.ac.ir

### چکیده

در دهه‌های اخیر مطالعات به منظور مدل‌سازی و کنترل ربات‌های پرنده روند رو به رشدی را به خود گرفته است. این مقاله یک مدل کنترلی برای ربات پرنده با چهار روتور به نام کوادروتور ارائه می‌کند. مدل‌سازی کوادروتور با استفاده از روابط اولر- نیوتون بیان شده است. برای پایدارسازی و کنترلر زاویه‌ای کوادروتور یک کنترلر کلاسیک PID طراحی و پیاده‌سازی شده و از یک کنترلر فازی برای تنظیم ضرایب کنترلی استفاده گردیده است. از آنجا که کوادروتور یک سیستم غیرخطی است، استفاده از کنترلرهای کلاسیک برای پایدارسازی آن به اندازه کافی موثر نخواهد بود و بهره‌گیری از سیستم فازی برای تنظیم بهره‌های کنترلی منجر به بهبود پاسخ کنترلی می‌شود. سیستم فازی با توجه به مقدار مطلوب منظور شده برای کوادروتور، بهره‌های کنترلی را به منظور بهبود عملکرد کوادروتور تنظیم می‌کند و نتایج بهتری نسبت به کنترلر کلاسیک PID ارائه می‌دهد. یک مجموعه‌ی آزمایشگاهی شامل کوادروتور و حسگرهای شتاب‌سنج، ژيروسکوپ و قطب‌نما به همراه میکروکنترلر برای پیاده‌سازی کنترلر زاویه‌ای فازی PID طراحی و ساخته شده است. با توجه به این‌که داده‌های آزمایشگاهی دارای نویز هستند از فیلتر کالمن برای کاهش نویز حسگرها استفاده شده است. در نهایت استفاده از فیلتر کالمن برای فیلتر داده‌های آزمایشگاهی منجر به کنترل زاویه‌ای مناسب مجموعه شده است.

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 20 اردیبهشت 1395

پذیرش: 20 مرداد 1395

ارائه در سایت: 21 شهریور 1395

کلید واژگان:

کنترلر فازی PID

کوادروتور

فیلتر کالمن

سیستم فازی

کنترلر زاویه‌ای

## Design and implementation of attitude PID controller with fuzzy system to adjust the controller gain values for quadrotor

Vahid Tikani, Hamed Shahbazi\*

Department of Mechanical Engineering, University of Isfahan, Isfahan, Iran

\* P.O.B. 8164833664, Isfahan, Iran, shahbazi@eng.ui.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 09 May 2016  
Accepted 10 August 2016  
Available Online 11 September 2016

### Keywords:

Fuzzy PID controller  
Quadrotor  
Kalman filter  
Fuzzy system  
Attitude controller

### ABSTRACT

This paper presents a completely practical control approach for quadrotor drone. Quadrotor is modeled using Euler-Newton equations. For stabilization and control of quadrotor a classic PID controller has been designed and implemented on the plant and a fuzzy controller is used to adjust the controller parameters. Considering that quadrotor is a nonlinear system, using classic controllers for the plant is not effective enough. Therefore, using fuzzy system which is a nonlinear controller is effective for the nonlinear plant. According to the desired set point, fuzzy system adjusts the controller gain values to improve the performance of quadrotor which leads to better results than classical PID controller. To study the performance of fuzzy PID controller on attitude control of the system, a quadrotor is installed onto the designed stand. The system consists of accelerometer and gyroscope sensors and a microcontroller which is used to design fuzzy PID attitude controller for the quadrotor. Regarding to the considerable noises of the experimental data, Kalman filter is used to reduce them. Finally, using the Kalman filter leads to better estimation of the quadrotor angle position and the fuzzy PID controller performs the desired motions successfully.

### 1-مقدمه

ساخته شد [1]. از آن پس پرنده‌های چهارمخه متعددی ساخته شد از جمله هلیکوپتر اومنیچن [2]. با توجه به این‌که در آن دوره ساخت و توسعه حسگرها و طراحی سیستم کنترلی چندان امکان‌پذیر نبود، طراحی پرنده‌های خودکار عملاً غیرممکن بود. پیشرفت‌های اخیر در حوزه کنترل و الکترونیک که منجر به ساخت حسگرهای با دقت بالا شده است، این امکان را برای طراحان به وجود آورده است که به طراحی پهبادهای کنترل‌پذیر روی آورند. از این رو پهبادها در اندازه‌های مختلف و با امکانات گسترده ساخت و توسعه

با توجه به کاربرد فراوان پهبادها در دهه‌های اخیر برای کاربردهای نظامی و غیرنظامی (از جمله: آتش‌نشانی، عملیات جستجو و نقشه برداری) این پرنده‌ها بسیار مورد توجه محققان قرار گرفته است. طراحی و کنترل این پهبادها از مهمترین چالش‌های پیش رو در زمینه طراحی ربات‌های پرنده به‌شمار می‌رود. طراحی پرنده‌های چندمخه مانند کوادروتور از آغاز قرن بیستم بسیار مورد توجه قرار گرفتند. اولین پرنده چهارمخه در سال 1921 توسط دیوتزات

Please cite this article using:

V. Tikani, H. Shahbazi, Design and implementation of attitude PID controller with fuzzy system to adjust the controller gain values for quadrotor, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 9, pp. 19-28, 2016 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

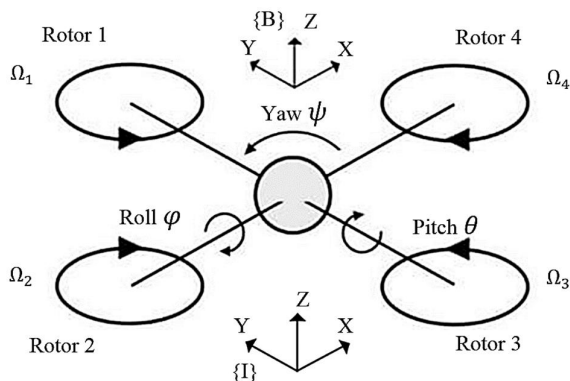


Fig. 1 Quadrotor configuration

شکل 1 ساختار کوادروتور

می‌شود که متشکل از دو بال بوده و هر کدام دارای موتورهایی در انتهای خود هستند. موتورهای شماره‌ی 1 و 3 در راستای ساعت‌گرد می‌چرخند و موتورهای شماره‌ی 2 و 4 در راستای پادساعت‌گرد می‌چرخند.

به منظور به دست آوردن مدل دینامیکی سیستم به صورت مدل فضای حالت متغیرهای حالت به صورت  $\dot{X} = f(X, U)$  منظور می‌شود که در آن  $U$  بردار ورودی و  $X$  بردار متغیرهای حالت است و به صورت زیر تعریف می‌شوند [20]:

$$X = [\phi \ \dot{\phi} \ \theta \ \dot{\theta} \ \psi \ \dot{\psi} \ z \ \dot{z} \ x \ \dot{x} \ y \ \dot{y}] \quad (1)$$

$$U = [U_1 \ U_2 \ U_3 \ U_4] \quad (2)$$

برای مدل‌سازی کوادروتور دو دستگاه مختصات تعریف می‌شود، دستگاه مختصات روی بدنه و دستگاه مختصات روی زمین. همان‌گونه که در شکل 1 نشان داده شده، موقعیت زاویه‌ای کوادروتور با سه زاویه‌ی اوپلری  $\phi$ ،  $\theta$  و  $\psi$  مشخص شده‌اند که زاویه‌ی حرکت در راستاهای رول<sup>1</sup>، پیچ<sup>2</sup> و یاو<sup>3</sup> هستند و در مجموع ماتریس  $\Omega^T = (\phi, \theta, \psi)$  را تشکیل می‌دهند. موقعیت کوادروتور از دستگاه روی زمین با  $r^T = (x, y, z)$  مشخص می‌شود. ماتریس انتقال از دستگاه روی بدنه به دستگاه روی زمین با ماتریس  $R$  صورت می‌گیرد و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$R = \begin{pmatrix} c\psi \cdot c\theta & c\psi \cdot s\theta \cdot s\phi - s\psi \cdot c\phi & c\psi \cdot s\theta \cdot c\phi + s\psi \cdot s\phi \\ s\psi \cdot c\theta & s\psi \cdot s\theta \cdot s\phi + c\psi \cdot c\phi & s\psi \cdot s\theta \cdot c\phi - c\psi \cdot s\phi \\ -s\theta & c\theta \cdot s\phi & c\theta \cdot c\phi \end{pmatrix} \quad (3)$$

$c\theta$  نمایش  $\cos \theta$  و  $s\theta$  نمایش  $\sin \theta$  است. نیروی تولیدی توسط روتور  $i$  به صورت  $F_i = b \cdot \omega_i^2$  است که  $b$  نمایش ضریب بالابرنده و  $\omega_i$  (rad/s) نمایش سرعت زاویه‌ای روتور است. بنابراین، نیروی عمودی وارد بر سیستم به صورت زیر خواهد بود.

$$T = \sum_{i=1}^4 |F_i| = b \cdot \sum_{i=1}^4 \omega_i^2 \quad (4)$$

با توجه به این نیرو معادله دیفرانسیل برای حرکت خطی کوادروتور به صورت زیر است:

$$\begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{pmatrix} = g \times \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} - R \frac{T}{m} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (5)$$

بنابراین معادله دیفرانسیل برای حرکت دورانی سیستم به صورت زیر خواهد بود [20]:

یافته‌اند.

تحقیق و توسعه در مدل‌سازی و طراحی کنترلر برای پهپاد کوادروتور در سال‌های اخیر بسیار مورد توجه قرار گرفته است. تعدادی از این پژوهش‌ها به صورت خلاصه در ادامه آمده است. آلتوگ و همکارانش اقدام به مدل‌سازی کوادروتور براساس روش اوپلر-نیوتون نمودند و با تمرکز بر پایدارسازی و بازخورد با استفاده از تصاویر به طراحی و توسعه‌ی کنترلر برای کوادروتور پرداختند [3]. سوتر و همکارانش نیز به بررسی طراحی کنترلر با استفاده از سروو کنترلرهای مبتنی بر تصویر پرداخت [4]. همچنین دانفید و همکارانش یک کنترلر مینی‌بر شبکه عصبی برای کوادروتور طراحی نمودند [5]. برای تخمین موقعیت کوادروتور ارل و همکارانش از یک فیلتر کالمن استفاده نمودند [6]. لی و همکارانش به طراحی کنترلر مود لغزشی برای کوادروتور پرداخته‌اند [7]. بورا و همکارانش نیز یک کنترلر فازی هیبریدی برای کنترل کوادروتور طراحی نمود [8]. طراحی کنترلر فازی برای سیستم‌های دینامیکی بسیار مورد استفاده قرار گرفته است، که از جمله آن می‌توان به طراحی کنترلر فازی منطقی برای کوادروتور اشاره داشت [9, 10]. روش کمترین مربعات به سبب مزیت در ارائه سیگنال ورودی بهینه از فیدبک متغیرها، موضوع برخی از پژوهش‌ها قرار گرفته‌است. مزیت این روش این است که می‌تواند سیستم را در محدوده مجاز طراحی قرار دهد و چون مربوط به نظریه خطی است به راحتی می‌توان کنترلر بهینه‌ی حلقه بسته را تشکیل داد [13-11]. روش مود لغزشی برای عدم قطعیت‌های غیرخطی پاسخ مناسبی دارد، از جمله مزیت‌های این روش پاسخ سریع، مقاوم در برابر عدم قطعیت‌ها و اغتشاشات خارجی، سازگاری با سیستم غیرخطی و سادگی در پیاده‌سازی است. این روش نیز مانند روش‌های دیگر نقاط ضعفی دارد که از آن جمله پدیده‌ی نوسان در اطراف صفحه لغزش است [14-16]. به دلیل ارتعاشات بالای کوادروتور در طول پرواز حسگرهای شتاب‌سنج وژیروسکوپ با نویز بسیار زیادی همراه هستند، به منظور حذف نویز حسگرها و مدل‌سازی با استفاده از داده‌های آزمایشگاهی از فیلتر کالمن استفاده می‌شود [17]. مولتی‌روتورهای با بیش از چهار روتور نیز مورد توجه پژوهشگران بوده است. توفیق و همکاران با هدف ردیابی مسیر برای یک عمودپرواز شش ملخه، دو کنترل‌کننده به روش فیدبک خطی‌ساز طراحی کرده است [18]، و در پژوهشی دیگر به روش خطی‌سازی پسخوراند و گام به عقب اقدام به طراحی کنترلر برای یک عمودپرواز پنج ملخه نمود [19].

در این مقاله ابتدا مدل‌سازی کوادروتور صورت پذیرفته و سپس دو کنترلر کلاسیک PID و کنترلر فازی-PID که در آن بهره‌های کنترلی با استفاده از سیستم فازی تنظیم می‌شوند، طراحی شده است. در ادامه به مقایسه عملکرد این دو کنترلر پرداخته شده است. به منظور بررسی تجربی، یک مدل آزمایشگاهی برای پیاده‌سازی کنترلر زاویه‌ای طراحی و توسعه داده شده است و با پیاده‌سازی کنترلر ارائه شده در مدل آزمایشگاهی به بررسی عملکرد این نوع از کنترلر در پاسخ به ورودی پله و مقاومت در برابر اغتشاشات خارجی پرداخته شده است.

## 2-مدل‌سازی کوادروتور

مطالعه‌ی دینامیک سازه کوادروتور به شناخت هرچه بیشتر فیزیک این سازه و رفتار آن کمک می‌کند. این نوع از پهپادها دارای شکلی صلیبی هستند که چهار روتور در گوشه‌های آن به عنوان پیش‌ران‌ها، نیروی موردنیاز برای پرواز این سازه را فراهم می‌کنند. حرکت کوادروتور با استفاده از تغییر سرعت چرخش روتورها انجام می‌گیرد. پیکربندی کوادروتور در شکل 1 ملاحظه

<sup>1</sup> Roll  
<sup>2</sup> Pitch  
<sup>3</sup> Yaw

کنترلر تناسبی-انترگرال-مشتق‌گیر - مشتق‌گیر از دسته کنترلرهای مبتنی بر بازخورد است که به صورت عمده‌ای در سیستم‌های کنترلی مورد استفاده قرار می‌گیرد. با توجه به ساختار ساده و عملکرد مقاوم این نوع از کنترلر، طراحی و پیاده‌سازی آن در صنایع بسیار رواج دارد. رابطه‌ی کلی کنترلر تناسبی-انترگرال-مشتق‌گیر - مشتق‌گیر به صورت زیر است:

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(t) dt + K_d \frac{d}{dt} e(t) \quad (11)$$

بهره‌ی کنترلی  $K_p$ ، بازخورد کنترلی نسبت به خطای بین مقدار مطلوب و مقدار واقعی است. بهره‌ی کنترلی مشتق‌گیر  $K_d$  بازخورد کنترلی به نرخ تغییر خطا و بهره‌ی کنترلی انترگرال‌گیر  $K_i$ ، بازخورد کنترلی به مجموع مقادیر خطاست که در ورودی کنترلی لحاظ شده‌اند. برای کنترل زاویه‌ای کوادروتور سه ورودی کنترلی  $U_2$  و  $U_3$  و  $U_4$  را برای کنترل جهت‌های رول، پیچ و یاء تولید می‌شوند.

### 2-3-کنترلر PID با بهره‌گیری از سیستم فازی برای تنظیم بهره‌های کنترلی

طراحی یک کنترلر PID با عملکرد مطلوب وابسته به انتخاب بهره‌های کنترلی است. در ادامه اقدام به طراحی یک سیستم فازی برای تعیین بهره‌های کنترلی به صورت لحظه‌ای شده است. یک کنترلر فازی براساس و پایه کنترلر PID عمل می‌کند و بهره‌های کنترلی را براساس یک منطق فازی به صورت لحظه‌ای تغییر می‌دهد تا سیستم پاسخ مطلوبی داشته باشد. همان‌گونه که در "شکل 2" مشخص است، سیستم فازی PID با گرفتن پارامترهای خطا و مشتق خطا در هر لحظه به‌عنوان ورودی با استفاده از قوانین فازی از پیش تعیین شده، اقدام به تغییر مقادیر بهره‌های کنترلی می‌کند.

قوانین کنترلر فازی تعریف رابطه بین خطا و مشتق خطا با ضریب بهره‌های کنترلی است. همان‌گونه که در "شکل 3" نشان داده شده است، برای تعریف توابع عضویت خطا و مشتق خطا در سیستم فازی هفت پارامتر اختصاص داده شده و به کمک آن مقادیر عددی به تعاریف فازی تبدیل می‌شود.

برای برآورد بهره‌های کنترلی سه مقدار  $K_p'$  و  $K_d'$  و  $K_i'$  به عنوان خروجی سیستم فازی در محدوده‌ی  $[-1, 1]$  منظور می‌شوند. سپس با استفاده از روابط (12) بهره‌های کنترلی بین حد بالا و پایین منظور شده، به دست می‌آیند.

$$K_p = (K_{p,max} - K_{p,min})K_p' + K_{p,min} \quad (12-الف)$$

$$K_d = (K_{d,max} - K_{d,min})K_d' + K_{d,min} \quad (12-ب)$$

$$K_i = (K_{i,max} - K_{i,min})K_i' + K_{i,min} \quad (12-ج)$$

همان‌گونه که در "شکل 4" نشان داده شده است، برای تعریف توابع عضویت خروجی سیستم فازی از پارامترهای S و B استفاده می‌شود.

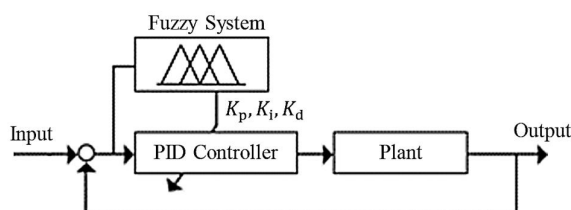


Fig. 2 PID controller via fuzzy system for tuning the gain values

شکل 2 کنترلر PID با استفاده از سیستم فازی برای تنظیم بهره‌ها

$$I \cdot \dot{\Omega} = -(\dot{\Omega} \times I \cdot \dot{\Omega}) - M_G + M \quad (6)$$

$I$  ماتریس اینرسی سیستم و  $M_G$  گشتاور ژيروسکوپی را نشان می‌دهد.  $M$  نیز گشتاور وارد بر بدنه است و به صورت رابطه (7) به دست می‌آید:

$$M = \begin{pmatrix} Lb(\omega_3^2 - \omega_4^2) \\ Lb(\omega_1^2 - \omega_2^2) \\ d(\omega_1^2 + \omega_2^2 - \omega_3^2 - \omega_4^2) \end{pmatrix} \quad (7)$$

$d$  ضریب بازدارندگی و  $L$  فاصله‌ی بین روتورها و مرکز جرم است. معادلات دینامیکی سیستم با استفاده از معادلات (5) و (6) به صورت به‌دست می‌آیند:

$$\ddot{x} = (\cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi) \frac{U_1}{m} \quad (8-الف)$$

$$\ddot{y} = (\cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi) \frac{U_1}{m} \quad (8-ب)$$

$$\ddot{z} = -g + (\cos(\phi)\cos(\theta)) \frac{U_1}{m} \quad (8-ج)$$

$$\ddot{\phi} = \dot{\theta}\dot{\psi} \left[ \frac{I_{yy} - I_{zz}}{I_{xx}} \right] + \frac{I_r}{I_{xx}} \dot{\theta}\Omega_d + \frac{1}{I_{xx}} U_2 \quad (8-د)$$

$$\ddot{\theta} = \dot{\phi}\dot{\psi} \left[ \frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}} \right] - \frac{I_r}{I_{yy}} \dot{\phi}\Omega_d + \frac{1}{I_{yy}} U_3 \quad (8-ه)$$

$$\ddot{\psi} = \dot{\theta}\dot{\phi} \left[ \frac{I_{xx} - I_{yy}}{I_{zz}} \right] + \frac{1}{I_{yy}} U_4 \quad (8-و)$$

$x$  و  $y$  و  $z$  موقعیت مرکز جرم کوادروتور را نشان می‌دهند. سه زاویه‌ی  $\phi$  و  $\theta$  و  $\psi$  زوایای اوایل هستند و موقعیت زاویه‌ای کوادروتور را بیان می‌کنند. همچنین  $m$  و  $I_{xx}$  و  $I_{yy}$  و  $I_{zz}$  جرم و ممان‌های اینرسی کوادروتور هستند.  $I_r$  ممان اینرسی روتورها است و  $\Omega_d$  مجموع سرعت‌های زاویه‌ای تیغه‌های پرواز می‌باشد که به صورت رابطه (9) تعریف می‌شود:

$$\Omega_d = \omega_1 + \omega_2 - \omega_3 - \omega_4 \quad (9)$$

$U_1$  و  $U_2$  و  $U_3$  و  $U_4$  ورودی‌های سیستم و به ترتیب نیروی مجموع بالا‌برنده و مومنت‌های رول و پیچ و یاء تولیدی توسط تیغه‌های پروازی می‌باشند، که به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$U_1 = b(\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_4^2) \quad (10-الف)$$

$$U_2 = b(\omega_3^2 - \omega_4^2) \quad (10-ب)$$

$$U_3 = b(\omega_1^2 - \omega_2^2) \quad (10-ج)$$

$$U_4 = d(\omega_1^2 + \omega_2^2 - \omega_3^2 - \omega_4^2) \quad (10-د)$$

### 3-کنترلر زاویه‌ای کوادروتور

در ادامه، دو کنترلر برای پایدارسازی کوادروتور طراحی می‌شود. کنترلر کلاسیک تناسبی-انترگرال-مشتق‌گیر و کنترلر PID با استفاده از سیستم فازی برای تنظیم بهره‌های کنترلی. همان‌گونه که اشاره شد ورودی‌های کنترلی توسط معادلات (10) مشخص می‌شوند سه ورودی کنترلی  $U_2$  و  $U_3$  و  $U_4$  برای کنترل زوایا تولید می‌شود که حرکت‌های رول، پیچ و یاء را کنترل می‌کند.

### 1-3-کنترلر کلاسیک تناسبی-انترگرال-مشتق‌گیر

$K'_p$  و  $K'_i$  که مقادیر خروجی سیستم فازی محسوب می‌شوند، در "شکل 5" به صورت نمایش سطحی براساس مقادیر ورودی  $e$  و  $\dot{e}$  رسم شده است. نمایش سطحی خروجی  $K'_d$  برحسب ورودی‌ها در سیستم فازی نیز در "شکل 6" رسم شده است.

#### 4-نتایج شبیه‌سازی

کنترلر کلاسیک تناسبی-انتگرال‌گیر-مشتق‌گیر با بهره‌گیری از سیستم فازی برای تنظیم بهره‌های کنترلی در نرم‌افزار متلب شبیه‌سازی و پیاده‌سازی شد تا عملکرد کنترلر با کنترلر کلاسیک PID مقایسه و ارزیابی شود. "شکل 7" نتیجه شبیه‌سازی برای کنترل زاویه‌ی رول را نشان می‌دهد، پاسخ کنترلر فازی PID و PID-پله به ورودی پله و تغییرات بهره‌های کنترلی در طول زمان در این شکل رسم شده‌اند، همان‌گونه که مشخص است پاسخ سیستم با روش کنترلی فازی PID نسبت به PID پاسخ مطلوب‌تری دارد.

جدول 3 مقایسه‌ی کنترلر رول برای روش‌های ارائه شده در پاسخ به ورودی پله است. مشخصات پاسخ به ورودی پله شامل زمان نشست ( $t_s$ )، میزان فراجهش ( $M_p$ )، پاسخ ماندگار ( $e_{ss}$ ) و زمان رسیدن به پاسخ مطلوب ( $t_r$ ) در این جدول ارائه شده است.

"شکل 8" نتیجه شبیه‌سازی برای کنترل زاویه‌ی پیچ و تغییرات بهره‌های کنترلی توسط کنترلر فازی را نشان می‌دهد.

جدول 4 مقایسه کنترلر پیچ برای دو کنترلر ارائه شده در پاسخ به ورودی پله است. همان‌گونه که در این جدول آمده است زمان نشست سیستم و میزان فراجهش با استفاده از کنترلر فازی-PID به مراتب کمتر از کنترلر کلاسیک PID است و سیستم در زمان کمتری به پاسخ مطلوب می‌رسد.

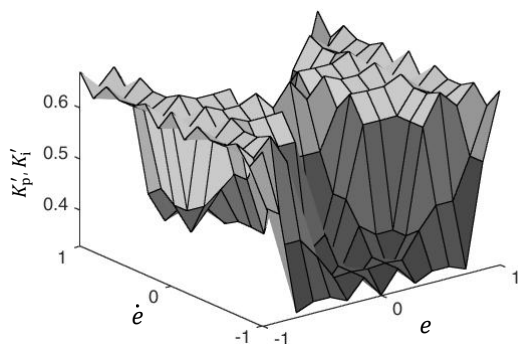


Fig. 5 Fuzzy inference system output surface for  $K'_p$  and  $K'_i$   
شکل 5 خروجی سطحی  $K'_p$  و  $K'_i$  در سیستم فازی

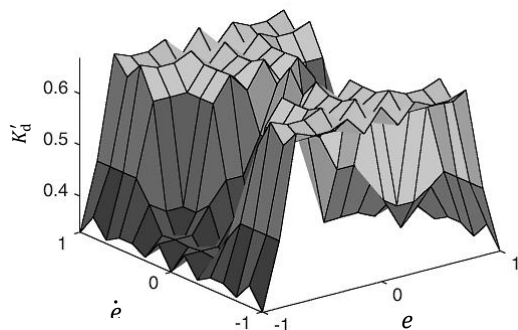


Fig. 6 Fuzzy inference system output surface for  $K'_d$   
شکل 6 خروجی سطحی  $K'_d$  در سیستم فازی

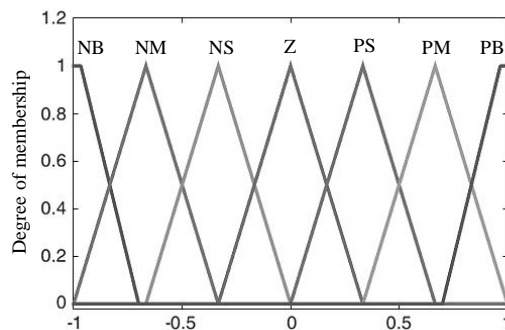


Fig. 3 Membership function for  $e$  and  $\dot{e}$

شکل 3 توابع عضویت برای  $e$  و  $\dot{e}$

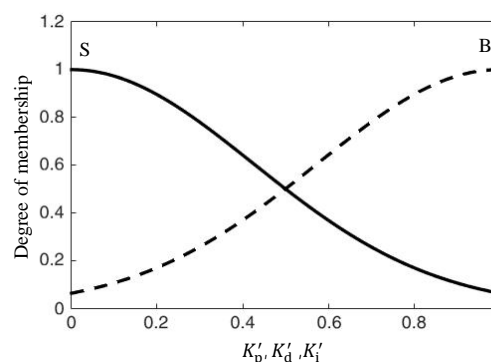


Fig. 4 Membership function for  $K'_p$ ,  $K'_d$  and  $K'_i$

شکل 4 توابع عضویت برای  $K'_p$ ،  $K'_d$  و  $K'_i$

تعریف قوانین زبانی مهمترین بخش طراحی کنترلر فازی-PID به شمار می‌رود، قوانین زبانی شرایط هر خروجی را با توجه به مقادیر کیفی ورودی  $e$  و  $\dot{e}$  مشخص می‌کنند. مقادیر  $K'_p$  و  $K'_d$  و  $K'_i$  خروجی‌های سیستم فازی با قوانین وضع شده در جدول‌های 1 و 2 هستند.

جدول 1 قوانین فازی برای تنظیم  $K'_p$  و  $K'_i$

Table 1 Fuzzy rules for tuning the  $K'_p$  and  $K'_i$

		$\dot{e}$						
		NB	NM	NS	ZO	PS	PM	PB
$e$	NB	B	B	B	B	B	B	B
	NM	S	B	B	B	B	B	S
	NS	S	S	B	B	B	S	S
	ZO	S	S	S	B	S	S	S
	PS	S	S	B	B	B	S	S
	PM	S	B	B	B	B	B	S
	PM	B	B	B	B	B	B	B

جدول 2 قوانین فازی برای تنظیم  $K'_d$

Table 2 Fuzzy rules for tuning the  $K'_d$

		$\dot{e}$						
		NB	NM	NS	ZO	PS	PM	PB
$e$	NB	S	S	S	S	S	S	S
	NM	B	S	S	S	S	S	B
	NS	B	B	S	S	S	B	B
	ZO	B	B	B	S	B	B	B
	PS	B	B	S	S	S	B	B
	PM	B	S	S	S	S	S	B
	PM	S	S	S	S	S	S	S

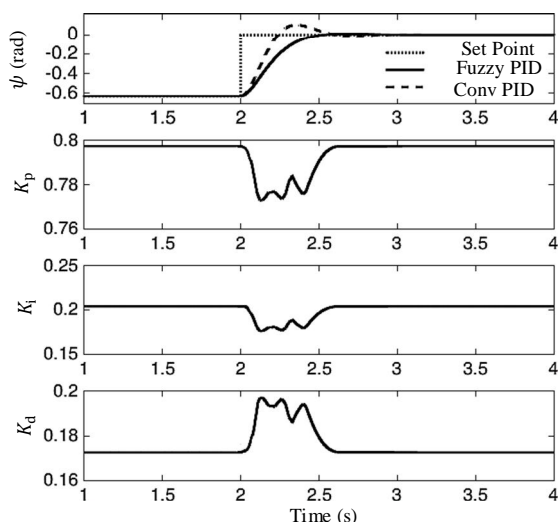


Fig. 9 Yaw and gain values changes per time

شکل 9 تغییرات یاو و بهره‌های کنترلی در واحد زمان

جدول 5 مشخصه‌های سیستم در پاسخ به کنترل یاو برای روش‌های ارائه شده را مقایسه می‌کند، استفاده از کنترلر فازی-PID میزان فراجهش و زمان نشست را کاهش داده است.

#### 5-ساخت و توسعه‌ی نمونه آزمایشگاهی

طراحی یک سیستم کنترلی برای کوادروتور نیازمند طراحی یک بستر آزمایشگاهی برای پیاده‌سازی و تست عملی کنترلر است. به منظور کم کردن پیچیدگی‌های کنترل و جلوگیری از آسیب دیدن سازه، بسترهای آزمایشگاهی برای محدود کردن درجات آزادی سیستم طراحی و ساخته شد.

به همین منظور دو پایه برای طراحی کنترلر طراحی شده‌است به این صورت که پایه نشان داده شده در "شکل 10" حرکت و چرخش در راستاهای رول، پیچ و یاو را برای کوادروتور عملی می‌کند و پایه نشان داده شده در "شکل 11" حرکت در راستای رول را برای سازه امکان‌پذیر می‌کند.

کوادروتور یک سیستم شش درجه آزادی است که از چهار روتور به عنوان پیشران استفاده می‌کند. پیشران‌ها موتورهای DC هستند که جریان و ولتاژ موردنیاز آن‌ها توسط باتری تأمین می‌شود و برای چرخش آن‌ها توسط

جدول 5 مقایسه کنترل یاو

Table 5 Comparison of controlling yaw

کنترلر	$t_r$	$e_{ss}$	$M_p(\%)$	$t_s$
PID	0.23	0	15.21	0.48
فازی PID	0.42	0	0.88	0.41



Fig. 10 Quadrotor on the experiment base with three degree of freedom

شکل 10 نحوه قرارگیری کوادروتور روی پایه با سه درجه آزادی

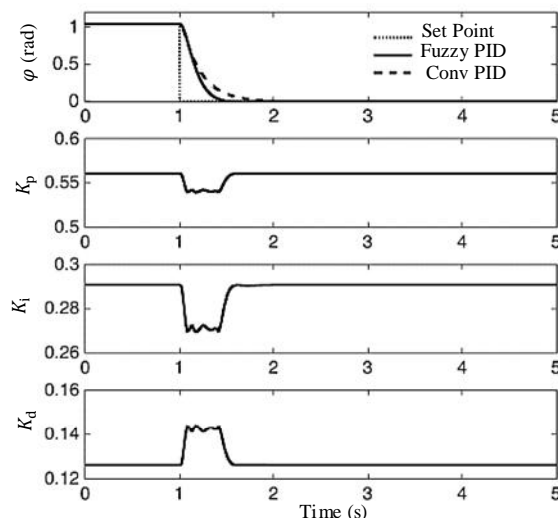


Fig. 7 Roll and gain values changes per time

شکل 7 تغییرات رول و بهره‌های کنترلی در واحد زمان

جدول 3 مقایسه کنترل رول

Table 3 Comparison of controlling roll

کنترلر	$t_r$	$e_{ss}$	$M_p(\%)$	$t_s$
PID	0.65	0	0	0.64
فازی PID	0.39	0	0	0.38

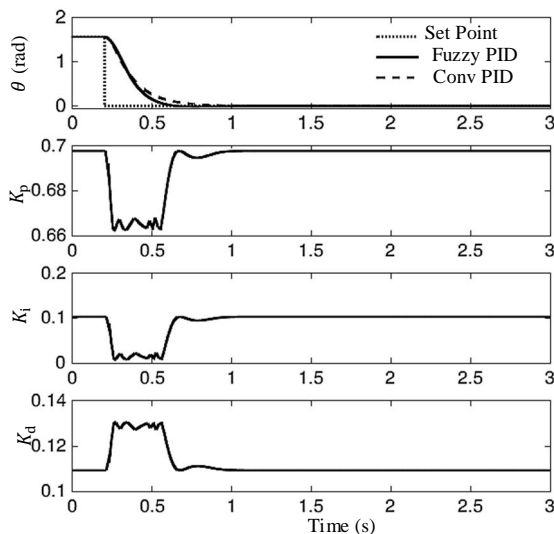


Fig. 8 Pitch and gain values changes per time

شکل 8 تغییرات پیچ و بهره‌های کنترلی در واحد زمان

جدول 4 مقایسه کنترل پیچ

Table 4 Comparison of controlling pitch

کنترلر	$t_r$	$e_{ss}$	$M_p(\%)$	$t_s$
PID	0.55	0	0	0.54
فازی PID	0.40	0	0.83	0.38

"شکل 9" نتیجه شبیه‌سازی برای کنترل زاویه‌ی یاو در پاسخ به ورودی پله برای کنترلر PID و فازی PID و تغییرات بهره‌های کنترلی را نشان می‌دهد.

## 6- الگوریتم ترکیب حسگرها و نویز

به صورت کلی سه استراتژی برای ترکیب داده‌ها موجود است. اولین روش با عنوان روش اصلاح شناخته می‌شود، در این روش اطلاعات خروجی از یک حسگر برای اصلاح دیگری استفاده می‌شود. استراتژی دوم اختلاط نام دارد، که با ترکیب و اختلاط خروجی‌های چندین حسگر اقدام به تولید داده می‌کند. روش سوم و بهترین روش برای ترکیب اطلاعات حسگرها، ادغام است. در این روش مقادیر هر حسگر با منظور کردن ضرایب وزنی و آماری مختلف با همدیگر ترکیب می‌شوند تا بهینه‌ترین پاسخ ممکن را در خروجی تولید کنند. به صورت کلی الگوریتم‌های ادغام از فیلتر کالمن برای تشخیص سیگنال نویزی در طول زمان استفاده می‌کنند تا سیگنالی نزدیک به مقدار واقعی تولید شود [17].

حسگرهای IMU به دو نوع دیجیتال و آنالوگ تقسیم‌بندی می‌شوند. حسگر آنالوگ، خروجی را به صورت ولتاژ به میکروکنترلر می‌دهد. میکروکنترلر با استفاده از مبدل آنالوگ به دیجیتال (ADC) این مقدار را به مقادیر دیجیتال تبدیل می‌کند. برای تخمین دقیق موقعیت کوادروتور خروجی حسگرهای شتاب‌سنج و ژيروسکوپ با ضرایب وزنی مشخص ادغام می‌شوند. ضرایب وزنی فیلتر کالمن در طی زمان و با تغییر نویز داده‌های خوانده شده از شتاب‌سنج تغییر می‌کند. بردار  $R_{raw}$  بردار نویزی خروجی از حسگر شتاب‌سنج و یا قطب‌نما است،  $R_{gyro}$  نیز بردار خروجی حسگر ژيروسکوپ در سه راستای  $x$  و  $y$  و  $z$  در نظر گرفته می‌شود. با ترکیب این دو بردار و با استفاده از معادلات (13)، مقدار نهایی  $R_{(est)}$ ، موقعیت زاویه‌ای سازه را در هر سه جهت تخمین می‌زند.

$$R_{x_{est}} = \frac{R_{x_{raw}} + R_{x_{gyro}} \times weight_{gyro}}{1 + weight_{gyro}} \quad (الف - 13)$$

$$R_{y_{est}} = \frac{R_{y_{raw}} + R_{y_{gyro}} \times weight_{gyro}}{1 + weight_{gyro}} \quad (ب - 13)$$

$$R_{z_{est}} = \frac{R_{z_{raw}} + R_{z_{gyro}} \times weight_{gyro}}{1 + weight_{gyro}} \quad (ج - 13)$$

در فیلتر کالمن،  $weight_{gyro}$  ضریب وزنی ژيروسکوپ است و با تغییرات نویز تغییر می‌کند. "شکل 13" نمایش خروجی حسگر شتاب‌سنج و فیلتر کالمن

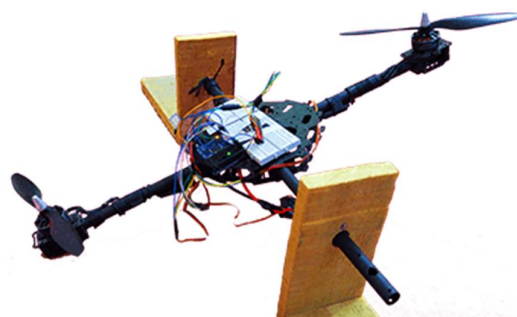


Fig. 11 Quadrotor on the experiment base with one degree of freedom  
شکل 11 نحوه قرارگیری کوادروتور روی پایه با یک درجه آزادی

یک میکروکنترلر سیگنال مدولاسیون پهنای پالس (PWM)، تولید می‌شود. به عنوان هسته کنترلی کوادروتور از یک میکروکنترلر آردوینو استفاده شده است. آردوینو یک بستر محاسباتی فیزیکی متن‌باز است که براساس یک برد میکروکنترلر تهیه شده است.

همان‌گونه که در "شکل 12" نشان داده شده است میکروکنترلر سیگنال آنالوگ را از شتاب‌سنج، ژيروسکوپ و قطب‌نما می‌خواند. این سیگنال به مقادیر دیجیتال تبدیل می‌شود تا بتواند در میکروکنترلر مورد استفاده قرار بگیرد. میکروکنترلر با توجه به مقادیر خوانده شده و ورودی مطلوب منظور شده برای کوادروتور برای چهار موتور سیگنال PWM تولید می‌کند و به این ترتیب سرعت چرخش هر پیشران را معین می‌کند. همان‌گونه که در شکل هم مشخص است سیگنال PWM تولید شده توسط میکروکنترلر وارد کنترلرهای سرعت (ESC) می‌شود و در خروجی سرعت موتورهای را تعیین می‌کند. مقادیر شتاب‌سنج و ژيروسکوپ از یک حسگر IMU مبتنی بر حسگرهای ممز (MEMS) به دست می‌آیند. با توجه به این‌که حسگر شتاب‌سنج موقعیت زاویه‌ای را با منظور کردن کسینوس زاویه شتاب خطی و شتاب زمین محاسبه می‌کند قادر به محاسبه‌ی موقعیت زاویه در راستای رول نیست، بدین منظور از قطب‌نما برای محاسبه زاویه‌ی یابو استفاده شده است. ماژول GY80 در "شکل 12" برای محاسبه‌ی موقعیت زاویه‌ای با حسگرهای شتاب‌سنج، ژيروسکوپ و قطب‌نما مورد استفاده قرار گرفته است.

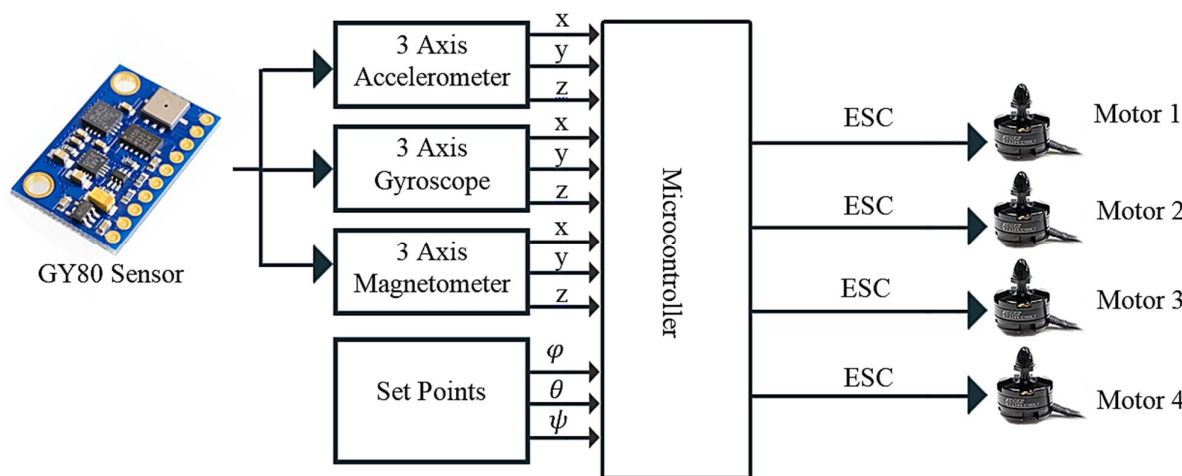


Fig. 12 Block diagram of experimental prototype

شکل 12 بلوک دیاگرام نمونه آزمایشی

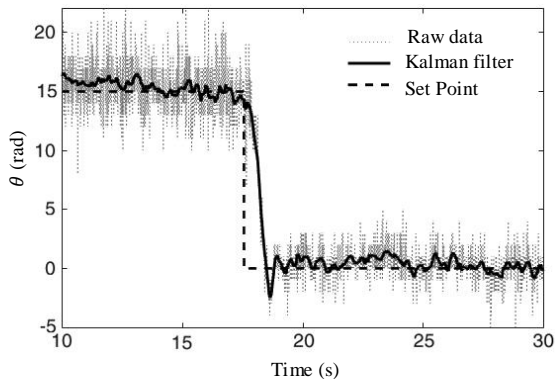


Fig. 15 Experimental results of pitch control using fuzzy PID controller

شکل 15 نتایج تجربی کنترل پیچ با استفاده از کنترلر فازی PID

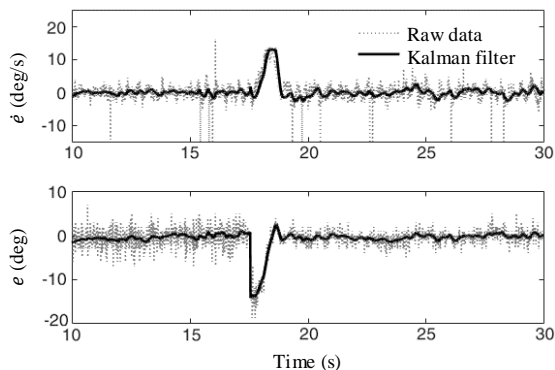


Fig. 16 Variations of error and derived error in the pitch control with fuzzy-PID controller

شکل 16 تغییرات خطا و مشتق خطا در کنترل پیچ با کنترلر فازی PID

مقادیر خطا و مشتق خطا به عنوان ورودی سیستم فازی محسوب می‌شوند، و بهره‌های کنترلی در هر لحظه با توجه به این دو پارامتر مقداردهی می‌شوند. به منظور بررسی خروجی سیستم فازی در طی آزمایش اول، روند تغییرات بهره‌های کنترلی در کنترل پیچ در "شکل 17" نشان داده شده است. در آزمایش دوم برای کنترل زاویه‌ی رول، زاویه‌ی -20 درجه به عنوان زاویه‌ی مطلوب به عنوان ورودی به کنترلر داده شده است. نتیجه‌ی آزمایش در "شکل 18" نشان داده شده، که خروجی کنترلر منجر به پاسخ مناسب با سرعت و دقت قابل قبولی از زاویه‌ی اولیه به زاویه‌ی مطلوب می‌باشد.

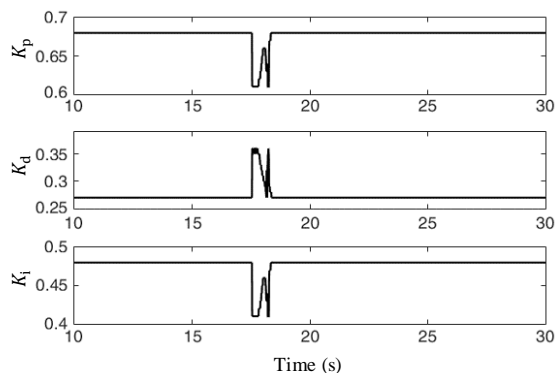


Fig. 17 Variations of gain values in roll control with fuzzy-PID controller

شکل 17 تغییرات بهره‌های کنترلی در کنترل پیچ با استفاده از کنترلر فازی PID

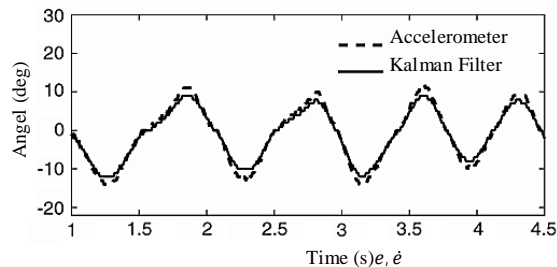


Fig. 13 Accelerometer sensor and Kalman filter output in the case of off motors

شکل 13 خروجی حسگر شتاب‌سنج و فیلتر کالمن در حالت موتور خاموش

در حالتی که دستگاه خاموش است و با دست تغییر زاویه ایجاد می‌شود، را نشان می‌دهد. با توجه به این‌که در این حالت لرزش چندانی وجود ندارد خروجی حسگر شتاب‌سنج به فیلتر کالمن نزدیک است.

در حالتی که پیشران‌ها روشن هستند به‌خاطر ارتعاشات سیستم، نویز در حسگرها به مراتب بیشتر است. برخلاف ژيروسکوپ، قطب‌نما به اختلالات مغناطیسی تولیدی توسط موتورها حساس است، از این‌رو برای اصلاح پدیده‌ی رانش<sup>1</sup> در ژيروسکوپ و حذف نویز ناشی از اختلالات مغناطیسی خروجی حسگرهای ژيروسکوپ و قطب‌نما با استفاده از فیلتر کالمن به منظور به دست آوردن زاویه‌ی یابو ادغام می‌شوند [21]. حسگر شتاب‌سنج نیز بر اثر ارتعاشات نویز شدیدی را در خروجی ایجاد می‌کند. همان‌طور که در "شکل 14" نشان داده شده، خروجی حسگر شتاب‌سنج در حالتی که موتورها روشن هستند، نامطلوب است. تخمین‌گر کالمن با ادغام خروجی حسگر شتاب‌سنج و ژيروسکوپ مقدار نویز را به مقدار مطلوبی حذف می‌کند و تخمین قابل قبولی از موقعیت زاویه‌ای ارائه می‌کند.

### 7-نتایج آزمایشگاهی

برای بررسی عملکرد کنترلر فازی PID در کنترل زاویه کوادروتور این کنترلر در مدل آزمایشگاهی سه درجه آزادی پیاده‌سازی شد. آزمایش‌های متعددی برای بررسی عملکرد و کارایی این نوع از کنترلر صورت گرفت. در آزمایش اول کنترلر برای تغییر زاویه‌ی پیچ از 15 درجه به صفر درجه سیستم را کنترل می‌کند. همان‌گونه که در "شکل 15" نشان داده شده است، کنترل زاویه برای این آزمایش به خوبی انجام گرفته است. برای نمایش عملکرد فیلتر کالمن خروجی بدون فیلتر نیز در شکل نشان داده شده است.

"شکل 16" تغییرات خطا و مشتق خطا را در کنترل زاویه در راستای پیچ نشان می‌دهد، که هر دو متغیرهای ورودی برای سیستم فازی نیز به شمار می‌روند.

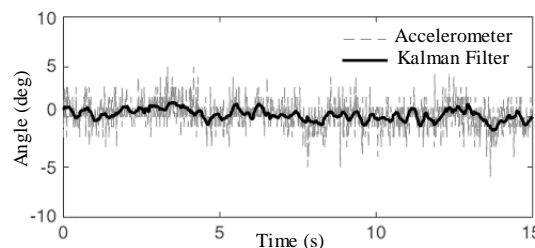


Fig. 14 Accelerometer sensor and Kalman filter output in the case of on motors

شکل 14 خروجی حسگر شتاب‌سنج و فیلتر کالمن در حالت موتور روشن

<sup>1</sup> Drift



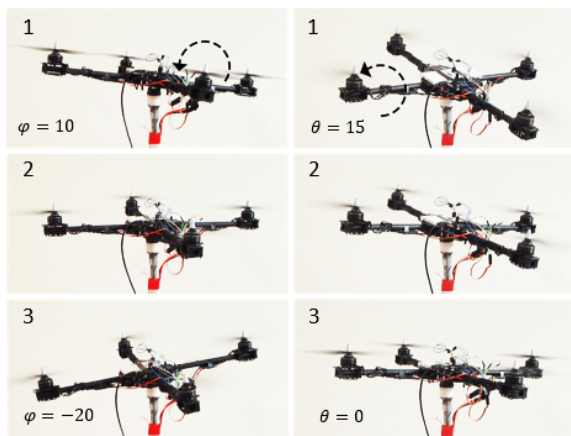


Fig. 21 The sequence of images for roll and pitch control using fuzzy PID

شکل 21 دنباله تصاویر کنترل رول و پیچ با استفاده از کنترلر فازی PID

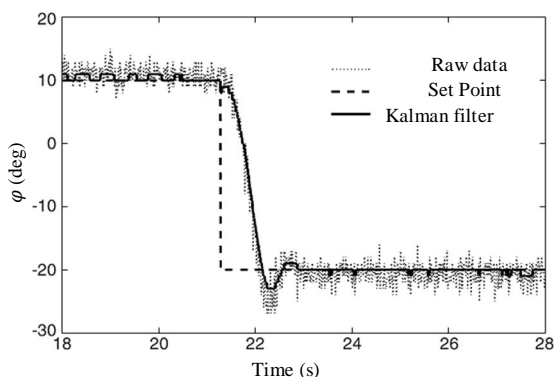


Fig. 22 Experimental results of roll control using PID controller

شکل 22 نتایج تجربی کنترل رول با استفاده از کنترلر PID

همان‌گونه که در "شکل 22" نشان داده شده، خروجی کنترلر PID نسبت به کنترلر فازی PID دارای فراجهش و زمان نشست بیشتری است. در آزمایش سوم عملکرد کنترلر برای تغییر زاویه‌ی یابو به زاویه‌ی مطلوب 70 درجه ارزیابی شده است که در "شکل 23" ترسیم شده است. روند تغییرات خطا و مشتق خطا در کنترلر زاویه‌ی یابو در "شکل 24" نشان داده شده است.

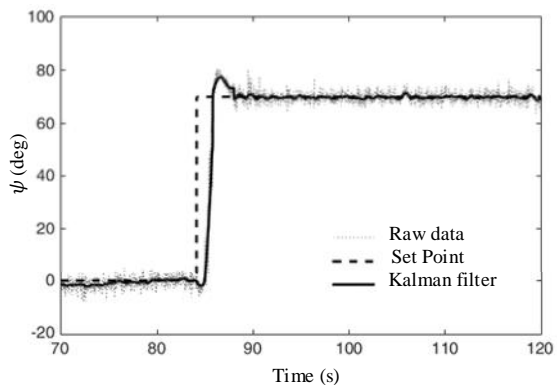


Fig. 23 Experimental results of yaw control using fuzzy PID controller

شکل 23 نتایج تجربی کنترلر یابو با استفاده از کنترلر فازی PID

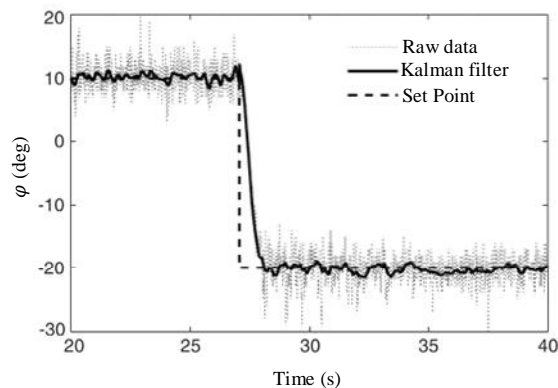


Fig. 18 Experimental results of roll control using fuzzy PID controller

شکل 18 نتایج تجربی کنترلر رول با استفاده از کنترلر فازی PID

تغییرات خطا و مشتق خطا در کنترلر زاویه‌ی رول در "شکل 19" نشان داده شده است.

روند تغییرات بهره‌های کنترلی در واحد زمان برای کنترلر رول در "شکل 20" نشان داده شده است.

"شکل 21" دنباله‌ی تصاویر کنترلر رول و پیچ را روی پایه با سه درجه آزادی نشان می‌دهد.

به منظور مقایسه‌ی پاسخ کنترلر PID و فازی PID در کنترلر رول، آزمایش دوم با کنترلر PID تکرار شد، نتیجه‌ی این آزمایش در "شکل 22" نشان داده شده است.

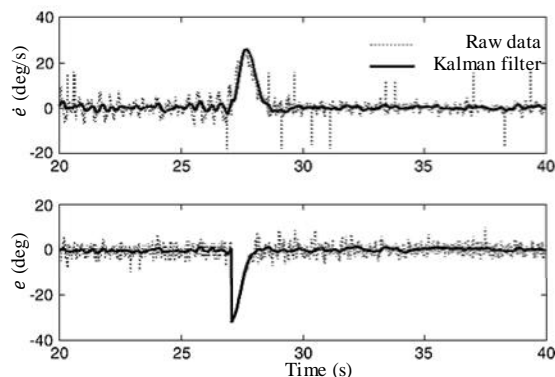


Fig. 19 Variations of error and derived error in the roll control with fuzzy-PID controller

شکل 19 تغییرات خطا و مشتق خطا در کنترلر فازی PID

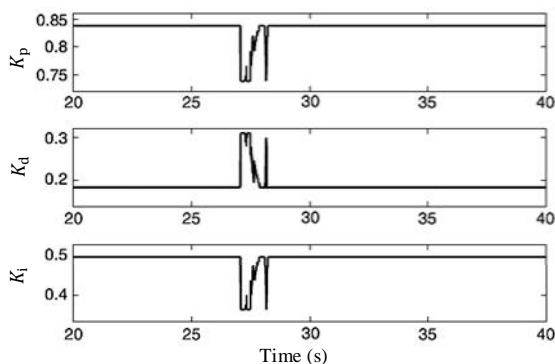


Fig. 20 Variations of gain values in roll control

شکل 20 تغییرات بهره‌های کنترلی در کنترلر رول



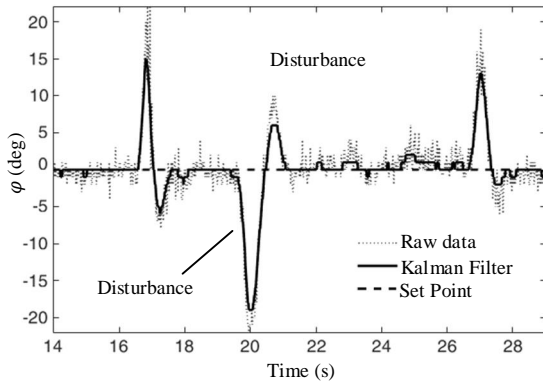


Fig. 27 Roll angle control while subjecting to disturbance

شکل 27 کنترل زاویه رول در شرایط اعمال اغتشاشات خارجی

فازی برای تنظیم بهره‌های کنترلی پرداخته شد. شبیه‌سازی مدل کوادروتور در نرم‌افزار متلب انجام شد و کنترلرهای PID و فازی PID برای بررسی عملکرد کنترلر در پاسخ به ورودی پله ارزیابی و مقایسه شدند. اضافه شدن کنترلر فازی برای تنظیم بهره‌های کنترلی می‌تواند در بهبود عملکرد کنترلر PID تاثیرگذار باشد. در ادامه به منظور بررسی عملکرد کنترلر فازی PID برای کنترل موقعیت زاویه‌ای کوادروتور، مدل آزمایشگاهی طراحی و توسعه یافته و کنترلر برای کنترل موقعیت زاویه‌ای سیستم پیاده‌سازی شده است. ارتعاشات سیستم که ناشی از حرکت روتورها است، منجر به ایجاد نویز در خروجی حسگرها می‌شود. با ادغام خروجی حسگرهای شتاب‌سنج، ژيروسکوپ و قطب‌نما و با استفاده از فیلتر کالمن نویز سیستم به میزان مطلوبی برطرف شده و تخمین مناسبی از موقعیت سیستم برای کنترل ارائه می‌شود. در نهایت با انجام آزمایش‌های متعدد با اعمال ورودی پله، کنترلر نتایج مطلوبی در رسیدن به زاویه‌ی مطلوب و در مقاومت به اغتشاشات خارجی ارائه نمود. کنترلر فازی PID در مقایسه با کنترلر کلاسیک PID زمان نشست و فراجهش کمتری در پاسخ به ورودی پله نتیجه داد.

9-مراجع

[1] A. Gessow, G.C. Myers, *Aerodynamics of the Helicopter*, Frederick Ungar, New York: Frederick Ungar Publishing, pp. 2-16, 1952.  
 [2] G.J. Leishman, *Principles of helicopter aerodynamics*, United States of America: Cambridge University Press, pp. 2-27, 2006.  
 [3] E. Altuğ, J.P. Ostrowski, C.J. Taylor, Control of a quadrotor helicopter using dual camera visual feedback, *The International Journal of Robotics Research*, Vol. 24, No. 5, pp. 329-341, 2005.  
 [4] D. Suter, T. Hamel, R. Mahony, Visual servo control using homography estimation for the stabilization of an x4-flyer, *Proceedings of the 41st IEEE Conference on Decision and Control*, Las Vegas, Nevada, USA, December 10-13, 2002.  
 [5] J. Dunfied, M. Tarbouchi, Neural network based control of a four rotor helicopter, *IEEE International Conference on Industrial Technology*, Hammamet, Tunisia, December 8-10, 2004.  
 [6] M.G. Earl, R. D'Andrea, Real-time attitude estimation techniques applied to a four rotor helicopter, *43rd IEEE Conference on Decision and Control*, Atlantis, Bahamas, December 14-17, 2004.  
 [7] D. Lee, H.J. Kim, S. Sastry, Feedback linearization vs. adaptive sliding mode control for a quadrotor helicopter, *International Journal of control, Automation and systems*, Vol. 7, No. 3, pp. 419-428, 2009.  
 [8] M. Sugeno, I. Hirano, S. Nakamura, Development of an intelligent unmanned helicopter, *Fuzzy Systems, International Joint Conference of the Fourth IEEE International Conference on Fuzzy Systems and the Second International Fuzzy Engineering Symposium*, Yokohama, Japan, March 20-24, 1955.  
 [9] B. Kadmiry, D. Driankov, Fuzzy control of an autonomous

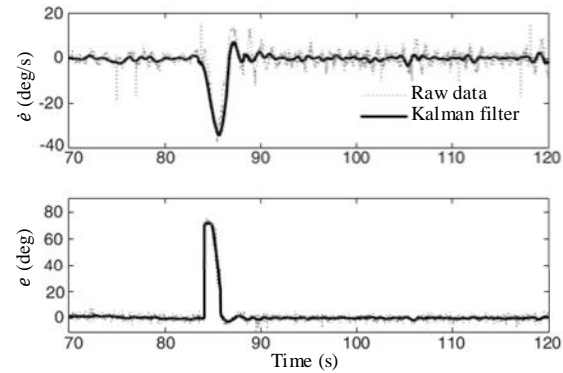


Fig. 24 Variations of error and derived error in the yaw control with fuzzy-PID controller

شکل 24 تغییرات خطا و مشتق خطا در کنترلر فازی PID

"شکل 25" روند تغییرات بهره‌های کنترلی را برای کنترل زاویه‌ی یاو در واحد زمان نشان می‌دهد. دنباله تصاویر عملکرد کنترلر در کنترل زاویه یاو از زاویه صفر درجه به 70 درجه در "شکل 26" نشان داده شده است. به منظور بررسی مقاومت کنترلر فازی PID پیاده‌سازی شده در برابر اغتشاشات خارجی ضربه‌ای، چندین اغتشاش تصادفی به سیستم وارد شده است. همان‌گونه که در "شکل 27" نشان داده شده است، کنترلر با سرعت مطلوبی پایداری سیستم را برقرار می‌کند.

8-نتیجه‌گیری و جمع‌بندی

در این مقاله به طراحی و شبیه‌سازی کنترلر PID با بهره‌گیری از سیستم

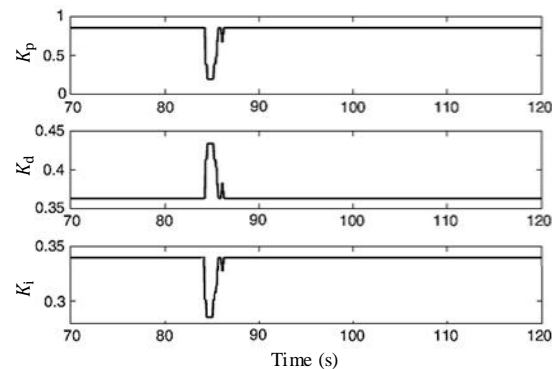


Fig. 25 Variations of gain values in yaw control

شکل 25 تغییرات بهره‌های کنترلی در کنترلر یاو

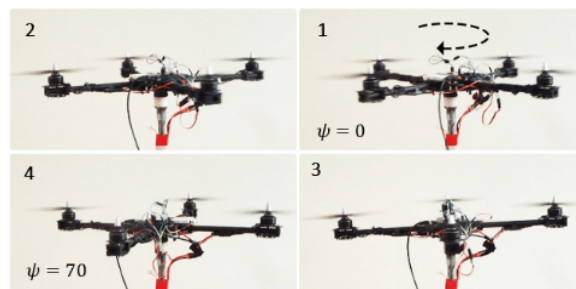


Fig. 26 The sequence of images for yaw control using fuzzy PID

شکل 26 دنباله تصاویر کنترلر رول و پیچ با استفاده از کنترلر فازی PID

- Annual Conference on IEEE Industrial Electronics, Paris, France, November 7-10, 2006.
- [16] R. Xu, U. Ozguner, Sliding mode control of a quadrotor helicopter, *Proceedings of the 45th IEEE Conference on Decision and Control*, San Diego, California, December 13-15, 2006.
- [17] E. Davoodi, M. Rezaei, Dynamic modeling, simulation and control of a quadrotor using MEMS sensors' experimental data, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No.3, pp. 176-184, 2014. (in Persian فارسی)
- [18] M. Tofigh, M. Mahjoob, M. Ayati, Comparison of two Feedback Linearization method aimed at position tracking control for a novel six-rotor UAV, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 9, pp. 199-208, 2015. (in Persian فارسی)
- [19] M. Tofigh, M. Mahjoob, M. Ayati, Feedback Linearization and BackStepping controller aimed at position tracking for a novel five-rotor UAV, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No.3, pp. 247-254, 2015. (in Persian فارسی)
- [20] S. Bouabdallah, *Design and control of quadrotors with application to autonomous flying*, PhD Thesis, Lausanne Polytechnic University, 2007.
- [21] AL. Chan, SL. Tan, CL. Kwek, Sensor data fusion for attitude stabilization in a low cost Quadrotor system, *15th International Symposium on Consumer Electronics (ISCE)*, Singapore, Jun 14-17, 2011.
- helicopter, *IFSA World Congress and 20th NAFIPS International Conference*, Vancouver, BC, Canada, July 25-28, 2001.
- [10] C. Cavalcante, J. Cardoso, J.J.G. Ramos, Design and tuning of a helicopter fuzzy controller, *International Joint Conference of the Fourth IEEE International Conference on Fuzzy Systems and The Second International Fuzzy Engineering Symposium.*, Yokohama, Japan, March 20-24, 1955.
- [11] B. Panomrattananug, K. Higuchi, Attitude control of a quadrotor aircraft using LQR state feedback controller with full order state observer, *The SICE Annual Conference*, Nagoya, Japan, September 14-17, 2013.
- [12] I.D. Cowling, J.F. Whidborne, Optimal trajectory planning and LQR control for a quadrotor UAV, *International Conference on Control*, Glasgow, Scotland, United Kingdom, August 30-September 1, 2006.
- [13] E. Reyes-Valeria, R. Enriquez-Caldera, LQR control for a quadrotor using unit quaternions: Modeling and simulation. *International Conference on Electronics, Communications and Computing (CONIELECOMP)*, Puebla, Mexico, March 11-13, 2013.
- [14] S. Bouabdallah, R. Siegwart, Backstepping and sliding-mode techniques applied to an indoor micro quadrotor, *Proceedings of the 2005 IEEE international conference on robotics and automation*, Barcelona, Spain, April 18-22, 2005.
- [15] Madani, Tarek, and Abdelaziz Benallegue. "Backstepping sliding mode control applied to a miniature quadrotor flying robot, *32nd*