



## بررسی مسیر حرکت یک پرتابه کروی گذر صوتی تحت مکانیزم هوپ-آپ به کمک شبیه‌سازی جریان ناپایای سه‌بعدی آشفته

سید عرفان سلیمی‌پور<sup>1</sup>، علیرضا تیمورتاش<sup>2\*</sup>، مجتبی مأموریان<sup>3</sup>

1- دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد

2- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد

3- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد

\* مشهد، صندوق پستی 91775-1111، teymourtash@um.ac.ir

### چکیده

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل  
دریافت: 02 تیر 1396  
پذیرش: 11 مرداد 1396  
ارائه در سایت: 10 شهریور 1396  
کلید واژگان:

پرتابه تفنگ بادی

مکانیزم هوپ-آپ

بررسی مسیر حرکت

شبیه‌سازی عددی سه‌بعدی

حل ناپایا

بهبود دقت هدف‌زنی با ساچمه‌های تفنگ بادی اهمیت زیادی در مسابقات تیراندازی داشته و همواره مورد توجه علاقه‌مندان می‌باشد. در این مقاله، عملکرد یک پرتابه کروی گذر صوتی به‌عنوان یک ساچمه تفنگ بادی با کالیبر 4.5 میلی‌متر تحت مکانیزم هوپ-آپ، به روش عددی بررسی گردیده که حرکت پرتابه را به‌صورت 4 درجه آزادی، شامل سه حرکت انتقالی و یک حرکت دورانی عرضی شبیه‌سازی می‌کند. مکانیزم هوپ-آپ باعث ایجاد حرکت دورانی و تولید نیروی مگنوس شده که می‌تواند از افت ارتفاع پرتابه جلوگیری کند. استفاده از مکانیزم فوق‌به‌عنوان اصلاح‌کننده مسیر پرتابه در تفنگ‌های بادی، ایده جدیدی است که تا کنون مطرح نشده است. معادلات ناویر-استوکس سه‌بعدی تحت شرایط ناپایای تراکم‌پذیر آشفته به همراه معادلات دینامیکی حرکت ساچمه به‌صورت کوپل و در یک شبکه محاسباتی متحرک حل شده‌اند. شبیه‌سازی عددی، بر پایه طرح "رو" با دقت مرتبه دو مکانی و به لحاظ اهمیت زمان با مرتبه دو زمانی به شیوه حجم محدود می‌باشد. برای اعتبارسنجی، پاسخ‌های حاصل با نتایج تجربی معتبر مقایسه شده‌اند. نتایج حاصله نشان می‌دهند که اعمال چرخش مناسب به پرتابه برای هر فاصله معین می‌تواند از افت ارتفاع آن در هنگام برخورد به هدف جلوگیری نماید. در این ارتباط، از میان‌یابی داده‌های حاصل، رابطه‌ای که بتواند با دقت خوبی سرعت زاویه‌ای هوپ-آپ را بر حسب تابعی از موقعیت هدف و انرژی جنبشی شلیک برای جبران افت ارتفاع پرتابه در فواصل دلخواه پیش‌بینی نماید استخراج گردید. همچنین مشاهده شد که با افزایش سرعت زاویه‌ای، وقوع ریزش گردابه، تسریع و مقدار اندازه حرکت پرتابه کاهش می‌یابد.

## Trajectory Investigation of a Transonic Spherical Projectile under Hop-up Mechanism Using Simulation of Turbulent Three-Dimensional Non-Stationary Flow

Seyed Erfan Salimipour, Ali Reza Teymourtash\*, Mojtaba Mamourian

Mechanical Engineering Department, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran

\* P.O.B. 91775-1111, Mashhad, Iran, teymourtash@um.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 23 June 2017  
Accepted 02 August 2017  
Available Online 01 September 2017

### Keywords:

Air gun projectile  
Hop-up mechanism  
Trajectory Investigation  
3-D numerical simulation  
Non-stationary solution

### ABSTRACT

Improvement of shooting accuracy with air gun pellets is very important in sport competitions, which is always questioned by shooting enthusiasts. In this study, the performance of a transonic spherical projectile as an air gun pellet with 4.5 mm-caliber under a mechanism known as Hop-up is numerically examined. The motion of this projectile is assumed in four degrees of freedom including three translational motions and one transverse rotational motion. Hop-up mechanism is resulted in a rotational motion of spherical projectile, so a Magnus Force is generated which prevents the altitude loss of the projectile. The Navier-Stokes equations are solved in compressible non-stationary turbulent conditions with equations of the pellet motion in a coupled form and in a moving computational grid by a computer program. The present numerical simulation is based on "Roe" scheme with second-order accuracy using a finite volume method and because of the importance of time dependent parameters, second-order time accurate was applied. To validate the computer program operation, the results were compared to valid experimental data. The results obtained from these studies showed that proper rotation of the projectile for a certain distance prevents its height drop when it hits the target. A relation was also obtained between the target location, shooting kinetic energy and proper angular velocity which can neutralize the projectile altitude loss at arbitrary distances. It is also demonstrated that by increasing the angular velocity, the vortex shedding onset is accelerated and the projectile momentum is decreased.

Please cite this article using:

S. E. Salimipour, A. R. Teymourtash, M. Mamourian, Trajectory Investigation of a Transonic Spherical Projectile under Hop-up Mechanism Using Simulation of Turbulent Three-Dimensional Non-Stationary Flow, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 9, pp. 25-35, 2017 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

S. E. Salimipour, A. R. Teymourtash, M. Mamourian, Trajectory Investigation of a Transonic Spherical Projectile under Hop-up Mechanism Using Simulation of Turbulent Three-Dimensional Non-Stationary Flow, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 9, pp. 25-35, 2017 (in Persian)

## 1- مقدمه

استوکس مطالعه کردند. آنها موفق شدند یک ناحیه پایدار جدید را در شرایط عدد رینولدز 500 و نسبت سرعت 1 کشف کنند. رافعی و تیمورتاش [12] در سال 2015 عملکرد سه نمونه رایج از ساچمه‌های تفنگ بادی با هندسه‌های نسبتاً پیچیده را برای چندین سرعت شلیک مختلف در محدوده گذر صوتی به صورت دوبعدی بررسی نمودند و نتیجه گرفتند که پرتابه با نوک گنبدی شکل، بهترین عملکرد را در مقایسه با سایر نمونه‌ها دارد؛ لازم به ذکر است که بررسی مذکور به کمک مجموعه‌ای از حل‌های پایا صورت گرفته است. در همین سال، سلیمی پور و تیمورتاش [13] به شبیه‌سازی عددی و مقایسه عملکرد دو اندازه مختلف از ساچمه‌های تفنگ بادی با کالیبرهای 4.5 و 5.5 میلی‌متر پرداختند. این شبیه‌سازی، به صورت ناپایا با فرض جریان آشفته، دقت زمانی مرتبه دوم و حل معادلات سیال و سازه به صورت هم‌زمان و کوپل در یک شبکه محاسباتی متحرک انجام گردید و در نتیجه نتایج دقیق‌تری نسبت به مرجع [12] حاصل شد. در سال 2017 تیمورتاش و سلیمی پور [14] اثرات تراکم‌پذیری را بر جریان گذرنده از روی یک استوانه چرخان بررسی نمودند و نتیجه گرفتند که تراکم‌پذیری جریان موجب محدود شدن تولید نیروی مگنوس می‌شود؛ به طوری که در یک نسبت سرعت بحرانی، نیروی مگنوس به بیشترین مقدار خود می‌رسد. فرسکانی و همکاران [15] در سال 2017 رفتار پروازی یک پرتابه را به کمک تکنیک‌های مشخصه پیشرفته بررسی کرده و توانستند ضریب بار وارد بر پرتابه را 30 درصد افزایش دهند.

در بحث تولید شبکه و حل میدان جریان، یکی از مسائل مهم، شبیه‌سازی اجسام متحرک شتابدار است. در سال 2009 میرساجدی و حسینی [16] الگوریتم شبکه متحرک بی‌سازمان پیرامون بالواره نوسانی را بهینه‌سازی نمودند، به گونه‌ای که با المان بندی مناسب، به شبکه‌بندی مجدد، میان‌یابی و روش‌های جستجو در میدان نیاز نباشد. در سال 2011 کریمیان و اردکانی [17] به حل جریان تراکم‌پذیر غیر لزج دو بعدی پیرامون یک جسم جامد متحرک با استفاده از روش مرز غوطه‌ور روی یک شبکه کارترین پرداختند و با یک شیوه مناسب، از تجمع نقاط شبکه جلوگیری نمودند.

در پژوهش حاضر، به بررسی عملکرد یک پرتابه کروی به عنوان یک ساچمه تفنگ بادی با کالیبر 4.5 میلی‌متر که عموماً در مسابقات تیراندازی به کار می‌رود و همچنین بهبود عملکرد آن به کمک مکانیزمی به نام هوپ-آپ پرداخته شده است؛ مکانیزم هوپ-آپ با ایجاد یک حرکت دورانی عرضی به پرتابه، باعث ایجاد نیروی مگنوس عمود بر مسیر حرکت می‌شود؛ استفاده از مکانیزم فوق به عنوان اصلاح کننده مسیر پرتابه در تفنگ‌های بادی، ایده‌ای است که در هیچ یک از مطالعات گذشته مطرح نشده است. نوآوری‌های مقاله حاضر را می‌توان به شرح زیر بیان کرد:

- استفاده از مکانیزم هوپ-آپ برای بهبود عملکرد پرتابه تفنگ بادی
- کاهش افت ارتفاع پرتابه هنگام برخورد به هدف
- استخراج رابطه‌ای بین سرعت زاویه‌ای هوپ-آپ، موقعیت هدف و انرژی جنبشی شلیک
- تحلیل اثر ریزش گردابه بر حرکت پرتابه.

در این راستا، معادلات ناویر-استوکس برای یک جریان کاملاً ناپایای تراکم پذیر و آشفته به همراه معادلات دینامیکی پرتابه به صورت سه‌بعدی، هم‌زمان و هم‌بسته حل شده‌اند؛ در این حل به علت وجود شتاب و ناپایا بودن حرکت پرتابه، از یک دستگاه مختصات متحرک بهره گرفته شده است. نیروهای آیرودینامیکی حاصل از شبیه‌سازی عددی معادلات ناویر-استوکس

یکی از مسائل مهم کاربردی و چالش برانگیز در مکانیک اجسام پرنده، بررسی عملکرد پرتابه‌ها است. با تحلیل آیرودینامیکی و دینامیکی حرکت یک پرتابه می‌توان به نحوه عملکرد آن نظیر مختصات مسیر حرکت، چگونگی تغییرات سرعت، افت ارتفاع و اندازه حرکت آن، با پیش‌روی پرتابه در مکان و زمان دست یافت. پرتابه‌ها بسته به کاربردهایی که دارند دارای اشکال، ابعاد و سرعت‌های پرتاب مختلفی می‌باشند. به عنوان مثال توپ‌های ورزشی معمولاً کروی شکل و دارای سرعت‌های زیر صوت هستند و ساچمه‌های تفنگ بادی، ابعاد خیلی کوچکتر و معمولاً سرعت‌های گذر صوتی دارند؛ پیش‌بینی عملکرد پرتابه‌ها یکی از موضوعات مورد توجه پژوهشگران است که در سال‌های اخیر تحقیقات زیادی در این زمینه انجام گرفته است. در سال 1995 نیویویک و جیبلینگ [1] به کمک حل عددی معادلات ناویر-استوکس و مطالعه بر چگونگی تأثیرگذاری احتراق سوخت موشک ام 864 توانستند اثر نیروی پیشران بر وضعیت ناحیه دنباله را در گستره اعداد ماخ کوچکتر از یک تا حدود سه مورد بررسی قرار دهند و در نهایت مسیر پرتاب این موشک را پیش‌بینی نمایند. چاکراورتی و همکاران [2] در سال 2001 اثرات بارهای آیرودینامیکی و نسبت‌های سرعت را بر پرواز یک پرتابه کروی چرخان بررسی کردند. آنها ضرایب آیرودینامیکی پرتابه را با استفاده از چند رابطه تجربی محاسبه نمودند. در همین سال پچر و همکاران [3] اثر نیروی مگنوس روی پرتابه‌های پره‌دار چرخان حول محور طولی را تحت زاویه حمله و در محدوده سرعت‌های فراصوت بررسی کردند و نتیجه گرفتند که نیروی مگنوس تولید شده در ناحیه پره‌دار بیشتر از ناحیه بدون پره است. در سال 2005 سیلتون [4] به منظور تحلیل آیرودینامیکی و دینامیکی یک پرتابه چرخان، معادلات ناویر-استوکس را در گستره اعداد ماخ کوچکتر تا بزرگتر از یک در زوایای حمله مختلفی حل نمود و توانست اثر چرخش طولی پرتابه بر جریان سیال پیرامون آن را پیش‌بینی کند؛ در سال 2008 سیلتون، ویناخت و دسپیریتو [5] موفق شدند در یک کار محاسباتی-آزمایشگاهی اثر نیروها و گشتاورهای ناشی از چرخش طولی پرتابه را بر پایداری دینامیکی آن نشان دهند. یو و ژانگ [6] در سال 2010 به کمک حل عددی، تحلیل آیرودینامیکی یک پرتابه را در لحظه خروج از دهانه تفنگ مورد ارزیابی قرار دادند و کمیت‌هایی نظیر فشار، سرعت و عدد ماخ جریان در پشت پرتابه و همچنین سرعت جریان خروجی از دهانه، قبل از خارج شدن پرتابه را محاسبه نمودند. در سال 2013 کیم و همکاران [7] در مطالعات خود روی جریان پیرامون کره چرخان در اعداد رینولدز بین 60000 تا 180000 به این نتیجه رسیدند که در محدوده‌ای از نسبت‌های سرعت، نیروی مگنوس وارونه تولید شده یا به عبارتی ضریب نیروی برآ منفی می‌شود. در همین سال، پیر [8] به بررسی ریزش گردابه‌های متناوب و شبه متناوب در دنباله یک کره چرخان پرداخت. رابینسون و رابینسون [9] معادلات دیفرانسیلی حرکت یک پرتابه کروی چرخان را در حضور وزش باد استخراج کردند؛ البته با این فرض که نیروهای برآ و پسا مستقل از عدد رینولدز بوده و متناسب با مجذور سرعت پرتابه هستند. آنها این معادلات را برای توپ‌های ورزشی حل و مسیر حرکت آنها را پیش‌بینی نمودند. اما جنسون [10] به کمک تحلیل ابعادی نشان داد که فرضیات اعمال شده در مرجع فوق در مورد نیروهای وابسته به سرعت زاویه‌ای پرتابه، نادرست هستند. در سال 2014 پون و همکاران [11] جریان گذرنده از یک کره چرخان را در اعداد رینولدز بین 500 تا 1000 و نسبت سرعت‌های بین 0 تا 1.2 با روش شبیه‌سازی عددی مستقیم معادلات ناویر-

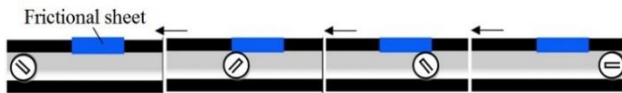


Fig. 1 Projectile motion in the barrel due to Hop-Up mechanism

شکل 1 نحوه حرکت پرتابه در لوله تفنگ به واسطه مکانیزم هوب-آپ

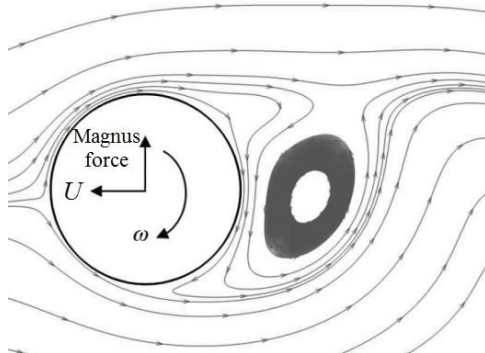


Fig. 2 Magnus force generated by Hop-Up mechanism

شکل 2 تولید نیروی مگنوس در اثر ایجاد هوب-آپ

عمود بر سطح مطابق روابط (3) تعریف می شوند.

$$\begin{aligned} V &\equiv \vec{v} \cdot \vec{n} = n_x u + n_y v + n_z w \\ V_S &\equiv \vec{v}_p \cdot \vec{n} = n_x u_p + n_y v_p + n_z w_p \\ V_r &= V - V_S \end{aligned} \quad (3)$$

که  $\vec{v}_p$  بردار سرعت حرکت پرتابه است که به دلیل استفاده از مختصات متحرک، منطبق بر سرعت حجم کنترل می باشد. شتاب حجم کنترل  $\vec{a}_\Omega$  طبق رابطه (4) به دست می آید:

$$\vec{a}_\Omega = \frac{\vec{F}}{m} + \vec{g} \quad (4)$$

که  $\vec{F}$  بردار نیروهای آیرودینامیکی وارد شده به پرتابه،  $m$  جرم پرتابه و  $\vec{g}$  بردار شتاب گرانش است.  $E$  انرژی کل بر واحد جرم است که به صورت رابطه (5) تعریف می شود:

$$E = \frac{p}{\rho(\gamma - 1)} + \left( \frac{u^2 + v^2 + w^2}{2} \right) \quad (5)$$

تنش های برشی،  $\Theta_x$ ،  $\Theta_y$  و  $\Theta_z$  نیز طبق روابط (6) و (7) بیان می شوند.

$$\begin{aligned} \tau_{xx} &= 2(\mu + \mu_t) \left( \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\vec{\nabla} \cdot \vec{v}}{3} \right) \\ \tau_{yy} &= 2(\mu + \mu_t) \left( \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\vec{\nabla} \cdot \vec{v}}{3} \right) \\ \tau_{zz} &= 2(\mu + \mu_t) \left( \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{\vec{\nabla} \cdot \vec{v}}{3} \right) \\ \tau_{xy} &= \tau_{yx} = (\mu + \mu_t) \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \\ \tau_{xz} &= \tau_{zx} = (\mu + \mu_t) \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \\ \tau_{yz} &= \tau_{zy} = (\mu + \mu_t) \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \Theta_x &= u\tau_{xx} + v\tau_{xy} + w\tau_{xz} + k \frac{\partial T}{\partial x} \\ \Theta_y &= u\tau_{yx} + v\tau_{yy} + w\tau_{yz} + k \frac{\partial T}{\partial y} \\ \Theta_z &= u\tau_{zx} + v\tau_{zy} + w\tau_{zz} + k \frac{\partial T}{\partial z} \end{aligned} \quad (7)$$

با توجه به آنکه عدد رینولدز پرتابه در حدود  $10^5$  می باشد، احتمال دارد که جریان انتقالی و یا آشفته ایجاد گردد و بنابراین لازم است تا از یک مدل آشفته مناسب استفاده شود. به منظور مدل سازی جریان انتقالی-آشفته، از

در هر گام زمانی وارد معادلات دینامیکی پرتابه شده، سپس این معادلات که از نوع معادلات دیفرانسیلی مرتبه دوم وابسته به زمان هستند به طور عددی حل گردیده اند؛ با حل این معادلات، موقعیت و سرعت پرتابه در هر زمان محاسبه و سپس این مقادیر در گام زمانی بعدی برای جریان سیال مورد استفاده قرار گرفته اند؛ این روند تا برخورد پرتابه به هدف مورد نظر ادامه می یابد و بدین ترتیب، زمان پرواز، افت ارتفاع و اندازه حرکت برخورد پرتابه به هدف تحت مقادیر مختلف هوب-آپ مورد بررسی قرار گرفته است؛ به منظور اطمینان از صحت عملکرد برنامه کامپیوتری تهیه شده، نتایج به دست آمده اولیه با نتایج تجربی موجود مورد مقایسه قرار گرفته است.

## 2- نحوه ایجاد هوب-آپ

برای ایجاد چرخش عرضی یا عمود بر مسیر حرکت در پرتابه های کروی به عنوان ساچمه تفنگ بادی، نیاز به مکانیزمی به نام هوب-آپ در لوله تفنگ می باشد. در این مکانیزم با قرار دادن یک صفحه اصطکاکی در قسمت بالایی لوله تفنگ، یک گشتاور اصطکاکی ایجاد می گردد که باعث چرخش ساچمه کروی خواهد شد. این مکانیزم و همچنین نیروی مگنوس تولید شده به ترتیب در شکل های 1 و 2 نشان داده شده اند. مقدار سرعت دورانی ساچمه را نیز می توان با تغییر طول صفحه مذکور کنترل نمود؛ به طوری که با افزایش طول صفحه، سرعت دورانی بیشتر و با کاهش طول صفحه، سرعت دورانی کمتری به ساچمه اعمال کرد.

## 3- فرضیات و معادلات حاکم

فرضیات به کار رفته در پژوهش حاضر عبارتند از:

- جریان ناپایای لزج تراکم پذیر سه بعدی
- جریان آشفته
- رژیم گذر صوتی
- استفاده از مدل آشفته  $k-kL-\omega$
- استفاده از دستگاه مختصات متحرک
- اعمال چرخش عرضی (عمود بر مسیر حرکت) به پرتابه

## 1-3- معادلات جریان سه بعدی

فرم انتگرالی معادلات سه بعدی ناپایای ناپای-استوکس در یک دستگاه مختصات متحرک به صورت رابطه (1) بیان می شود [18]:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \vec{W} d\Omega + \oint_{\partial\Omega} (\vec{F}_c - V_S \vec{W} - \vec{F}_v) dS + \int_{\Omega} \rho \vec{a}_\Omega d\Omega = 0 \quad (1)$$

به طوری که طبق روابط (2) داریم:

$$\begin{aligned} \vec{W} &= \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ \rho E \end{bmatrix} \quad \vec{F}_c = \begin{bmatrix} \rho V_r \\ \rho u V_r + n_x p \\ \rho v V_r + n_y p \\ \rho w V_r + n_z p \\ \rho H V_r + V_S p \end{bmatrix} \\ \vec{F}_v &= \begin{bmatrix} 0 \\ n_x \tau_{xx} + n_y \tau_{xy} + n_z \tau_{xz} \\ n_x \tau_{yx} + n_y \tau_{yy} + n_z \tau_{yz} \\ n_x \tau_{zx} + n_y \tau_{zy} + n_z \tau_{zz} \\ n_x \Theta_x + n_y \Theta_y + n_z \Theta_z \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2)$$

که  $\Omega$  حجم کنترل متحرک،  $\partial\Omega$  سطح کنترل،  $V$  سرعت جریان عمود بر سطح کنترل،  $V_S$  سرعت عمودی سطوح حجم کنترل،  $V_r$  سرعت نسبی میان  $V$  و  $V_S$ ،  $dS$  المان سطح و  $\vec{a}_\Omega$  شتاب حجم کنترل متحرک است. سرعت های عمود به صورت حاصل ضرب نقطه ای بردار سرعت در بردار یکه

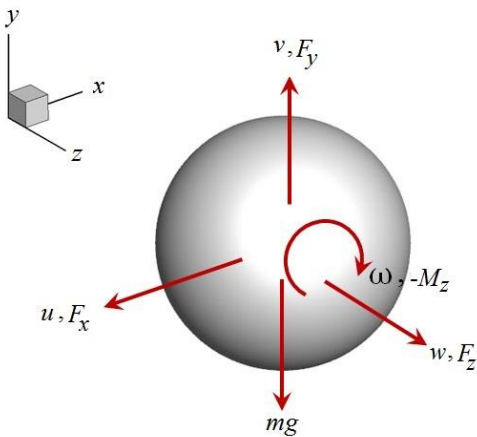


Fig. 3 Free body diagram of the projectile motion

شکل 3 دیاگرام جسم- آزاد حرکت پرتابه

در زمان  $n+1$  نوشته می‌شود [18].

$$\frac{3(\Omega M)^{n+1} \bar{W}^{n+1} - 4(\Omega M)^n \bar{W}^n + (\Omega M)^{n-1} \bar{W}^{n-1}}{2\Delta t} = -\bar{R}^{n+1} \quad (15)$$

که  $\Omega$  حجم،  $M$  ماتریس جرم،  $\Delta t$  گام زمانی و  $\bar{R}$  مانده سمت راست معادله می‌باشد که با استفاده از روش حجم محدود و بر پایه حل کننده تقریبی ریمان (طرح رو) با دقت مرتبه دوم گسسته سازی شده است. برای استفاده از روش گام زمانی، معادله بالا به صورت رابطه (16) نوشته می‌شود.

$$\frac{\partial}{\partial t^*} (\Omega^{n+1} \bar{W}^*) = -\bar{R}^* (\bar{W}^*) \quad (16)$$

که  $W^*$  تقریبی از  $W^{n+1}$ ،  $t^*$  یک متغیر زمانی کاذب و  $\bar{R}^*$  مانده ناپایا نام دارد که به صورت رابطه (17) تعریف می‌شود.

$$\bar{R}^* (\bar{W}^*) = \bar{R} (\bar{W}^*) + \frac{3}{2\Delta t} (\Omega M)^{n+1} \bar{W}^* - \bar{Q}^* \quad (17)$$

به طوری که طبق رابطه (18) داریم:

$$\bar{Q}^* = \frac{2}{\Delta t} (\Omega M)^n \bar{W}^n - \frac{1}{2\Delta t} (\Omega M)^{n-1} \bar{W}^{n-1} \quad (18)$$

در واقع  $\bar{Q}^*$  شامل همه عبارت‌هایی است که در طی گام‌زنی زمانی ثابت می‌مانند. دستگاه معادلات جریان (16) توسط طرح چهار مرحله‌ای جیمسون [22] و به همراه دستگاه معادلات حرکت پرتابه و معادلات آشفته‌گی  $k-k_L-\omega$  به طور هم‌زمان و کوپل در یک شبکه محاسباتی متحرک حل شده‌اند.

به منظور دست‌یابی به موقعیت و سرعت لحظه‌ای پرتابه‌ها، در ابتدا نیروهای آیرودینامیکی در هر گام زمانی با حل معادلات ناویر-استوکس به دست آمده‌اند، سپس با قرار دادن آنها در دستگاه معادلات (14) به ترتیب مقادیر جدید شتاب، سرعت و مکان پرتابه به کمک روش رانگ-کوتای مرتبه چهار محاسبه و بدین ترتیب مقدمات حل برای گام زمانی بعدی مهیا می‌شود. فلوجارت مربوطه در شکل 4 ملاحظه می‌گردد؛ لازم به توضیح است که سرعت به دست آمده از معادلات (14) به مرز داخلی شبکه محاسباتی اعمال شده و سرعت جریان دوردست ثابت نگه داشته شده است.

## 5- نتایج

### 5-1- تولید و مطالعه شبکه محاسباتی و شرایط مرزی

برای حل جریان، از یک شبکه کروی با قطر 30 برابر قطر پرتابه استفاده شده که بخشی از آن در شکل 5 مشاهده می‌شود. با توجه به شبکه استفاده شده، یک مرز بیرونی دوردست و یک مرز داخلی منطبق بر سطح پرتابه وجود دارد

مدل سه معادله‌ای والترز و کلجات [19] استفاده شده است. این مدل شامل معادله انرژی جنبشی آشفته ( $k_T$ )، معادله انرژی جنبشی آرام ( $k_L$ ) و معادله نرخ پراکندگی ویژه ( $\omega$ ) است که مدل کی-کی-ال-امگا نام دارد و در واقع تکامل یافته مدل شناخته شده کی-امگا می‌باشد. کنستانتینسکو و همکاران [20] با مقایسه مدل‌های مختلف آشفته‌گی جریان روی کره دریافتند که نتایج مدل‌های کی-امگا و ال-ای-اس بسیار نزدیک به داده‌های آزمایشگاهی است. علت انتخاب این مدل در پژوهش حاضر، ادعای والترز و کلجات [19] در خصوص دقت بالای آن در مدل‌سازی جریان‌های انتقالی از آرام به آشفته است. معادلات این مدل به صورت روابط (8) تا (10) نوشته می‌شوند.

$$\frac{D(\rho k_T)}{Dt} = P_{k_T} + R_{BP} + R_{NAT} - \omega k_T - D_T + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( v + \frac{\alpha_T}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k_T}{\partial x_j} \right] \quad (8)$$

$$\frac{D(\rho k_L)}{Dt} = P_{k_L} - R_{BP} - R_{NAT} - D_L + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ v \frac{\partial k_L}{\partial x_j} \right] \quad (9)$$

$$\frac{D(\rho \omega)}{Dt} = C_{\omega 1} \frac{\omega}{k_T} P_{k_T} + \left( \frac{C_{\omega R}}{f_W} - 1 \right) \frac{\omega}{k_T} (R_{BP} + R_{NAT}) - C_{\omega 2} \omega^2 + C_{\omega 3} f_{\omega} \alpha_T f_W^2 \frac{\sqrt{k_T}}{d^3} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( v + \frac{\alpha_T}{\sigma_{\omega}} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] \quad (10)$$

سایر روابط و ثابت‌های مدل فوق با جزئیات کامل به همراه چند اصلاحیه در مرجع [21] ارائه شده است.

### 3-2- معادلات حرکت پرتابه

معادلات سرعت و شتاب پرتابه با توجه به شکل 3 در سیستم کارترین به صورت روابط (11) و (12) نوشته می‌شوند.

$$\vec{v} = \dot{x}\hat{i} + \dot{y}\hat{j} + \dot{z}\hat{k} \quad (11)$$

$$\vec{a} = \ddot{x}\hat{i} + \ddot{y}\hat{j} + \ddot{z}\hat{k} \quad (12)$$

از طرفی، نیروهای وارد شده از سیال به پرتابه متناسب با سرعت پرتابه است که طبق رابطه (13) می‌توان نوشت.

$$\vec{F} = F_x \hat{i} + F_y \hat{j} + F_z \hat{k} \quad (13)$$

که  $F_x$ ، نیروی پسا و  $F_y$  و  $F_z$  نیروهای جانبی هستند. با استفاده از قانون دوم نیوتن و بردارهای شکل 3، دستگاه معادلات (14) به دست می‌آید.

$$\begin{cases} m\ddot{x} = -F_x \\ m\ddot{y} = -mg + F_y \\ m\ddot{z} = F_z \\ I\ddot{\theta} = M_z \end{cases} \quad (14)$$

که  $I$  و  $M_z$  به ترتیب ممان اینرسی جرمی، گشتاور آیرودینامیکی و شتاب زاویه‌ای حول محور  $z$  هستند. لازم به ذکر است که نیروهای آیرودینامیکی  $F_x$ ،  $F_y$  و  $F_z$  تابعی از زمان و پارامترهای جریان نظیر سرعت، فشار و چگالی هستند و بنابراین، دستگاه معادلات دیفرانسیلی (14) غیرخطی می‌باشد.

### 4- روند حل عددی

معادله انتگرالی (1) با تکنیک گام زمانی دوگانه و به شیوه صریح با نوشتن یک برنامه کامپیوتری حل شده است. این تکنیک که به طور وسیعی در جریان‌های ناپایا مورد استفاده قرار می‌گیرد، بر پایه دقت زمانی مرتبه دوم و به صورت اختلاف پس‌روی سه نقطه‌ای (15) برای یک حجم کنترل دلخواه و

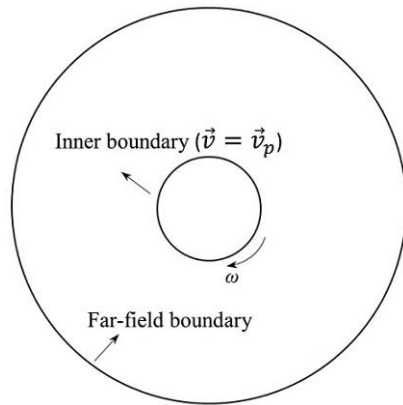


Fig. 6 Boundary conditions applied to the flow equations

شکل 6 شرایط مرزی اعمال شده به معادلات جریان

مقایسه فرا گرفته اند. شکل های 7 و 8 به ترتیب ضریب پسا و مسیر حرکت پرتابه ای با قطر 4.5 میلی متر، جرم 0.53 گرم و سرعت زاویه ای 55 رادیان بر ثانیه را در شبکه های فوق و تحت شرایط ماخ شلیک 0.895 و رینولدز شلیک 90000 مقایسه می کند؛ مشاهده می شود که نتایج حل برای 720000 و 1100000 سلول بسیار نزدیک هستند. بنابراین در پژوهش حاضر از شبکه ای با  $N=720000$  سلول استفاده شده است.

## 5-2- اعتبار سنجی

شکل 9 تغییرات زمانی ضرایب پسا و برای حاصل از حل عددی حاضر در ماخ 0.8 و رینولدز 8000 را به عنوان مثال نشان می دهد؛ افزایش ضریب پسا پس از گذشت زمان مشخص و همچنین نوسانی شدن ضرایب برآ و پسا، نشان دهنده وجود ریزش گردابه در جریان پیرامون کره می باشد؛ مقدار

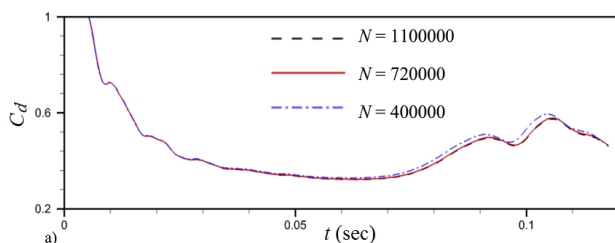


Fig. 7 Comparison of the projectile drag coefficient for different computational grids with respect to the time for  $M_\infty=0.895$  and  $Re=90000$

شکل 7 مقایسه ضرایب پسای پرتابه تحت شبکه های محاسباتی مختلف بر حسب زمان به ازای ( $M_\infty=0.895$ ,  $Re=90000$ )

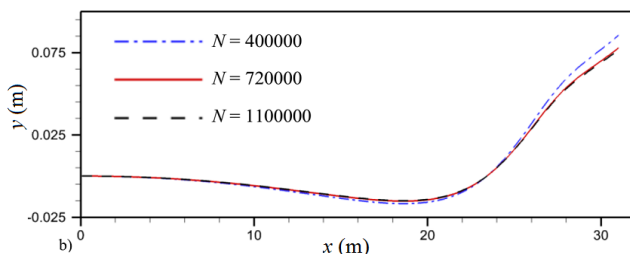


Fig. 8 Comparison of the projectile trajectory for different computational grids with respect to the time for  $M_\infty=0.895$  and  $Re=90000$

شکل 8 مقایسه مسیر حرکت پرتابه تحت شبکه های محاسباتی مختلف بر حسب زمان به ازای ( $M_\infty=0.895$ ,  $Re=90000$ )

که در شکل 6 نشان داده شده است؛ روی مرز بیرونی، مقادیر چگالی، فشار و سرعت ها به صورت رابطه (19) در نظر گرفته شده اند:

$$\rho = \rho_\infty ; p = p_\infty ; u = v = w = 0 \quad (19)$$

به طوری که  $\infty$  نمایانگر جریان آزاد می باشد؛ روی مرز داخلی، مؤلفه های سرعت معادل با مؤلفه های سرعت حرکت پرتابه و مقادیر چگالی و فشار برابر با مقدار سلول مجاور قرار داده شده اند.

به منظور بررسی استقلال حل از شبکه محاسباتی، سه شبکه با تعداد 400000، 720000 و 1100000 سلول بررسی و نتایج آنها با یکدیگر مورد

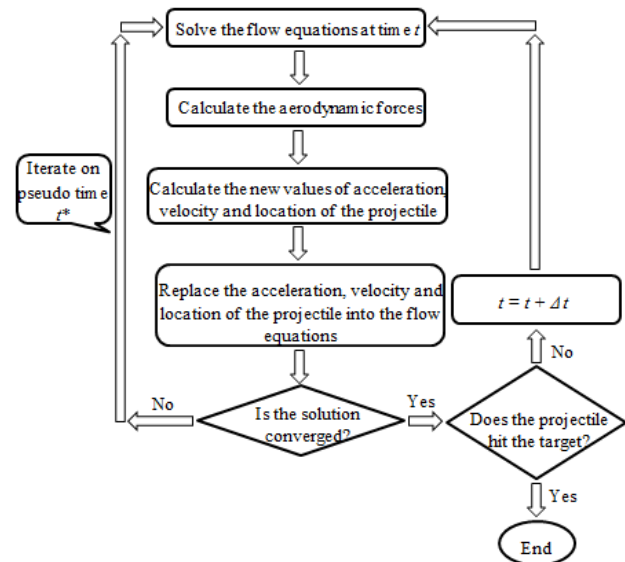


Fig. 4 Simulation flowchart of the projectile motion

شکل 4 فلوچارت شبیه سازی حرکت پرتابه

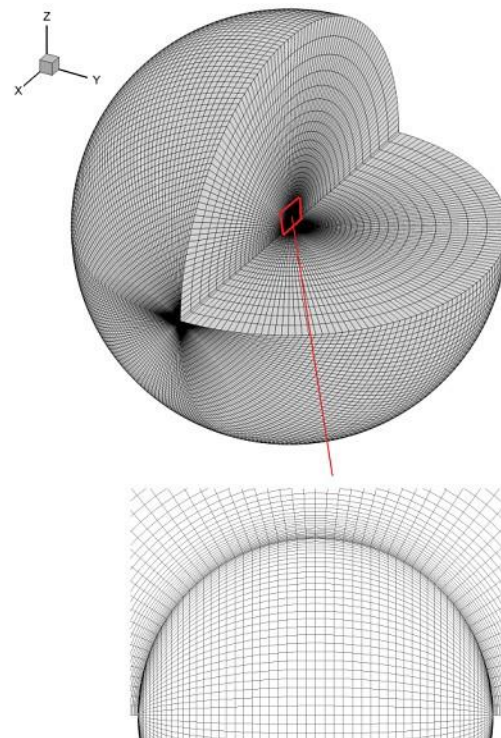


Fig. 5 A grid part used in flow computations

شکل 5 بخشی از شبکه استفاده شده در محاسبات جریان

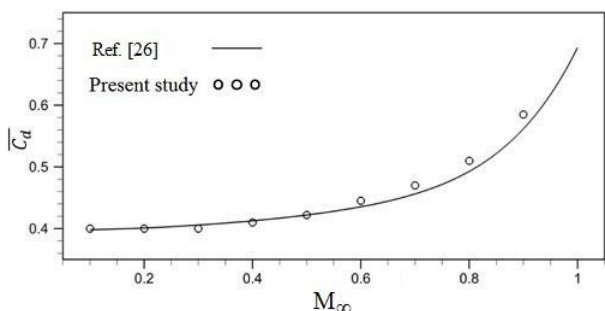


Fig. 10 Comparison of mean drag coefficients obtained by present solver and experimental data [26] for Re=8000

شکل 10 مقایسه ضرایب پسای کره حاصل از حل عددی حاضر و رابطه تجربی هندرسون [26] در عدد رینولدز 8000

به منظور بررسی تلفات در اطراف سطح بالایی کره از ناحیه پیشانی ( $x/D=0$ ) تا ناحیه خلفی کره ( $x/D=0.5$ ) توزیع فشار سکون روی سطح و لایه‌های بالاتر برای جریان تراکم‌پذیر محاسبه و در شکل 11 ترسیم شده است. همان‌گونه که مشاهده می‌شود در روی سطح به علت شرط عدم لغزش فشار سکون با فشار سیال برابری و در ناحیه جدایش عدم بازیابی فشار خوبی دیده می‌شود؛ در لایه‌های بالاتر اثرات اضمحلال ویسکوزیته بر فشار سکون مبین تلفات اصطکاکی و در لایه‌های خیلی دور از سطح، به عنوان مثال لایه شماره 20 که خارج از لایه مرزی قرار می‌گیرد فشار سکون تقریباً ثابت مانده که نشان‌دهنده بی اثر شدن تلفات اصطکاکی می‌باشد و اما در ناحیه دنباله شاهد افت شدیدی می‌باشیم که مبین تلفات در این ناحیه است.

### 5-3- بررسی عملکرد پرتابه

در این بخش، عملکرد یک پرتابه کرووی با قطر 4.5 میلی‌متر و جرم 0.53 گرم که از یک تفنگ بادی شلیک شده است در شرایط بدون چرخش و همچنین

جدول 1 مقایسه مقادیر متوسط ضرایب برآ و پسا به‌همراه نتایج تجربی [7] برای یک کره چرخان در رینولدز 60000

$\alpha$			
0.4	0.3	0.2	
$\bar{C}_l, \bar{C}_d$	$\bar{C}_l, \bar{C}_d$	$\bar{C}_l, \bar{C}_d$	مقاله حاضر
0.281, 0.561	0.218, 0.545	0.145, 0.53	
0.27, 0.555	0.21, 0.54	0.14, 0.525	کیم و همکاران [7]
4, 1.08	3.8, 0.9	3.5, 0.95	انحراف نتایج (%)

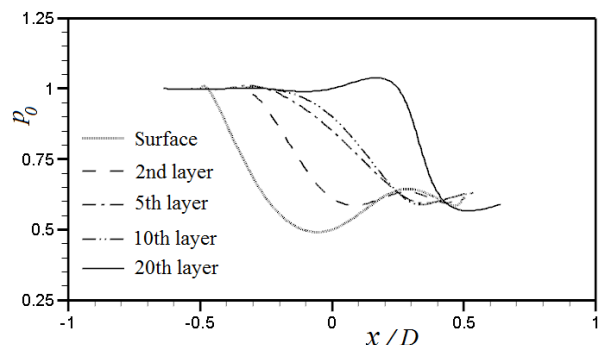


Fig. 11 Stagnation pressure distribution on the sphere surface and upper layers

شکل 11 توزیع فشار سکون روی سطح کره و لایه‌های بالاتر

متوسط ضریب پسا ( $\bar{C}_d$ ) از متوسط گیری منحنی ضریب پسا در محدوده ریزش گردابه حاصل می‌شود که در شکل مذکور نشان داده شده است.

چند رابطه تجربی برای محاسبه ضریب پسای یک کره بدون چرخش در شرایط تراکم‌پذیر لزج توسط کارلسون و هاگلوند [23]، کرو [24]، کورکان و همکاران [25] و هندرسون [26] ارائه شده است که طبق مقایسه‌های صورت گرفته، رابطه هندرسون مطابقت بیشتری با داده‌های تجربی دارد؛ رابطه یادشده برای جریان‌های با ماخ کمتر از 1 در محدوده اعداد رینولدز 100 تا 10000 به صورت رابطه (20) بیان شده است:

$$\bar{C}_d = 24 \left[ \text{Re} + S \left\{ 4.33 + 1.567 \exp \left( -0.247 \frac{\text{Re}}{S} \right) \right\} \right]^{-1} + \exp \left( -\frac{0.5 M_\infty}{\text{Re}} \right) \left[ \frac{4.5 + 0.38(0.03 \text{Re} + 0.48 \sqrt{\text{Re}})}{1 + 0.03 \text{Re} + 0.48 \sqrt{\text{Re}}} + 0.1 M_\infty^2 + 0.2 M_\infty^8 \right] + \left[ 1 - \exp \left( -\frac{M_\infty}{\text{Re}} \right) \right] 0.6 S \quad (20)$$

به طوری که  $S = M_\infty \sqrt{\gamma/2}$  نسبت سرعت مولکولی و  $\gamma$  نسبت گرمای ویژه می‌باشد.

بر این اساس، به منظور اعتبارسنجی برنامه کامپیوتری تدوین شده، ضرایب پسای متوسط به دست آمده از شبیه‌سازی عددی حاضر برای چندین ماخ مختلف در رینولدز 8000 با نتایج حاصل از رابطه (20) مقایسه و در شکل 10 ترسیم شده است. مشاهده می‌شود که تطابق خوبی برقرار است.

در ادامه، اعتبارسنجی ضرایب پسا و برآی تولید شده برای یک کره چرخان در یک جریان تراکم‌ناپذیر بررسی شده است. بدین منظور، مقادیر متوسط ضرایب پسا و برآ در نسبت سرعت‌های  $\alpha = 0.2, 0.3, 0.4$  که بیانگر نسبت سرعت دورانی به سرعت خطی کره می‌باشد، به‌ازای رینولدز 60000 با نتایج تجربی ارائه شده توسط کیم و همکاران [7] مقایسه شده است. با توجه به اینکه نتایج تجربی در یک جریان تراکم‌ناپذیر به دست آمده، محاسبات این قسمت با ماخ 0.1 انجام گرفته است تا تراکم‌پذیری جریان برای این مقایسه تأثیرگذار نباشد؛ مقایسه مذکور در جدول 1 ثبت شده است. دیده می‌شود که انطباق بسیار خوب با انحراف کم میان نتایج به دست آمده از برنامه کامپیوتری تدوین شده و نتایج تجربی مرجع [7] وجود دارد.

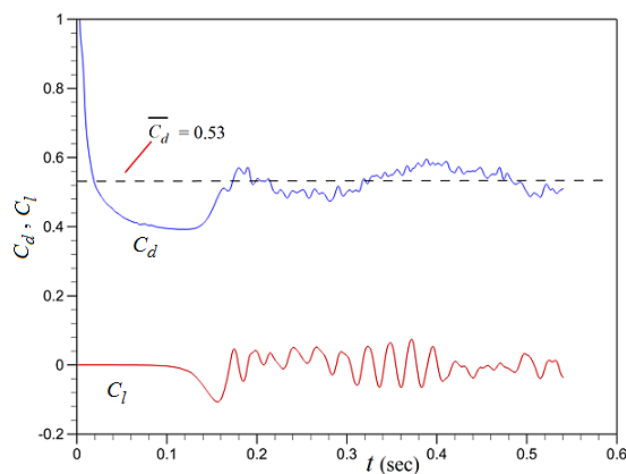


Fig. 9 Temporal variation of drag and lift coefficients obtained by present solver for  $M_\infty=0.8$  and  $\text{Re}=8000$

شکل 9 تغییرات زمانی ضرایب پسا و برآی حاصل از حل حاضر در ماخ 0.8 و رینولدز 8000

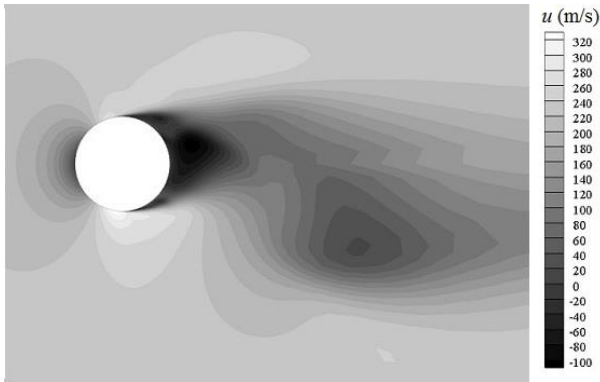


Fig. 12 Contours of horizontal velocity component in two-dimensional view around the non-rotating projectile at  $x=40$  m

شکل 12 کانتورهای مؤلفه افقی سرعت در نمای دوبعدی پیرامون پرتابه بدون چرخش در  $x=40$  m

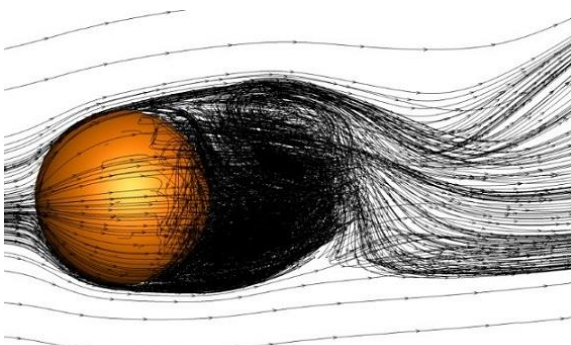


Fig. 13 Instantaneous streamlines around the non-rotating projectile at  $x=40$  m

شکل 13 خطوط جریان لحظه‌ای پیرامون پرتابه بدون چرخش در  $x=40$  m

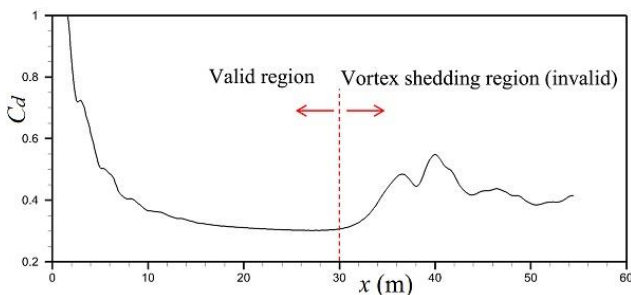


Fig. 14 Variation of drag coefficient of non-rotating projectile with respect to horizontal motion component

شکل 14 تغییرات ضریب پسا پرتابه بدون چرخش بر حسب مسیر افقی حرکت

است تا مشخص گردد مقادیر فوق در چه مسافتی افت ارتفاع پرتابه را خنثی می‌کنند. در شکل 15 مسیر حرکت پرتابه به‌ازای مقادیر مختلف سرعت زاویه‌ای در صفحه  $x-y$  رسم شده است؛ اگر هدف، روی هر یک از دایره‌های توپر نشان داده شده در شکل قرار بگیرد ( $y=0$ )، در اینصورت پرتابه دقیقاً و بدون انحراف عمودی به هدف اصابت خواهد کرد؛ به‌عنوان مثال، اگر هدف در فاصله 29.5 متری قرار گرفته باشد، با اعمال سرعت زاویه‌ای مناسب به مقدار  $\omega=15$  rad/s پرتابه بدون افت ارتفاع به هدف برخورد خواهد کرد. لازم به توضیح است که طبق مرجع [14] تولید نیروی مگنوس نیاز به زمان کافی دارد؛ به‌طوری که در شروع حرکت، مقدار کمی داشته و به مرور زمان به مقدار بیشینه خود می‌رسد. به همین علت است که منحنی‌های شکل 15 تحت اثر وزن، ابتدا نزولی بوده و سپس روند صعودی به‌خود می‌گیرند.

تحت مکانیزم هوپ-آپ با سرعت‌های دورانی مختلف بررسی شده است. سرعت شلیک پرتابه، به مقدار انرژی تفنگ مورد نظر بستگی دارد که توسط یک فنر و یا کپسول حاوی هوای فشرده که در بدنه تفنگ جاسازی گردیده، تأمین می‌گردد؛ انرژی مذکور که در واقع انرژی جنبشی پرتابه در لحظه خروج از لوله تفنگ است، در کاتالوگ شرکت‌های سازنده به واحد ژول یا فوت-پوند ارائه می‌شود. با دانستن جرم، ممان اینرسی جرمی و سرعت زاویه‌ای چرخش پرتابه، می‌توان سرعت شلیک آن را با رابطه (21) به‌دست آورد:

$$u_p = \sqrt{\frac{2KE - I\omega^2}{m}} \quad (21)$$

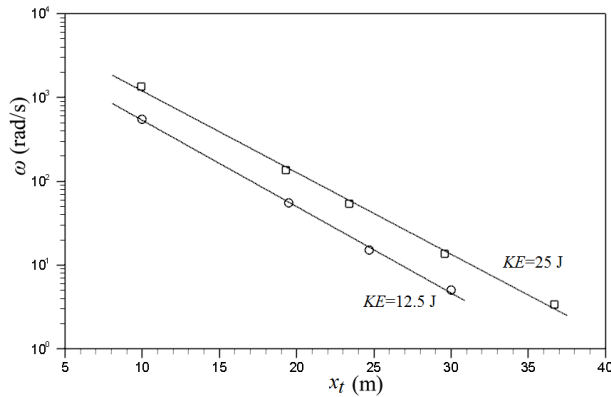
به‌طوری که  $KE$  انرژی جنبشی،  $m$  جرم پرتابه،  $I$  ممان اینرسی جرمی و  $\omega$  سرعت زاویه‌ای پرتابه است. در این پژوهش، با فرض آن که انرژی جنبشی تفنگ 25 ژول باشد و با توجه به کوچک بودن عبارت  $I\omega^2$  که قابل اغماض می‌باشد، سرعت شلیک ( $u_p$ ) به‌ازای سرعت‌های زاویه‌ای مختلف، تقریباً 307 متر بر ثانیه به‌دست می‌آید.

کانتورهای مؤلفه افقی سرعت ( $u$ ) در نمای دوبعدی و خطوط جریان لحظه‌ای پیرامون پرتابه بدون چرخش در فاصله 40 متری که به‌ترتیب در شکل‌های 12 و 13 ترسیم شده، وضعیت دنباله جریان را برای پرتابه فوق‌الذکر نشان می‌دهند. در شکل 14، منحنی تغییرات ضریب پسا پرتابه در شرایط بدون حرکت دورانی بر حسب مسیر افقی حرکت ( $x$ ) ترسیم شده است؛ افزایش ضریب پسا و نوسانی شدن آن در فواصل بیشتر از 30 متر، نشان‌دهنده ریزش گردابه در اطراف پرتابه می‌باشد.

لازم به ذکر است که از نظر تئوری، چنانچه هندسه مورد نظر، کاملاً متقارن و جریان در دوردست، بدون اغتشاش و بدون تغییرات موضعی فشار فرض شود، در اطراف پرتابه، جریانی کاملاً متقارن و بدون ریزش گردابه ایجاد خواهد شد. در طبیعت همواره عواملی وجود دارند که تقارن جریان را از بین برده و لذا ریزش گردابه را سبب می‌شوند؛ در حل‌های عددی نیز به دلیل نحوه حل معادلات و همچنین خطاهای محاسباتی، عدم تقارن در حل جریان ایجاد شده که در نتیجه ریزش گردابه را نشان می‌دهند. واضح است که در این حالت، نحوه و شروع ریزش گردابه در طبیعت و حل عددی اتفاقی بوده و لزوماً هماهنگ نیستند و به عبارتی، نتایج حل عددی در محدوده ریزش گردابه، معتبر و منطبق بر واقعیت نخواهند بود؛ بنابراین، بررسی انجام شده برای پرتابه بدون چرخش به استناد شکل 14، فقط باید در محدوده  $x \leq 30$  m انجام شود که مبری از ریزش گردابه است. با اعمال حرکت دورانی اجباری به پرتابه توسط مکانیزم هوپ-آپ، یک عدم تقارن اجباری و مشخص ایجاد می‌شود که ریزش گردابه در این حالت تصادفی محسوب نخواهد شد و نتایج حل عددی و آنچه که در واقعیت رخ می‌دهد تقریباً هماهنگ و منطبق خواهد بود.

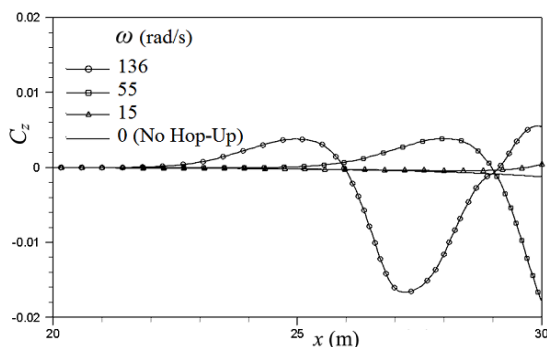
### 5-3-1- اصلاح مسیر حرکت پرتابه

یکی از مشکلات هدف‌زنی با تفنگ‌های بادی که به‌ویژه در مسابقات اهمیت بسیاری پیدا می‌کند، افت ارتفاع پرتابه به‌واسطه شتاب جاذبه است؛ مکانیزم هوپ-آپ می‌تواند با ایجاد یک حرکت دورانی عرضی نیروی برآ تولید نموده که چنانچه بتواند بر نیروی جاذبه غلبه کند، در این‌صورت افت ارتفاع جبران می‌شود. در این ارتباط لازم است تا هوپ-آپ اعمالی بر پرتابه به‌نحوی تنظیم شود تا منجر به جبران افت ارتفاع پرتابه در لحظه برخورد به هدف مورد نظر گردد. بدین منظور، مقادیر مختلفی از سرعت دورانی به پرتابه اعمال شده



**Fig. 17** Relation between target position, kinetic energy and proper angular velocities

شکل 17 رابطه بین محل قرارگیری هدف، انرژی جنبشی و سرعت زاویه ای مناسب

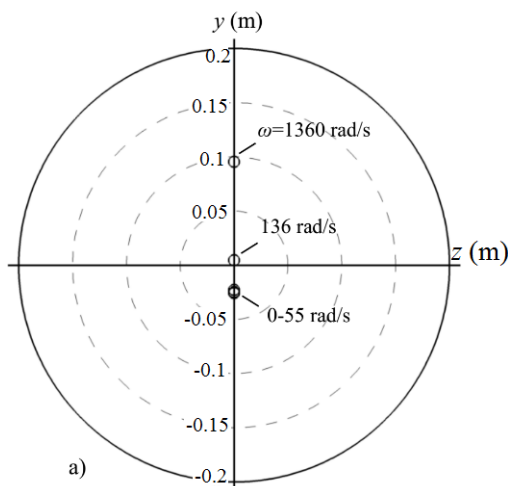


**Fig. 18** Lateral force coefficient with respect to horizontal motion component

شکل 18 تغییرات ضریب نیروی جانبی پرتابه بر حسب فاصله افقی

### 5-3-2- بررسی اندازه حرکت پرتابه

اندازه حرکت، ناشی از حاصل ضرب جرم پرتابه در سرعت آن در واقع میزان اثرگذاری پرتابه بر هدف را مشخص می کند. با توجه به ثابت بودن جرم پرتابه، می توان گفت که هرچه سرعت برخورد به هدف بیشتر باشد، میزان اثرگذاری بیشتر و از طرفی زمان رسیدن پرتابه به هدف کمتر خواهد شد. شکل های 21 و 22 به ترتیب تغییرات ماخ و اندازه حرکت پرتابه را در طی



**Fig. 19** Locations where projectile hits the target for different angular velocities in  $x = 20$  m

شکل 19 محل برخورد پرتابه به هدف با سرعت های زاویه ای مختلف در  $x = 20$  m

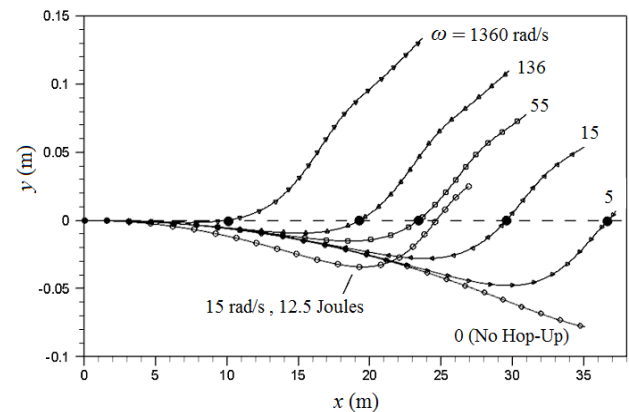
همچنین، چندین نتیجه با انرژی جنبشی 12.5 ژول حاصل شد که رفتار مکانیزم هوب-آپ مشابه با انرژی جنبشی 25 ژول بود؛ اما به هر حال به دلیل سرعت شلیک کم تر، افت ارتفاع بیشتری در مسیر حرکت پرتابه مشاهده شد. به عنوان نمونه، یک نتیجه با سرعت زاویه ای  $\omega = 15$  rad/s و انرژی جنبشی 12.5 ژول در شکل 15 نشان داده شده است.

لازم به توضیح است که سرعت های زاویه ای اعمال شده به پرتابه در طول حرکت، ثابت در نظر گرفته شده اند. زیرا به علت گشتاور آیرودینامیکی کم، تغییرات سرعت زاویه ای ناچیز است. شکل 16 تغییرات ملایم سرعت زاویه ای 136 rad/s را تا فاصله 30 متری حرکت نشان می دهد.

ارتباط موقعیت هدف ( $x_t$ ) و سرعت زاویه ای مناسب هوب-آپ برای دو انرژی جنبشی شلیک 25 ژول و 12.5 ژول، در شکل 17 نشان داده شده؛ ملاحظه می شود که با دور شدن هدف، سرعت زاویه ای کمتری برای مکانیزم هوب-آپ مورد نیاز خواهد بود. به کمک یک تابع میان یابی توانی، رابطه (22) بین موقعیت هدف، انرژی جنبشی شلیک و سرعت زاویه ای مناسب برقرار و در شکل مذکور ترسیم شده که از دقت بسیار خوبی در تعیین سرعت زاویه ای مناسب برخوردار است.

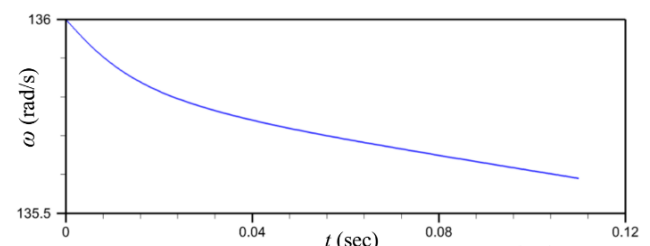
$$\ln(\omega) = 6.59KE^{0.108} - 0.292KE^{-0.082}x_t \quad (22)$$

شکل 18 ضریب نیروی جانبی  $C_z$  روی پرتابه را نشان می دهد که بسیار ناچیز است و بنابراین تأثیر چندانی بر حرکت افقی پرتابه نخواهد داشت؛ شکل های 19 و 20 محل برخورد پرتابه به هدف را به ازای مقادیر مختلف سرعت زاویه ای به ترتیب در فواصل 20 و 30 متری با توجه به توضیحات فوق نشان می دهد؛ همانطور که مشاهده می شود، انحراف افقی ( $z$ ) محسوسی در حرکت پرتابه ایجاد نشده است.



**Fig. 15** Projectile trajectory for various angular velocities in  $x$ - $y$  plate with  $KE=25$  joules and a comparison with  $KE=12.5$  joules

شکل 15 مسیر حرکت پرتابه به ازای مقادیر مختلف سرعت زاویه ای در صفحه  $x$ - $y$  با انرژی جنبشی 25 ژول و یک نمونه با انرژی جنبشی 12.5 ژول جهت مقایسه



**Fig. 16** Temporal variation of angular velocity for  $\omega = 136$  rad/s up to  $x=30$ m

شکل 16 تغییرات زمانی سرعت زاویه ای 136 rad/s تا  $x=30$ m



بنابراین، سرعت های زاویه ای بیشتر با ضرایب پسی بزرگتری مواجه هستند که نتیجه آن، کاهش بیشتر سرعت یا به عبارتی، کاهش اندازه حرکت می باشد که در نتیجه آن، زمان برخورد پرتابه به هدف افزایش می یابد.

با مشاهده شکل های 23 و 24 می توان دریافت که به دلیل ریزش گردابه، نحوه تغییرات ضرایب پسا و برآ در فواصل مختلف مسیر، متفاوت است. به عنوان مثال، اختلاف ضرایب پسا در سرعت های زاویه ای 136 و 55 رادیان بر ثانیه در فاصله 20 متری، زیاد و در فاصله 23 متری، کم شده که این مسأله در مورد ضریب برآ نیز صادق است؛ بطوری که مقدار ضریب برآی پرتابه در فاصله 23 متری و با سرعت زاویه ای 136 رادیان بر ثانیه کمتر از ضریب برآی پرتابه با سرعت زاویه ای 55 رادیان بر ثانیه شده است؛ به این جهت، کانتورهای ضریب فشار برای فواصل مذکور در یک مقطع دوبعدی مقایسه و در شکل های 25 تا 28 نشان داده شده اند. اختلاف فشار در جلو و پشت پرتابه مؤید میزان ضریب پسا و اختلاف فشار در قسمت فوقانی و تحتانی پرتابه مؤید میزان ضریب برآ می باشد که مطالب فوق را تأیید می کنند.

### 6- جمع بندی

در این پژوهش به بررسی عملکرد و اصلاح مسیر حرکت یک پرتابه کروی مربوط به تفنگ های بادی با کالیبر 4.5 میلی متر از طریق حل عددی کوپل و هم زمان معادلات حرکت سیال و پرتابه به صورت ناپایا در شبکه متحرک پرداخته شد؛ بدین صورت که به کمک مکانیزم هوب-آپ، سرعت های دورانی مختلفی در جهت عرضی به پرتابه اعمال شد و به واسطه نیروی مگنوس ایجاد

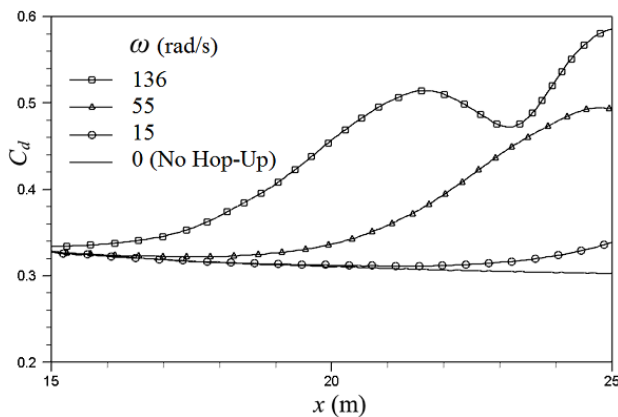


Fig. 23 Drag coefficient with respect to horizontal motion

شکل 23 تغییرات ضریب پسی پرتابه بر حسب فاصله افقی

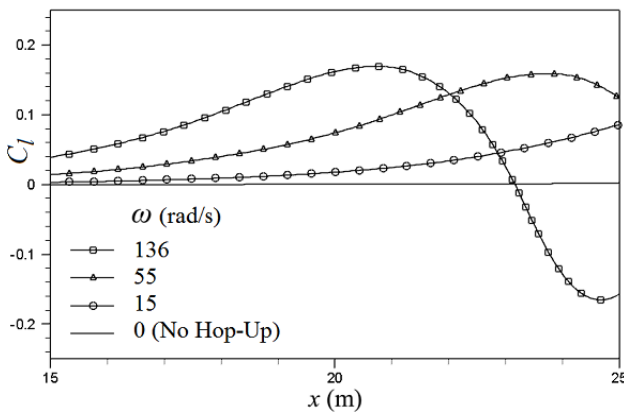


Fig. 24 Lift coefficient with respect to horizontal motion

شکل 24 تغییرات ضریب برآی پرتابه بر حسب فاصله افقی

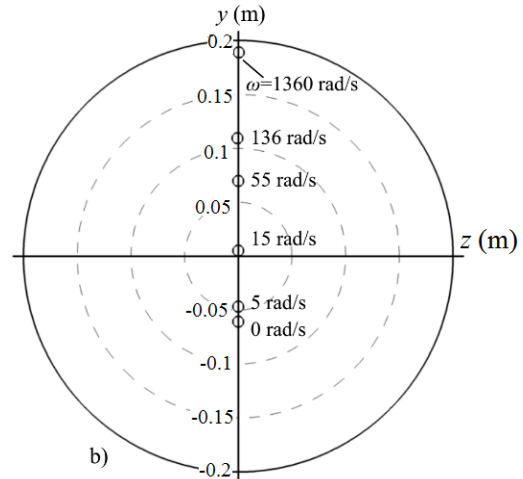


Fig. 20 Locations where projectile hits the target for different angular velocities in  $x = 30$  m

شکل 20 محل برخورد پرتابه به هدف با سرعت های زاویه ای مختلف در  $x = 30$  m

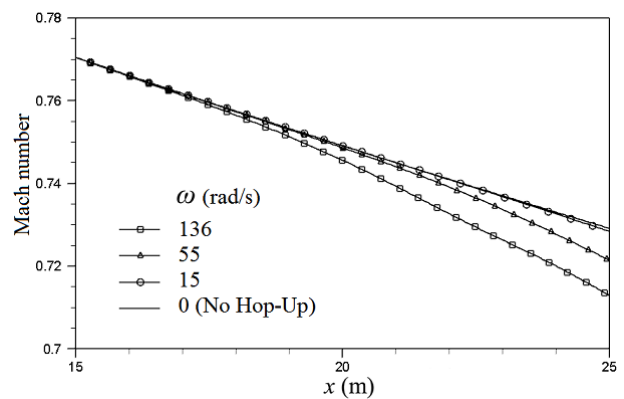


Fig. 21 Projectile Mach number variations for various angular velocities

شکل 21 تغییرات عدد ماخ پرتابه سرعت های زاویه ای مختلف

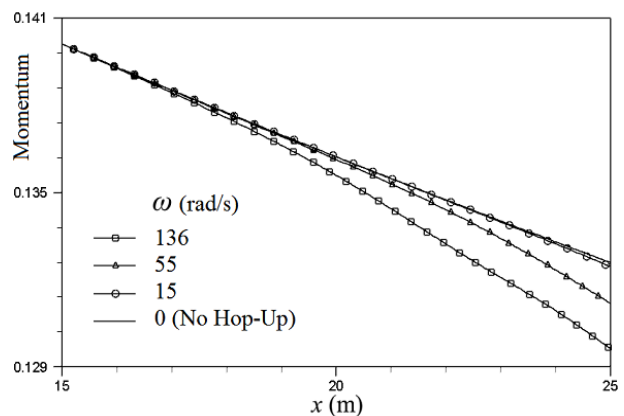
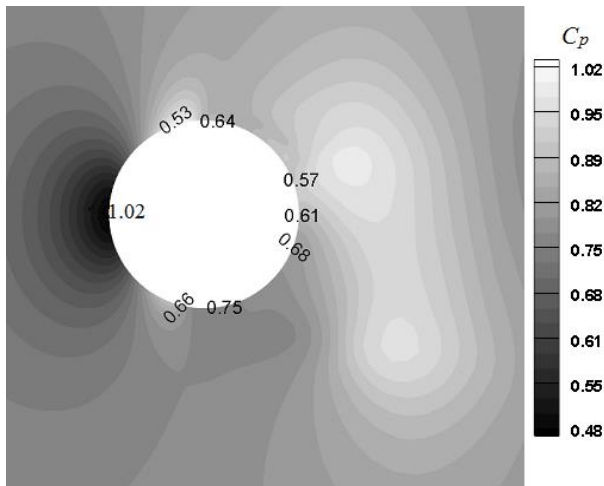


Fig. 22 Projectile momentum variations for various angular velocities

شکل 22 تغییرات اندازه حرکت ماخ پرتابه سرعت های زاویه ای مختلف

مسیر 25 متری به ازای مقادیر مختلف سرعت زاویه ای پرتابه نشان می دهد؛ مشاهده می شود که افزایش سرعت زاویه ای، موجب کاهش بیشتر ماخ و اندازه حرکت پرتابه شده است؛ در این ارتباط، تغییرات ضرایب پسا و برآی پرتابه بر حسب فاصله افقی در شکل های 23 و 24 نشان داده شده است؛ همانطور که ملاحظه می گردد، با افزایش سرعت زاویه ای، ریزش گردابه و در نتیجه افزایش ضریب پسا که بصورت نوسان در منحنی آشکار شده سریعتر آغاز شده است؛



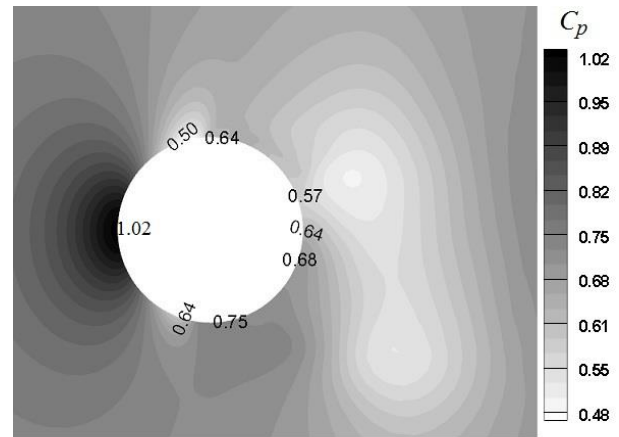
**Fig. 28** Contours of pressure coefficient in two-dimensional view in  $x=23$  m and  $\omega=55$  rad/s

شکل 28 کانتورهای ضریب فشار در نمای دوبعدی در  $x=23$  m و  $\omega=55$  rad/s

جلوگیری به عمل آمد. همان‌گونه که از نتایج بر می‌آید در فواصل هدف 10، 20، 25، 30 و 35 متری تحت انرژی جنبشی شلیک 25 ژول، به ترتیب با اعمال سرعت‌های زاویه‌ای 136، 136، 136، 155 و 5 رادیان بر ثانیه افت ارتفاع پرتابه کاملاً جبران شده است؛ در این ارتباط، از میان‌یابی داده‌های حاصل، رابطه‌ای استخراج شد که می‌تواند با دقت بسیار خوبی، سرعت زاویه‌ای هوب-آپ را بر حسب تابعی از موقعیت هدف و انرژی جنبشی شلیک برای جبران افت ارتفاع پرتابه در فواصل دلخواه پیش‌بینی نماید. از طرفی مشخص گردید که اعمال سرعت زاویه‌ای، باعث تسریع شروع ریزش گردابه می‌شود که به موجب آن، ضریب پسا ازدیاد و در نتیجه زمان برخورد پرتابه به هدف افزایش می‌یابد.

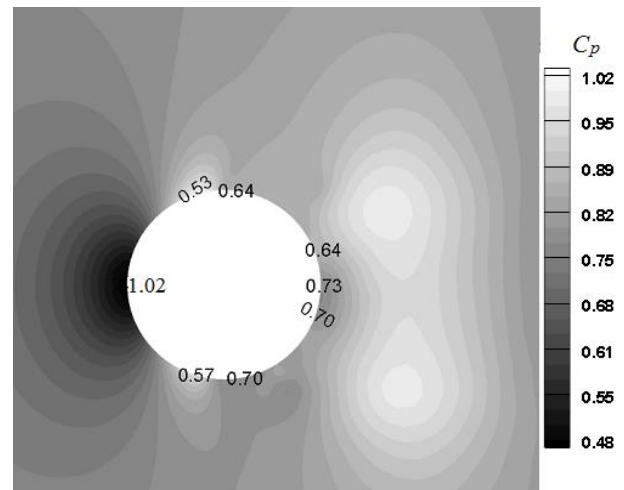
#### 7- مراجع

- [1] C. J. Nietubicz, H. J. Gibelg, Navier-Stokes computations for a reacting M864 base bleed projectile, *AIAA Journal*, pp. 1-38, 1995.
- [2] S. Chakraverty, I. Stiharu, R. B. Bhat, Influence of aerodynamic loads on flight trajectory of spinning spherical projectile, *AIAA Journal*, Vol. 39, No. 1, pp. 122-125, 2001.
- [3] M. Pechier, Ph. Guillen, R. Cayzac, Magnus effect over finned projectiles, *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 38, No. 4, pp. 542-549, 2001.
- [4] S. I. Siltan, Navier-Stokes computations for a spinning projectile from subsonic to supersonic speeds, *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 42, No. 2, pp. 223-230, 2005.
- [5] J. DeSpirito, S. I. Siltan, P. Weinacht, Navier-Stokes predictions of dynamic stability derivatives: evaluation of steady states methods, *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 46, No. 6, pp. 1142-1154, 2009.
- [6] W. Yu, X. Zhang, Aerodynamic analysis of projectile in gun system firing process, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 77, No. 1, pp. 1-8, 2010.
- [7] J. Kim, H. Park, H. Choi, J. Y. Yoo, Inverse magnus effect on a rotating sphere, *64th Annual Meeting of the APS Division of Fluid Dynamics*, Poitiers, France, November 20-22, 2013.
- [8] B. Pier, Periodic and quasiperiodic vortex shedding in the wake of a rotating sphere, *Journal of Fluids and Structures*, Vol. 41, No. 1, pp. 43-50, 2013.
- [9] G. Robinson, I. Robinson, The motion of an arbitrarily rotating spherical projectile and its application to ball games, *Physica Scripta*, Vol. 88, No. 1, pp. 018101, 2013.
- [10] J. Højgaard Jensen, Comment on The motion of an arbitrarily rotating spherical projectile and its application to ball games, *Physica Scripta*, Vol. 89, No. 1, pp. 067001, 2014.
- [11] E. K. W. Poon, A. S. H. Ooi, M. Giacobello, G. Iaccarino, D. Chung, Flow past a transversely rotating sphere at Reynolds numbers above the laminar regime, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 759, No. 1, pp. 751-781, 2014.
- [12] M. Rafeie, A. R. Teymourtash, The aerodynamic and dynamic analysis of three common 4.5mm caliber pellets in a transonic flow, *Journal of Scientia Iranica, Transactions B: Mechanical Engineering*, Vol. 23, No. 4, pp. 1767-1776, 2016.
- [13] S. E. Salimpour, A. R. Teymourtash, Numerical simulation and operation comparison of two sizes of air gun pellets with 4.5 and 5.5 mm calibers, *Fluid Mechanics and Aerodynamics*, Vol. 3, No. 3, pp. 35-47, 2015. (In Persian)



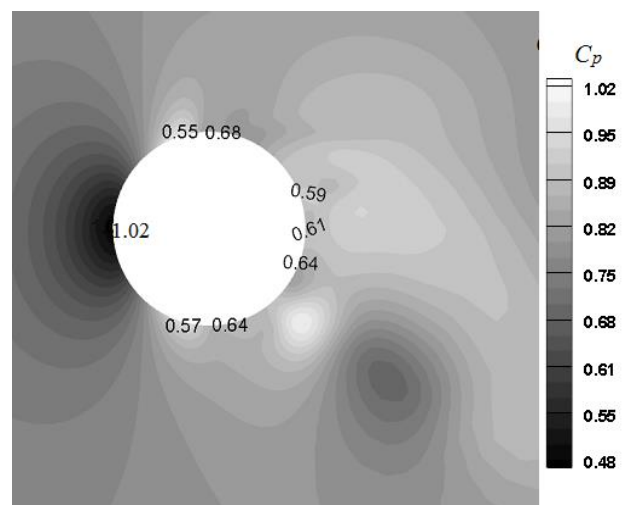
**Fig. 25** Contours of pressure coefficient in two-dimensional view in  $x=20$  m and  $\omega=136$  rad/s

شکل 25 کانتورهای ضریب فشار در نمای دوبعدی در  $x=20$  m و  $\omega=136$  rad/s



**Fig. 26** Contours of pressure coefficient in two-dimensional view in  $x=20$  m and  $\omega=55$  rad/s

شکل 26 کانتورهای ضریب فشار در نمای دوبعدی در  $x=20$  m و  $\omega=55$  rad/s



**Fig. 27** Contours of pressure coefficient in two-dimensional view in  $x=23$  m and  $\omega=136$  rad/s

شکل 27 کانتورهای ضریب فشار در نمای دوبعدی در  $x=23$  m و  $\omega=136$  rad/s

شده، از افت ارتفاع پرتابه در لحظه برخورد به هدف در فواصل مختلف

- of *Fluids Engineering*, Vol. 130, No. 12, pp. 1-14, 2008.
- [20] G. Constantinescu, M. Chapelet, K. Squires, Turbulence modeling applied to flow over a sphere, *AIAA Journal*, Vol. 41, No. 9, pp. 1733-1742, 2003.
- [21] J. Furst, Numerical simulation of transitional flows with laminar kinetic energy, *Engineering Mechanics*, Vol. 20, No. 5, pp. 379-388, 2013.
- [22] A. Jameson, W. Schmidt, E. Turkel, Numerical solutions of the Euler equations by finite volume methods using Runge-Kutta Time-Stepping schemes, *AIAA Paper*, 81-1259, 1981.
- [23] D. J. Carlson, R. F. Hoglund, Particle drag and heat transferrin rocket nozzles, *AIAA Journal*, Vol. 2, No. 11, pp. 1980-1984, 1964.
- [24] C. T. Crowe, Drag coefficient of particles in a rocket nozzle, *AIAA Journal*, Vol. 5, pp. 1021-1022, 1967.
- [25] K. D. Korkan, S. L. Petrie, R. J. Bodonyi, Particle concentrations in high mach number, Two-Phase flows, *TR 74-0102, Aerospace Research Laboratories*, Wright-Patterson AFB, 1974.
- [26] C. B. Henderson, Drag coefficients of spheres in continuum and rarefied flows, *AIAA Journal*, Vol. 14, No. 6, pp. 707-708, 1976.
- [14] A. R. Teymourtash, S. E. Salimpour, Compressibility effects on the flow past a rotating cylinder, *Physics of Fluids*, Vol. 29, No. 1, pp. 016101, 2017.
- [15] F. Fresconi, B. Guidos, I. Celmins, J. DeSpirito, Flight behavior of an asymmetric missile through advanced characterization techniques, *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 54, No. 1, pp. 266-277, 2017.
- [16] S. M. Mirsajedi, M. H. Hosseini Zarj, Improvement in moving mesh algorithm around a oscillational airfoil, *Aerospace Sciences and Researches*, Vol. 2, pp. 71-82, 2009. (In Persian فارسی)
- [17] S. M. H. Karimian, M. Ardakani, Immersed boundary method for the solution of 2d inviscid compressible flow using finite volume approach on moving cartesian grid, *Journal of Applied Fluid Mechanics*, Vol. 4, No. 2, Special Issue, pp. 27-36, 2011.
- [18] J. Blazek, *Computational Fluid Dynamics: Principles and Applications*, First Edition, pp. 212-215, 238-241, 414-415, New York: Elsevier, 2001.
- [19] D. K. Walters, D. Cokljat, Three-Equation Eddy-Viscosity model for Reynolds-Averaged Navier-Stokes simulations of transitional flow, *Journal*