



## بهینه‌سازی ایرفویل نوسانی در جریان لزج با عدد رینولدز پایین با استفاده از روش الحاقی پیوسته بر شبکه نامنظم

محمد غفاری<sup>1</sup>، علی توکلی صبور<sup>2</sup>، محمود پسندیده‌فرد<sup>3\*</sup>

1- کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد

2- کارشناسی ارشد، مهندسی هوافضا، سازمان پژوهشی باقرالعلوم، تهران

3- دانشیار، مهندسی هوافضا، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد

\*مشهد، صندوق پستی 91755-1111، mahmoud.pasandideh@um.ac.ir

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 26 فروردین 1396

پذیرش: 28 خرداد 1396

ارائه در سایت: 22 تیر 1396

کلید واژگان:

روش الحاقی ناپایا

بهینه‌سازی

اعداد رینولدز پایین

جریان مغشوش

شبکه نامنظم

### چکیده

کاربردهای متنوع و روزافزون وسایلی که در جریان با اعداد رینولدز پایین کار می‌کنند سبب ایجاد نیاز گسترده‌ای جهت بررسی دقیق آن‌ها شده است. بهینه‌سازی بخش مهمی از علوم محاسباتی است که موجب بهبود عملکرد و افزایش کارایی هندسه اولیه می‌شود. بیشتر مطالعات انجام گرفته در زمینه بهینه‌سازی آیرودینامیکی معطوف به جریان‌هایی با عدد رینولدز بالاست، ولی در وسایل آیرودینامیکی که ابعاد کوچکی دارند مانند ریز پرنده‌ها معمولاً سرعت جریان پایین بوده و در نتیجه از نوسانات جریان که به دلیل جدایش ایجاد می‌شوند نمی‌توان صرف نظر کرد. در این مقاله ایرفویل نوسانی با حرکت پیچش خالص در جریان مغشوش با عدد رینولدز پایین با استفاده از روش الحاقی پیوسته بهینه‌سازی شده است. نسبت نیروهای برا بر پسا به عنوان تابع هدف انتخاب شده و از تابع تغییر شکل آزاد برای گسسته‌سازی هندسه مورد نظر استفاده شده است. با توجه به این که بهینه‌سازی اجسام آیرودینامیکی به طور کلی شامل دو بخش حل معادلات جریان و سپس محاسبه گرادینان هاست، در این مقاله جهت ارزیابی میزان دقت نتایج به‌دست‌آمده از فرایند بهینه‌سازی اعتبارسنجی برای هر دو بخش صورت پذیرفته است. نتایج حاکی از همگرایی بسیار خوب معادلات الحاقی است. شکل با ایجاد محدودیت‌های مناسب در فرایند بهینه‌سازی باز طراحی شده و بدون تغییر و دگرگونی قابلیت‌های اولیه آن دارای بیشترین بازده است. به گونه‌ای که در این حالت نسبت ضرایب برابر پسا تا 84% افزایش پیدا یافته است.

## Continuous adjoint shape optimization for low Reynolds number oscillating airfoils in viscous flow on unstructured grids

Mohammad Ghaffari<sup>1</sup>, Ali Tavakoli Sabour<sup>2</sup>, Mahmoud Passandideh Fard<sup>1\*</sup>

1- Department of Mechanical Engineering, Ferdowsi University, Mashad, Iran

2- Department of Aerospace Engineering, Bagher Al Olum Research Organization, Tehran, Iran

\* P.O.B. 91755-1111 Mashad, Iran, mahmoud.pasandideh@um.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper

Received 15 April 2017

Accepted 18 June 2017

Available Online 13 July 2017

### Keywords:

Unsteady Adjoint Method

Optimization

Low Reynolds Numbers

Turbulent Flow

Unstructured Grids

### ABSTRACT

The growing and diverse applications of low Reynolds number operating vehicles have compelled researchers to study them more accurately. Optimization is an important part of computational science that can improve the performance and increase the efficiency of the initial geometry. Most of the research studies on aerodynamic optimization were focused on high Reynolds number airfoils. But for aerodynamic devices that have small dimensions, like MAVs, usually the flow speed is low and thus the unsteady effects caused by boundary layer separation cannot be neglected. In this article, oscillating airfoil with pitching motion in turbulent and low Reynolds flow has been optimized with the continuous adjoint method. Lift to drag ratio was chosen to be the objective function and free form deformation parameters is adopted for the surface geometry perturbations. Since aerodynamic optimization generally consists of two parts, first, solving the flow equation and then computing the gradient of the objective function, in this article in order to evaluate the accuracy of the optimization process both have been validated. The results show that the adjoint equation converges well and with specifying the suitable constraints, the designed shape approaches the most optimized level without the loss of performance. In a way that the ratio of lift to drag coefficient increases to 84% in such a case.

### 1- مقدمه

داده حل شده و براساس آن نیرو و انتقال حرارت بر جسم مورد نظر (بال، هواپیما، اتومبیل و...) محاسبه می‌شوند، سپس از این داده‌ها در فرآیند بهینه‌سازی استفاده می‌شود. روش‌های دینامیک سیالات محاسباتی اصلی‌ترین ابزار در مبحث بهینه‌سازی به شمار می‌روند [1]. با رواج استفاده از روش‌های بهینه‌سازی در فرایند طراحی آیرودینامیکی

عملکرد یک سیستم مهندسی اغلب می‌تواند براساس اندازه و شکل آن مورد بررسی قرار گیرد. زمینه بهینه‌سازی در جهت تعیین شکل مطلوب برای یک جسم یا سطح با هدف افزایش کارایی آن ایفای نقش می‌کند. در این روش معادلات حاکم بر جریان بر شبکه‌ای که تمام حجم حوزه محاسباتی را پوشش

Please cite this article using:

M. Ghaffari, A. Tavakoli Sabour, M. Passandideh Fard, Continuous adjoint shape optimization for low Reynolds number oscillating airfoils in viscous flow on unstructured grids, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 7, pp. 161-170, 2017 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

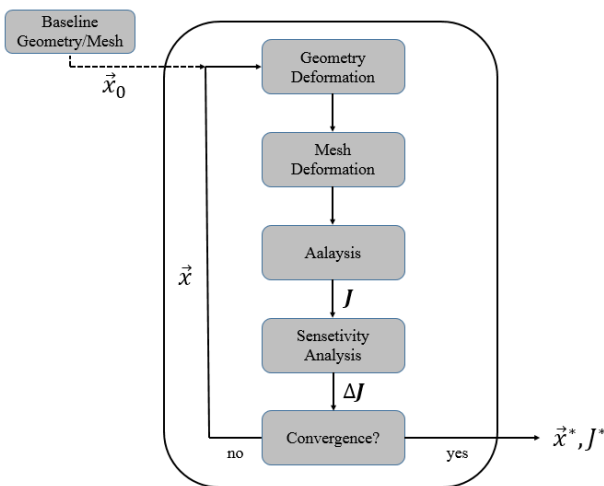


Fig. 1 The flow chart of gradient based optimization methods [1]

شکل 1 طرح‌واره‌ای از فرایند بهینه‌سازی براساس روش‌های مبتنی بر تغییرات [1]

عملکرد توربین‌ها و کمپرسورها استفاده کردند و کارایی بالای معادلات الحاقی پیوسته را در بهینه‌سازی آیرودینامیکی سطوح مختلف گزارش دادند. ابتدا معادلات الحاقی فقط بر شبکه‌های منظم پیاده‌سازی می‌شد، ولی با گذشت زمان و افزایش نیاز به بهینه‌سازی هندسه‌های پیچیده کاربرد این روش به استفاده از شبکه‌های نامنظم نیز گسترش پیدا کرد. اندرسون و ونکاتاریشان [10] از نخستین افرادی بودند که توانستند رابطه‌ای برای بررسی معادلات ناویر استوکس بر شبکه‌های نامنظم ارائه دهند. ایشان به این نکته اشاره کردند که به وجود آمدن مشتقات مرتبه بالا در معادلات الحاقی موجب ایجاد مشکل در زمینه همگرایی معادلات و دقت نتایج می‌شود. جیمسون و کیم [1] نیز با حذف جملات مربوط به انتگرال‌گیری حجم از رابطه تغییرات به فرمول‌بندی مشابه کار اندرسون و ونکاتاریشان برای جریان‌های اولی‌ری رسیدند. معادلات الحاقی مربوط به جریان‌های غیرلزج و آرام بر شبکه نامنظم توسط کاسترو و همکاران [12] نوشته شد. آن‌ها توجه ویژه‌ای به ساده‌سازی و کاهش تعداد جملات با مشتقات مرتبه بالاتر داشتند. معادلات به‌دست‌آمده برای شبکه‌های نامنظم توانستند بسیاری از مشکلات مربوط به دقت و کارایی را حل کنند و با موفقیت برای طیف وسیعی از کاربردهای متنوع استفاده شد. در دهه گذشته بهینه‌سازی آیرودینامیکی با استفاده از روش الحاقی مورد توجه محققین بسیاری قرار گرفته است. بیشتر تحقیقات انجام شده در این زمینه مربوط به جریان‌های پایاست. بسیاری از جریان‌های کاربردی در زمینه آیرودینامیک به طور طبیعی ناپایا بوده و به طور پیوسته تحت تأثیر نیروهای مختلف قرار می‌گیرد. در سال‌های اخیر با توجه به پیشرفت‌های چشمگیر صورت گرفته در زمینه الگوریتم‌های محاسباتی و همچنین رشد قابلیت‌های سخت‌افزاری، شبیه‌سازی و طراحی سیستم‌های هوافضایی در محیط‌های ناپایا با دقت بالاتری انجام می‌گیرد. انواع توربو ماشین‌ها، توربین‌های بادی، پرنده‌های بالزن و روتور بالگرد تنها چند مورد از نمونه‌های کاربردی که جهت شبیه‌سازی کامل آن‌ها نیاز به استفاده از روش‌هایی با دقت زمانی بالاست. در این حالت الگوریتم‌های بهینه‌سازی وظیفه بهبود عملکرد این گونه وسایل و کاهش اثرات دینامیکی حاصل از جریان ناپایا مانند واماندگی را بر عهده دارند. اکنون تنها چند مقاله منتشر شده که به بهینه‌سازی سطوح آیرودینامیکی به روش الحاقی در جریان ناپایا پرداخته است. در این قسمت نیز مانند حالت پایا ابتدا معادلات الحاقی در ترکیب با جریان غیرلزج ارائه شده است. ناداراجا و

تلاش قابل توجهی در جهت افزایش اثربخشی و کارایی این روش‌ها انجام پذیرفته است. از میان روش‌های بهینه‌سازی که در زمینه آیرودینامیک کاربرد دارد روش‌های مبتنی بر تغییرات<sup>1</sup> به دلیل الگوریتم عددی مشخص و بار محاسباتی به نسبت پایین پیشرفت قابل توجهی داشته‌اند. فرایند بهینه‌سازی آیرودینامیکی براساس این روش‌ها به طور معمول از چهار مرحله تشکیل می‌شود که تا زمان برآورده شدن شرط همگرایی تکرار می‌شوند. شکل 1 طرح‌واره‌ای از این مراحل مختلف را به نمایش می‌گذارد. در این شکل  $J$  تابع هزینه،  $\vec{x}$  بردار متغیرهای طراحی و  $J^*$ ،  $\vec{x}^*$  مقادیر متناظر در حالت بهینه است. مراحل نشان داده شده در شکل به طور جداگانه و مستقل از هم به ترتیب انجام شده و به وسیله یک الگوریتم بهینه‌سازی مانند گرادینت مزدوج به سمت مقدار حداقل و یا حداکثر تابع هزینه پیش می‌رود.

مهم‌ترین مرحله در طرح‌واره نشان داده شده در شکل 1 مربوط به چگونگی تعیین دقیق و کارآمد بردار تغییرات ( $\Delta J$ ) نسبت به تابع هدف است. ساده‌ترین راه در تعیین این بردار استفاده از روش تفاضل محدود است. طبق این رویکرد تغییرات مورد نظر به آسانی با محاسبه مقدار تابع هدف مابین هندسه پایه و مقدار این تابع پس از ایجاد اغتشاش در متغیرهای طراحی و در نهایت تقسیم اختلاف این دو مقدار بر اندازه اغتشاشات قابل دسترس است. براساس این روش بردار تغییرات با ایجاد اغتشاش در تمام متغیرهای طراحی به طور جداگانه محاسبه می‌شود، این کار برای فضاهای طراحی بزرگ بسیار پرهزینه خواهد بود، چرا که برای محاسبه تابع تغییرات یک مسئله با  $N$  پارامتر طراحی به  $N+1$  حل کامل معادلات حاکم بر جریان نیاز است [2]. یکی دیگر از چالش‌های بهینه‌سازی به روش تفاضل محدود تعیین اندازه گام این تغییرات است. انتخاب گام‌های بزرگ می‌تواند منجر به ایجاد خطای برشی غیرقابل پذیرش شود.

حساسیت تابع هدف را می‌توان به کمک روش‌های کارآمدتر مانند روش‌های الحاقی نیز ارزیابی کرد. با توجه به تحقیقات انجام شده در زمینه بهینه‌سازی، ثابت شده است که از میان روش‌های موجود مانند تجزیه و تحلیل حساسیت مستقیم<sup>2</sup>، اختلاف محدود و یا رویکرد متغیرهای پیچیده<sup>3</sup> روش الحاقی ارجحیت قابل توجهی دارد. با استفاده از این روش در هر چرخه طراحی تنها یک معادله جریان و یک معادله الحاقی که تقریباً هزینه محاسباتی برابر با حل معادلات جریان را دارد بررسی می‌شود؛ بنابراین در این حالت هزینه محاسباتی مستقل از تعداد متغیرهای طراحی خواهد بود.

مطالعات مربوط به استفاده از روش الحاقی برای بهینه‌سازی سیستم‌هایی که بر پایه معادلات بیضوی استوار بودند برای نخستین بار توسط پیرون [3] آغاز شد. در عرصه هوانوردی جیمسون [5,4] نخستین فردی بود که از معادلات الحاقی پیوسته برای کاهش اثرات منفی امواج ضربه‌ای استفاده کرد. او معادلات الحاقی را برای بهینه‌سازی بال‌ها در حالت سه بعدی براساس معادلات اولی‌ری [6] گسترش داد و در نهایت از آن برای تعیین شکل بهینه یک هواپیمای کامل با حل معادلات ناویر استوکس [7] بهره جست. بنوراویو و همکاران [8] معادلات الحاقی را برای پوشش جریان‌های متلاطم گسترش دادند، آن‌ها از مدل اسپالارت-آلماراس جهت اضافه کردن اثرات اغتشاش استفاده کردند. معادلات الحاقی پیوسته علاوه بر جریان‌های خارجی در جریان‌های داخلی نیز کاربرد دارند. لو و همکاران [9] از این روش جهت بهبود

<sup>1</sup> Gradient Based

<sup>2</sup> Direct Sensitivity Analysis

<sup>3</sup> Complex Variables

رابطه (2) نوشته می‌شوند.

$$\vec{F}_i^c = \begin{bmatrix} \rho(v_i - v_{bi}) \\ \rho v_1(v_i - v_{bi}) + P\delta_{i1} \\ \rho v_2(v_i - v_{bi}) + P\delta_{i2} \\ \rho v_3(v_i - v_{bi}) + P\delta_{i3} \\ \rho(v_i - v_{bi})H \end{bmatrix}, \vec{F}_i^v = \begin{bmatrix} \tau_{i1} \\ \tau_{i2} \\ \tau_{i3} \\ v_j \tau_{ij} + \mu_{tot} c_p \partial_i T \end{bmatrix} \quad (2)$$

در آن  $\vec{v}_b = (v_{b1}, v_{b2}, v_{b3})$  بردار سرعت مرزها،  $P$  فشار استاتیکی،  $H$  آنتالیپی سیال،  $\delta_{ij}$  تابع کروکر دلتا،  $T$  دما،  $\gamma = C_p R / \gamma - 1$ ،  $C_p$  گرمای ویژه در فشار ثابت (گاز کامل)،  $\gamma$  عدد ثابت و  $R$  ثابت گازهاست. تنش‌های لزج نیز به صورت رابطه (3) نوشته می‌شود.

$$\tau_{ij} = \mu_{tot} \left( \partial_j v_i + \partial_i v_j - \frac{2}{3} \delta_{ij} \nabla \cdot \vec{v} \right) \quad (3)$$

تأثیر اغتشاش با توجه به رویکرد استاندارد مدل‌سازی جریان مغشوش براساس فرضیه بویزینسک<sup>6</sup> می‌تواند به صورت افزایش لزجت خود را نشان دهد؛ بنابراین لزجت کل به دو بخش آرام ( $\mu_{dyn}$ ) و مغشوش ( $\mu_{tur}$ ) تقسیم شده و به صورت رابطه (4) است.

$$\mu_{tot} = \mu_{dyn} + \mu_{tur} \quad (4)$$

در این تحقیق لزجت دینامیکی (آرام) فقط تابعی از دما در نظر گرفته شده و به وسیله قانون ساترلند<sup>7</sup> [19] محاسبه می‌شود. برای تعیین لزجت مغشوش از مدل اسپالارت-آلماراس [20] استفاده شده است. لزجت درهم در این مدل یک معادله‌ای از طریق رابطه (5) محاسبه می‌شود.

$$\vec{F}^c = \vec{v} \nabla, \quad F^v = -(\nu + \nu^*) / \sigma \nabla^2 \nu \quad (5)$$

در آن  $\vec{w} = |\vec{w}| + (\hat{v} / k^2 d_s^2) f_{v2}$ ،  $\hat{w} = |\vec{w}|$  بردار چرخش سیال،  $d_s$  فاصله تا نزدیک‌ترین شرط مرزی دیوار به صورت  $f_{w1} = f_{v2} = 1 - x / 1 - x f_1$ ،  $g = r + c_{w2}(r^6 - r)$  و  $g[1 + c_{w3}^6 / g^6 + c_{w3}^6]^{1/6}$  ثابت‌هایی که به صورت مجموعه روابط (6) برای مدل یادشده استفاده شده است.

$$\sigma = \frac{2}{3}, C_{b1} = 0.1355, C_{b2} = 0.622, k = 0.41 \quad (6)$$

$$c_{w1} = \frac{c_{b1}}{k^2} + \frac{1 + c_{b2}}{\sigma}, c_{w2} = 0.3, c_{w3} = 2, c_{v1} = 7.1$$

### 3- روش‌های عددی

در این بخش روش‌های عددی استفاده شده جهت حل معادلات جریان به طور خلاصه شرح داده می‌شوند. گسسته‌سازی مکانی این معادلات براساس روش حجم محدود [21] و با مرکزیت گره انجام گرفته است. با انترگرال‌گیری از رابطه (1) بر حجم کنترل و اعمال قضیه دیورژانس<sup>8</sup> خواهیم داشت.

$$\int_{\varphi_i} \frac{\partial U}{\partial t} d\varphi + \sum_{j \in N(i)} (\vec{F}_{ij}^c + \vec{F}_{ij}^v) \Delta S_{ij} = 0 \quad (7)$$

که در آن  $\vec{F}_{ij}^c$  و  $\vec{F}_{ij}^v$  به ترتیب تخمین‌هایی برای شارهای جابه‌جایی و لزجت است که بر ضلع  $ij$  تصویر می‌شوند، همچنین  $\Delta S_{ij}$  مساحت سطح مربوط به ضلع  $ij$  و  $N(i)$  مجموعه گره‌های در همسایگی گره  $i$  است.

برای محاسبه شار لزجی موجود در معادله جریان و مدل اغتشاشی به وسیله روش حجم کنترل، متغیرهای جریان و مشتقات اول آن‌ها باید بر سطوح حجم کنترل معلوم باشند. گرادیان مکانی متغیرهای جریان در تمام گره‌ها طبق یک مرحله پیش‌پردازش توسط روش گرین-گلاوس<sup>9</sup> [22] محاسبه شده، سپس بر سطح سلول‌ها متوسط‌گیری می‌شود. برای جلوگیری

جیمسون [13] این تحقیق را انجام داده و الگوریتمی برای بهینه‌سازی به روش الحاقی در جریان ناپایا ارائه دادند. آن‌ها از یک ایرفویل دو بعدی برای پیاده‌سازی معادلات و ارائه قابلیت‌های این روش استفاده کردند. اسنیرات و میتال [14] نیز با ترکیب روش المان محدود با الحاقی روش جدیدی برای بهینه‌سازی ایرفویل در حرکت فراز و فرود در جریان با عدد رینولدز بالا ارائه دادند. مانی و مارولپ [15] رویکردیادشده را گسترش داده و جهت بهینه‌سازی اجسام سه بعدی در جریان ناپایا به کار بردند. ایشان توانستند ضریب گشتاور یک روتور را با حفظ ضریب رانش آن بکاهند.

بیشتر مطالعات در زمینه بهینه‌سازی آیرودینامیکی معطوف به جریان‌هایی با عدد رینولدز بالاست، در وسایل آیرودینامیکی که ابعاد کوچکی دارند مانند ریزپرنده‌ها<sup>1</sup> معمولاً سرعت جریان پایین است و عدد رینولدز در بازه 10000-100000 قرار دارد [16]. در این گونه وسایل از نوسانات جریان که به دلیل جدایش ایجاد می‌شود نمی‌توان صرف نظر کرد [17]. ریزپرنده‌ها از حرکت نوسانی برای تولید نیروی رانش استفاده می‌کنند؛ بنابراین مهم‌ترین چالشی که در شبیه‌سازی این گونه وسایل در اعداد رینولدز پایین با آن روبه‌رو هستیم مربوط به حرکت‌های پیچیده آن‌ها چون فراز و فرود<sup>2</sup>، پیچشی<sup>3</sup> و بال‌زدن<sup>4</sup> است که سبب پدیداری رفتار نوسانی گسترده‌ای در محیط پیرامون جسم می‌شوند. از دیگر مشخصات جریان در اعداد رینولدز پایین می‌توان به جدایش متناوب لایه مرزی و اثرگذاری بیشتر نیروهای لزجت نسبت به جریان با اعداد رینولدز بالا اشاره کرد. در این حالت معادلات اوایلر توانایی پیش‌بینی دقیق ضرایب آیرودینامیکی را نداشته و نمی‌توانند مورد استفاده قرار گیرند.

با توجه به مطالب بیان شده دریافت می‌شود که برای شبیه‌سازی سطوح آیرودینامیکی در جریان با عدد رینولدز پایین باید جریان را به صورت ناپایا و لزج در نظر گرفت. با توجه به اثرات غیرقابل انکار و تأثیرگذاری که حرکتی چون فراز و فرود و پیچش خالص بر ضرایب آیرودینامیکی هندسه مورد نظر می‌گذارد، جهت انجام بهینه‌سازی با دقت بالا باید مورد نظر قرار گیرد. با توجه به تحقیقات صورت گرفته توسط نگارنده تنها پژوهش انجام شده در این زمینه توسط لی و همکاران [18] است. آن‌ها از معادلات الحاقی جهت بهینه‌سازی ایرفویل دو بعدی در جریان ناپایا و آرام با عدد رینولدز پایین استفاده کرده و البته ایرفویل را به صورت ثابت در نظر گرفته‌اند. با توجه به پیچیدگی‌های متنوع بیان شده در این گونه از جریان‌ها مقاله حاضر به بهینه‌سازی سطح ایرفویل همراه با حرکت پیچشی خالص در جریان مغشوش اختصاص یافته است.

### 2- معادلات حاکم بر جریان

در این پژوهش مدل اولر-لاگرانژ<sup>5</sup> معادلات کامل ناویر استوکس به عنوان معادلات حاکم بر جریان انتخاب شده‌اند. این معادلات را می‌توان در حالت تراکم‌پذیر به صورت رابطه (1) نوشت.

$$\partial_t U + \nabla \cdot \vec{F}^c - \nabla \cdot \vec{F}^v = Q \quad (1)$$

در آن  $U = (\rho, \rho v_1, \rho v_2, \rho v_3, \rho E)^T$  بردار متغیرهای بقا،  $\rho$  چگالی،  $E$  انرژی کل بر واحد حجم،  $\vec{v} = (v_1, v_2, v_3)$  بردار سرعت جریان و  $Q$  جمله چشمه که در این‌جا مقدار آن برابر صفر است. شار جابه‌جایی و لزجت نیز به صورت

<sup>1</sup> Micro Aerial Vehicles

<sup>2</sup> Plunging

<sup>3</sup> Pitching

<sup>4</sup> Flapping

<sup>5</sup> Arbitrary Lagrangian-Eulerian (ALE)

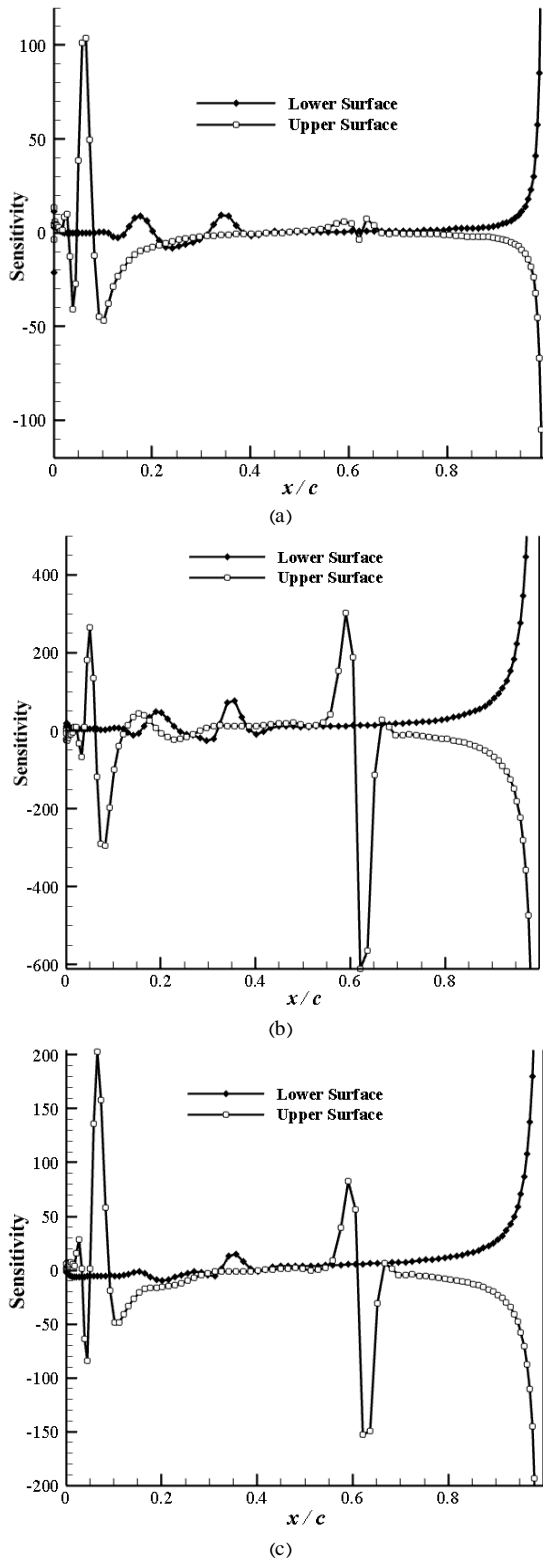
<sup>6</sup> Boussinesq

<sup>7</sup> Sutherland

<sup>8</sup> Divergence

<sup>9</sup> Green Gauss

1.25 در شکل 2 به ترتیب در سه قسمت الف، ب و ج جهت درک بهتر معادلات الحاقی نشان داده شده است. حساسیت سطح در واقع همان تغییر در تابع هدف با توجه به تغییر شکل بی‌نهایت کوچک سطح در جهت عمود بر



**Fig. 2** surface sensitivities for NACA0012 with  $Ma=0.8$  and  $AoA=1.25^\circ$  base on cost function of a- Drag, b- Lift, c- Moment

شکل 2 حساسیت سطح ایرفویل ناکا 0012 در جریانی با عدد ماخ 0.8 و زاویه حمله 1.25 درجه نسبت به تابع هزینه الف- نیروی پسا، ب- نیروی برآ، ج- گشتاور

از نوسانی شدن نتایج حل و پوشش ناپیوستگی‌های جریان از روش جیمسون-اشمیت-تورکل<sup>1</sup> [23] برای تقریب جملات جابه‌جایی استفاده شده است. برای حفظ یکنواختی در پاسخ‌ها در زمان گسسته‌سازی با درجات بالا از طرح ونکاتاکریشان<sup>2</sup> [24] برای اعمال محدودیت در گردایان‌ها (به ویژه در برخورد با امواج ضربه‌ای) استفاده شده است.

#### 4- توصیف کلی روش الحاقی

اگر تابع هزینه را که به عنوان یک معیار عملکرد آیرودینامیکی مانند ضریب پسا و یا نسبت ضریب برآ بر پسا شناخته می‌شود با متغیر  $I$  نشان دهیم برای جریان اطراف یک ایرفویل این تابع وابسته به متغیرهای جریان  $w$  و سطح هندسه  $X$  خواهد بود و می‌توان رابطه را به صورت زیر نوشت.

$$I = I(w, X) \quad (8)$$

از آنجایی که  $w$  وابسته به  $X$  است، ایجاد یک تغییر کوچک در هندسه موجب تغییر در تابع هزینه می‌شود و رابطه (9) را بیان دارد.

$$\delta I = \left[ \frac{\partial I}{\partial w} \right]^T \delta w + \left[ \frac{\partial I}{\partial X} \right]^T \delta X \quad (9)$$

جمله اول سهم تغییرات  $\delta w$  در میدان جریان و جمله دوم اثر مستقیم تغییرات سطح است. اگر معادلات حاکم بر جریان را به شکل رابطه (10) بنویسیم، آنگاه تغییرات  $R$  می‌تواند به شکل رابطه (11) نوشته شود.

$$R(w, X) = 0 \quad (10)$$

$$\delta R = \left[ \frac{\partial R}{\partial w} \right] \delta w + \left[ \frac{\partial R}{\partial X} \right] \delta X \quad (11)$$

با استفاده از ضرب‌کننده‌های لاگرانژ  $\psi$  می‌توانیم عبارت  $\delta I$  را به صورت رابطه (12) بازنویسی کنیم.

$$\delta I = \left[ \frac{\partial I}{\partial w} \right]^T \delta w + \left[ \frac{\partial I}{\partial X} \right]^T \delta X - \psi^T \left( \left[ \frac{\partial R}{\partial w} \right] \delta w + \left[ \frac{\partial R}{\partial X} \right] \delta X \right) \quad (12)$$

و یا رابطه (13) را به صورت زیر داشته باشیم.

$$\delta I = \left\{ \left[ \frac{\partial I}{\partial w} \right]^T - \psi^T \left[ \frac{\partial R}{\partial w} \right] \right\} \delta w + \left\{ \left[ \frac{\partial I}{\partial X} \right]^T - \psi^T \left[ \frac{\partial R}{\partial X} \right] \right\} \delta X \quad (13)$$

$\psi$  را به گونه‌ای انتخاب می‌کنیم که معادله الحاقی ارضاء شود، بنابراین رابطه (14) را به صورت زیر نوشت.

$$\left[ \frac{\partial R}{\partial w} \right] \psi = \frac{\partial I}{\partial w} \quad (14)$$

بنابراین بردار تغییرات  $G$  را می‌توان به صورت رابطه (15) تعریف کرد.

$$\delta I = G \delta X \quad (15)$$

به گونه‌ای که رابطه (16) را داریم.

$$G = \left[ \frac{\partial I}{\partial X} \right]^T - \psi^T \left[ \frac{\partial R}{\partial X} \right] \quad (16)$$

$\delta I$  با توجه به روابط (15,16) مستقل از  $\delta w$  است، در نتیجه در هر چرخه از فرایند باز طراحی معادلات حاکم بر جریان فقط یک بار به همراه معادله الحاقی حل شده و بردار تغییرات ( $G$ ) مستقل از تعداد پارامترهای طراحی محاسبه می‌شود. در نهایت پس از محاسبه بردار تغییرات می‌توان از آن برای بهبود هندسه جسم استفاده کرد.

نتایج مربوط به حساسیت سنجی سطح ایرفویل ناکا 0012 نسبت به نیروی پسا، برآ و گشتاور پیشگی<sup>3</sup> وارد بر آن در عدد ماخ 0.8 و زاویه حمله

<sup>1</sup> Jameson-Schmidt-Turkel

<sup>2</sup> Venkatakrishnan

<sup>3</sup> Pitching Moment

$$\vec{x}^{n+1} = \Re \vec{x}^n + \Delta \vec{x} \quad (24)$$

در آن  $\vec{x}^n = \{x, y, z\}^T$  موقعیت کنونی گره در مختصات کارتزین،  $\vec{x}^{n+1}$  موقعیت به روز شده گره در گام زمانی بعدی و  $\Delta \vec{x}$  بردار جابه‌جایی مختصات گره‌ها مابین گام‌های زمانی است، همچنین در حالت سه بعدی ماتریس پیچشی به صورت رابطه (25) تعریف می‌شود.

$$R = \begin{bmatrix} \cos\theta_y \cos\theta_z & \sin\theta_x \sin\theta_y \cos\theta_z - \cos\theta_x \sin\theta_z \\ \cos\theta_y \sin\theta_z & \sin\theta_x \sin\theta_y \sin\theta_z + \cos\theta_x \cos\theta_z \\ -\sin\theta_y & \sin\theta_x \cos\theta_y \\ \cos\theta_x \sin\theta_y \cos\theta_z + \sin\theta_x \sin\theta_z \\ \cos\theta_x \sin\theta_y \sin\theta_z - \sin\theta_x \cos\theta_z \\ \cos\theta_x \cos\theta_y \end{bmatrix} \quad (25)$$

$\Delta \vec{\theta} = \{\theta_x, \theta_y, \theta_z\}^T$  تغییر مکان زاویه‌ای مختصات گره پیرامون مرکز چرخش بین دو زمان  $t^n$  و  $t^{n+1}$  است. در هر گام زمانی مقادیر  $\Delta \vec{x}$  و  $\Delta \vec{\theta}$  محاسبه شده و معادله (24) در هر گره اعمال می‌شود. سرعت محلی گره‌ها،  $\vec{u}_x$ ، که برای حل کردن معادلات اولر-لاگرانژ نیاز است را می‌توان با ذخیره کردن مختصات مکانی گره در لحظات زمانی پیشین و استفاده از تقریب المان محدود مناسب به صورت رابطه (26) به دست آورد.

$$\vec{u}_x \approx \frac{3\vec{x}^{n+1} - 4\vec{x}^n + \vec{x}^{n-1}}{2 \Delta t} \quad (26)$$

در آن  $\Delta t$  گام زمانی فیزیکی است. در نتایجی که در ادامه برای حرکت پیچشی ایرفویل دو بعدی ارائه می‌شود، زاویه حمله با تابعیتی از زمان به صورت رابطه (27) محاسبه می‌شود.

$$\alpha(t) = \alpha_0 + \alpha_m \sin(\omega t) \quad (27)$$

در آن  $\alpha_0$  زاویه حمله متوسط،  $\alpha_m$  دامنه نوسانات و  $\omega$  فرکانس زاویه‌ای است. در ادامه از کمیت بدون بعد فرکانس کاهیده  $\omega_r$  نیز استفاده می‌شود که به صورت  $\omega_r = \omega c / 2U_\infty$  تعریف می‌شود.  $U_\infty$  سرعت جریان آزاد و  $c$  طول وتر ایرفویل است.

### 7- متغیرهای طراحی

معادلات الحاقی گرادیان تابع هدف را نسبت به اعمال تغییرات بسیار کوچک در جهت عمود بر هندسه جسم ارائه می‌دهند. البته به روش‌های مختلفی می‌توان اطلاعات به دست آمده از حل این معادلات (حساسیت سطح نسبت به تابع هدف) را برای ایجاد تغییر شکل در هندسه مورد نظر به کار برد. تصویر کردن مقادیر حساسیت سطوح بر فضای طراحی متشکل از متغیرهای مناسب یکی از رایج‌ترین روش‌ها در این زمینه است که در اصطلاح به آن گسسته‌سازی سطح می‌گویند. شماره [25] گزارش به نسبت کاملی از روش‌های مختلف گسسته‌سازی سطح که تعیین‌کننده چگونگی ترکیب متغیرهای طراحی ارائه کرده است. انتخاب روش مناسب زمانی که با رویکرد پهنه‌سازی عددی برای یافتن هندسه مناسب در قالب توابع هدف و محدودیت‌های تعیین شده ترکیب شود تأثیر بسیار بالایی در نتایج نهایی و همچنین کارایی و اثربخشی شکل تولید شده دارد. در این مقاله از تغییر شکل آزاد<sup>2</sup> برای هندسه هیدروفویل استفاده شده است.

این رویکرد نخستین بار توسط سدبرگ و پری [26] معرفی شد، روشی است که در آن تغییر شکل کل هندسه با جابه‌جایی مکان هندسی نقاط وابسته به جسم انجام می‌گیرد. طبق این روش در ابتدا یک حجم کنترل جسم مورد نظر (پره توربین، بال، بدنه...) را دربرمی‌گیرد. سپس مجموعه‌ای از نقاط بر سطح این حجم کنترل قرار می‌گیرند که تعداد آن‌ها به درجه انتخاب شده برای چند جمله‌ای برن-استین<sup>3</sup> وابسته است. حجم کنترل منظور

آن است. با توجه به قسمت الف مشاهده می‌شود که تغییر در ناحیه جلو و سطح بالای ایرفویل بیشترین تأثیر را در کاهش نیروی پسا خواهد داشت. با توجه به قسمت‌های ب و ج نیروی برا بیشتر متأثر از تغییر در 40% انتهای سطح بالای ایرفویل، گشتاور پیچشی وارد بر ایرفویل نیز تابع هر دو سمت آن است.

### 5- معادلات الحاقی پیوسته در حالت ناپایا

در این جا تابع هزینه ( $I$ ) به عنوان تابعی از متغیرهای بقا ( $U$ ) و مکان فیزیکی مرزها ( $S$ ) شناخته می‌شوند. شکل بسته تابع هزینه به صورت رابطه (17) ارائه می‌شود.

$$I = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_f} L(U, S) dt + M(U(t_f)) \quad (17)$$

در آن  $T$  بازه زمانی و  $t_0$  و  $t_f$  به ترتیب زمان ابتدایی و انتهایی است. اعمال تغییرات بسیار کوچک در سطح مورد نظر موجب به وجود آمدن تغییراتی در تابع هزینه می‌شود.

$$\delta I = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_f} \left( \frac{\partial L^T}{\partial U} \delta U + \frac{\partial L^T}{\partial S} \delta S \right) dt + \frac{\partial M^T}{\partial U} \delta U(t_f) \quad (18)$$

در ادامه با اعمال بردار متغیرهای الحاقی در حالت ناپایا ( $\psi$ ) خواهیم داشت.

$$I = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_f} L(U, S) dt + M(U(t_f)) - \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_f} \psi^T \left( V \frac{\partial U}{\partial t} + R(U) \right) dt \quad (19)$$

در آن  $V$  حجم سلول (مساحت در حالت دو بعدی) است. با اضافه کردن اطلاعات مربوط به میدان جریان به صورت رابطه (20) است.

$$\delta I = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_f} \left( \frac{\partial L^T}{\partial U} \delta U + \frac{\partial L^T}{\partial S} \delta S \right) dt + \frac{\partial M^T}{\partial U} \delta U(t_f) - \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_f} \psi^T \left( V \frac{\partial}{\partial t} \delta U + \left( \frac{\partial R}{\partial U} \right) \delta U + \left( \frac{\partial R}{\partial S} \right) \delta S \right) dt \quad (20)$$

در آن  $R$  بردار باقی‌مانده‌هاست. در نهایت معادله الحاقی پیوسته در حالت ناپایا به صورت رابطه (21) ارائه می‌شود.

$$V \frac{\partial \psi}{\partial t} + \frac{\partial L^T}{\partial U} - \left( \frac{\partial R}{\partial U} \right) \psi = 0 \quad (21)$$

شرایط مرزی نیز جهت کامل کردن معادلات الحاقی به صورت رابطه (22) نوشته می‌شود.

$$\frac{\partial M}{\partial U} - \frac{V}{T} \psi(t_f) = 0 \quad (22)$$

همچنین تغییرات تابع هدف به صورت رابطه (23) است.

$$\delta I = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_f} \left( \frac{\partial L^T}{\partial S} - \psi^T \left( \frac{\partial R}{\partial S} \right) \right) \delta S dt \quad (23)$$

### 6- شبکه دینامیکی

شبکه‌های دینامیکی در مسائلی که هندسه تغییر شکل می‌دهد و یا جسم حرکت کند مورد استفاده قرار می‌گیرند. شبکه در این نوع شبکه‌بندی در هر لحظه با حرکت مرز اصلاح می‌شود. استفاده از شبکه‌های دینامیکی به جای تولید شبکه جدید در مسائل مختلف سبب می‌شود که حافظه کمتری از رایانه اشغال شده و زمان محاسباتی کاهش یابد. در این مقاله از روش حرکت صلب<sup>1</sup> برای جابه‌جایی یک پارچه شبکه استفاده شده است. در این حالت هیچ‌گونه سرعت نسبی بین گره‌های شبکه وجود نداشته و کل دامنه همراه با جسم جابه‌جا می‌شوند. حرکت صلب پیچشی شبکه را در هر گام زمانی می‌توان به صورت رابطه (24) تعریف کرد:

<sup>2</sup> Free Form Deformation

<sup>3</sup> Bernstein Polynomials

<sup>1</sup> Rigid Motion Method

توسط رابطه (28) شبکه‌بندی می‌شود.

$$X(u, v, w) = \sum_{i,j=0}^{l,m} P_{i,j,k} B_i^l(u) B_j^m(v) \quad (28)$$

در آن  $l$  و  $m$  درجات تابع FFD،  $u, v \in [0,1]$  مختصات پارامتری،  $P_{i,j}$  مختصات نقاط کنترل  $(i, j)$  و  $B_i^l(u)$ ،  $B_j^m(v)$  چند جمله‌ای‌های برن استین هستند. براساس این روش مختصات دکارتی نقاط روی سطح جسم به مختصات پارامتری داخل حجم کنترل (جعبه بیزر) تبدیل و سپس نقاط حجم کنترل به عنوان متغیرهای طراحی شناخته می‌شود که شکل جسم و در نتیجه شبکه اطراف آن را کنترل می‌کند. نمونه‌ای از این حجم کنترل که اطراف ایرفویل اس 809 قرار گرفته به ازای  $u = 10, v = 1$  در شکل 3 نشان داده شده است. با ایجاد تغییر در متغیرهای طراحی حجم کنترل اطراف جسم و تمام نقاطی که داخل آن قرار گرفته‌اند تغییر شکل می‌دهند. هنگامی که تغییر شکل انجام شد مختصات دکارتی جدید هندسه به سادگی با ارزیابی نگاشت رابطه (28) قابل تولید است.

### 8- نتایج

در این بخش اعتبارسنجی مربوط به معادلات جریان در حرکت پیچشی و همچنین معادلات الحاقی انجام شده و سپس نتایج مربوط به بهینه‌سازی ایرفویل در جریان ناپایا و مغشوش همراه با اعمال محدودیت‌های هندسی مختلف ارائه می‌شود.

#### 8-1- اعتبارسنجی

بهینه‌سازی اجسام آیرودینامیکی با توجه به مطالب یادشده در بخش مقدمه به طور کلی شامل دو بخش حل معادلات جریان و محاسبه گرادیان‌ها است. در این مقاله از روش الحاقی برای به‌دست آوردن بردار تغییرات استفاده شده است. اعتبارسنجی برای هر دو بخش جهت ارزیابی میزان دقت نتایج به‌دست‌آمده از فرایند بهینه‌سازی صورت می‌گیرد.

برای قسمت نخست نتایج مربوط به حل معادلات جریان با داده‌های آزمایشگاهی مقایسه می‌شوند. مقایسه‌ای بین گرادیان تابع هدف محاسبه شده از روش الحاقی با روش اختلاف محدود که مقدار دقیق بردار تغییرات را می‌دهد برای اطمینان از صحت نتایج ارائه شده توسط معادلات الحاقی و اعتباربخشی به روش مورد استفاده انجام شده است. طی فرایند حل معادلات جریان دو نوع پدیده وجود دارند که به دلیل پیچیدگی در مدل‌سازی آن‌ها می‌توانند موجب اختلاف نتایج با واقعیت شوند. شبیه‌سازی جریان در اعداد رینولدز پایین و حرکت پیچشی خالص برای اثبات دقت حل معادلات جریان باید مورد ارزیابی قرار گیرند. با توجه به این‌که جریان با عدد رینولدز پایین در اطراف ایرفویل با حرکت پیچشی خالص دارای پیچیدگی‌های فراوانی است، پژوهش‌های آزمایشگاهی انجام گرفته معمولاً در اعداد رینولدز بالا صورت

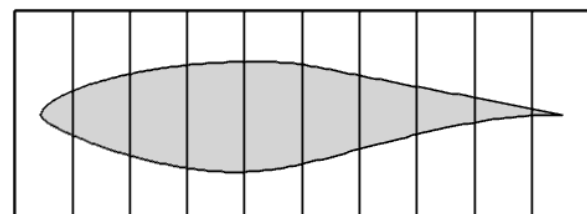


Fig. 3 FFD box around the S809 airfoil, including the control points

شکل 3 حجم کنترل قرار گرفته اطراف هندسه ایرفویل اس 809 به همراه نقاط کنترل

پذیرفته‌اند [27]؛ بنابراین دو اعتبارسنجی جداگانه در این قسمت صورت می‌پذیرد. برای اعتبارسنجی حرکت پیچشی و معادلات الحاقی از هندسه ناکا 64A010 با شرایط داده شده در جدول 1 استفاده شده است. تمامی شبیه‌سازی‌های انجام شده برای ایرفویل در حرکت پیچشی مربوط به 10 دوره کامل با 25 گام زمانی در هر دوره است، همچنین برای اثبات صحت نتایج ارائه شده در اعداد رینولدز پایین نیز مقایسه‌ای بین داده‌های آزمایشگاهی و عددی حاضر برای ایرفویل ناکا 0012 در جریان ناپایا با مشخصات ارائه شده در جدول 2 انجام گرفته است. در این حالت گام زمانی برابر با  $\Delta t = 0.00025$  قرار داده شد و فرایند حل تا زمان فیزیکی معادل 1 ثانیه پیش رفته است.

حوزه جریان در اطراف هندسه ناکا 64A010 توسط ترکیبی از شبکه‌های مثلثی و چهار ضلعی با مجموع 35000 سلول پوشش داده شد. شکل 4 توزیع المان‌ها اطراف دماغه ایرفویل را نشان می‌دهد. مرزهای محاسباتی در حدود 80 برابر طول وتر دورتر از سطح ایرفویل قرار داده شده‌اند، به گونه‌ای که تمام جزئیات جریان به طور کامل در نظر گرفته شوند. فاصله نخستین سلول نسبت به سطح ایرفویل به گونه‌ای تنظیم شد که  $1 < \gamma^+ < 5$  برآورده شود. شبکه مورد استفاده در این مقاله توسط نرم‌افزار قدرتمند پوینتوایز<sup>1</sup> تشکیل شده است. معادلات ناپایا ناویر استوکس در جریان اطراف ایرفویل با حرکت پیچش خالص حل شده و مقایسه‌ای بین ضریب لیفت در زوایای حمله مختلف با نتایج آزمایشگاهی دیویس [28] در آخرین دوره تناوب در شکل 5 انجام شده است. از جمله مشخصات جریان اطراف این ایرفویل وجود دو موج ضربه‌ای قوی در سطوح بالا و پایین است. اثرات غیرخطی حاصل از این دو موج سبب کاهش دامنه ضریب لیفت و تأخیر فاز می‌شود. این تأخیر فاز را می‌توان در شکل 5 با توجه به جابه‌جا شدن نقطه حداکثر ضریب لیفت نسبت به بیشترین زاویه حمله مشاهده کرد. شکل 6 نیز مقایسه‌ای بین داده‌های آزمایشگاهی سلیگ [29] با نتایج عددی به‌دست‌آمده را نشان می‌دهد. در این حالت 10216 المان چهارضلعی حوزه محاسباتی اطراف ایرفویل ناکا 0012 را تشکیل می‌دهند. متوسط ضریب برا در زوایای حمله مختلف از تطبیق خوبی با داده‌های آزمایشگاهی برخوردار است.

روش اختلاف محدود مقدار دقیق گرادیان تابع هدف را نسبت به متغیرهای طراحی در اختیار می‌گذارد، به همین دلیل همواره از این رویکرد جهت اعتباربخشی به روش‌های دیگر که بر مبنای بردار تغییرات کار می‌کند

جدول 1 شرایط محاسباتی اعتبارسنجی حرکت پیچشی و معادلات الحاقی

Table 1 Computational conditions of validation for pitching motion and adjoint equations

عدد ماخ	عدد رینولدز	زاویه حمله متوسط (درجه)	فرکانس کاهیده	دامنه نوسانات (درجه)
0.796	<sup>(*)</sup> 12.5E6	0.0	0.202	1.01

<sup>(\*)</sup>براساس طول وتر

جدول 2 شرایط محاسباتی اعتبارسنجی جریان با عدد رینولدز پایین

Table 2 Computational conditions of validation for flow with low Reynolds number

عدد ماخ	عدد رینولدز	زاویه حمله متوسط (درجه)
0.2	<sup>(*)</sup> 10000	-8.0 to 8.0

<sup>(\*)</sup>براساس طول وتر

<sup>1</sup> Pointwise (Pointwise, Inc, Texas, USA)

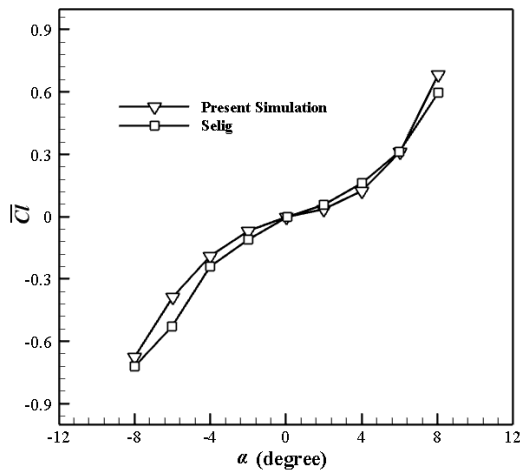


Fig. 6 Time averaged lift coefficient in different angle of attacks, comparison of present simulation with experimental data

شکل 6 متوسط ضریب برابرا در زوایای حمله مختلف، مقایسه نتایج حاضر با داده‌های تجربی

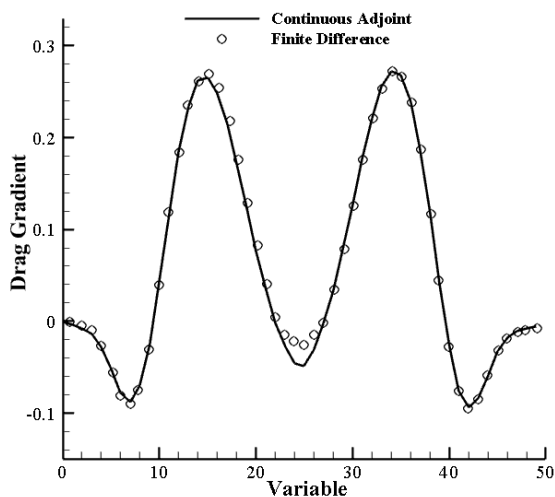


Fig. 7 Comparison of the drag gradients with respect to 50 design variables as obtained by the adjoint and finite differencing

شکل 7 مقایسه گرادیان نیروی پسا حاصل از روش الحاقی و اختلاف محدود نسبت به 50 متغیر طراحی

در این بهینه‌سازی نسبت ضرایب برابرا بر پسا به عنوان تابع هزینه انتخاب شده و از 22 متغیر طراحی نیز به منظور ایجاد تغییر در سطح ایرفویل استفاده و شرایط محاسباتی جریان در جدول 3 آورده شده است.

نتایج مربوط به حل معادلات جریان بر هندسه پایه به همراه خصوصیات هندسی آن که به عنوان حالت مرجع شناخته می‌شود که در جدول 4 ارائه شده است.

به منظور بررسی اثر اعمال محدودیت‌های مختلف در فرایند بهینه‌سازی دو طرح متفاوت مورد تجزیه و تحلیل قرار می‌گیرند. جزئیات مربوط به هر طرح به همراه محدودیت‌های هندسی انتخاب شده در جدول 5 آورده شده است.

با توجه به جدول 5 از دو گونه محدودیت مختلف برای هدایت روند باز طراحی به سمت یک طرح بهینه استفاده شده است. طرح A مربوط به بهینه‌سازی بدون اعمال محدودیت که برای مقایسه با نمونه‌های دیگر آورده شده است. در طرح B دو محدودیت هندسی بر مساحت و حداکثر ضخامت اعمال می‌شوند که به نحوی تضمین‌کننده حفظ پارامترهای هندسی شکل

مانند روش الحاقی استفاده می‌شود. شکل 7 گرادیان متوسط گیری شده تابع هدف را که به وسیله دو روش اختلاف محدود و الحاقی بر سطح ایرفویل ناکا 64A010 محاسبه شده است با یکدیگر مقایسه می‌کند. در این حالت از 50 متغیر طراحی جهت گسسته‌سازی هندسه استفاده شده است؛ بنابراین در این شکل گرادیان مربوط به 50 نقطه مشاهده می‌شود. با توجه به این نمودار دریافت می‌شود که روش الحاقی قابلیت بالایی در تعیین گرادیان تابع هدف دارد.

## 8-2- بهینه‌سازی ایرفویل

در این بخش ایرفویل اس 809 جهت انجام بهینه‌سازی انتخاب شده است. ساختار این ایرفویل به گونه‌ای است که به دفعات در جریان‌هایی با عدد رینولدز پایین استفاده شده و گزینه خوبی برای این تحقیق است. در شکل 8 شبکه نامنظم ایجاد شده اطراف ایرفویل با 52000 سلول مربعی نشان داده شده است. ناحیه نزدیک به سطح و پشت ایرفویل با توجه به جدایش متناوب لایه مرزی از حساسیت بالایی برخوردار است. در این دو قسمت سلول‌های بسیار کوچکی ایجاد شده به گونه‌ای که شرط  $y^+ < 1$  بر سطح ایرفویل برقرار است.

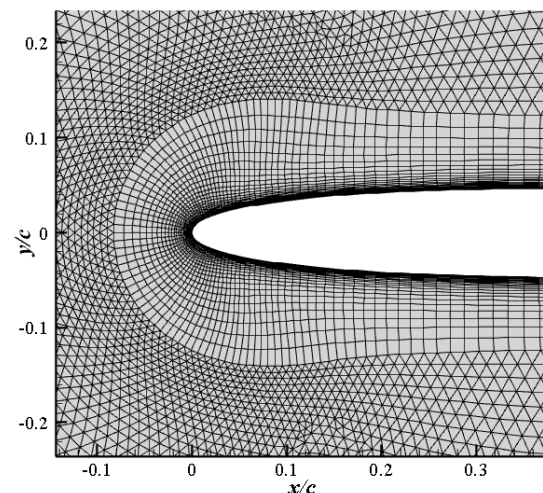


Fig. 4 Computational grid around NACA64A010 nose

شکل 4 شبکه محاسباتی اطراف دماغه ناکا 64A010

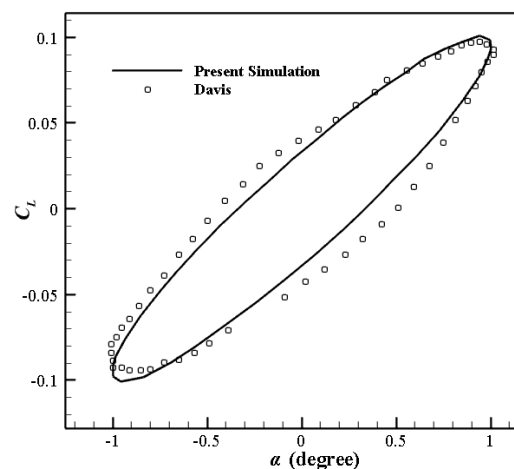


Fig. 5 Coefficient of lift in different angle of attacks, comparison of present simulation with experimental data

شکل 5 ضریب لیفت در زوایای حمله مختلف، مقایسه نتایج حاضر با داده‌های تجربی

نظر 14 مرحله از فرایند بهینه‌سازی را به طور کامل طی کرد. شکل 9 روند تغییرات متوسط ضرایب برای، پسا و همچنین نسبت آن‌ها در این فرایند را نشان می‌دهد. ضریب پسا به طور پیوسته یک سیر نزولی را طی کرده، به گونه‌ای که در طول این 14 مرحله تا 61% کاهش داشته است. ضریب برا نیز تا مرحله 10 به صورت صعودی تغییر وضعیت داده، اما پس از آن کاهش یافته است. با این وجود با توجه به کاهش چشمگیر ضریب پسا در این بازه نسبت این ضرایب که به عنوان تابع هدف در فرایند بهینه‌سازی قرار گرفته افزایش پیدا کرده است.

شکل 10 توزیع عدد ماخ اطراف هندسه پایه و طرح بهینه شده A را در دو لحظه عبور از مبدا حرکت به سمت بالا و بالاترین دامنه نوسان نشان می‌دهد. با توجه به این‌که در این پژوهش جریان به صورت مغشوش مدل‌سازی شد و شبکه‌ای با دقت بالا در اطراف هندسه قرار گرفت، گردابه‌های پشت ایرفویل ناشی از جدایش متناوب جریان به خوبی قابل مشاهده است. از مقایسه نمونه پایه و طرح بهینه شده مشاهده می‌شود که توزیع عدد ماخ در سطوح بالا و پایین ایرفویل به گونه‌ای کاملاً تغییر یافته که در سطح پایین ایرفویل دامنه مربوط به اعداد ماخ بالا کوچک‌تر شده و این نشان‌دهنده افزایش فشار در این ناحیه است. در سطح بالا نیز ناحیه مربوط به عدد ماخ بالا به سمت انتهای ایرفویل پیشروی کرده و ناحیه کم فشار گستره بیشتری از این سطح را دربر گرفته است.

بخش دوم اعمال محدودیت‌های هندسی

در این قسمت اثر اعمال محدودیت‌های هندسی بر نتایج بهینه‌سازی بررسی می‌شود. بدین منظور نتایج مربوط به نمونه B در جدول 7 آورده شده است. همان طور که از این جدول مشاهده می‌شود هیچ کدام از مشخصه‌های هندسی از مقادیر هندسه پایه کمتر نشده‌اند؛ بنابراین نمونه B به خوبی توانسته همراه با افزایش 84% نسبت نیروی برا بر پسا خواص شکل اصلی را نیز حفظ کند. نکته قابل توجه در مقایسه دو طرح بهینه‌سازی مربوط به میزان افزایش نسبت برا بر پسا است. همان طور که از جداول مشاهده می‌شود این نسبت در طرح A تقریباً 3.4 برابر حالت اولیه شده، اما پس اعمال قیدهای هندسی مورد نظر این افزایش به 1.8 برابر کاهش یافته است. این امر یک بازخورد طبیعی است، چرا که بهینه‌سازی براساس تغییر شکل هندسه

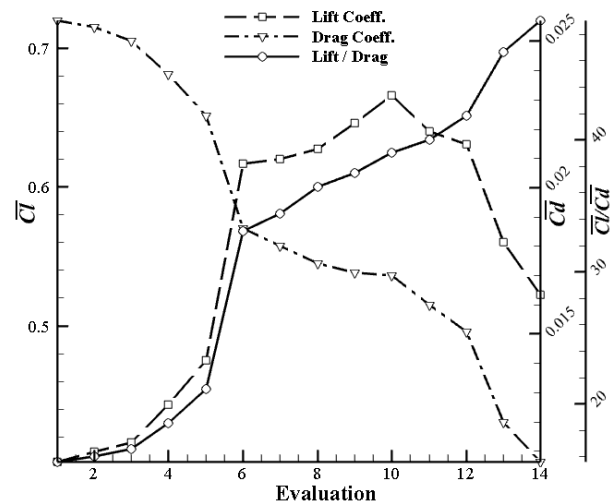


Fig. 9 Averaged lift, drag and their ratio for each CFD evaluation during the optimization process

شکل 9 متوسط ضرایب برای، پسا و نسبت آن‌ها در هر مرحله از فرایند بهینه‌سازی

اولیه است.

بخش اول: بهینه‌سازی بدون اعمال محدودیت

ضرایب آیرودینامیکی و جزئیات هندسی طرح بهینه شده A در جدول 6 ارائه شده است.

نسبت ضرایب برا بر پسا حدود 238% افزایش یافته که عدد قابل توجهی است، اما در کنار این افزایش، حداکثر ضخامت و مساحت ایرفویل نیز کاهش پیدا کرده است که در این صورت با گسترش ایرفویل در حالت سه بعدی فضای داخلی آن کمتر از گذشته خواهد بود. در آن بهینه‌سازی، هندسه مورد

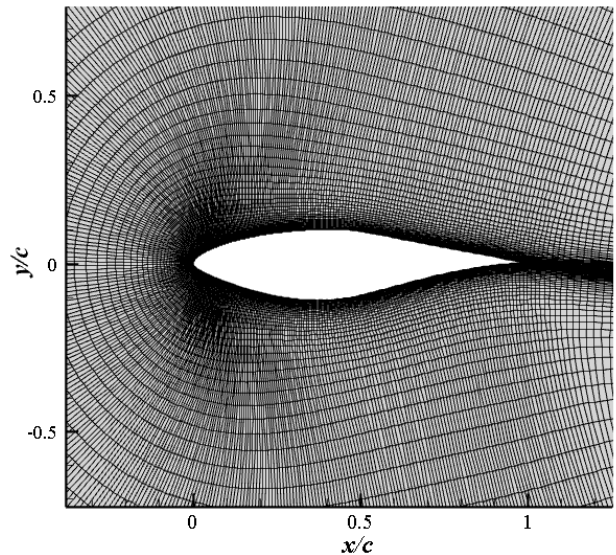


Fig. 8 Unstructured grid around S809 airfoil

شکل 8 شبکه غیر منظم اطراف ایرفویل اس 809

جدول 3 شرایط محاسباتی بهینه‌سازی

Table 3 Computational conditions of optimization

عدد ماخ	عدد رینولدز	زاویه حمله متوسط (درجه)	فرکانس کاهش	دامنه نوسانات (درجه)
0.05	50000	0.0	0.202	1.01

جدول 4 ضرایب آیرودینامیکی و مشخصات هندسی ایرفویل اس 809

Table 4 Aerodynamic coefficients and geometrical configurations of S809 airfoil

نمونه	$C_l$	$C_d$	$C_l/C_d$	حداکثر ضخامت	مساحت (m <sup>2</sup> )
هندسه پایه	0.4	0.026	15.4	0.21	0.123

جدول 5 محدودیت‌های اعمال شده در طرح‌های مختلف

Table 5 constrained specifications of different models

محدودیت	طرح A	طرح B
مساحت (m <sup>2</sup> )	اعمال نشده	0.123 =
حداکثر ضخامت*	اعمال نشده	0.21 =

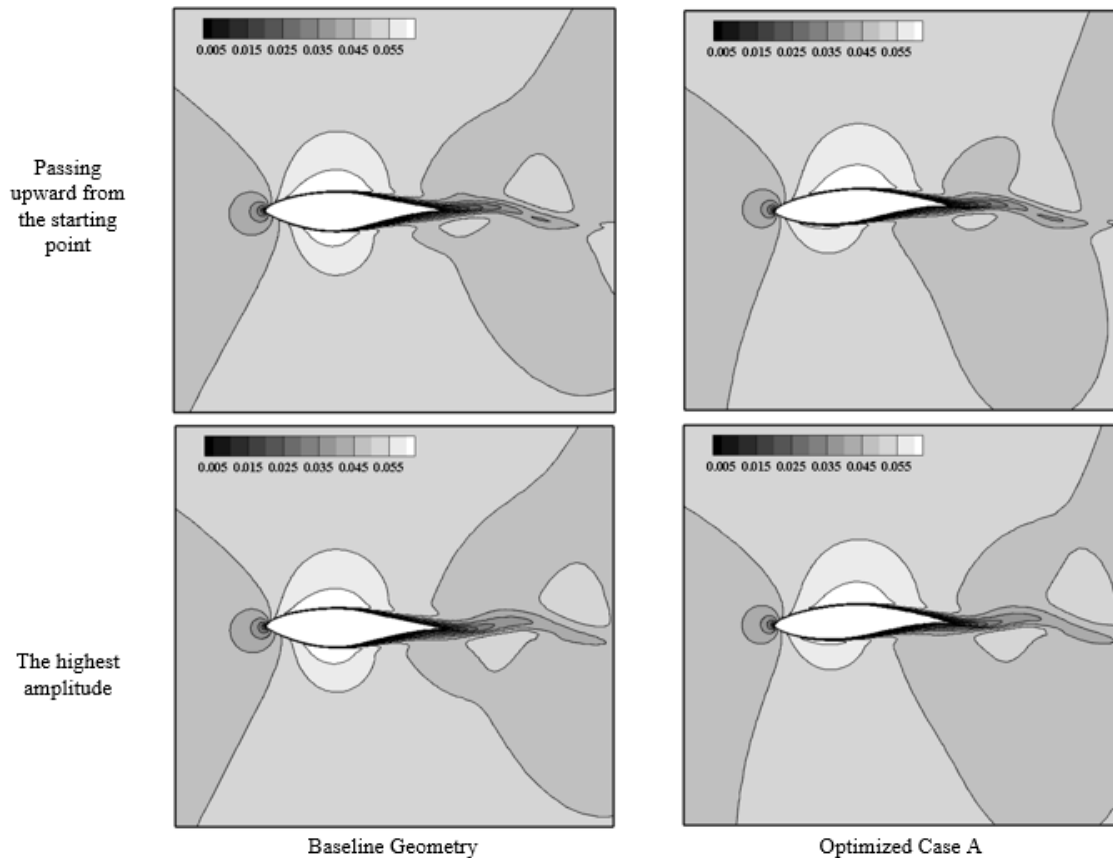
\* بی‌بعد شده براساس طول وتر

جدول 6 ضرایب آیرودینامیکی و مشخصات هندسی نمونه بهینه شده A

Table 6 Aerodynamic coefficients and geometrical configurations of optimized case A

نمونه	$C_l$	$C_d$	$C_l/C_d$	$C_m$	حداکثر ضخامت	مساحت (m <sup>2</sup> )
طرح A	0.52	0.01	52	0.198	0.182	0.11





**Fig. 10** Mach distribution around Baseline Geometry and Optimized Case A in two transmission instances: passing upward from the starting point and the highest amplitude

شکل 10 توزیع عدد ماخ در اطراف هندسه پایه و طرح بهینه شده A در دو لحظه عبور از مبدأ حرکت به سمت بالا و بالاترین دامنه نوسان

کوچک‌تر شدن گردابه‌های تشکیل شده در پشت جسم و در نتیجه کاهش نیروی پساست.

### 3-8- جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

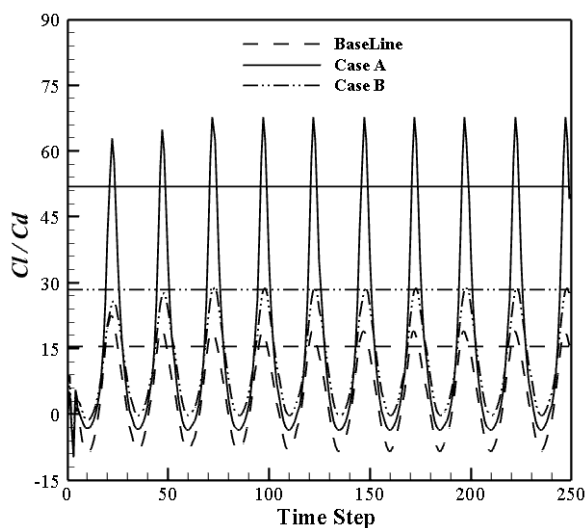
در این مقاله ایرفویل نوسانی با حرکت پیش‌خالی در جریان مغشوش با عدد رینولدز پایین مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفت و با استفاده از روش

**جدول 7** ضرایب آیرودینامیکی و مشخصات هندسی نمونه بهینه شده B  
**Table 7** Aerodynamic coefficients and geometrical configurations of optimized case B

نمونه	$C_l$	$C_d$	$C_l/C_d$	حداکثر ضخامت	مساحت ( $m^2$ )
طرح B	0.645	0.023	28.4	0.12	0.123

پایه صورت می‌گیرد و هر چه طراح به واسطه قیود هندسی از این تغییر شکل ممانعت به عمل آورد فرایند بهینه‌سازی با افت در عملکرد مواجه می‌شود. تغییرات نسبت ضرایب برا بر پسا در طول 10 دوره نوسان (250 گام زمانی) برای هر سه نمونه در شکل 11 نشان داده شده است. متوسط این نوسانات نیز به صورت خط صاف در شکل قرار داده شده است. این نسبت در هر دو طرح بهینه شده به طور قابل توجهی افزایش پیدا کرده است.

هندسه نهایی طرح‌های بهینه شده همراه با هندسه پایه در شکل 12 نشان داده شده است. با توجه به شکل طول وتر در فرایند بهینه‌سازی هیچ تغییری نکرده و در هر دو طرح بهینه شده از انحنای سطح پایین ایرفویل کاسته شده است. با این تغییر علاوه بر این که گستره منطقه پرفشار در سطح پایین ایرفویل افزایش می‌یابد، جدایش جریان نیز به تأخیر افتاده و در نهایت متوسط نیروی برا بیشتر می‌شود. البته برای درک بهتر روند بهینه‌سازی نمونه A گزینه بهتری است، چرا که در این حالت هیچ‌گونه قید هندسی اعمال نشده و در نتیجه فرایند بهینه‌سازی بدون محدودیت ادامه یافته است. نکته دیگر در هندسه بهینه شده طرح A مربوط به نیمه دوم ایرفویل است. ضخامت ایرفویل در انتهای آن اندکی افزایش یافته که این امر سبب



**Fig. 11** Lift to drag ratio variation in 10 complete pitching cycles for all three cases

شکل 11 تغییرات نسبت ضرایب برا بر پسا در طول 10 دوره نوسان برای هر سه نمونه

- design using the Navier–Stokes equations, *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, Vol. 10, No. 4, pp. 213-237, 1998.
- [8] A. Bueno-Orovio, C. Castro, F. Palacios, E. Zuazua, Continuous adjoint approach for the Spalart-Allmaras model in aerodynamic optimization, *AIAA Journal*, Vol. 50, No. 3, pp. 631-646, 2012.
- [9] J. Luo, J. Xiong, F. Liu, Aerodynamic design optimization by using a continuous adjoint method, *SCIENCE CHINA Physics, Mechanics & Astronomy*, Vol. 57, No. 7, pp. 1363-1375, 2014.
- [10] W. K. Anderson, V. Venkatakrishnan, Aerodynamic design optimization on unstructured grids with a continuous adjoint formulation, *Computers & Fluids*, Vol. 28, No. 4, pp. 443-480, 1999.
- [11] A. Jameson, S. Kim, Reduction of the adjoint gradient formula for aerodynamic shape optimization problems, *AIAA Journal*, Vol. 41, No. 11, pp. 2114-2129, 2003.
- [12] C. Castro, C. Lozano, F. Palacios, E. Zuazua, Systematic continuous adjoint approach to viscous aerodynamic design on unstructured grids, *AIAA Journal*, Vol. 45, No. 9, pp. 2125-2139, 2007.
- [13] S. K. Nadarajah, A. Jameson, Optimum shape design for unsteady flows with time-accurate continuous and discrete adjoint method, *AIAA Journal*, Vol. 45, No. 7, pp. 1478-1491, 2007.
- [14] D. Srinath, S. Mittal, Optimal aerodynamic design of airfoils in unsteady viscous flows, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 199, No. 29, pp. 1976-1991, 2010.
- [15] K. Mani, D. Mavriplis, Geometry optimization in three-dimensional unsteady flow problems using the discrete adjoint, *51<sup>st</sup> AIAA Aerospace Sciences Meeting including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition*, Texas, USA, January 7-10, 2013.
- [16] W. Shyy, M. Berg, D. Ljungqvist, Flapping and flexible wings for biological and micro air vehicles, *Progress in Aerospace Sciences*, Vol. 35, No. 5, pp. 455-505, 1999.
- [17] D. Rudmin, A. Benaissa, D. Poirel, Detection of laminar flow separation and transition on a NACA-0012 airfoil using surface hot-films, *Fluids Engineering*, Vol. 135, No. 10, pp. 101104, 2013.
- [18] J. Lei, J. He, Adjoint-Based aerodynamic shape optimization for low Reynolds number airfoils, *Fluids Engineering*, Vol. 138, No. 2, pp. 210-221, 2016.
- [19] F. M. White, I. Corfield, *Viscous fluid flow*, pp. 110-112, McGraw-Hill, New York, 2006.
- [20] P. R. Spalart, S. R. Allmaras, A one equation turbulence model for aerodynamic flows, *AIAA Journal*, Vol. 94, No. 3, pp. 900-925, 1992.
- [21] A. Quarteroni, A. Valli, *Numerical Approximation of Partial Differential Equations*, pp. 80-85, Springer Science & Business Media, 2008.
- [22] J. Blazek, *Computational Fluid Dynamics: Principles and Applications*, pp. 90-93, Butterworth-Heinemann, 2015.
- [23] A. Jameson, W. Schmidt, E. Turkel, Numerical solutions of the Euler equations by finite volume methods using Runge-Kutta time-stepping schemes, *14<sup>th</sup> Fluid and Plasma Dynamics Conference*, AIAA, pp. 1259, 1981.
- [24] V. Venkatakrishnan, On the accuracy of limiters and convergence to steady state solutions, *31<sup>st</sup> Aerospace Sciences Meeting*, AIAA, pp. 880, 1993.
- [25] J. A. Samareh. Survey of shape parameterization techniques for high-fidelity multidisciplinary shape optimization, *AIAA Journal*, Vol. 39, No. 5, pp. 877-884, 2001.
- [26] T. W. Sederberg and S. R. Parry, Free-form deformation of solid geometric models, *ACM SIGGRAPH Computer Graphics*, Vol. 20, No. 4, pp. 151-159, 1986.
- [27] M. M. Koochesfahani, Vortical patterns in the wake of an oscillating airfoil, *AIAA Journal*, Vol. 27, No. 9, pp. 1200-1205, 1989.
- [28] S. S. Davis, *NACA 64A010 (NASA Ames model) Oscillatory Pitching*, *Compendium of Unsteady Aerodynamic Measurements*, Technical Report AGARD R-702, AGARD, 1982.
- [29] M. S. Selig, *Summary of Low Speed Airfoil Data*, Soar Tech, Ann Arbor, MI, 1995.

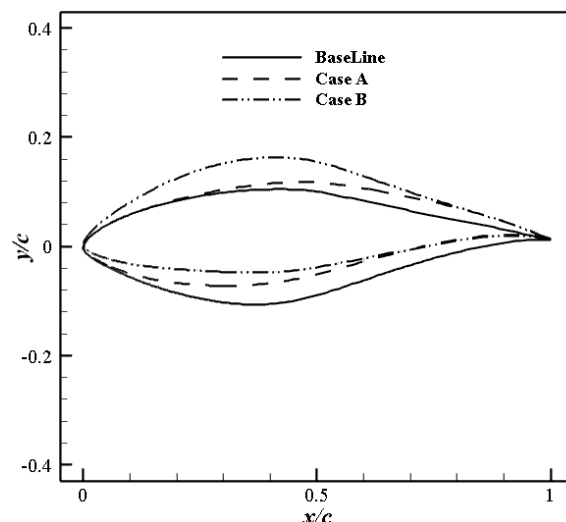


Fig. 12 Comparison of the baseline geometry with final optimized shapes of cases A and B

شکل 12 مقایسه هندسه پایه با شکل نهایی حاصل از بهینه‌سازی نمونه‌های A و B

الحاقی پیوسته بهینه‌سازی شد. اعتبارسنجی نتایج توسط شبیه‌سازی ایرفویل در جریان پیچشی خالص و مقایسه با داده‌های تجربی و بررسی گرادین‌های حاصل از معادلات الحاقی که مهم‌ترین قسمت در فرایند بهینه‌سازی است صورت پذیرفت. برای شبیه‌سازی ایرفویل از جریانی با  $Re = 50000$  و  $ma = 0.05$  استفاده شد. با توجه به خصوصیات جریان و نوسانات به وجود آمده ناشی از سرعت پایین از حل کامل معادلات ناویر استوکس به همراه مدل توربولانسی مناسب استفاده شد. ایرفویل مورد نظر با دامنه 1.01 درجه و فرکانس کاهشده 0.202 حول مرکز با بیشینه ضخامت نوسان کرده به گونه‌ای که 10 دوره کامل را طی 250 گام زمانی طی کرد. برای ارزیابی دقت و کارایی معادلات الحاقی مسئله بهینه‌سازی مورد نظر در ابتدا بدون در نظر گرفتن هیچ‌گونه محدودیت بررسی شده، سپس نتایج مربوط به اعمال محدودیت‌های هندسی متنوع ارائه شد. در طرح اول که بهینه‌سازی بدون هیچ‌گونه محدودیتی انجام گرفت نسبت ضرایب برا بر پسا تا 238% افزایش یافت که عدد قابل توجهی است، سپس در حالت دوم با اعمال محدودیت‌های هندسی بر حداکثر ضخامت و مساحت ایرفویل این عدد تا 84% کاهش پیدا کرد که نشان‌دهنده کارایی بالای روش الحاقی در بهینه‌سازی اجسام نوسانی است.

## 9- مراجع

- [1] T. D. Economou, *Optimal Shape Design Using an Unsteady Continuous Adjoint Approach*, PhD Thesis, University of Stanford, Stanford, 2014.
- [2] S. Eyi, K. Lee, Effects of sensitivity calculation on Navier- Stokes design optimization, *Proceeding of 32<sup>nd</sup> Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, AIAA, pp. 60-66, 1994.
- [3] O. Pironneau, *Optimal Shape Design for Elliptic Systems*, pp. 42-66, Springer, 1982.
- [4] A. Jameson, Aerodynamic design via control theory, *Scientific Computing*, Vol. 3, No. 3, pp. 233-260, 1988.
- [5] A. Jameson, Re-engineering the design process through computation, *Aircraft*, Vol. 36, No. 1, pp. 36-50, 1999.
- [6] A. Jameson, Optimum aerodynamic design using CFD and control theory, *AIA Paper*, Vol. 1729, No. 1, pp. 124-131, 1995.
- [7] A. Jameson, L. Martinelli, N. Pierce, Optimum aerodynamic