مجله مهندسی مکانیک مدرس، بهمن 1396، دوره 17، شماره 11، ص‌ص 361-370

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

پیش‌بینی وقوع عیوب مرکزی در فرآیند اکستروژن کرنش صفحه‌ای با استفاده از روش کرانه بالایی

زهرا عزیزی[1]، حشمت اله حقیقت[2*]

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه رازی، کرمانشاه

2- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه رازی، کرمانشاه

* کرمانشاه، صندوق پستی 67346-67149، hhaghighat@razi.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 07 تیر 1396

پذیرش: 19 مهر 1396

ارائه در سایت: 06 آذر 1396

کلید واژگان:

عیوب مرکزی

اکستروژن کرنش صفحه‌ای

تحلیل کرانه بالایی

چکیده

این مقاله به پیش‌بینی وقوع عیوب مرکزی در فرآیند اکستروژن کرنش صفحه‌ای با استفاده از روش کرانه بالایی می‌پردازد. به این منظور ماده تحت تغییر شکل به سه ناحیه تقسیم شده است. این نواحی با مرزهای برشی که با تابع‌های نمایی مدل شده‌اند، از یکدیگر جدا شده‌اند. سپس یک میدان سرعت مجاز شامل مؤلفه‌های شعاعی و محیطی برای هر ناحیه تغییرشکل توسعه داده شده است. مولفه‌های نرخ کرنش محاسبه و رابطه‌های ریاضی برای ترم‌های توان‌های داخلی، برشی و اصطکاکی به دست آمده‌اند. برای یک شرایط فرآیند داده شده، توان کل نسبت به شکل هندسی مرزهای برشی ورودی و خروجی بهینه‌سازی شده است. محل تقاطع مرزهای برشی ورودی و خروجی ناحیه تغییرشکل بر روی خط مرکزی، بیانگر وقوع یا عدم وقوع عیوب مرکزی می‌باشد. اثر پارامترهای فرآیند شامل نیم زاویه قالب، درصد کاهش ضخامت و ثابت اصطکاک بر ایجاد عیوب مرکزی همچنین تاثیر این پارامترها بر نیروی اکستروژن لازم، بررسی شده‌اند. نتایج تحلیل، با شبیه‌سازی اجزا محدود (نرم‌افزار دیفرم) و نتایج مقاله‌های منتشر شده مقایسه شده‌اند. نتایج نشان دادند با افزایش ثابت اصطکاک و افزایش میزان کاهش سطح مقطع، احتمال وقوع عیوب داخلی کاهش می‌یابند.

Prediction of central bursting defects in the plane strain extrusion process using upper bound method

Zahra Azizi, Heshmatollah Haghighat*

Department of Mechanical Engineering, Razi University, Kermanshah, Iran
* P.O.B. 67149-67346, Kermanshah, Iran, hhaghighat@razi.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 28 June 2017
Accepted 11 October 2017
Available Online 27 November 2017

Keywords:
Central bursting defects
Plane strain extrusion
Upper bound analysis

ABSTRACT

This paper attempts to predict the occurrence of central bursting defects in the plane strain extrusion process using upper bound method. For this purpose, the material under deformation is divided into three deformation zones. These deformation zones are separated from each other by the shear boundaries as the exponential functions. Then, an admissible velocity field, including the radial and the angular velocity components are developed for each deformation zone. Strain rates components are determined and mathematical relationships for internal, shear and friction powers are obtained. For a given process conditions, the total power toward geometrical shape of shear boundaries entrance and existence is optimized. Intersection position of the entrance and existence shear boundaries of deformation zone on centerline represents the occurrence of central bursting defects. The effect of process parameters, including semi die angle, reduction in area and friction factor on the defects and the extrusion force are investigated. The analysis results with the FEM simulation (Deform software) and the results of the published papers are compared. The results showed that increase of friction factor and increase the reduction in area decreases the probability of central bursting defects.

1-مقدمه

در فرآیند اکستروژن، ماده خام در محفظه قالب قرار گرفته و با اعمال نیروی فشاری از میان روزنه قالب به بیرون رانده می‌شود. اکستروژن یکی از فرآیندهای شکل‌دهی فلزات است که در آن قطعات با سطح مقطع ثابت شکل داده می‌شوند. از مزایای این فرآیند می‌توان به سرعت شکل دهی بالا، تلرانس ابعادی مناسب و کیفیت سطح بسیار خوب، ایجاد کرنش سختی و دارا بودن ساختار دآن‌های مناسب که باعث بالا بردن استحکام قطعه اکسترود شده می‌شوند. اکسترژون از جمله فرآیندهای تغییر شکل پلاستیک شدید می‌باشد که برای بهبود خواص مکانیکی استفاده می‌شود. به‌عنوان مثال عبدل‌وند و همکاران برای بهبود خواص مکانیکی و ریزساختاری لوله‌های فوق فشرده جدار نازک از فرآیند اکستروژن استفاده کردند [1]. جاویدی کیا و هاشمی [2] و اشرفی‌زاده و همکاران [3] برای بهبود خواص مکانیکی آلیاژهای آلومینیم، از تغییرشکل پلاستیک شدید استفاده کردند.

امروزه بهینه‌سازی و حذف عیوب احتمالی از قطعات تولیدی، از مهم‌ترین دغدغه‌های شرکت‌های صنعتی می‌باشد. فرآیند اکستروژن از فرآیندهایی است که به‌طور گسترده در صنعت مورد استفاده قرار می‌گیرد، بنابراین

Please cite this article using:

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

Z. Azizi, H. Haghighat, Prediction of central bursting defects in the plane strain extrusion process using upper bound method, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 11, pp. 361-370, 2018 (in Persian)

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1396.17.11.47.7]

بررسی عیوب آن یکی از دغدغه‌های اصلی تولیدکننده می‌باشد. عیوب سطحی و مرکزی، دو عیب اصلی فرآیند اکستروژن می‌باشند. عیوب سطحی ممکن است به علت زاویه قالب نامناسب، اصطکاک بالا و روان‌کاری کم باشند. این عیوب با بازرسی سطحی آشکار می‌شوند و می‌توان آن‌ها را به آسانی از روند تولید خارج کرد. برخلاف عیوب نوع اول، برای تشخیص عیوب نوع دوم، به تجهیزات پیچیده‌تر و پرهزینه نیاز است [5,4]. همان‌طور که در "شکل 1" دیده می‌شود این عیوب روی خط مرکزی قطعاتی که تحت فرآیند کشش یا اکستروژن قرار گرفته‌اند، ظاهر می‌شوند [6,4]. معمولا پی بردن به عیوب مرکزی با استفاده از بازرسی سطحی بسیار مشکل است.

در زمینه پیش‌بینی وقوع عیوب مرکزی در این فرآیند تاکنون تلاش‌های زیادی شده است. اویتزور در سال 1968 مطالعاتی را روی عیوب مرکزی در فرآیند اکستروژن و کشش در حالت کرنش صفحه‌ای با استفاده از روش کرانه بالایی، انجام داد و شرایطی را برای پیش‌گیری از ایجاد آن‌ها پیشنهاد کرد [5]. هیروشی موریتوکی در سال 1991 با استفاده از روش خطوط لغزش معیاری را برای تشخیص عیوب مرکزی در فرآیند کشش و اکستروژن میله ارایه کرد [7]. وو و لی در سال 1992 به بررسی ایجاد عیوب داخلی در فرآیند اکستروژن میله با استفاده از روش کرانه بالایی پرداختند [8]. ردی و همکاران در سال 1996 به بررسی ترک‌های داخلی در فرآیند اکستروژن میله و بهینه‌سازی قالب پرداختند [9]. آن‌ها با استفاده از معیار تنش هیدرواستاتیک احتمال ایجاد عیوب مرکزی را مورد بررسی قرار دادند طبق این معیار، ترک مرکزی در جاهایی شکل می‌گیرد که تنش‌های هیدرواستاتیک در ناحیه تغییرشکل کششی باشند. دای چئول و بیونگ مین در سال 2000 به پیش‌بینی شرایط ایجاد عیوب مرکزی در فرآیند کشش و اکستروژن میله پرداختند [10]. آن‌ها با ارایه دو مدل تحلیلی که یکی از آن‌ها معیار آسیب و دیگری معیار پیش‌بینی ایجاد عیوب مرکزی بود، شرایط ایجاد محصول سالم در دو فرآیند کشش و اکستروژن میله را بررسی کردند. معیار آسیب براساس روش المان محدود صلب-پلاستیک بوده و معیار پیش‌بینی ایجاد عیوب براساس معیار کوک‌رافت-لاتهام که مبتنی بر تعیین فشارهای هیدرواستاتیکی می‌باشد، انجام گرفت. سویارسلان و تکایا در سال 2009 تأثیر وجود کانترپانچ در پیشگیری از ایجاد ترک‌های داخلی را به روش عددی بررسی نمودند [11]. پلانکاک و همکاران در سال 2014 به بررسی حالت تنش در فرآیند اکستروژن با قالب تخت پرداختند. آن‌ها با معرفی شاخص

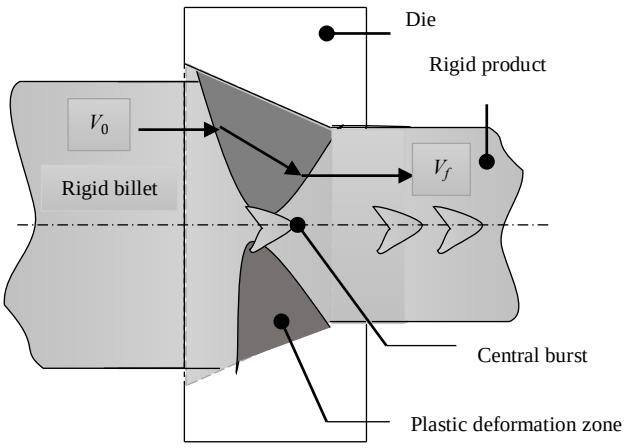

Fig. 1 Central burs defects [4,6]

شکل 1 عیوب مرکزی [6,4]

شکل‌پذیری به بررسی حالت تنش در هر نقطه از فضای ناحیه تغییرشکل یافته پرداخته و با توجه به این اصل که در ناحیه تغییرشکل یافته اگر تنش هیدرواستاتیکی مثبت باشد به معنای ایجاد عیوب مرکزی بوده، پیش‌بینی سطحی و اولیه‌ای نیز از رشد ترک داشتند [6]. در سال 2015، حقیقت و کاظمی به تحلیل کرانه بالایی شکل هندسی ناحیه تغییر شکل در فرآیند کشش ورق‌های فلزی با قالب گوه‌ای شکل پرداختند [12]. آن‌ها با با بیان پارامتر هندسی شکل نشان دادند که مرز ورودی و خروجی ناحیه تغییر شکل مشابه نیست. آن‌ها مرز ورودی ناحیه تغییرشکل را نمایی و مرز خروجی را سطح استوآن‌های فرض کردند. در سال 2016، پرغازه و حقیقت به بررسی وقوع عیوب مرکزی در فرآیند اکستروژن میله با استفاده از تئوری کرانه بالایی پرداختند. آن‌ها مرز برشی ورودی ناحیه تغییرشکل را تابع نمایی و مرز خروجی را سطح کروی فرض و یک میدان سرعت مجاز شامل مولفه شعاعی و محیطی ارایه نمودند. آن‌ها یک معیار جدید برای پیش‌بینی وقوع عیوب مرکزی در فرآیند اکستروژن میله بر مبنای پارامتر هندسی شکل مرز برشی ورودی ارایه دادند [13].

با توجه به تحقیقات انجام گرفته و روش‌های ارائه شده، لزوم بررسی دقیق‌تر رشد عیوب مرکزی و ارائه راهکار متناسب با مدل واقعی سیلان ماده و مرزهای برشی دقیق‌تر، بیشتر آشکار می‌شود. با این‌که نخستین بار پنگ در سال 1989 در تحلیل کرانه بالایی شکل هندسی قالب و ناحیه تغییر شکل اکستروژن میله، مرز برشی ناحیه ورودی را به‌صورت نمایی در نظر گرفت [14] اما تقریباً در اکثر مطالعات ارائه شده مرزهای برشی به واقعیت نزدیک نبوده و نیز اثر بعضی از پارامترهای دخیل در فرآیند اکستروژن ورق نادیده گرفته شدند.

در این مقاله با استفاده از روش کرانه بالایی و ارائه مرزهای برشی ورودی و خروجی به‌صورت واقعی (تابع‌های نمایی)، یک میدان سینماتیکی سرعت انعطاف پذیر و مدلی تحلیلی برای پیش‌بینی وقوع عیوب مرکزی ارائه شده است. اهمیت در نظر گرفتن مرزهای برشی ورودی و خروجی به این صورت، علاوه بر کاهش خطای محاسبه توان مصرفی، پیش‌بینی علت و زمان وقوع ترک داخلی می‌باشد. می‌توان دریافت که هرگاه مرز برشی ورودی و مرز برشی خروجی بر روی خط تقارن بر همدیگر منطبق گردند، ترک مرکزی شروع خواهد شد. بیان این مسئله به زبان ریاضی مستلزم ارائه روابط هندسی برای مرزهای برشی ورودی و خروجی می‌باشد. این معیار در هیچ یک از کارهای پیشین استفاده نشده است. همچنین تاثیر پارامترهای موثر فرآیند برعیوب مرکزی با ارائه معیار جدید دیگری تحت عنوان اختلاف تنش موثر و همچنین تاثیر این پارامترها بر نیروی اکستروژن مورد بررسی قرار گرفته است. برای انجام فرآیند اکستروژن ورق، قالب‌های گوه‌ای شکل مورد استفاده قرار گرفته‌اند.

2- تحلیل کرانه بالایی فرآیند اکستروژن کرنش صفحه‌ای

تئوری کرانه بالایی بیان می‌کند که از میان تمامی میدان‌های کرنش قابل قبول تنها میدانی، میدان واقعی کرنش خواهد بود که عبارت زیر را حداقل می‌کند [15]:

$$J^* = \frac{2}{\sqrt{3}}\sigma_0 \int_V \left(\frac{1}{2}\dot{\varepsilon}_{ij}\dot{\varepsilon}_{ij}\right)^{\frac{1}{2}} dv + \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}}\int_{S_V} |\Delta v|\, ds + \frac{m\sigma_0}{\sqrt{3}}\int_{S_f} |\Delta v|\, dS \quad (1)$$

J^* حد فوقانی توان را محاسبه می‌کند. عبارت اول در سمت راست رابطه توان

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1396.17.11.47.7]

داخلی تغییرشکل[1] است که برمبنای میدان سرعت در نظر گرفته شده، نرخ‌های کرنش[2] محاسبه و در عبارت قرار می‌گیرد، عبارت دوم توان سطوح ناپیوستگی سرعت و عبارت سوم، توان اصطکاکی است. σ_0 تنش سیلان متوسط ماده، $\dot{\varepsilon}_{ij}$ نرخ کرنش، Δv مقدار سرعت نسبی روی سطوح ناپیوستگی سرعت و سطوح اصطکاکی، m ثابت اصطکاک برشی، V حجم ناحیه تغییر شکل پلاستیک، S_v و S_f به ترتیب مساحت سطوح ناپیوستگی سرعت و اصطکاکی است.

در تحلیل فرض شده که:

- ✓ فرآیند نسبت به صفحه میانی موازی با محور اکستروژن، متقارن است.
- ✓ به دلیل این‌که در فرآیند، عرض ورق نسبت به ضخامت بسیار بیش‌تر است، فرآیند کرنش صفحه‌ای در نظر گرفته شد.
- ✓ قالب و محفظه صلب فرض شده‌اند.
- ✓ محفظه بدون اصطکاک و مدل اصطکاکی بین قالب و ماده، مدل اصطکاک برشی در نظر گرفته شد.
- ✓ رفتار فلز صلب-پلاستیک کامل در نظر گرفته و از تنش سیلان متوسط در روابط استفاده شد.

دراین فرآیند که در "شکل 2" نشان داده شده است، ورق با ضخامت $2t_i$ به قالب با زاویه راس 2α وارد و با ضخامت $2t_f$ از آن خارج می‌گردد. به علت تقارن، نیمه فرآیند نمایش داده شده است. سرعت ماده در ناحیه اول (ورودی) v_i و در ناحیه سوم (خروجی) v_f است. مرکز دستگاه مختصات استوآن‌های$(r,\theta.z)$، نقطه o، در محل تقاطع خط امتداد قالب و خط تقارن قرار دارد. مرز ورودی ناحیه تغییرشکل (S_1) تابع نمایی، و مرز خروجی (S_2) نیز به‌صورت تابع نمایی در نظر گرفته شده‌اند. این دو مرز، سطوح ناپیوستگی سرعت نامیده می‌شوند ρ فاصله شعاعی به مرکز مختصات o و روی سطح قالب تعریف و مقدار آن از ρ_f تا ρ_i تغییر می‌کند.

معادلات مرزهای S_1 و S_2 به ترتیب توسط روابط (2) و (3) بیان شده‌اند.

$$r_i(\theta,\rho_i)=\rho_i\exp\left[\frac{b_i(\theta-\alpha)}{\alpha}\right] \tag{2}$$

$$r_f(\theta,\rho_f)=\rho_f\exp\left[\frac{b_f(\theta-\alpha)}{\alpha}\right] \tag{3}$$

b_i و b_f پارامترهای هندسی شکل مرزهای ناحیه تغییرشکل می‌باشند (شکل3). با توجه به "شکل 3"، برای مرز ورودی S_1 و مرز خروجی S_2 ، به ترتیب اگر $b_i<0$ و $b_f<0$ باشند مرزها از رأس O فاصله گرفته و اگر $b_i>0$ و $b_f>0$ باشند مرزها به رأس O نزدیک می‌شوند. اگر $b_i=0$ و $b_f=0$

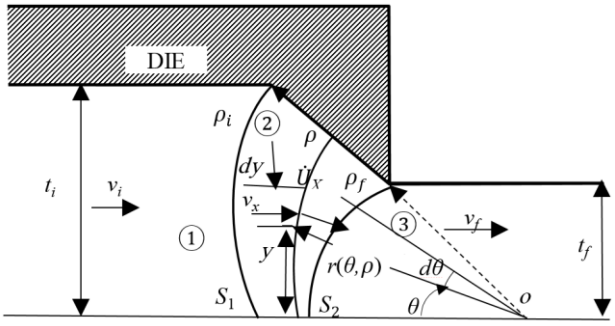

Fig. 2 Deformation zone and shear boundaries in the plane strain extrusion process

شکل 2 ناحیه تغییرشکل و مرزهای برشی در فرآیند اکستروژن کرنش صفحه‌ای

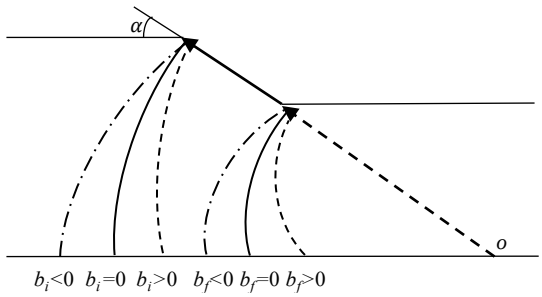

Fig. 3 Effect of b_i and b_f parameters on the inlet and outlet boundaries of deformation zone

شکل 3 اثر پارامترهای b_i , b_f روی مرزهای ورودی و خروجی ناحیه تغییر شکل

باشند، مرزها به قوس دایره ای تبدیل می‌شوند.

و داخل ناحیه تغییر شکل:

$$r(\theta,\rho)=\rho\exp\left[\frac{b_i(\theta-\alpha)}{\alpha}\frac{\rho-\rho_f}{\rho_i-\rho_f}\right]\exp\left[\frac{b_f(\theta-\alpha)}{\alpha}\frac{\rho_i-\rho}{\rho_i-\rho_f}\right]$$
$$=\rho g_i(\theta,\rho)g_f(\theta,\rho) \tag{4}$$

که:

$$g_i(\theta,\rho)=\exp\left[\frac{b_i(\theta-\alpha)}{\alpha}\frac{\rho-\rho_f}{\rho_i-\rho_f}\right] \tag{5}$$

$$g_f(\theta,\rho)=\exp\left[\frac{b_f(\theta-\alpha)}{\alpha}\frac{\rho_i-\rho}{\rho_i-\rho_f}\right] \tag{6}$$

2-1- میدان سرعت مجاز

اولین گام برای حل یک مساله توسط روش کرانه بالایی، ارایه یک میدان سرعت مجاز است. هر چه این میدان سرعت به جریان ماده در ناحیه تغییر شکل به واقعیت نزدیک‌تر باشد، نتایج حاصل به حل دقیق نزدیک‌تر خواهند بود. در کار حاضر با در نظر گرفتن مرزهای برشی به صورت نمایی این هدف تا حد زیادی محقق شده است. در تحلیل حاضر، سه ناحیه در نظر گرفته شد (شکل 2)، در ناحیه اول (قبل از رسیدن به مرزS_1)، ماده تغییرشکل نیافته (صلب) است و سرعت ماده در این قسمت v_i است. ماده در ناحیه دوم (بین دو مرز S_1 وS_2) تغییرشکل می‌یابد و ضخامت آن کم می‌شود، سپس وارد ناحیه سوم (پس از مرز S_2) می‌شود و از آنجا بدون تغییر شکل (صلب) خارج می‌شود. سرعت ماده در این ناحیه v_f است. از آنجا که تغییر شکل پلاستیک در فلزات، بدون تغییر حجم روی می‌دهد، بنابراین میدان سرعت هر ناحیه باید در شرط تراکم‌ناپذیری صدق کند و نیز شرایط مرزی را برآورد نماید. قانون تراکم‌ناپذیری در سیستم مختصات استوآن‌های به صورت رابطه (7) است.

$$\dot{\varepsilon}_{rr}+\dot{\varepsilon}_{\theta\theta}+\dot{\varepsilon}_{zz}=0 \tag{7}$$

2-1-1- میدان سرعت در ناحیه ورودی

در ناحیه اول سرعت ماده ثابت و به مقدار v_i است. با توجه به کرنش صفحه-ای بودن فرآیند، سرعت در راستای z صفر خواهد بود. میدان سرعت در مختصات استوآن‌های به صورت رابطه (8) است.

$$\dot{U}_r=-v_i\cos\theta$$
$$\dot{U}_\theta=v_i\sin\theta$$
$$\dot{U}_z=0 \tag{8}$$

2-1-2- میدان سرعت در ناحیه خروجی

[1] Internal power of deformation
[2] Strain Rates

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1396.17.11.47.7]

ماده پس از عبور از ناحیه تغییر شکل با سرعت ثابت v_f وارد ناحیه سوم می‌شود. میدان سرعت در مختصات استوآن‌های به صورت رابطه (9) است.

$$\dot{U}_r = -v_f \cos\theta$$
$$\dot{U}_\theta = v_f \sin\theta$$
$$\dot{U}_z = 0 \tag{9}$$

2-1-3- میدان سرعت در ناحیه تغییرشکل

ماده در این ناحیه تغییرشکل می‌یابد و ضخامت آن با عبور از فضای بین دو قالب کم می‌شود. این ناحیه بین سطوح S_1 و S_2 و سطح قالب S_3 و خط تقارن قالب قرار دارد. با توجه به کرنش صفحه‌ای بودن فرآیند، سرعت در راستای z صفر است. با توجه به تعادل جریان حجمی در ناحیه تغییرشکل، مؤلفه شعاعی میدان سرعت $\dot{U}_r$ به‌دست می‌آید (شکل 2).

نرخ جریان حجمی افقی عبوری از dy:

$$dQ = v_x dx \tag{10}$$

نرخ جریان حجمی شعاعی عبوری از $rd\theta$:

$$dQ = -\dot{U}_r (rd\theta) \tag{11}$$

در نتیجه با برابر قرار دادن روابط (10) و (11) نتیجه می‌شود:

$$\dot{U}_r = -\frac{v_x}{r}\frac{dy}{d\theta} \tag{12}$$

با توجه به قانون تراکم ناپذیری:

$$v_x = v_i \frac{\rho_i}{\rho} \tag{13}$$

با توجه به "شکل 2":

$$y = r\sin\theta \tag{14}$$

با مشتق گیری از رابطه (14) نسبت به θ و استفاده از روابط (12) و (13) $\dot{U}_r$ برابر است با:

$$\dot{U}_r = -v_i \frac{\rho_i}{\rho}\left[\cos\theta + \left(\frac{1}{g_i}\frac{\partial g_i}{\partial\theta} + \frac{1}{g_f}\frac{\partial g_f}{\partial\theta}\right)\sin\theta\right] \tag{15}$$

معادلات نرخ کرنش در مختصات استوآن‌های به‌صورت معادلات (16) می‌باشند:

$$\dot{\varepsilon}_{rr} = \frac{\partial \dot{U}_r}{\partial r}$$
$$\dot{\varepsilon}_{\theta\theta} = \frac{1}{r}\frac{\partial \dot{U}_\theta}{\partial\theta} + \frac{\dot{U}_r}{r}$$
$$\dot{\varepsilon}_{zz} = \frac{\partial \dot{U}_z}{\partial z}$$
$$\dot{\varepsilon}_{r\theta} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \dot{U}_\theta}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial \dot{U}_r}{\partial\theta} - \frac{\dot{U}_\theta}{r}\right)$$
$$\dot{\varepsilon}_{\theta z} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \dot{U}_\theta}{\partial z} + \frac{1}{r}\frac{\partial \dot{U}_z}{\partial\theta}\right)$$
$$\dot{\varepsilon}_{zr} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \dot{U}_r}{\partial z} + \frac{\partial \dot{U}_z}{\partial r}\right) \tag{16}$$

حال با توجه به رابطه تراکم ناپذیری (7)، و رابطه (3)، سرعت $\dot{U}_r$ و شرایط مرزی روی صفحه میانی و سطح قالب، می‌توان $\dot{U}_\theta$ در داخل ناحیه دوم را یافت. به دلیل کرنش صفحه‌ای بودن فرآیند، و با توجه به روابط نرخ کرنش (16)، $\dot{\varepsilon}_{zz} = 0$ است. بنابراین:

$$\dot{\varepsilon}_{rr} + \dot{\varepsilon}_{\theta\theta} = \frac{\partial \dot{U}_r}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial \dot{U}_\theta}{\partial\theta} + \frac{\dot{U}_r}{r} = 0 \tag{17}$$

با مرتب کردن رابطه بالا داریم:

$$\frac{\partial}{\partial r}(r\dot{U}_r) + \left(\frac{\partial \dot{U}_\theta}{\partial\theta}\right) = 0 \tag{18}$$

و با جایگذاری مولفه شعاعی سرعت در رابطه (18) خواهیم داشت:

$$\frac{\partial}{\partial r}\left[g_i g_f\left(\cos\theta + \left(\frac{1}{g_i}\frac{\partial g_i}{\partial\theta} + \frac{1}{g_f}\frac{\partial g_f}{\partial\theta}\right)\right)\sin\theta\right] = \frac{\partial \dot{U}_\theta}{\partial\theta}$$

$$v_i\rho_i \frac{\partial}{\partial\theta}\left[\frac{\partial}{\partial r}(g_i g_f \sin\theta)\right] = \frac{\partial \dot{U}_\theta}{\partial\theta}$$

$$v_i\rho_i \frac{\partial}{\partial r}\left[\frac{\partial}{\partial\theta}(g_i g_f \sin\theta)\right] = \frac{\partial \dot{U}_\theta}{\partial\theta} \tag{19}$$

بنابراین مولفه زاویه‌ای سرعت $\dot{U}_\theta$، برابر است با:

$$\dot{U}_\theta = v_i\rho_i \frac{\partial}{\partial r}(g_i g_f \sin\theta) = v_i\rho_i \sin\theta \frac{\partial}{\partial r}(g_i g_f)$$
$$= v_f\rho_f \sin\theta \frac{\partial}{\partial r}(g_i g_f) \tag{20}$$

$\frac{\partial}{\partial r}(g_i g_f)$ در رابطه (20) به صورت رابطه (21) بیان می‌شود.

$$\frac{\partial}{\partial r}(g_i g_f) = g_i \frac{\partial g_f}{\partial r} + g_f \frac{\partial g_i}{\partial r} \tag{21}$$

$$\frac{\partial g_f}{\partial r} = \frac{\partial g_f}{\partial\rho}\frac{\partial\rho}{\partial r} = \frac{\partial g_f}{\partial\rho}\frac{1}{g_i g_f\left(1 + \frac{\rho}{g_f}\frac{\partial g_f}{\partial\rho} + \frac{\rho}{g_i}\frac{\partial g_i}{\partial\rho}\right)} \tag{22}$$

به طور خلاصه، میدان سرعت برای ناحیه تغییر شکل برابر است با:

$$\dot{U}_r = -v_i \frac{\rho_i}{\rho}\left[\cos\theta + \left(\frac{1}{g_i}\frac{\partial g_i}{\partial\theta} + \frac{1}{g_f}\frac{\partial g_f}{\partial\theta}\right)\sin\theta\right]$$
$$\dot{U}_\theta = v_i\rho_i \sin\theta \frac{\partial}{\partial r}(g_i, g_f)$$
$$\dot{U}_z = 0 \tag{23}$$

2-2- نرخ کرنش در هر ناحیه

به منظور بدست آوردن توان داخلی تغییر شکل، نیاز به داشتن میدان نرخ کرنش است. پس از تعیین شدن میدان سرعت، نرخ کرنش براساس روابط (16) محاسبه می‌شود.

2-2-1- نرخ کرنش در ناحیه اول

با توجه به روابط نرخ کرنش، و این‌که ماده در این ناحیه تغییرشکل نمی‌یابد، تمام مؤلفه‌های نرخ کرنش در این ناحیه صفر است.

$$\dot{\varepsilon}_{rr} = \dot{\varepsilon}_{\theta\theta} = \dot{\varepsilon}_{zz} = \dot{\varepsilon}_{r\theta} = \dot{\varepsilon}_{\theta z} = \dot{\varepsilon}_{rz} = 0 \tag{24}$$

2-2-2- نرخ کرنش در ناحیه سوم

در این ناحیه همانند ناحیه اول، با توجه به روابط نرخ کرنش و این‌که ماده بعد از خروج از ناحیه تغییرشکل، تغییرشکل بیش‌تری ندارد و صلب است، تمام مؤلفه‌های نرخ کرنش در این ناحیه نیز صفر است.

$$\dot{\varepsilon}_{rr} = \dot{\varepsilon}_{\theta\theta} = \dot{\varepsilon}_{zz} = \dot{\varepsilon}_{r\theta} = \dot{\varepsilon}_{\theta z} = \dot{\varepsilon}_{rz} = 0 \tag{25}$$

2-2-3- نرخ کرنش در ناحیه تغییرشکل

با توجه به میدان سرعت ناحیه تغییرشکل رابطه (23)، نرخ‌های کرنش این ناحیه برابرند با:

$$\dot{\varepsilon}_{rr} = v_i \frac{\rho_i}{\rho^2}\frac{1}{g_i g_f}\left[\left(1 - \rho\frac{\partial}{\partial r}(g_i g_f)\right)\cos\theta + \left(\frac{1}{g_i}\frac{\partial g_i}{\partial\theta} + \frac{1}{g_f}\frac{\partial g_f}{\partial\theta} - \rho\frac{\partial^2(g_i g_f)}{\partial r\partial\theta}\right)\sin\theta\right]$$
$$\dot{\varepsilon}_{\theta\theta} = -v_i \frac{\rho_i}{\rho^2}\frac{1}{g_i g_f}\left[\left(1 - \rho\frac{\partial}{\partial r}(g_i g_f)\right)\cos\theta + \left(\frac{1}{g_i}\frac{\partial g_i}{\partial\theta} + \frac{1}{g_f}\frac{\partial g_f}{\partial\theta} - \rho\frac{\partial^2(g_i g_f)}{\partial r\partial\theta}\right)\sin\theta\right]$$
$$\dot{\varepsilon}_{r\theta} = \frac{1}{2}v_i \frac{\rho_i}{\rho^2}\frac{1}{g_i g_f}\left\{\left[\rho^2\frac{\partial^2}{\partial r^2}(g_i g_f) + \frac{1}{g_f^2}\left(\frac{\partial g_f}{\partial\theta}\right)^2 + \frac{1}{g_i^2}\left(\frac{\partial g_i}{\partial\theta}\right)^2 - \frac{1}{g_i}\frac{\partial^2 g_i}{\partial\theta^2} - \frac{1}{g_f}\frac{\partial g_f}{\partial\theta^2} + 1\right]\sin\theta + \left(\frac{1}{g_i}\frac{\partial g_i}{\partial\theta} + \frac{1}{g_f}\frac{\partial g_f}{\partial\theta}\right)\cos\theta\right\}$$
$$\dot{\varepsilon}_{zz} = \dot{\varepsilon}_{rz} = \dot{\varepsilon}_{z\theta} = 0 \tag{26}$$

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1396.17.11.47.7]

2-3- محاسبه توان‌ها

توان کلی شکل‌دهی در این فرآیند شامل سه قسمت است:

الف) توان داخلی تغییر شکل

ب) توان مصرفی برشی روی سطوح ناپیوستگی سرعت

ج) توان مصرفی اصطکاکی روی سطح اصطکاکی

2-3-1- توان داخلی

توان داخلی تغییر شکل از رابطه (27) محاسبه می‌شود.

$$\dot{W}_i = \oint_V \bar{\sigma}\dot{\bar{\varepsilon}}dv \tag{27}$$

$\bar{\sigma}$ (تنش موثر ماده) برابر است با:

$$\bar{\sigma} = \frac{2}{\sqrt{3}}\sigma_0 \tag{28}$$

که σ_0 (تنش سیلان متوسط ماده) از رابطه (29) به دست می‌آید.

$$\sigma_0 = \frac{\int_0^{\bar{\varepsilon}} \sigma d\bar{\varepsilon}}{\bar{\varepsilon}} \tag{29}$$

کرنش موثر در حالت کرنش صفحه‌ای بر اساس معیار وون-میزز برابر است با:

$$\bar{\varepsilon} = \frac{2}{\sqrt{3}}\ln\frac{t_i}{t_f} \tag{30}$$

نرخ کرنش موثر از رابطه (28) محاسبه می‌شود.

$$\dot{\bar{\varepsilon}} = \frac{2}{\sqrt{3}}\sqrt{\frac{1}{2}\dot{\varepsilon}_{ij}\dot{\varepsilon}_{ij}} \tag{31}$$

با جایگذاری روابط (26) در معادله (31):

$$\dot{\bar{\varepsilon}} = \frac{2}{\sqrt{3}}\sqrt{\frac{1}{2}(\dot{\varepsilon}_{rr}^2 + \dot{\varepsilon}_{\theta\theta}^2 + \dot{\varepsilon}_{r\theta}^2 + \dot{\varepsilon}_{\theta r}^2)} \tag{32}$$

همان‌طور که محاسبه شد در ناحیه تغییر شکل، $\dot{\varepsilon}_{rr} = -\dot{\varepsilon}_{\theta\theta}$ و با توجه به وجود تقارن در مختصات استوآن‌های $\dot{\varepsilon}_{r\theta} = \dot{\varepsilon}_{\theta r}$ می‌باشد بنابراین:

$$\dot{\bar{\varepsilon}} = \frac{2}{\sqrt{3}}\sqrt{\dot{\varepsilon}_{rr}^2 + \dot{\varepsilon}_{r\theta}^2} \tag{33}$$

المان حجمی dV در ناحیه تغییر شکل از رابطه (34) محاسبه می‌شود.

$$V = rdrd\theta = \rho g_i g_f\left(g_i g_f + \rho\frac{\partial g_i}{\partial\rho} + \rho\frac{\partial g_f}{\partial\rho}\right)d\rho d\theta \tag{34}$$

بنابراین توان داخلی در ناحیه دوم برابر است با:

$$\dot{W}_i = \frac{2\sigma_0}{\sqrt{3}}\int_0^{\alpha}\int_{\rho_f}^{\rho_i}\sqrt{\dot{\varepsilon}_{rr}^2 + \dot{\varepsilon}_{r\theta}^2}\rho g_i g_f\left(g_i g_f + \rho\frac{g_i}{\partial\rho} + \rho\frac{\partial g_f}{\partial\rho}\right)d\rho d\theta \tag{35}$$

2-3-2- توان برشی

توان مصرفی روی سطوح ناپیوستگی سرعت از رابطه (36) محاسبه می‌شود:

$$\dot{W}_s = \int_s k|\Delta V|dS \tag{36}$$

k تنش سیلان متوسط برشی ماده است که براساس معیار وون-میزز برابر $\frac{\sigma_0}{\sqrt{3}}$ می‌باشد [16].

با توجه به "شکل 2" دو سطح ناپیوستگی سرعت S_1 و S_2 مشخص است. به ازای هر یک از این دو سطح توان برشی باید محاسبه شود.

برای محاسبه dS مربوط به $r_i(\theta,\rho_i)$ در مرز S_1، با توجه به مثلث با راس H در "شکل 3" با کمک گرفتن از خط‌چین دایروی نتیجه می‌شود:

$$r = r_i(\theta,\rho_i) = \rho_i g_i(\theta,\rho_i)g_f(\theta,\rho_i) \tag{37}$$

که در این مرز ناپیوستگی سرعت داریم :

$$g_f(\theta,\rho_i) = 1 \tag{38}$$

با توجه به "شکل 4" در مثلث ایجاد شده می‌توان نسبت‌های مثلثاتی را به دست آورد، در نتیجه:

$$\tan\beta = \frac{dr}{rd\theta} \quad \text{و} \quad r_i = \rho_i g_i$$

$$\tan\beta = \frac{\rho_i\frac{dg_i}{d\theta}}{g_i} = \frac{\frac{dg_i}{d\theta}}{g_i} = \frac{\acute{g}_i}{g_i}$$

$$\acute{g}_i = \frac{dg_i}{d\theta} \tag{39}$$

با توجه به روابط مثلثاتی در "شکل 4" داریم:

$$dL = \frac{r_i d\theta}{\cos\beta} \quad \text{و} \quad r_i = \rho_i g_i(\theta,\rho_i) \tag{40}$$

که:

$$\cos\beta = \sqrt{\frac{1}{1+\tan^2\beta}} = \sqrt{\frac{1}{1+\frac{\acute{g}_i^2}{g_i^2}}} = \sqrt{\frac{1}{1+\left(\frac{b_i}{\alpha}\right)^2}} \tag{41}$$

با جایگذاری و با توجه به این که عرض ورق واحد است ($dL = dS_1$)، بنابراین:

$$dS_1 = \rho_i g_i(\theta,\rho_i)\sqrt{\frac{1}{1+\left(\frac{b_i}{\alpha}\right)^2}}\,d\theta \tag{42}$$

مشابه مرز S_1، برای مرز S_2 با توجه به این که در این مرز ناپیوستگی سرعت، $g_i(\theta,\rho_f) = 1$ است، رابطه المان سطح به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$S_2 = \rho_f g_f(\theta,\rho_f)\sqrt{\frac{1}{1+\left(\frac{b_f}{\alpha}\right)^2}}\,d\theta \tag{43}$$

حال باید سرعت نسبی روی مرز S_1 محاسبه شود. با استفاده از "شکل5" جهت $\dot{U}_r$ و $\dot{U}_\theta$ در جهت مثبت مختصاتی آن رسم شده‌اند. با توجه به شکل 5، سرعت نسبی در S_1 برابر است با:

$$|\Delta V_1| = v_i\cos\left(\frac{\pi}{2}-\theta+\beta\right) - \dot{U}_r|_{r=\rho_i}\cos\left(\frac{\pi}{2}-\beta\right) - \dot{U}_\theta|_{r=\rho_i}\cos\beta \tag{44}$$

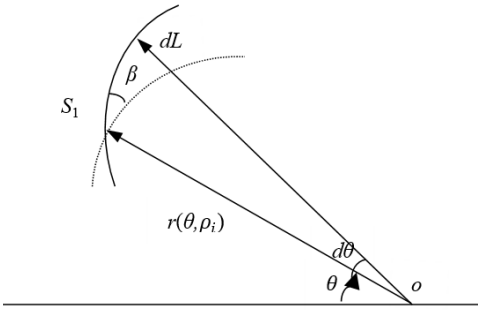

Fig. 4 Inlet shear boundary to calculate the surface element

شکل 4 مرز برشی ورودی برای محاسبه المان سطح

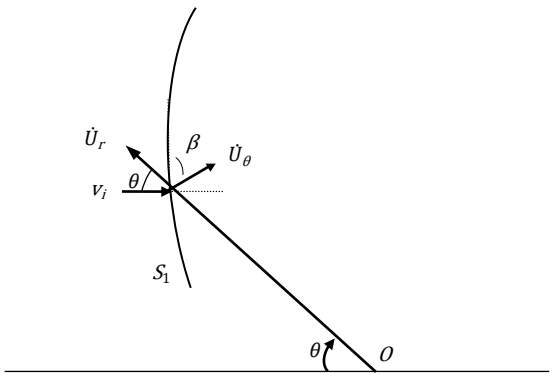

Fig. 5 Inlet shear boundary and showing the velocity vectors

شکل 5 مرز برشی ورودی و نمایش بردارهای سرعت

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1396.17.11.47.7]

که با جایگذاری داریم:

$$|\Delta V_1| = \left| v_i \left(1 - \rho_i \frac{\partial g_i}{\partial r} \frac{1}{1+\left(\frac{b_i}{\alpha}\right)^2} \right) \sqrt{\frac{1}{1+\left(\frac{b_f}{\alpha}\right)^2}} \sin\theta \right| \quad (45)$$

به همین ترتیب سرعت نسبی در سطح ناپیوستگی سرعت S_2 برابر است با:

$$|\Delta V_2| = v_f \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta + \beta\right) - \dot{U}_r\big|_{r=\rho_f} \cos\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right) - \dot{U}_\theta\big|_{r=\rho_f} \cos\beta \quad (46)$$

که با جایگذاری داریم:

$$|\Delta V_2| = \left| v_f \left(1 - \rho_f \frac{\partial g_f}{\partial r} \frac{1}{1+\left(\frac{b_i}{\alpha}\right)^2} \right) \sqrt{\frac{1}{1+\left(\frac{b_f}{\alpha}\right)^2}} \sin\theta \right| \quad (47)$$

با به‌دست آمدن المان‌های سطح دو مرز و سرعت نسبی بین آن‌ها، مقدار توان برشی روی سطوح ناپیوستگی سرعت به دست می‌آید. پس:

$$\dot{W}_{S_1} = \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} v_i \rho_i \left[1 + \left(\frac{b_i}{\alpha}\right)^2\right] \int_0^\alpha g_i(\theta, \rho_i) \left|1 - \rho_i \frac{\partial g_i}{\partial r} \frac{1}{(1+(b_i/\alpha)^2)}\right| \sin\theta \, d\theta \quad (48)$$

$$\dot{W}_{S_2} = \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} v_f \rho_f \left[1 + \left(\frac{b_f}{\alpha}\right)^2\right] \int_0^\alpha g_f(\theta, \rho_f) \left|1 - \rho_f \frac{\partial g_f}{\partial r} \frac{1}{(1+(b_i/\alpha)^2)}\right| \sin\theta \, d\theta \quad (49)$$

2-3-3- توان اصطکاکی

توان مصرفی سطح اصطکاکی بین قالب و ورق از رابطه (50) محاسبه می‌شود.

$$\dot{W}_f = \int_{S_f} \tau_f |\Delta v| \, dS \quad (50)$$

dS المان سطح S_3 و τ_f تنش برشی متناسب با استحکام قطعه موردنظر و برابر با $m\frac{\sigma_0}{\sqrt{3}}$ می‌باشد، m ثابت اصطکاک برشی بین دیواره قالب و ورق است [16] . المان سطح به صورت زیر تعریف می شود:

$$dS_3 = d\rho \quad (51)$$

سرعت نسبی بین قالب و ورق از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\Delta v = |\dot{U}_r|_{\theta=\alpha} = \left| -v_i \frac{\rho_i}{\rho} \left(\cos\alpha + \left(\frac{bi}{\alpha} \frac{\rho - \rho_f}{\rho_i - \rho_f} + \frac{b_f}{\alpha} \frac{\rho_i - \rho}{\rho_i - \rho_f} \right) \sin\alpha \right) \right| \quad (52)$$

سپس با جایگذاری روابط (51) و (52) در رابطه (50) توان اصطکاکی محاسبه می‌شود:

$$\dot{W}_f = m \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} v_i \rho_i \int_{\rho_i}^{\rho_f} \frac{1}{\rho} \left| \cos\alpha + \left(\frac{bi}{\alpha} \frac{\rho - \rho_f}{\rho_i - \rho_f} + \frac{b_f}{\alpha} \frac{\rho_i - \rho}{\rho_i - \rho_f} \right) \sin\alpha \right| d\rho \quad (53)$$

2-4- نیروی اکستروژن

مجموع توان‌های داخلی، برشی و اصطکاکی، توان خارجی موردنیاز برای انجام فرآیند است. با توجه به ضخامت نهایی ماده، سرعت آن در قسمت خروجی قالب و روابط (35) ، (48) ، (49) و (53) می‌توان مقدار نیروی مورد نیاز برای انجام فرآیند را به دست آورد.

توان و نیرو مورد نیاز برای انجام فرآیند به ترتیب برابرند با:

$$J^* = \dot{W}_i + \dot{W}_{S_1} + \dot{W}_{S_2} + \dot{W}_f \quad (54)$$

$$F_e = \frac{\dot{W}_i + \dot{W}_{S1} + \dot{W}_{S2} + \dot{W}_f}{V_i} \quad (55)$$

3- معیار وقوع ترک

مطابق "شکل 6" اگر دو مرز ناحیه تغییرشکل بر روی خط تقارن قالب در $\theta = 0$ در یک نقطه بر هم منطبق شوند، بیانگر شروع عیوب داخلی می‌باشد، که در این نقطه مقادیر فاصله شعاعی از مبدا مختصات، هر دو مرز برابرند، بنابراین:

$$r_i(\theta = 0, \rho_i) = r_f(\theta = 0, \rho_f) \quad (56)$$

با جایگذاری از روابط (1) و (2) خواهیم داشت:

$$\rho_i \exp(-b_i) = \rho_f \exp(-b_f) \quad (57)$$

و نهایتا با استفاده از رابطه (57) ارتباط بین مقادیر پارامترهای هندسی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\rho_i - \rho_f = \ln\frac{\rho_i}{\rho_f} = \ln\frac{t_i}{t_f} \quad (58)$$

با توجه به روابط، مشاهده می‌شود که توان کل برای انجام فرآیند، تابعی از کاهش ضخامت (Re)، ثابت اصطکاک، نیم زاویه قالب و سرعت اکستروژن ورق است.

$$J^* = f(Re, m, b_i, b_f, \alpha, v_f) \quad (59)$$

که:

$$Re = \frac{t_i - t_f}{t_i} \times 100 \quad (60)$$

در فرآیند اکستروژن، نیم زاویه قالب، ضخامت اولیه و نهایی، سرعت اولیه و ثابت اصطکاک برشی جزء ورودی مساله محسوب می‌شوند. پس طبق رابطه (59) داریم:

$$J^* = f(b_i, b_f) \quad (61)$$

بنابراین دو پارامتر مستقل برای بهینه کردن مقدار J^* وجود دارد که با استفاده از کد نویسی، منحنی J^* (یا نیرو) برحسب b_i و b_f رسم می‌شود و می‌توان مقدار بهینه آن‌ها را یافت.

توسط برنامه نوشته شده، با توجه به روابط میدان سرعت (23)، نرخ‌های کرنش (26) محاسبه می‌شوند و سپس با محاسبه توان داخلی (35)، توان برشی ناحیه ورودی (48)، توان برشی ناحیه خروجی (49) و توان اصطکاکی (53)، نیرو از رابطه (54) محاسبه و رسم شد.

4- شبیه‌سازی اجزا محدود

برای شبیه‌سازی اجزا محدود، نرم‌افزار دیفرم[1] استفاده شد. در میان نرم‌افزارهای متعدد موجود برای مدل‌سازی، شبیه‌سازی و تحلیل فرآیندهای شکل‌دهی، نرم‌افزار دیفرم دارای قابلیت‌های ویژه‌ای است. برخلاف کدهای

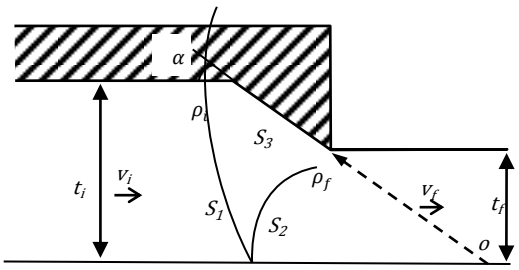

Fig. 6 Geometric condition for initiate central bursting defects

شکل 6 شرط هندسی برای شروع عیوب داخلی

[1] Deform

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1396.17.11.47.7]

المان محدود همه منظوره، دیفرم برای مدل کردن تغییرشکل مناسب می‌باشد. محیط گرافیکی کاربر پسند و سهولت آماده‌سازی اطلاعات و آنالیز آن به مهندسان کمک می‌کند که بیش‌تر بر روی مسئله شکل‌دهی متمرکز شوند و خود را درگیر سیستم طاقت فرسای مدل‌سازی کامپیوتری نکنند. روش معمول در دیفورم به این صورت است که ابتدا هندسه و ماده قطعه کار تعیین و سپس هر فرآیندی که مدنظر کاربر است شبیه‌سازی می‌شود. در کار حاضر، به دلیل وجود تقارن در مدل، تحلیل در مدل 1/2 انجام شد. طول ورق 40 میلی‌متر و ضخامت اولیه ورق 10 میلی‌متر وارد شدند. برای تحلیل گزینه کرنش صفحه‌ای[1] انتخاب شد. در بخش خاصیت، مشخصات مکانیکی و منحنی تنش کرنش بصورت صلب پلاستیک و تنش سیلان میانگین بصورت جدول 1، برای ورق آلومینیوم 1100-o وارد نرم‌افزار شد. برای استخراج ثابت اصطکاک (m) و مشخصات مکانیکی ماده از مقاله‌های موجود بهره گرفته شد. در بخش شرایط مرزی، مقدار جابجایی افقی ورق 20 میلی‌متر و سرعت اکستروژن 3 میلی‌متر بر ثانیه اعمال شد. با توجه به این‌که نصف ورق مدل شد، شرط مرزی تقارن محوری نیز اعمال شد تا جابجایی قسمت زیرین (خط تقارن) ورق به سمت پایین محدود شود و فقط جابجایی افقی صورت گیرد. یکی از ویژگی‌هایی که این نرم‌فزار را برای تحلیل تغییرشکل‌های بزرگ درخور استفاده کرده است سیستم مش‌بندی مجدد اتوماتیک است که در کار انجام شده برای مش‌بندی ورق از 1000 المان چهار گره‌ای استفاده شد و افزایش دادن تعداد المان‌ها تاثیر چندانی در نتایج نداشت.

5- نتایج و بحث

"شکل 7" مقایسه مرزهای تغییر شکل در دو روش تحلیلی و اجزا محدود را نشان می‌دهد که در هردو مرزها مختلف می‌باشند اما به‌دلیل این‌که روش تحلیلی مورد استفاده (روش کرانه بالایی)، محتاط‌تر می‌باشد ناحیه تغییر شکل بیش‌تری را پوشش می‌دهد در واقع مرزها از هم دور می‌شوند در حالی که در اجزا محدود مرزها به هم نزدیک‌تر می‌باشند و به‌طور کلی احتمال وقوع عیوب مرکزی بیش‌تر می‌باشد.

جدول 1 مشخصات مکانیکی ورق آلومینیوم 1100-o

Table 1 Mechanical properties of Aluminum sheet

چگالی (kgm^{-3})	مدول الاستیسیته (GPa)	ضریب پواسان	تنش تسلیم (MPa)	منحنی تنش-کرنش
2710	69	0.33	34.5	$210\varepsilon^{0.3}$

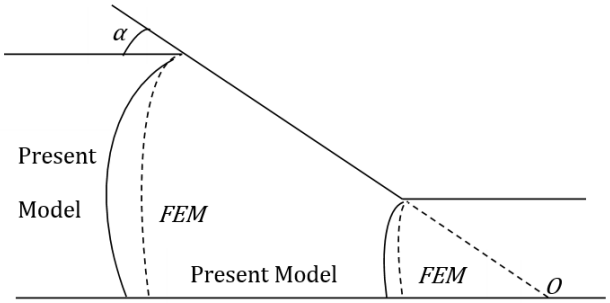

Fig. 7 Comparison of shear boundaries in two present model and FEM methods

شکل7 مقایسه مرزهای برشی در دو روش مدل ارایه شده و اجزاء محدود

[1] Plain Strain

در "شکل 8" اثر ثابت اصطکاک برشی بر شکل هندسی مرزهای برشی نشان داده شده است. برای یک شرایط فرآیند داده شده، با افزایش ثابت اصطکاک برشی، اندازه ناحیه تغییر شکل بزرگ شده و مرزها از هم دور شده و احتمال وقوع عیوب مرکزی کاهش می‌یابند. از طرفی نیروی اکستروژن مورد نیاز افزایش می‌یابد به همین علت در فرآیند، شرایط باید به طور بهینه انتخاب شوند.

در "شکل 9" توزیع بردار سرعت برآیند و مرزهای ورودی و خروجی را به ازای ثابت اصطکاک مختلف نشان داده شده، که مرزهای ناحیه تغییرشکل را به‌خوبی مدل می‌کند. مطابق آن‌چه در شکل دیده می‌شود در ثابت اصطکاک صفر، مرزهای ورودی و خروجی روی خط مرکزی قطعه کار به هم می‌رسند و احتمال وقوع عیوب مرکزی وجود دارد اما با افزایش ثابت اصطکاک برخورد مرز ورودی و خروجی کم‌تر شده، در واقع احتمال ایجاد عیوب مرکزی کاهش می‌یابد (قابل ذکر است که این ادعا در "شکل 11" نیز ثابت شده است).

با توجه به جدول 1 و موارد ذکر شده در قسمت شبیه‌سازی، رویه‌های نیروی محاسبه شده از حل تحلیلی برحسب مقادیر مختلف b_i و b_i به ازای زاویه‌های مختلف، در "شکل 10" مشخص است. با استفاده از نرم‌افزار متلب این مقدار محاسبه شد و در جدول 2، مقادیر بهینه نیروی اکستروژن، b_i و b_f مربوط به حل حاضر و شبیه‌سازی اجزا محدود مشاهده خواهد شد، و همان‌طور که مشخص است حل حاضر و اجزا محدود اختلاف اندکی دارند (قابل ذکر است که به دلیل این‌که در مطالعات گذشته در این زمینه پژوهشی انجام نشده، نتایج با کارهای پیشین مقایسه نشد).

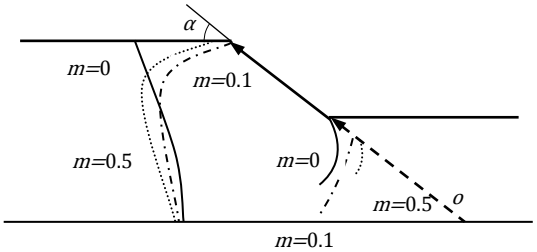

Fig. 8 Effect of friction factor on the shear boundaries by FEM

شکل 8 اثر ثابت اصطکاک بر مرزهای برشی توسط اجزا محدود

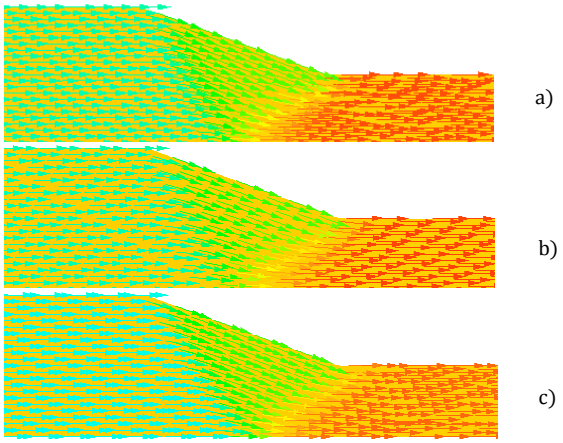

Fig. 9 Shear boundaries in the deformation zone for Re=30, $\alpha = 20$ and changes to friction factor a) m=0 b) m=0.1 c) m=0.5

شکل 9 مرزهای برشی در ناحیه تغییرشکل به ازای درصد کاهش ضخامت 30، نیم زاویه قالب 20 و تغییرات ثابت اصطکاک الف) m=0 ب) m=0.1 ج) m=0.5

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1396.17.11.47.7]

با توجه به جدول 2 مشخص است که نیروهای محاسبه شده از حل تحلیلی کار حاضر، نتایجی نزدیکی به حل اجزا محدود دارند.

در "شکل 11"، مقایسه کار حاضر و نتایج اویتزور برای پیش‌بینی وقوع عیوب مرکزی براساس ثابت اصطکاک برشی نشان داده شد. در این شکل دو ناحیه ایمن و ناایمن وجود دارد همان‌طور که در شکل مشخص است حل حاضر با اویتزور تقریبا 15 درصد اخلاف دارد که قابل قبول می‌باشد. معیار ارائه شده در کار حاضر ناحیه ایمن بیش‌تری را پوشش می‌دهد که در طراحی‌های مهندسی شرایط بهتری را به دنبال دارد. در هر دو کار با افزایش ثابت اصطکاک برشی مساحت ناحیه ایمن بیش‌تر شده و مساحت ناحیه ناایمن کم‌تر شد. این امر همان مفهوم مرزهای برشی را به دنبال دارد که در اجزا محدود بررسی شد. در "شکل 8" نشان داده شد که با افزایش ثابت اصطکاک برشی مرزهای برشی از یکدیگر دورتر شده و احتمال ایجاد عیوب مرکزی که همان رسیدن مرزها به یکدیگر می‌باشد کاهش می‌یابد، که این دو شکل و نتایج یکسان آن‌ها صحت نتایج را تایید می‌کند.

برای بررسی اثر پارامترهای موثر فرآیند بر وقوع عیوب داخلی، با استفاده از اجزا محدود (نرم‌افزار دیفرم) معیار دیگری با عنوان اختلاف تنش موثر ناحیه تغییر شکل با نقاط مجاور استفاده شده است. طبق این معیار هر چه اختلاف تنش موثر ناحبه تغییر شکل با نقاط مجاور کمتر باشد احتمال وقوع عیب نیز کاهش می‌یابد. که نتایج تحلیلی به‌دست آمده پیش‌تر را نیز تایید می‌کند. برای مثال مشاهده شد با افزایش ثابت اصطکاک برشی احتمال وقوع عیب داخلی کاهش می‌یابد (شکل 9)، طبق معیار اختلاف تنش موثر ناحیه تغییر شکل با نقاط مجاور نیز با افزایش ثابت اصطکاک برشی، احتمال وقوع عیب نیز کاهش می‌یابد.

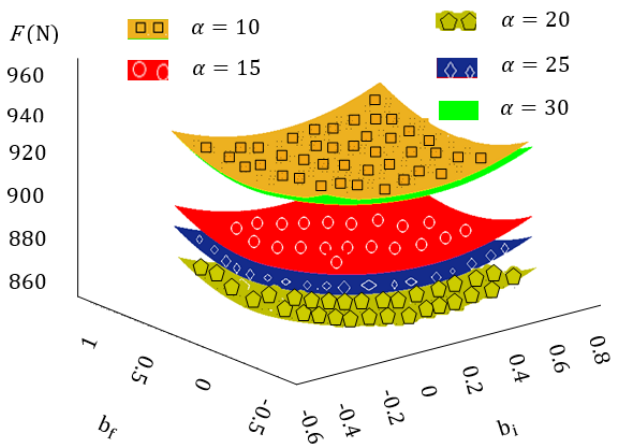

Fig. 10 surfaces calculated based on the values of b_i and b_f for *Re*=20%, *m*=0.15 and different semi angles

شکل 10 رویه‌های محاسبه شده برحسب مقادیر پارامترهای هندسی مرزهای ورودی و خروجی به ازای درصد کاهش ضخامت 20، ثابت اصطکاک 0.15 و نیم زاویه‌های مختلف

جدول 2 مقایسه حل حاضر و نتایج اجزا محدود

Table 2 Comparison of Present solution and FEM results

F(N) (حل حاضر)	F(N) (اجزا محدود)	b_f	b_i	α°
933	901	0.06	0.05	10
891.6	866	0.08	0.08	15
863.7	823	0.14	0.14	20
873.6	852	0.07	0.07	25
915.1	890	0.1	0.1	30

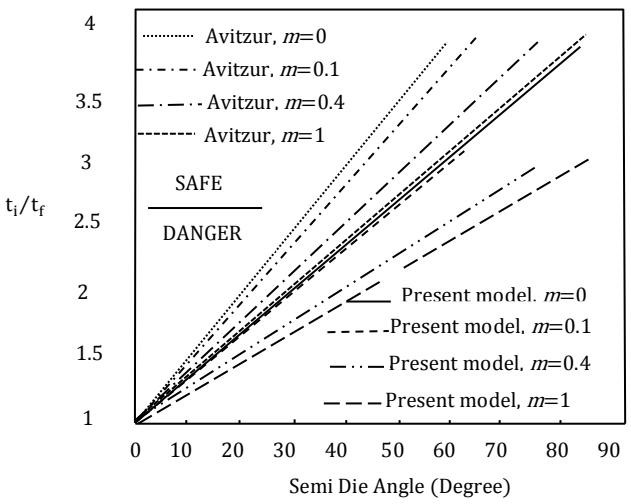

Fig. 11 Criterion for central bursts in the extrusion process (effect of friction factor) [2] (Comparison of Present Model and Avitzur)

شکل 11 معیاری برای عیوب مرکزی در فرآیند اکستروژن (اثر ثابت اصطکاک) [2]. (مقایسه مدل ارایه شده و اویتزور)

مطابق با جدول 3 تغییرات نیم زاویه قالب، منجر به تغییر شرایط احتمالی وقوع عیب داخلی می‌شود. زوایای 20 تا 35 درجه بهترین مقادیر هستند که با افزایش و کاهش این مقادیر، احتمال وقوع عیب داخلی تشدید می شود. افزایش نیم زاویه قالب، باعث افزایش نیروی اکستروژن می‌شود.

در جدول 4 با افزایش ثابت اصطکاک برشی اختلاف تنش موثر بین ناحیه تغییر شکل و نقاط مجاور کاهش می‌یابد. در ثابت اصطکاک بیش‌تر از 0.25 احتمال وقوع عیب داخلی کاهش می‌یابد اما از طرفی باعث افزایش نیروی اکستروژن می‌شود.

در جدول 5 با افزایش درصد کاهش ضخامت، احتمال ایجاد عیب داخلی در نزدیکی ناحیه تغییر شکل کاهش می‌یابد، تا جایی‌که در 65 درصد کاهش ضخامت، اختلاف تنش موثر در ناحیه تغییر شکل و نقاط مجاور به 4 مگاپاسکال می‌رسد. افزایش درصد کاهش ضخامت باعث افزایش نیروی اکستروژن می‌شود و در اجرا نیز منجر به کاهش عمر ابزارها می‌شود.

مطابق "شکل 12"، در حل اجزا محدود، با افزایش نیم زاویه قالب، ابتدا نیروی اکستروژن تا نیم زاویه 20 درجه به‌صورت منحنی کاهش می‌یابد سپس با افزایش نیم زاویه، نیروی اکستروژن افزایش می‌یابد. این زاویه 20 درجه همان نیم زاویه بهینه با اجزا محدود می‌باشد. در حل تحلیلی نیم زاویه بهینه

جدول 3 اثر نیم زاویه قالب بر اختلاف تنش موثر

Table 3 Effect of the semi die angle on the different effective stress

نیم زاویه قالب (درجه)	اختلاف تنش موثر MPa
15	10
20	7
25	7
35	7
40	9
45	10

جدول 4 اثر درصد کاهش ضخامت بر اختلاف تنش موثر

Table 4 Effect of the reduction on the different effective stress

درصد کاهش ضخامت	اختلاف تنش موثر MPa
30	11
50	7
60	5

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1396.17.11.47.7]

جدول 5 اثر ثابت اصطکاک بر اختلاف تنش موثر

Table 5 Effect of the friction factor on the different effective stress

اختلاف تنش موثر MPa	ثابت اصطکاک
10	0.06
8	0.1
6	0.25
4	0.5

23 درجه می‌باشد. نتایج اجزاء محدود و کرانه بالایی، دارای اختلاف اندک بوده که با توجه به این‌که روش استفاده شده در حل تحلیلی کرانه بالایی است، این اختلاف توجیه پذیر نیز است.

"شکل 13، اثر درصد کاهش ضخامت بر نیروی اکستروژن را نشان می‌دهد. نتایج در دو حالت اجزاء محدود و کرانه بالایی به ازای نیم زاویه قالب 20 درجه و ثابت اصطکاک 0.1 انجام شده که هر دو یک نتیجه را نشان می‌دهند. نتایج نشان دهنده ارتباط مستقیم بین نیروی اکستروژن و درصد تغییر ضخامت می‌باشند.

در "شکل 14"، تاثیر ثابت اصطکاک برشی بر نیروی اکستروژن نشان داده شده است. در درصد کاهش ضخامت 50 و نیم زاویه قالب برابر 20 درجه یک حالت مشخص بررسی شده که نتایج اجزاء محدود و کرانه بالایی نتیجه مناسبی را نشان می‌دهند. ثابت اصطکاک برشی بر نیروی اکستروژن تاثیر داشته که قابل توجه می‌باشد. این رابطه به‌صورت تقریبا خطی استخراج شده است.

6- نتیجه‌گیری

در این مقاله به تحلیل کرانه بالایی و شبیه‌سازی اجزامحدود عیوب مرکزی در فرآیند اکستروژن کرنش صفحه‌ای و بررسی اثر پارامترهای فرآیند مانند درصد کاهش ضخامت، ثابت اصطکاک برشی ونیم زاویه قالب بر وقوع عیوب داخلی و نیروی لازم برای فرآیند پرداخته و نتایج زیر حاصل شد:

- ✓ مرزهای تغییرشکل پیش‌بینی شده توسط حل حاضر به نتایج شبیه‌سازی اجزامحدود مطابقت دارند.
- ✓ مقایسه نتایج حل حاضر با حل اویتزور نتایج مناسبی با حل اویتزور دارد. از طرفی حل حاضر نتایج نزدیک‌تری به اجزامحدود دارد. حل حاضر ناحیه ایمن بزرگتری در اختیار قرار می‌دهد که در فرآیندهای شکل‌دهی برای طراح شرایط بهتری فراهم می‌کند.
- ✓ پارامترهای هندسی در نیم زاویه بهینه قالب 20 درجه بهترین حالت خود را دارند که هردو برابر 0.14 و نیروی اکستروژن کم‌ترین مقدار را دارد به‌گونه‌ای که با افزایش یا کاهش نیم زاویه نیروی اکستروژن افزایش می‌یابد.
- ✓ نیم زاویه بهینه قالب به روش تحلیلی و اجزا محدود نتایج نزدیکی دارد و اختلاف 3 درصد قابل قبول می‌باشد.
- ✓ با افزایش ثابت اصطکاک احتمال وقوع عیوب داخلی کاهش اما نیروی اکستروژن افزایش می‌یابد.
- ✓ با افزایش درصد کاهش سطح مقطع احتمال وقوع عیوب داخلی کاهش اما نیروی اکستروژن افرایش می‌یابد.

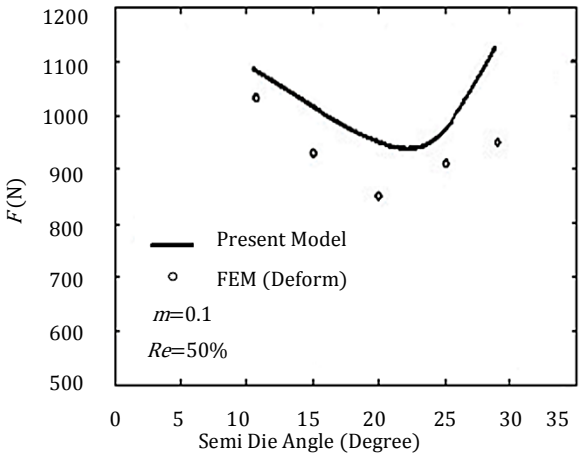

Fig.12 Effect of the semi die angle on the extrusion force (comparison of FEM and present model)

شکل 12 اثر نیم زاویه قالب بر نیروی اکستروژن (مقایسه اجزا محدود و مدل ارائه شده)

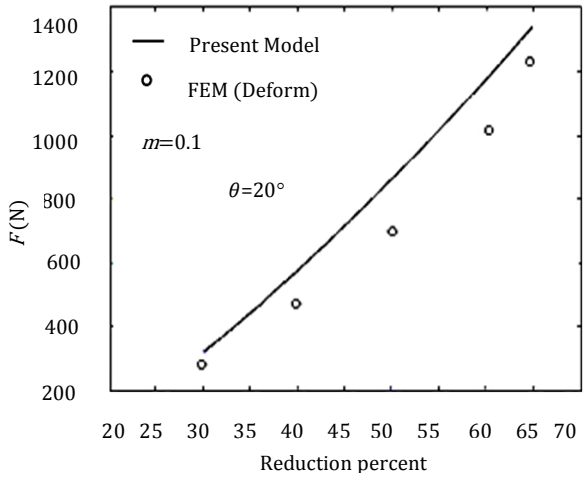

Fig. 13 Effect of the reduction percent on the extrusion Force (comparison of FEM and present model)

شکل 13 اثر درصد کاهش ضخامت بر نیروی اکستروژن (مقایسه اجزا محدود و مدل ارائه شده)

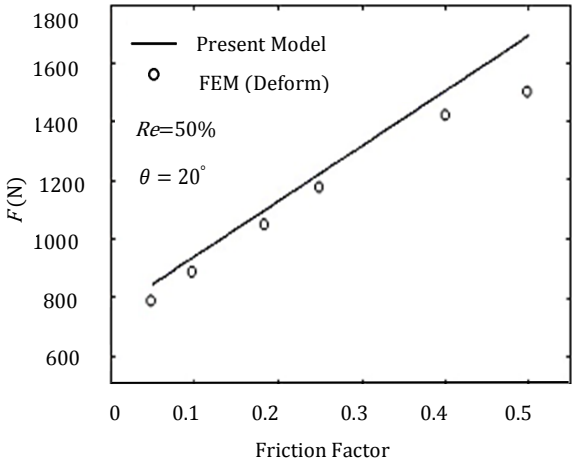

Fig. 14 Effect of the friction factor on the extrusion force (comparison of FEM and present model)

شکل 14 اثر ثابت اصطکاک بر نیروی اکستروژن (مقایسه اجزا محدود و مدل ارائه شده)

7 – فهرست علائم

b	پارامتر هندسی شکل
b_i ،b_f	پارامترهای هندسی مرزهای ورودی و خروجی

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1396.17.11.47.7]

dQ	نرخ جریان حجمی
dL	طول المان سطح روی مرز ورودی
F_e	نیروی مورد نیاز برای شکل‌دهی
g_i	تابع نمایی مرز ورودی
g_f	تابع نمایی مرز خروجی
J^*	توان کلی تغییرشکل
K	ضریب استحکام
m	ثابت اصطکاک برشی
Re	درصد کاهش ضخامت
r_i , r_f	فاصله شعاعی مرزهای ورودی و خروجی
S_v	مساحت سطح ناپیوستگی سرعت
S_f	مساحت سطح ناپیوستگی اصطکاکی
S_1 , S_2	مرزهای برشی ورودی و خروجی
S_3	سطح مایل تماس قالب و قطعه کار
t_i , t_f	ضخامت فلز در ورودی و خروجی قالب
$\dot{U}_r, \dot{U}_\theta$	مولفه‌های شعاعی و زاویه‌ای سرعت
$\dot{U}_z$	سرعت در راستای محور z
v_i , v_f	سرعت ماده در ورود و خروج از قالب
V_x	مولفه سرعت افقی
$\dot{W}_l$	توان داخلی
$\dot{W}_s$	توان برشی
$\dot{W}_{S_1}$	توان برشی مرز ورودی
$\dot{W}_{S_2}$	توان برشی مرز خروجی
$\dot{W}_f$	توان اصطکاکی

علائم یونانی

α	نیم زاویه قالب
β	زاویه المان سطح روی مرز ورودی
θ	موقعیت زاویه‌ای
$\bar{\varepsilon}$	کرنش موثر
ε_{ii}	مولفه های اصلی کرنش
$\dot{\bar{\varepsilon}}$	نرخ کرنش موثر
$\bar{\sigma}$	تنش موثر
σ_0	تنش سیلان متوسط ماده
τ_f	تنش برشی اصطکاکی
Δv	سرعت نسبی روی سطوح ناپیوستگی و سطوح اصطکاکی
ρ	فاصله شعایی
ρ_i , ρ_f	فاصله شعاعی مرز ورودی و مرز خروجی

زیرنویس‌ها

i	در ورود به قالب
f	در خروج از قالب

8- مراجع

[1] H. Abdolvand, G. Faraji, B. Givi, Evaluation of the microstructure and mechanical properties of the ultrafine grained thin-walled tubes processed by severe plastic deformation, *Journal of Metals and Materials International*, Vol. 21, No. 6, pp. 1068-1073, 2015.

[2] M. Javidikia, R. Hashemi, Analysis and simulation of parallel tubular channel angular pressing of Al 5083 tube, *Journal of Transactions of the Indian Institute of Metal*, pp. 1-7, 2017.

[3] S. M. Ashrafizadeh, A. R. Eivani, H. R. Jafarian, J. Zhou, Improvement of mechanical properties of AA6063 aluminum alloy after equal channel angular pressing by applying a two-stage solution treatment, *Journal of Materials Science and Engineering: A*, Vol. 687, pp. 54-62, 2017.

[4] B. Avitzur, *Metal Forming: Processes and Analysis*, pp. 110-115, New York, McGraw Hill,1968.

[5] B. Avitzur, Analysis of central bursting defects in extrusion and wire drawing, *Journal of Engineering for Industry*, Vol. 90, No. 1, pp. 79-91, 1968.

[6] M. Plancak, D. Vilotic, I. Kacmarcik, Stress state in forward cold extrusion, *Journal for Technology of Plasticity*, Vol. 39, pp. 21-27, 2014.

[7] H. Moritoki, The criterion for central bursting and its occurrence in drawing and extrusion under plane strain, *International Journal of Plasticity*, Vol. 7, No. 1, pp. 713-731, 1991.

[8] S. Wu, M. Li, Analysis of the central cavity of axisymmetric forward extrusion by the upper bound approach, *Journal of Materials Engineering and Performance*, Vol. 1, No. 3 pp. 409-414 ,1992.

[9] V. N. Reddy, P. M . Dixit, G. K. Lal, Central bursting and optimal die profile for axisymmetric extrusion, *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, Vol. 118, No. 4, pp. 579-584, 1996.

[10] D. C. Ko, B. M. Kim, The prediction of central burst defects in extrusio and wire drawing, *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 102, No. 1-3, pp. 19-24, 2000.

[11] C. Soyarslan, A. E. Tekkaya, Prevention of internal cracks in Forward extrusion by means of counter pressure: A numerical Treatise, *Steel Research International*, Vol. 80, No. 9, pp. 671-679, 2009.

[12] S. H. Kazemi, H. Haghighat, An upper bound analysis of the geometric shape of the deformation zone in drawing process of the metal plate through wedge-shaped die, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15 , No. 3, pp. 162-172, 2015. (In Persian فارسی)

[13] A. Parghazeh, H. Haghighat, Prediction of central bursting defects in rod extrusion process with the method of upper bound, *Transactions of Nonferrous Metals Society of China*, Vol. 26, No. 11, pp. 2892-2899, 2016.

[14] D. S. Peng, An upper bound analysis of the geometric shape of the deformation zone in rode extrousion, *Journal of Material Processing Technology*, Vol. 21, pp. 303-311, 1989.

[15] W. Prager, P. G. Hodge, *Theory of Perfectly Plastic Solids*, pp. 231-234, New York, John Wiley & Sons, 1951.

[16] B. Avitzur, *Handbook of Metal-Forming Processes*, pp. 195-197, New York, Willey, 1983.

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1396.17.11.47.7]