



# پیش بینی وقوع عیوب مرکزی در فرآیند اکستروژن کرنش صفحه‌ای با استفاده از روش کرانه بالایی

زهرا عزیزی<sup>1</sup>، حشمت اله حقیقت<sup>2\*</sup>

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه رازی، کرمانشاه  
 2- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه رازی، کرمانشاه  
 \* hhaghighat@razi.ac.ir, 67149-67346

چکیده	اطلاعات مقاله
این مقاله به پیش‌بینی وقوع عیوب مرکزی در فرآیند اکستروژن کرنش صفحه‌ای با استفاده از روش کرانه بالایی می‌پردازد. به این منظور ماده تحت تغییر شکل به سه ناحیه تقسیم شده است. این نواحی با مرزهای برشی که با تابع‌های نمایی مدل شده‌اند، از یکدیگر جدا شده‌اند. سپس یک میدان سرعت مجاز شامل مؤلفه‌های شعاعی و محیطی برای هر ناحیه تغییرشکل توسعه داده شده است. مولفه‌های نرخ کرنش محاسبه و رابطه‌های ریاضی برای ترم‌های توان‌های داخلی، برشی و اصطکاکی به دست آمده‌اند. برای یک شرایط فرآیند داده شده، توان کل نسبت به شکل هندسی مرزهای برشی ورودی و خروجی بهینه‌سازی شده است. محل تقاطع مرزهای برشی ورودی و خروجی ناحیه تغییرشکل بر روی خط مرکزی، بیانگر وقوع یا عدم وقوع عیوب مرکزی می‌باشد. اثر پارامترهای فرآیند شامل نیم زاویه قالب، درصد کاهش ضخامت و ثابت اصطکاک بر ایجاد عیوب مرکزی همچنین تاثیر این پارامترها بر نیروی اکستروژن لازم، بررسی شده‌اند. نتایج تحلیل، با شبیه‌سازی اجزا محدود (نرم‌افزار دیفرم) و نتایج مقاله‌های منتشر شده مقایسه شده‌اند. نتایج نشان دادند با افزایش ثابت اصطکاک و افزایش میزان کاهش سطح مقطع، احتمال وقوع عیوب داخلی کاهش می‌یابند.	مقاله پژوهشی کامل دریافت: 07 تیر 1396 پذیرش: 19 مهر 1396 ارائه در سایت: 06 آذر 1396 کلید واژگان: عیوب مرکزی اکستروژن کرنش صفحه‌ای تحلیل کرانه بالایی

## Prediction of central bursting defects in the plane strain extrusion process using upper bound method

Zahra Azizi, Heshmatollah Haghighat\*

Department of Mechanical Engineering, Razi University, Kermanshah, Iran  
 \* P.O.B. 67149-67346, Kermanshah, Iran, hhaghighat@razi.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
 Received 28 June 2017  
 Accepted 11 October 2017  
 Available Online 27 November 2017

### Keywords:

Central bursting defects  
 Plane strain extrusion  
 Upper bound analysis

### ABSTRACT

This paper attempts to predict the occurrence of central bursting defects in the plane strain extrusion process using upper bound method. For this purpose, the material under deformation is divided into three deformation zones. These deformation zones are separated from each other by the shear boundaries as the exponential functions. Then, an admissible velocity field, including the radial and the angular velocity components are developed for each deformation zone. Strain rates components are determined and mathematical relationships for internal, shear and friction powers are obtained. For a given process conditions, the total power toward geometrical shape of shear boundaries entrance and existence is optimized. Intersection position of the entrance and existence shear boundaries of deformation zone on centerline represents the occurrence of central bursting defects. The effect of process parameters, including semi die angle, reduction in area and friction factor on the defects and the extrusion force are investigated. The analysis results with the FEM simulation (Deform software) and the results of the published papers are compared. The results showed that increase of friction factor and increase the reduction in area decreases the probability of central bursting defects.

### 1-مقدمه

که برای بهبود خواص مکانیکی استفاده می‌شود. به‌عنوان مثال عبدالوند و همکاران برای بهبود خواص مکانیکی و ریزساختاری لوله‌های فوق فشرده جدار نازک از فرآیند اکستروژن استفاده کردند [1]. جاویدی کیا و هاشمی [2] و اشرفی‌زاده و همکاران [3] برای بهبود خواص مکانیکی آلیاژهای آلومینیم، از تغییرشکل پلاستیک شدید استفاده کردند.

امروزه بهینه‌سازی و حذف عیوب احتمالی از قطعات تولیدی، از مهم‌ترین دغدغه‌های شرکت‌های صنعتی می‌باشد. فرآیند اکستروژن از فرآیندهایی است که به‌طور گسترده در صنعت مورد استفاده قرار می‌گیرد، بنابراین

در فرآیند اکستروژن، ماده خام در محفظه قالب قرار گرفته و با اعمال نیروی فشاری از میان روزنه قالب به بیرون رانده می‌شود. اکستروژن یکی از فرآیندهای شکل‌دهی فلزات است که در آن قطعات با سطح مقطع ثابت شکل داده می‌شوند. از مزایای این فرآیند می‌توان به سرعت شکل‌دهی بالا، تolerانس ابعادی مناسب و کیفیت سطح بسیار خوب، ایجاد کرنش سختی و دارا بودن ساختار دان‌های مناسب که باعث بالا بردن استحکام قطعه اکستروژن شده می‌شوند. اکستروژن از جمله فرآیندهای تغییر شکل پلاستیک شدید می‌باشد

Please cite this article using:

Z. Azizi, H. Haghighat, Prediction of central bursting defects in the plane strain extrusion process using upper bound method, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 11, pp. 361-370, 2018 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

شکل‌پذیری به بررسی حالت تنش در هر نقطه از فضای ناحیه تغییرشکل یافته پرداخته و با توجه به این اصل که در ناحیه تغییرشکل یافته اگر تنش هیدرواستاتیکی مثبت باشد به معنای ایجاد عیوب مرکزی بوده، پیش‌بینی سطحی و اولیه‌ای نیز از رشد ترک داشتند [6]. در سال 2015، حقیقت و کاظمی به تحلیل کرانه بالایی شکل هندسی ناحیه تغییر شکل در فرآیند کشش ورق‌های فلزی با قالب گوه‌ای شکل پرداختند [12]. آن‌ها با بیان پارامتر هندسی شکل نشان دادند که مرز ورودی و خروجی ناحیه تغییر شکل مشابه نیست. آن‌ها مرز ورودی ناحیه تغییرشکل را نمایی و مرز خروجی را سطح استوان‌های فرض کردند. در سال 2016، پرغازه و حقیقت به بررسی وقوع عیوب مرکزی در فرآیند اکستروژن میله با استفاده از تئوری کرانه بالایی پرداختند. آن‌ها مرز برشی ورودی ناحیه تغییرشکل را تابع نمایی و مرز خروجی را سطح کروی فرض و یک میدان سرعت مجاز شامل مولفه شعاعی و محیطی ارائه نمودند. آن‌ها یک معیار جدید برای پیش‌بینی وقوع عیوب مرکزی در فرآیند اکستروژن میله بر مبنای پارامتر هندسی شکل مرز برشی ورودی ارائه دادند [13].

با توجه به تحقیقات انجام گرفته و روش‌های ارائه شده، لزوم بررسی دقیق‌تر رشد عیوب مرکزی و ارائه راهکار متناسب با مدل واقعی سیلان ماده و مرزهای برشی دقیق‌تر، بیشتر آشکار می‌شود. با این‌که نخستین بار پنگ در سال 1989 در تحلیل کرانه بالایی شکل هندسی قالب و ناحیه تغییر شکل اکستروژن میله، مرز برشی ناحیه ورودی را به صورت نمایی در نظر گرفت [14] اما تقریباً در اکثر مطالعات ارائه شده مرزهای برشی به واقعیت نزدیک نبوده و نیز اثر بعضی از پارامترهای دخیل در فرآیند اکستروژن ورق نادیده گرفته شدند.

در این مقاله با استفاده از روش کرانه بالایی و ارائه مرزهای برشی ورودی و خروجی به صورت واقعی (تابع‌های نمایی)، یک میدان سینماتیکی سرعت انعطاف پذیر و مدلی تحلیلی برای پیش‌بینی وقوع عیوب مرکزی ارائه شده است. اهمیت در نظر گرفتن مرزهای برشی ورودی و خروجی به این صورت، علاوه بر کاهش خطای محاسبه توان مصرفی، پیش‌بینی علت و زمان وقوع ترک داخلی می‌باشد. می‌توان دریافت که هرگاه مرز برشی ورودی و مرز برشی خروجی بر روی خط تقارن بر همدیگر منطبق گردند، ترک مرکزی شروع خواهد شد. بیان این مسئله به زبان ریاضی مستلزم ارائه روابط هندسی برای مرزهای برشی ورودی و خروجی می‌باشد. این معیار در هیچ یک از کارهای پیشین استفاده نشده است. همچنین تاثیر پارامترهای موثر فرآیند بر عیوب مرکزی با ارائه معیار جدید دیگری تحت عنوان اختلاف تنش موثر و همچنین تاثیر این پارامترها بر نیروی اکستروژن مورد بررسی قرار گرفته است. برای انجام فرآیند اکستروژن ورق، قالب‌های گوه‌ای شکل مورد استفاده قرار گرفته‌اند.

## 2- تحلیل کرانه بالایی فرآیند اکستروژن کرنش صفحه‌ای

تئوری کرانه بالایی بیان می‌کند که از میان تمامی میدان‌های کرنش قابل قبول تنها میدانی، میدان واقعی کرنش خواهد بود که عبارت زیر را حداقل می‌کند [15]:

$$J^* = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_0 \int_V \left( \frac{1}{2} \varepsilon_{ij} \varepsilon_{ij} \right)^{\frac{1}{2}} dv + \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} \int_{S_V} |\Delta v| ds + \frac{m\sigma_0}{\sqrt{3}} \int_{S_f} |\Delta v| ds \quad (1)$$

$J^*$  حد فوقانی توان را محاسبه می‌کند. عبارت اول در سمت راست رابطه توان

بررسی عیوب آن یکی از دغدغه‌های اصلی تولیدکننده می‌باشد. عیوب سطحی و مرکزی، دو عیب اصلی فرآیند اکستروژن می‌باشند. عیوب سطحی ممکن است به علت زاویه قالب نامناسب، اصطکاک بالا و روان کاری کم باشند. این عیوب با بازرسی سطحی آشکار می‌شوند و می‌توان آن‌ها را به آسانی از روند تولید خارج کرد. برخلاف عیوب نوع اول، برای تشخیص عیوب نوع دوم، به تجهیزات پیچیده‌تر و پرهزینه نیاز است [5,4]. همان‌طور که در "شکل 1" دیده می‌شود این عیوب روی خط مرکزی قطعاتی که تحت فرآیند کشش یا اکستروژن قرار گرفته‌اند، ظاهر می‌شوند [6,4]. معمولاً پی بردن به عیوب مرکزی با استفاده از بازرسی سطحی بسیار مشکل است.

در زمینه پیش‌بینی وقوع عیوب مرکزی در این فرآیند تاکنون تلاش‌های زیادی شده است. اویترز در سال 1968 مطالعاتی را روی عیوب مرکزی در فرآیند اکستروژن و کشش در حالت کرنش صفحه‌ای با استفاده از روش کرانه بالایی، انجام داد و شرایطی را برای پیش‌گیری از ایجاد آن‌ها پیشنهاد کرد [5]. هیروشی موریتوکی در سال 1991 با استفاده از روش خطوط لغزش معیاری را برای تشخیص عیوب مرکزی در فرآیند کشش و اکستروژن میله ارائه کرد [7]. وو و لی در سال 1992 به بررسی ایجاد عیوب داخلی در فرآیند اکستروژن میله با استفاده از روش کرانه بالایی پرداختند [8]. ردی و همکاران در سال 1996 به بررسی ترک‌های داخلی در فرآیند اکستروژن میله و بهینه‌سازی قالب پرداختند [9]. آن‌ها با استفاده از معیار تنش هیدرواستاتیک احتمال ایجاد عیوب مرکزی را مورد بررسی قرار دادند طبق این معیار، ترک مرکزی در جاهایی شکل می‌گیرد که تنش‌های هیدرواستاتیک در ناحیه تغییرشکل کششی باشند. دای چنول و بیونگ مین در سال 2000 به پیش‌بینی شرایط ایجاد عیوب مرکزی در فرآیند کشش و اکستروژن میله پرداختند [10]. آن‌ها با ارائه دو مدل تحلیلی که یکی از آن‌ها معیار آسیب و دیگری معیار پیش‌بینی ایجاد عیوب مرکزی بود، شرایط ایجاد محصول سالم در دو فرآیند کشش و اکستروژن میله را بررسی کردند. معیار آسیب براساس روش المان محدود صلب-پلاستیک بوده و معیار پیش‌بینی ایجاد عیوب براساس معیار کوکرافت-لاتهام که مبتنی بر تعیین فشارهای هیدرواستاتیکی می‌باشد، انجام گرفت. سویارسلان و تکایا در سال 2009 تأثیر وجود کانترپانچ در پیش‌گیری از ایجاد ترک‌های داخلی را به روش عددی بررسی نمودند [11]. پلانکاک و همکاران در سال 2014 به بررسی حالت تنش در فرآیند اکستروژن با قالب تخت پرداختند. آن‌ها با معرفی شاخص

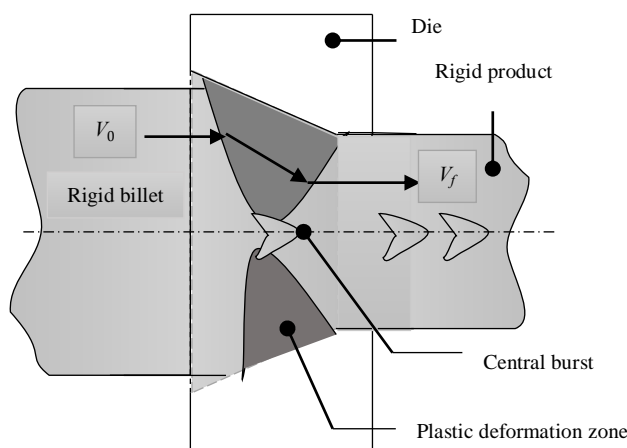


Fig. 1 Central burs defects [4,6]

شکل 1 عیوب مرکزی [6,4]

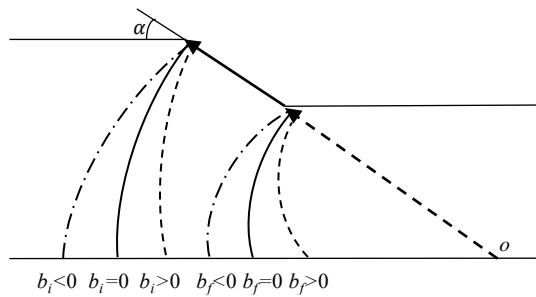


Fig. 3 Effect of  $b_i$  and  $b_f$  parameters on the inlet and outlet boundaries of deformation zone

شکل 3 اثر پارامترهای  $b_i$ ،  $b_f$  روی مرزهای ورودی و خروجی ناحیه تغییر شکل

باشند، مرزها به قوس دایره ای تبدیل می‌شوند.

و داخل ناحیه تغییر شکل:

$$r(\theta, \rho) = \rho \exp \left[ \frac{b_i(\theta - \alpha)}{\alpha} \frac{\rho - \rho_f}{\rho_i - \rho_f} \right] \exp \left[ \frac{b_f(\theta - \alpha)}{\alpha} \frac{\rho_i - \rho}{\rho_i - \rho_f} \right] \\ = \rho g_i(\theta, \rho) g_f(\theta, \rho) \quad (4)$$

که:

$$g_i(\theta, \rho) = \exp \left[ \frac{b_i(\theta - \alpha)}{\alpha} \frac{\rho - \rho_f}{\rho_i - \rho_f} \right] \quad (5)$$

$$g_f(\theta, \rho) = \exp \left[ \frac{b_f(\theta - \alpha)}{\alpha} \frac{\rho_i - \rho}{\rho_i - \rho_f} \right] \quad (6)$$

## 2-1- میدان سرعت مجاز

اولین گام برای حل یک مساله توسط روش کرانه بالایی، ارایه یک میدان سرعت مجاز است. هر چه این میدان سرعت به جریان ماده در ناحیه تغییر شکل به واقعیت نزدیک‌تر باشد، نتایج حاصل به حل دقیق نزدیک‌تر خواهند بود. در کار حاضر با در نظر گرفتن مرزهای برشی به صورت نمایی این هدف تا حد زیادی محقق شده است. در تحلیل حاضر، سه ناحیه در نظر گرفته شد (شکل 2)، در ناحیه اول (قبل از رسیدن به مرز  $S_1$ )، ماده تغییر شکل نیافته (صلب) است و سرعت ماده در این قسمت  $v_i$  است. ماده در ناحیه دوم (بین دو مرز  $S_1$  و  $S_2$ ) تغییر شکل می‌یابد و ضخامت آن کم می‌شود، سپس وارد ناحیه سوم (پس از مرز  $S_2$ ) می‌شود و از آنجا بدون تغییر شکل (صلب) خارج می‌شود. سرعت ماده در این ناحیه  $v_f$  است. از آنجا که تغییر شکل پلاستیک در فلزات، بدون تغییر حجم روی می‌دهد، بنابراین میدان سرعت هر ناحیه باید در شرط تراکم‌ناپذیری صدق کند و نیز شرایط مرزی را برآورد نماید. قانون تراکم‌ناپذیری در سیستم مختصات استوانه‌ای به صورت رابطه (7) است.

$$\dot{\epsilon}_{rr} + \dot{\epsilon}_{\theta\theta} + \dot{\epsilon}_{zz} = 0 \quad (7)$$

### 2-1-1- میدان سرعت در ناحیه ورودی

در ناحیه اول سرعت ماده ثابت و به مقدار  $v_i$  است. با توجه به کرنش صفحه-ای بودن فرآیند، سرعت در راستای  $z$  صفر خواهد بود. میدان سرعت در مختصات استوانه‌ای به صورت رابطه (8) است.

$$\dot{U}_r = -v_i \cos \theta \\ \dot{U}_\theta = v_i \sin \theta \\ \dot{U}_z = 0 \quad (8)$$

### 2-1-2- میدان سرعت در ناحیه خروجی

داخلی تغییر شکل<sup>1</sup> است که بر مبنای میدان سرعت در نظر گرفته شده، نرخ‌های کرنش<sup>2</sup> محاسبه و در عبارت قرار می‌گیرد، عبارت دوم توان سطوح ناپیوستگی سرعت و عبارت سوم، توان اصطکاکی است. تنش سیلان متوسط ماده،  $\dot{\epsilon}_{ij}$  نرخ کرنش،  $\Delta v$  مقدار سرعت نسبی روی سطوح ناپیوستگی سرعت و سطوح اصطکاکی،  $m$  ثابت اصطکاک برشی،  $V$  حجم ناحیه تغییر شکل پلاستیک،  $S_f$  و  $S_v$  به ترتیب مساحت سطوح ناپیوستگی سرعت و اصطکاکی است.

در تحلیل فرض شده که:

- ✓ فرآیند نسبت به صفحه میانی موازی با محور اکستروژن، متقارن است.
- ✓ به دلیل این که در فرآیند، عرض ورق نسبت به ضخامت بسیار بیشتر است، فرآیند کرنش صفحه‌ای در نظر گرفته شد.
- ✓ قالب و محفظه صلب فرض شده‌اند.
- ✓ محفظه بدون اصطکاک و مدل اصطکاکی بین قالب و ماده، مدل اصطکاک برشی در نظر گرفته شد.
- ✓ رفتار فلز صلب-پلاستیک کامل در نظر گرفته و از تنش سیلان متوسط در روابط استفاده شد.

در این فرآیند که در "شکل 2" نشان داده شده است، ورق با ضخامت  $2t_i$  به قالب با زاویه راس  $2\alpha$  وارد و با ضخامت  $2t_f$  از آن خارج می‌گردد. به علت تقارن، نیمه فرآیند نمایش داده شده است. سرعت ماده در ناحیه اول (ورودی)  $v_i$  و در ناحیه سوم (خروجی)  $v_f$  است. مرکز دستگاه مختصات استوانه‌ای  $(r, \theta, z)$ ، نقطه  $o$ ، در محل تقاطع خط امتداد قالب و خط تقارن قرار دارد. مرز ورودی ناحیه تغییر شکل ( $S_1$ ) تابع نمایی، و مرز خروجی ( $S_2$ ) نیز به صورت تابع نمایی در نظر گرفته شده‌اند. این دو مرز، سطوح ناپیوستگی سرعت نامیده می‌شوند  $\rho$  فاصله شعاعی به مرکز مختصات  $o$  و روی سطح قالب تعریف و مقدار آن از  $\rho_f$  تا  $\rho_i$  تغییر می‌کند.

معادلات مرزهای  $S_1$  و  $S_2$  به ترتیب توسط روابط (2) و (3) بیان شده‌اند.

$$r_i(\theta, \rho_i) = \rho_i \exp \left[ \frac{b_i(\theta - \alpha)}{\alpha} \right] \quad (2)$$

$$r_f(\theta, \rho_f) = \rho_f \exp \left[ \frac{b_f(\theta - \alpha)}{\alpha} \right] \quad (3)$$

$b_i$  و  $b_f$  پارامترهای هندسی شکل مرزهای ناحیه تغییر شکل می‌باشند (شکل 3). با توجه به "شکل 3"، برای مرز ورودی  $S_1$  و مرز خروجی  $S_2$ ، به ترتیب اگر  $b_i < 0$  و  $b_f < 0$  باشند مرزها از رأس  $o$  فاصله گرفته و اگر  $b_i > 0$  و  $b_f > 0$  باشند مرزها به رأس  $o$  نزدیک می‌شوند. اگر  $b_i = 0$  و  $b_f = 0$

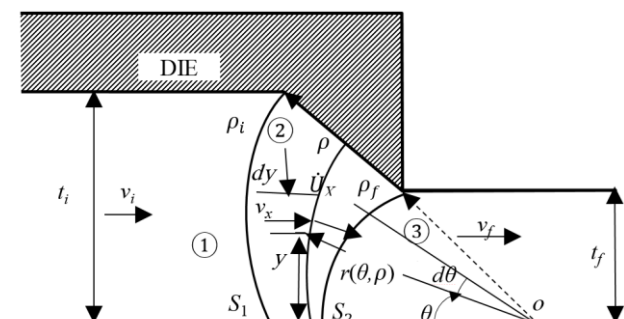


Fig. 2 Deformation zone and shear boundaries in the plane strain extrusion process

شکل 2 ناحیه تغییر شکل و مرزهای برشی در فرآیند اکستروژن کرنش صفحه‌ای

<sup>1</sup> Internal power of deformation

<sup>2</sup> Strain Rates

$$v_i \rho_i \frac{\partial}{\partial \theta} \left[ \frac{\partial}{\partial r} (g_i g_f \sin \theta) \right] = \frac{\partial \dot{U}_\theta}{\partial \theta}$$

$$v_i \rho_i \frac{\partial}{\partial r} \left[ \frac{\partial}{\partial \theta} (g_i g_f \sin \theta) \right] = \frac{\partial \dot{U}_\theta}{\partial \theta} \quad (19)$$

بنابراین مولفه زاویه‌ای سرعت  $\dot{U}_\theta$  برابر است با:

$$\dot{U}_\theta = v_i \rho_i \frac{\partial}{\partial r} (g_i g_f \sin \theta) = v_i \rho_i \sin \theta \frac{\partial}{\partial r} (g_i g_f)$$

$$= v_i \rho_f \sin \theta \frac{\partial}{\partial r} (g_i g_f) \quad (20)$$

در رابطه (20) به صورت رابطه (21) بیان می‌شود.

$$\frac{\partial}{\partial r} (g_i g_f) = g_i \frac{\partial g_f}{\partial r} + g_f \frac{\partial g_i}{\partial r} \quad (21)$$

$$\frac{\partial g_f}{\partial r} = \frac{\partial g_f}{\partial \rho} \frac{\partial \rho}{\partial r} = \frac{\partial g_f}{\partial \rho} \frac{1}{g_i g_f \left( 1 + \frac{\rho}{g_f} \frac{\partial g_f}{\partial \rho} + \frac{\rho}{g_i} \frac{\partial g_i}{\partial \rho} \right)} \quad (22)$$

به طور خلاصه، میدان سرعت برای ناحیه تغییر شکل برابر است با:

$$\dot{U}_r = -v_i \frac{\rho_i}{\rho} \left[ \cos \theta + \left( \frac{1}{g_i} \frac{\partial g_i}{\partial \theta} + \frac{1}{g_f} \frac{\partial g_f}{\partial \theta} \right) \sin \theta \right]$$

$$\dot{U}_\theta = v_i \rho_i \sin \theta \frac{\partial}{\partial r} (g_i g_f)$$

$$\dot{U}_z = 0 \quad (23)$$

### 2-2- نرخ کرنش در هر ناحیه

به منظور بدست آوردن داخلی تغییر شکل، نیاز به داشتن میدان نرخ کرنش است. پس از تعیین شدن میدان سرعت، نرخ کرنش براساس روابط (16) محاسبه می‌شود.

### 1-2-2- نرخ کرنش در ناحیه اول

با توجه به روابط نرخ کرنش، و این که ماده در این ناحیه تغییر شکل نمی‌یابد، تمام مؤلفه‌های نرخ کرنش در این ناحیه صفر است.

$$\dot{\epsilon}_{rr} = \dot{\epsilon}_{\theta\theta} = \dot{\epsilon}_{zz} = \dot{\epsilon}_{r\theta} = \dot{\epsilon}_{\theta z} = \dot{\epsilon}_{rz} = 0 \quad (24)$$

### 2-2-2- نرخ کرنش در ناحیه سوم

در این ناحیه همانند ناحیه اول، با توجه به روابط نرخ کرنش و این که ماده بعد از خروج از ناحیه تغییر شکل، تغییر شکل بیش‌تری ندارد و صلب است، تمام مؤلفه‌های نرخ کرنش در این ناحیه نیز صفر است.

$$\dot{\epsilon}_{rr} = \dot{\epsilon}_{\theta\theta} = \dot{\epsilon}_{zz} = \dot{\epsilon}_{r\theta} = \dot{\epsilon}_{\theta z} = \dot{\epsilon}_{rz} = 0 \quad (25)$$

### 3-2-2- نرخ کرنش در ناحیه تغییر شکل

با توجه به میدان سرعت ناحیه تغییر شکل رابطه (23)، نرخ‌های کرنش این ناحیه برابرند با:

$$\dot{\epsilon}_{rr} = v_i \frac{\rho_i}{\rho^2} \frac{1}{g_i g_f} \left[ \left( 1 - \rho \frac{\partial}{\partial r} (g_i g_f) \right) \cos \theta + \left( \frac{1}{g_i} \frac{\partial g_i}{\partial \theta} + \frac{1}{g_f} \frac{\partial g_f}{\partial \theta} - \rho \frac{\partial^2 (g_i g_f)}{\partial r \partial \theta} \right) \sin \theta \right]$$

$$\dot{\epsilon}_{\theta\theta} = -v_i \frac{\rho_i}{\rho^2} \frac{1}{g_i g_f} \left[ \left( 1 - \rho \frac{\partial}{\partial r} (g_i g_f) \right) \cos \theta + \left( \frac{1}{g_i} \frac{\partial g_i}{\partial \theta} + \frac{1}{g_f} \frac{\partial g_f}{\partial \theta} - \rho \frac{\partial^2 (g_i g_f)}{\partial r \partial \theta} \right) \sin \theta \right]$$

$$\dot{\epsilon}_{r\theta} = \frac{1}{2} v_i \frac{\rho_i}{\rho^2} \frac{1}{g_i g_f} \left[ \rho^2 \frac{\partial^2}{\partial r^2} (g_i g_f) + \frac{1}{g_f^2} \left( \frac{\partial g_f}{\partial \theta} \right)^2 + \frac{1}{g_i^2} \left( \frac{\partial g_i}{\partial \theta} \right)^2 - \frac{1}{g_i} \frac{\partial^2 g_i}{\partial \theta^2} - \frac{1}{g_f} \frac{\partial^2 g_f}{\partial \theta^2} + 1 \right] \sin \theta + \left( \frac{1}{g_i} \frac{\partial g_i}{\partial \theta} + \frac{1}{g_f} \frac{\partial g_f}{\partial \theta} \right) \cos \theta \}$$

$$\dot{\epsilon}_{zz} = \dot{\epsilon}_{rz} = \dot{\epsilon}_{z\theta} = 0 \quad (26)$$

ماده پس از عبور از ناحیه تغییر شکل با سرعت ثابت  $v_f$  وارد ناحیه سوم می‌شود. میدان سرعت در مختصات استوانه‌ای به صورت رابطه (9) است.

$$\dot{U}_r = -v_f \cos \theta$$

$$\dot{U}_\theta = v_f \sin \theta$$

$$\dot{U}_z = 0 \quad (9)$$

### 3-1-2- میدان سرعت در ناحیه تغییر شکل

ماده در این ناحیه تغییر شکل می‌یابد و ضخامت آن با عبور از فضای بین دو قالب کم می‌شود. این ناحیه بین سطوح  $S_1$  و  $S_2$  و سطح قالب  $S_3$  و خط تقارن قالب قرار دارد. با توجه به کرنش صفحه‌ای بودن فرآیند، سرعت در راستای  $z$  صفر است. با توجه به تعادل جریان حجمی در ناحیه تغییر شکل، مؤلفه شعاعی میدان سرعت  $\dot{U}_r$  به‌دست می‌آید (شکل 2).

نرخ جریان حجمی افقی عبوری از  $dy$ :

$$dQ = v_x dx \quad (10)$$

نرخ جریان حجمی شعاعی عبوری از  $r d\theta$ :

$$dQ = -\dot{U}_r (r d\theta) \quad (11)$$

در نتیجه با برابر قرار دادن روابط (10) و (11) نتیجه می‌شود:

$$\dot{U}_r = -\frac{v_x dy}{r d\theta} \quad (12)$$

با توجه به قانون تراکم ناپذیری:

$$v_x = v_i \frac{\rho_i}{\rho} \quad (13)$$

با توجه به "شکل 2":

$$y = r \sin \theta \quad (14)$$

با مشتق‌گیری از رابطه (14) نسبت به  $\theta$  و استفاده از روابط (12) و (13) برابر است با:

$$\dot{U}_r = -v_i \frac{\rho_i}{\rho} \left[ \cos \theta + \left( \frac{1}{g_i} \frac{\partial g_i}{\partial \theta} + \frac{1}{g_f} \frac{\partial g_f}{\partial \theta} \right) \sin \theta \right] \quad (15)$$

معادلات نرخ کرنش در مختصات استوانه‌ای به‌صورت معادلات (16) می‌باشند:

$$\dot{\epsilon}_{rr} = \frac{\partial \dot{U}_r}{\partial r}$$

$$\dot{\epsilon}_{\theta\theta} = \frac{1}{r} \frac{\partial \dot{U}_\theta}{\partial \theta} + \frac{\dot{U}_r}{r}$$

$$\dot{\epsilon}_{zz} = \frac{\partial \dot{U}_z}{\partial z}$$

$$\dot{\epsilon}_{r\theta} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \dot{U}_\theta}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \dot{U}_r}{\partial \theta} - \frac{\dot{U}_\theta}{r} \right)$$

$$\dot{\epsilon}_{\theta z} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \dot{U}_\theta}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial \dot{U}_z}{\partial \theta} \right)$$

$$\dot{\epsilon}_{zr} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \dot{U}_r}{\partial z} + \frac{\partial \dot{U}_z}{\partial r} \right) \quad (16)$$

حال با توجه به رابطه تراکم ناپذیری (7)، و رابطه (3)، سرعت  $\dot{U}_r$  و شرایط مرزی روی صفحه میانی و سطح قالب، می‌توان  $\dot{U}_\theta$  در داخل ناحیه دوم را یافت. به دلیل کرنش صفحه‌ای بودن فرآیند، و با توجه به روابط نرخ کرنش (16)،  $\dot{\epsilon}_{zz} = 0$  است. بنابراین:

$$\dot{\epsilon}_{rr} + \dot{\epsilon}_{\theta\theta} = \frac{\partial \dot{U}_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \dot{U}_\theta}{\partial \theta} + \frac{\dot{U}_r}{r} = 0 \quad (17)$$

با مرتب کردن رابطه بالا داریم:

$$\frac{\partial}{\partial r} (r \dot{U}_r) + \left( \frac{\partial \dot{U}_\theta}{\partial \theta} \right) = 0 \quad (18)$$

و با جایگذاری مولفه شعاعی سرعت در رابطه (18) خواهیم داشت:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left[ g_i g_f \left( \cos \theta + \left( \frac{1}{g_i} \frac{\partial g_i}{\partial \theta} + \frac{1}{g_f} \frac{\partial g_f}{\partial \theta} \right) \sin \theta \right) \right] = \frac{\partial \dot{U}_\theta}{\partial \theta}$$

## 3-2- محاسبه توآن‌ها

توان کلی شکل‌دهی در این فرآیند شامل سه قسمت است:

(الف) توان داخلی تغییر شکل

(ب) توان مصرفی برشی روی سطوح ناپیوستگی سرعت

(ج) توان مصرفی اصطکاکی روی سطح اصطکاکی

## 1-3-2 توان داخلی

توان داخلی تغییر شکل از رابطه (27) محاسبه می‌شود.

$$W_i = \int_V \bar{\sigma} \bar{\varepsilon} dv \quad (27)$$

$\bar{\sigma}$  (تنش موثر ماده) برابر است با:

$$\bar{\sigma} = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_0 \quad (28)$$

که  $\sigma_0$  (تنش سیلان متوسط ماده) از رابطه (29) به دست می‌آید.

$$\sigma_0 = \frac{\int_0^{\bar{\varepsilon}} \sigma d\bar{\varepsilon}}{\bar{\varepsilon}} \quad (29)$$

کرنش موثر در حالت کرنش صفحه‌ای بر اساس معیار وون-میزز برابر است با:

$$\bar{\varepsilon} = \frac{2}{\sqrt{3}} \ln \frac{t_i}{t_f} \quad (30)$$

نرخ کرنش موثر از رابطه (28) محاسبه می‌شود.

$$\dot{\bar{\varepsilon}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{1}{2} \dot{\varepsilon}_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij}} \quad (31)$$

با جایگذاری روابط (26) در معادله (31):

$$\dot{\bar{\varepsilon}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{1}{2} (\dot{\varepsilon}_{rr}^2 + \dot{\varepsilon}_{\theta\theta}^2 + \dot{\varepsilon}_{r\theta}^2 + \dot{\varepsilon}_{\theta r}^2)} \quad (32)$$

همان‌طور که محاسبه شد در ناحیه تغییر شکل،  $\dot{\varepsilon}_{rr} = -\dot{\varepsilon}_{\theta\theta}$  و با توجه به

وجود تقارن در مختصات استوانه‌ای‌های  $\dot{\varepsilon}_{r\theta} = \dot{\varepsilon}_{\theta r}$  می‌باشد بنابراین:

$$\dot{\bar{\varepsilon}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{\dot{\varepsilon}_{r\theta}^2 + \dot{\varepsilon}_{\theta r}^2} \quad (33)$$

المان حجمی  $dV$  در ناحیه تغییر شکل از رابطه (34) محاسبه می‌شود.

$$V = r dr d\theta = \rho g_i g_f \left( g_i g_f + \rho \frac{\partial g_i}{\partial \rho} + \rho \frac{\partial g_f}{\partial \rho} \right) d\rho d\theta \quad (34)$$

بنابراین توان داخلی در ناحیه دوم برابر است با:

$$W_i = \frac{2\sigma_0}{\sqrt{3}} \int_0^{\alpha} \int_{\rho_f}^{\rho_i} \sqrt{\dot{\varepsilon}_{rr}^2 + \dot{\varepsilon}_{r\theta}^2} \rho g_i g_f \left( g_i g_f + \rho \frac{\partial g_i}{\partial \rho} + \rho \frac{\partial g_f}{\partial \rho} \right) d\rho d\theta \quad (35)$$

## 2-3-2 توان برشی

توان مصرفی روی سطوح ناپیوستگی سرعت از رابطه (36) محاسبه می‌شود:

$$W_s = \int_s k |\Delta V| dS \quad (36)$$

$k$  تنش سیلان متوسط برشی ماده است که براساس معیار وون-میزز برابر  $\frac{\sigma_0}{\sqrt{3}}$  می‌باشد [16].

با توجه به "شکل 2" دو سطح ناپیوستگی سرعت  $S_1$  و  $S_2$  مشخص است.

به ازای هر یک از این دو سطح توان برشی باید محاسبه شود.

برای محاسبه  $dS$  مربوط به  $r_i(\theta, \rho_i)$  در مرز  $S_1$ ، با توجه به مثلث

راس  $H$  در "شکل 3" با کمک گرفتن از خط‌چین دایروی نتیجه می‌شود:

$$r = r_i(\theta, \rho_i) = \rho_i g_i(\theta, \rho_i) g_f(\theta, \rho_i) \quad (37)$$

که در این مرز ناپیوستگی سرعت داریم:

$$g_f(\theta, \rho_i) = 1 \quad (38)$$

با توجه به "شکل 4" در مثلث ایجاد شده می‌توان نسبت‌های مثلثاتی را به

دست آورد، در نتیجه:

$$\begin{aligned} \tan \beta &= \frac{dr}{r d\theta} \quad \text{و} \quad r_i = \rho_i g_i \\ \tan \beta &= \frac{\rho_i \frac{dg_i}{d\theta}}{g_i} = \frac{dg_i}{g_i} = \frac{\dot{g}_i}{g_i} \\ \dot{g}_i &= \frac{dg_i}{d\theta} \end{aligned} \quad (39)$$

با توجه به روابط مثلثاتی در "شکل 4" داریم:

$$dL = \frac{r_i d\theta}{\cos \beta} \quad \text{و} \quad r_i = \rho_i g_i(\theta, \rho_i) \quad (40)$$

که:

$$\cos \beta = \sqrt{\frac{1}{1 + \tan^2 \beta}} = \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{\dot{g}_i^2}{g_i^2}}} = \sqrt{\frac{1}{1 + \left(\frac{b_i}{a}\right)^2}} \quad (41)$$

با جایگذاری و با توجه به این که عرض ورق واحد است ( $dL = dS_1$ )، بنابراین:

$$dS_1 = \rho_i g_i(\theta, \rho_i) \sqrt{\frac{1}{1 + \left(\frac{b_i}{a}\right)^2}} d\theta \quad (42)$$

مشابه مرز  $S_1$ ، برای مرز  $S_2$  با توجه به این که در این مرز ناپیوستگی سرعت،  $g_i(\theta, \rho_f) = 1$  است، رابطه المان سطح به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$S_2 = \rho_f g_f(\theta, \rho_f) \sqrt{\frac{1}{1 + \left(\frac{b_f}{a}\right)^2}} d\theta \quad (43)$$

حال باید سرعت نسبی روی مرز  $S_1$  محاسبه شود. با استفاده از "شکل 5" جهت  $\dot{U}_r$  و  $\dot{U}_\theta$  در جهت مثبت مختصات آن رسم شده‌اند. با توجه به شکل 5، سرعت نسبی در  $S_1$  برابر است با:

$$\begin{aligned} |\Delta V_1| &= v_i \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta + \beta\right) - \dot{U}_r|_{r=\rho_i} \cos\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right) \\ &\quad - \dot{U}_\theta|_{r=\rho_i} \cos \beta \end{aligned} \quad (44)$$

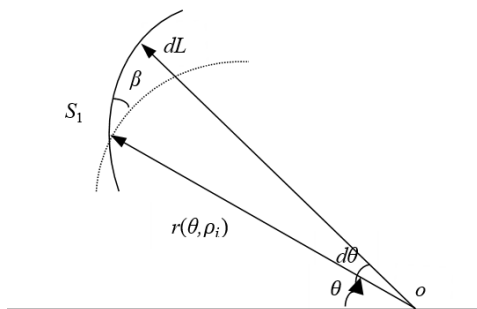


Fig. 4 Inlet shear boundary to calculate the surface element

شکل 4 مرز برشی ورودی برای محاسبه المان سطح

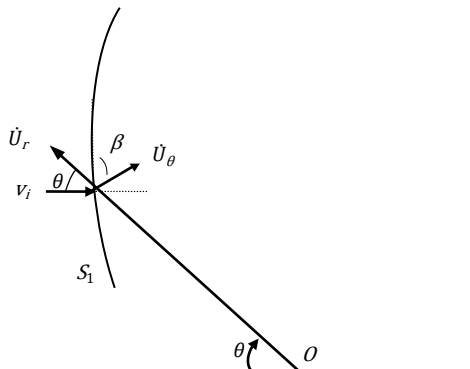


Fig. 5 Inlet shear boundary and showing the velocity vectors

شکل 5 مرز برشی ورودی و نمایش بردارهای سرعت

که با جایگذاری داریم:

$$|\Delta V_1| = \left| v_i \left( 1 - \rho_i \frac{\partial g_i}{\partial r} \frac{1}{1 + \left(\frac{b_i}{\alpha}\right)^2} \right) \sqrt{\frac{1}{1 + \left(\frac{b_i}{\alpha}\right)^2}} \sin \theta \right| \quad (45)$$

به همین ترتیب سرعت نسبی در سطح ناپیوستگی سرعت  $S_2$  برابر است با:

$$|\Delta V_2| = v_f \cos \left( \frac{\pi}{2} - \theta + \beta \right) - \dot{U}_r|_{r=\rho_f} \cos \left( \frac{\pi}{2} - \beta \right) - \dot{U}_\theta|_{r=\rho_f} \cos \beta \quad (46)$$

که با جایگذاری داریم:

$$|\Delta V_2| = \left| v_f \left( 1 - \rho_f \frac{\partial g_f}{\partial r} \frac{1}{1 + \left(\frac{b_f}{\alpha}\right)^2} \right) \sqrt{\frac{1}{1 + \left(\frac{b_f}{\alpha}\right)^2}} \sin \theta \right| \quad (47)$$

با به دست آمدن المان‌های سطح دو مرز و سرعت نسبی بین آن‌ها، مقدار توان برشی روی سطوح ناپیوستگی سرعت به دست می‌آید. پس:

$$\dot{W}_{S_1} = \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} v_i \rho_i \left[ 1 + \left(\frac{b_i}{\alpha}\right)^2 \right] \int_0^\alpha g_i(\theta, \rho_i) \left| 1 - \rho_i \frac{\partial g_i}{\partial r} \frac{1}{1 + (b_i/\alpha)^2} \right| \sin \theta d\theta \quad (48)$$

$$\dot{W}_{S_2} = \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} v_f \rho_f \left[ 1 + \left(\frac{b_f}{\alpha}\right)^2 \right] \int_0^\alpha g_f(\theta, \rho_f) \left| 1 - \rho_f \frac{\partial g_f}{\partial r} \frac{1}{1 + (b_f/\alpha)^2} \right| \sin \theta d\theta \quad (49)$$

### 2-3-3- توان اصطکاکی

توان مصرفی سطح اصطکاکی بین قالب و ورق از رابطه (50) محاسبه می‌شود.

$$\dot{W}_f = \int_{S_f} \tau_f |\Delta v| dS \quad (50)$$

$dS$  المان سطح  $S_3$  و  $\tau_f$  تنش برشی متناسب با استحکام قطعه موردنظر و برابر با  $m \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}}$  می‌باشد،  $m$  ثابت اصطکاک برشی بین دیواره قالب و ورق است [16]. المان سطح به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$dS_3 = d\rho \quad (51)$$

سرعت نسبی بین قالب و ورق از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\Delta v = |\dot{U}_r|_{\theta=\alpha} = \left| -v_i \frac{\rho_i}{\rho} \left( \cos \alpha + \left( \frac{b_i \rho - \rho_f}{\alpha \rho_i - \rho_f} + \frac{b_f \rho_i - \rho}{\alpha \rho_i - \rho_f} \right) \sin \alpha \right) \right| \quad (52)$$

سپس با جایگذاری روابط (51) و (52) در رابطه (50) توان اصطکاکی محاسبه می‌شود:

$$\dot{W}_f = m \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} v_i \rho_i \int_{\rho_i}^{\rho_f} \frac{1}{\rho} |\cos \alpha + \left( \frac{b_i \rho - \rho_f}{\alpha \rho_i - \rho_f} + \frac{b_f \rho_i - \rho}{\alpha \rho_i - \rho_f} \right) \sin \alpha| d\rho \quad (53)$$

### 2-4- نیروی اکستروژن

مجموع توان‌های داخلی، برشی و اصطکاکی، توان خارجی موردنیاز برای انجام فرآیند است. با توجه به ضخامت نهایی ماده، سرعت آن در قسمت خروجی قالب و روابط (35)، (48)، (49) و (53) می‌توان مقدار نیروی مورد نیاز برای انجام فرآیند را به دست آورد.

توان و نیرو مورد نیاز برای انجام فرآیند به ترتیب برابرند با:

$$J^* = \dot{W}_i + \dot{W}_{S_1} + \dot{W}_{S_2} + \dot{W}_f \quad (54)$$

$$F_e = \frac{\dot{W}_i + \dot{W}_{S_1} + \dot{W}_{S_2} + \dot{W}_f}{V_i} \quad (55)$$

### 3- معیار وقوع ترک

مطابق "شکل 6" اگر دو مرز ناحیه تغییرشکل بر روی خط تقارن قالب در  $\theta = 0$  در یک نقطه بر هم منطبق شوند، بیانگر شروع عیوب داخلی می‌باشد، که در این نقطه مقادیر فاصله شعاعی از مبدا مختصات، هر دو مرز برابرند، بنابراین:

$$r_i(\theta = 0, \rho_i) = r_f(\theta = 0, \rho_f) \quad (56)$$

با جایگذاری از روابط (1) و (2) خواهیم داشت:

$$\rho_i \exp(-b_i) = \rho_f \exp(-b_f) \quad (57)$$

و نهایتاً با استفاده از رابطه (57) ارتباط بین مقادیر پارامترهای هندسی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\rho_i - \rho_f = \ln \frac{\rho_i}{\rho_f} = \ln \frac{t_i}{t_f} \quad (58)$$

با توجه به روابط، مشاهده می‌شود که توان کل برای انجام فرآیند، تابعی از کاهش ضخامت ( $Re$ )، ثابت اصطکاک، نیم زاویه قالب و سرعت اکستروژن ورق است.

$$J^* = f(Re, m, b_i, b_f, \alpha, v_f) \quad (59)$$

که:

$$Re = \frac{t_i - t_f}{t_i} \times 100 \quad (60)$$

در فرآیند اکستروژن، نیم زاویه قالب، ضخامت اولیه و نهایی، سرعت اولیه و ثابت اصطکاک برشی جزء ورودی مساله محسوب می‌شوند. پس طبق رابطه (59) داریم:

$$J^* = f(b_i, b_f) \quad (61)$$

بنابراین دو پارامتر مستقل برای بهینه کردن مقدار  $J^*$  وجود دارد که با استفاده از کد نویسی، منحنی  $J^*$  (یا نیرو) برحسب  $b_i$  و  $b_f$  رسم می‌شود و می‌توان مقدار بهینه آن‌ها را یافت.

توسط برنامه نوشته شده، با توجه به روابط میدان سرعت (23)، نرخ‌های کرنش (26) محاسبه می‌شوند و سپس با محاسبه توان داخلی (35)، توان برشی ناحیه ورودی (48)، توان برشی ناحیه خروجی (49) و توان اصطکاکی (53)، نیرو از رابطه (54) محاسبه و رسم شد.

### 4- شبیه‌سازی اجزا محدود

برای شبیه‌سازی اجزا محدود، نرم‌افزار دیفرم<sup>1</sup> استفاده شد. در میان نرم‌افزارهای متعدد موجود برای مدل‌سازی، شبیه‌سازی و تحلیل فرآیندهای شکل‌دهی، نرم‌افزار دیفرم دارای قابلیت‌های ویژه‌ای است. برخلاف کدهای

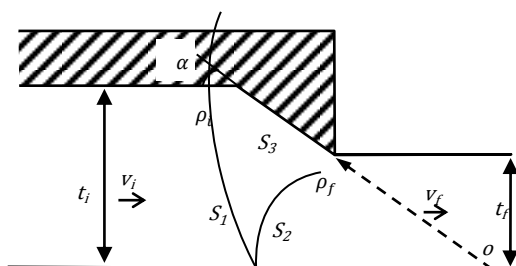


Fig. 6 Geometric condition for initiate central bursting defects

شکل 6 شرط هندسی برای شروع عیوب داخلی

<sup>1</sup> Deform

در "شکل 8" اثر ثابت اصطکاک برشی بر شکل هندسی مرزهای برشی نشان داده شده است. برای یک شرایط فرآیند داده شده، با افزایش ثابت اصطکاک برشی، اندازه ناحیه تغییر شکل بزرگ شده و مرزها از هم دور شده و احتمال وقوع عیوب مرکزی کاهش می‌یابد. از طرفی نیروی اکستروژن مورد نیاز افزایش می‌یابد به همین علت در فرآیند، شرایط باید به طور بهینه انتخاب شوند.

در "شکل 9" توزیع بردار سرعت برآیند و مرزهای ورودی و خروجی را به ازای ثابت اصطکاک مختلف نشان داده شده، که مرزهای ناحیه تغییر شکل را به خوبی مدل می‌کند. مطابق آنچه در شکل دیده می‌شود در ثابت اصطکاک صفر، مرزهای ورودی و خروجی روی خط مرکزی قطعه کار به هم می‌رسند و احتمال وقوع عیوب مرکزی وجود دارد اما با افزایش ثابت اصطکاک برخورد مرز ورودی و خروجی کم‌تر شده، در واقع احتمال ایجاد عیوب مرکزی کاهش می‌یابد (قابل ذکر است که این ادعا در "شکل 11" نیز ثابت شده است).

با توجه به جدول 1 و موارد ذکر شده در قسمت شبیه‌سازی، رویه‌های نیروی محاسبه شده از حل تحلیلی برحسب مقادیر مختلف  $b_i$  و  $b_f$  به ازای زاویه‌های مختلف، در "شکل 10" مشخص است. با استفاده از نرم‌افزار متلب این مقدار محاسبه شد و در جدول 2، مقادیر بهینه نیروی اکستروژن،  $b_f$  و  $b_i$  مربوط به حل حاضر و شبیه‌سازی اجزا محدود مشاهده خواهد شد، و همان‌طور که مشخص است حل حاضر و اجزا محدود اختلاف اندکی دارند (قابل ذکر است که به دلیل این‌که در مطالعات گذشته در این زمینه پژوهشی انجام نشده، نتایج با کارهای پیشین مقایسه نشد).

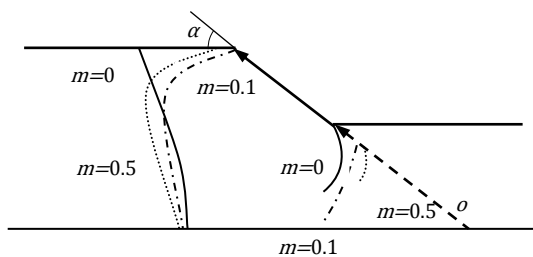


Fig. 8 Effect of friction factor on the shear boundaries by FEM

شکل 8 اثر ثابت اصطکاک بر مرزهای برشی توسط اجزا محدود

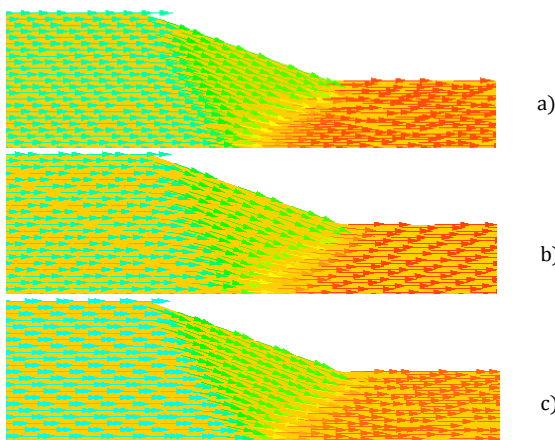


Fig. 9 Shear boundaries in the deformation zone for  $Re=30$ ,  $\alpha = 20$  and changes to friction factor a)  $m=0$  b)  $m=0.1$  c)  $m=0.5$

شکل 9 مرزهای برشی در ناحیه تغییر شکل به ازای درصد کاهش ضخامت 30، نیم زاویه قالب 20 و تغییرات ثابت اصطکاک (الف)  $m=0$  (ب)  $m=0.1$  (ج)  $m=0.5$

المان محدود همه منظوره، دیفرم برای مدل کردن تغییر شکل مناسب می‌باشد. محیط گرافیکی کاربر پسند و سهولت آماده‌سازی اطلاعات و آنالیز آن به مهندسان کمک می‌کند که بیش‌تر بر روی مسئله شکل‌دهی متمرکز شوند و خود را درگیر سیستم طاق فرسای مدل‌سازی کامپیوتری نکنند. روش معمول در دیفرم به این صورت است که ابتدا هندسه و ماده قطعه کار تعیین و سپس هر فرآیندی که مدنظر کاربر است شبیه‌سازی می‌شود. در کار حاضر، به دلیل وجود تقارن در مدل، تحلیل در مدل 1/2 انجام شد. طول ورق 40 میلی‌متر و ضخامت اولیه ورق 10 میلی‌متر وارد شدند. برای تحلیل گزینه کرنش صفحه‌ای<sup>1</sup> انتخاب شد. در بخش خاصیت، مشخصات مکانیکی و منحنی تنش کرنش بصورت صلب پلاستیک و تنش سیلان میانگین بصورت جدول 1، برای ورق آلومینیوم 1100-0 وارد نرم‌افزار شد. برای استخراج ثابت اصطکاک ( $m$ ) و مشخصات مکانیکی ماده از مقاله‌های موجود بهره گرفته شد. در بخش شرایط مرزی، مقدار جابجایی افقی ورق 20 میلی‌متر و سرعت اکستروژن 3 میلی‌متر بر ثانیه اعمال شد. با توجه به این‌که نصف ورق مدل شد، شرط مرزی تقارن محوری نیز اعمال شد تا جابجایی قسمت زیرین (خط تقارن) ورق به سمت پایین محدود شود و فقط جابجایی افقی صورت گیرد. یکی از ویژگی‌هایی که این نرم‌افزار را برای تحلیل تغییر شکل‌های بزرگ درخور استفاده کرده است سیستم مش‌بندی مجدد اتوماتیک است که در کار انجام شده برای مش‌بندی ورق از 1000 المان چهار گره‌ای استفاده شد و افزایش دادن تعداد المان‌ها تاثیر چندانی در نتایج نداشت.

## 5- نتایج و بحث

"شکل 7" مقایسه مرزهای تغییر شکل در دو روش تحلیلی و اجزا محدود را نشان می‌دهد که در هر دو مرزها مختلف می‌باشند اما به دلیل این‌که روش تحلیلی مورد استفاده (روش کرانه بالایی)، محتاط‌تر می‌باشد ناحیه تغییر شکل بیش‌تری را پوشش می‌دهد در واقع مرزها از هم دور می‌شوند در حالی که در اجزا محدود مرزها به هم نزدیک‌تر می‌باشند و به طور کلی احتمال وقوع عیوب مرکزی بیش‌تر می‌باشد.

جدول 1 مشخصات مکانیکی ورق آلومینیوم 1100-0

Table 1 Mechanical properties of Aluminum sheet				
چگالی ( $\text{kgm}^{-3}$ )	مدول الاستیسیته (GPa)	ضریب پواسان	تنش تسلیم (MPa)	منحنی تنش - کرنش
2710	69	0.33	34.5	$210\epsilon^{0.3}$

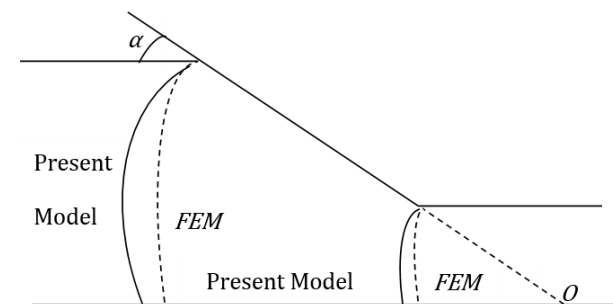
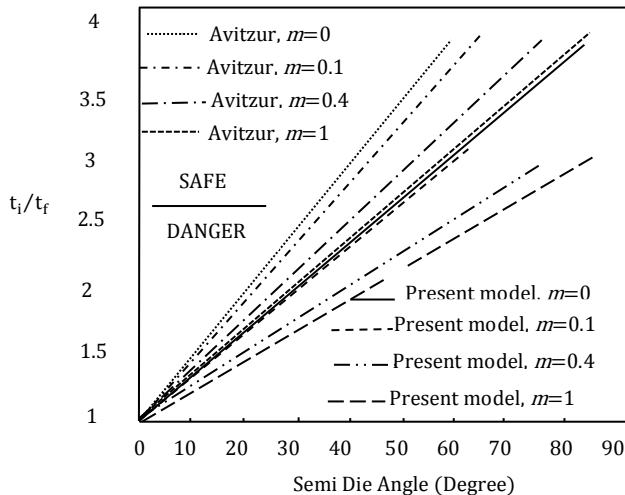


Fig. 7 Comparison of shear boundaries in two present model and FEM methods

شکل 7 مقایسه مرزهای برشی در دو روش مدل ارایه شده و اجزا محدود

<sup>1</sup> Plain Strain



**Fig. 11** Criterion for central bursts in the extrusion process (effect of friction factor) [2] (Comparison of Present Model and Avitzur)

شکل 11 معیاری برای عیوب مرکزی در فرآیند اکستروژن (اثر ثابت اصطکاک) [2]. (مقایسه مدل ارایه شده و اویتور)

مطابق با جدول 3 تغییرات نیم زاویه قالب، منجر به تغییر شرایط احتمالی وقوع عیب داخلی می‌شود. زوایای 20 تا 35 درجه بهترین مقادیر هستند که با افزایش و کاهش این مقادیر، احتمال وقوع عیب داخلی تشدید می‌شود. افزایش نیم زاویه قالب، باعث افزایش نیروی اکستروژن می‌شود.

در جدول 4 با افزایش ثابت اصطکاک برشی اختلاف تنش موثر بین ناحیه تغییر شکل و نقاط مجاور کاهش می‌یابد. در ثابت اصطکاک بیش‌تر از 0.25 احتمال وقوع عیب داخلی کاهش می‌یابد اما از طرفی باعث افزایش نیروی اکستروژن می‌شود.

در جدول 5 با افزایش درصد کاهش ضخامت، احتمال ایجاد عیب داخلی در نزدیکی ناحیه تغییر شکل کاهش می‌یابد، تا جایی که در 65 درصد کاهش ضخامت، اختلاف تنش موثر در ناحیه تغییر شکل و نقاط مجاور به 4 مگاپاسکال می‌رسد. افزایش درصد کاهش ضخامت باعث افزایش نیروی اکستروژن می‌شود و در اجرا نیز منجر به کاهش عمر ابزارها می‌شود.

مطابق "شکل 12"، در حل اجزا محدود، با افزایش نیم زاویه قالب، ابتدا نیروی اکستروژن تا نیم زاویه 20 درجه به صورت منحنی کاهش می‌یابد سپس با افزایش نیم زاویه، نیروی اکستروژن افزایش می‌یابد. این زاویه 20 درجه همان نیم زاویه بهینه با اجزا محدود می‌باشد. در حل تحلیلی نیم زاویه بهینه

جدول 3 اثر نیم زاویه قالب بر اختلاف تنش موثر

**Table 3** Effect of the semi die angle on the different effective stress

MPa	نیم زاویه قالب (درجه)
10	15
7	20
7	25
7	35
9	40
10	45

جدول 4 اثر درصد کاهش ضخامت بر اختلاف تنش موثر

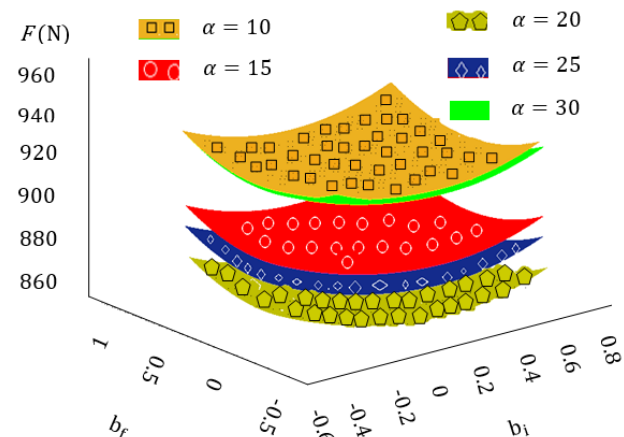
**Table 4** Effect of the reduction on the different effective stress

MPa	درصد کاهش ضخامت
11	30
7	50
5	60

با توجه به جدول 2 مشخص است که نیروهای محاسبه شده از حل تحلیلی کار حاضر، نتایج نزدیکی به حل اجزا محدود دارند.

در "شکل 11"، مقایسه کار حاضر و نتایج اویتور برای پیش‌بینی وقوع عیوب مرکزی براساس ثابت اصطکاک برشی نشان داده شد. در این شکل دو ناحیه ایمن و نایمن وجود دارد همان‌طور که در شکل مشخص است حل حاضر با اویتور تقریباً 15 درصد اختلاف دارد که قابل قبول می‌باشد. معیار ارائه شده در کار حاضر ناحیه ایمن بیش‌تری را پوشش می‌دهد که در طراحی‌های مهندسی شرایط بهتری را به دنبال دارد. در هر دو کار با افزایش ثابت اصطکاک برشی مساحت ناحیه ایمن بیش‌تر شده و مساحت ناحیه نایمن کم‌تر شد. این امر همان مفهوم مرزهای برشی را به دنبال دارد که در اجزا محدود بررسی شد. در "شکل 8" نشان داده شد که با افزایش ثابت اصطکاک برشی مرزهای برشی از یکدیگر دورتر شده و احتمال ایجاد عیوب مرکزی که همان رسیدن مرزها به یکدیگر می‌باشد کاهش می‌یابد، که این دو شکل و نتایج یکسان آن‌ها صحت نتایج را تایید می‌کند.

برای بررسی اثر پارامترهای موثر فرآیند بر وقوع عیوب داخلی، با استفاده از اجزا محدود (نرم‌افزار دیفرم) معیار دیگری با عنوان اختلاف تنش موثر ناحیه تغییر شکل با نقاط مجاور استفاده شده است. طبق این معیار هر چه اختلاف تنش موثر ناحیه تغییر شکل با نقاط مجاور کمتر باشد احتمال وقوع عیب نیز کاهش می‌یابد. که نتایج تحلیلی به دست آمده پیش‌تر را نیز تایید می‌کند. برای مثال مشاهده شد با افزایش ثابت اصطکاک برشی احتمال وقوع عیب داخلی کاهش می‌یابد (شکل 9)، طبق معیار اختلاف تنش موثر ناحیه تغییر شکل با نقاط مجاور نیز با افزایش ثابت اصطکاک برشی، احتمال وقوع عیب نیز کاهش می‌یابد.



**Fig. 10** surfaces calculated based on the values of  $b_i$  and  $b_f$  for  $Re=20\%$ ,  $m=0.15$  and different semi angles

شکل 10 رویه‌های محاسبه شده برحسب مقادیر پارامترهای هندسی مرزهای ورودی و خروجی به ازای درصد کاهش ضخامت 20، ثابت اصطکاک 0.15 و نیم زاویه‌های مختلف

جدول 2 مقایسه حل حاضر و نتایج اجزا محدود

**Table 2** Comparison of Present solution and FEM results

$F(N)$	$F(N)$	$b_f$	$b_i$	$\alpha$
(حل حاضر)	(اجزا محدود)			
933	901	0.06	0.05	10
891.6	866	0.08	0.08	15
863.7	823	0.14	0.14	20
873.6	852	0.07	0.07	25
915.1	890	0.1	0.1	30



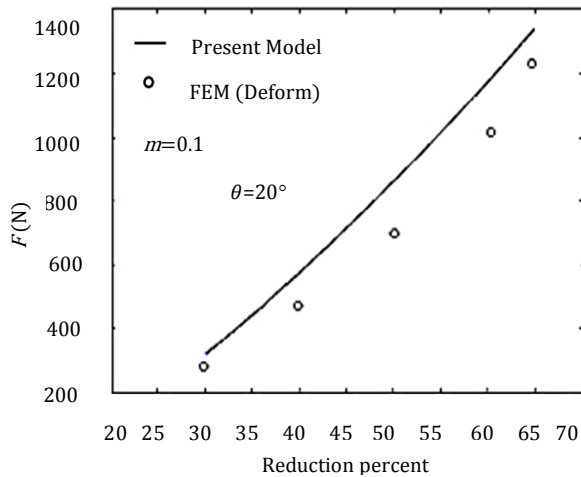


Fig. 13 Effect of the reduction percent on the extrusion Force (comparison of FEM and present model)

شکل 13 اثر درصد کاهش ضخامت بر نیروی اکستروژن (مقایسه اجزا محدود و مدل ارائه شده)

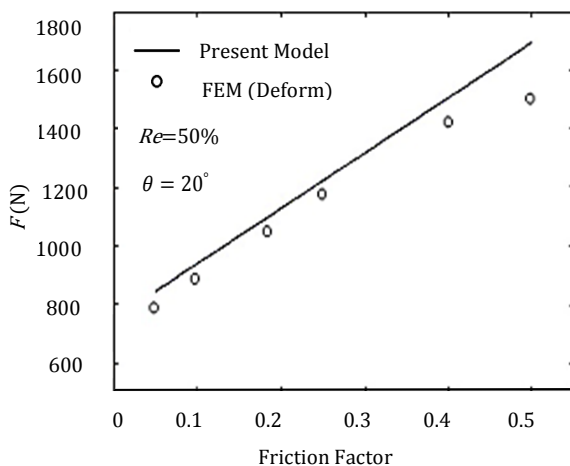


Fig. 14 Effect of the friction factor on the extrusion force (comparison of FEM and present model)

شکل 14 اثر ثابت اصطکاک بر نیروی اکستروژن (مقایسه اجزا محدود و مدل ارائه شده)

در فرآیندهای شکل‌دهی برای طراحی شرایط بهتری فراهم می‌کند.

✓ پارامترهای هندسی در نیم زاویه بهینه قالب 20 درجه بهترین حالت خود را دارند که هردو برابر 0.14 و نیروی اکستروژن کم‌ترین مقدار را دارد به‌گونه‌ای که با افزایش یا کاهش نیم زاویه نیروی اکستروژن افزایش می‌یابد.

✓ نیم زاویه بهینه قالب به روش تحلیلی و اجزا محدود نتایج نزدیکی دارد و اختلاف 3 درصد قابل قبول می‌باشد.

✓ با افزایش ثابت اصطکاک احتمال وقوع عیوب داخلی کاهش اما نیروی اکستروژن افزایش می‌یابد.

✓ با افزایش درصد کاهش سطح مقطع احتمال وقوع عیوب داخلی کاهش اما نیروی اکستروژن افزایش می‌یابد.

#### 7 - فهرست علائم

پارامتر هندسی شکل	$b$
پارامترهای هندسی مرزهای ورودی و خروجی	$b_i, b_f$

جدول 5 اثر ثابت اصطکاک بر اختلاف تنش موثر

ثابت اصطکاک	اختلاف تنش موثر MPa
0.06	10
0.1	8
0.25	6
0.5	4

23 درجه می‌باشد. نتایج اجزاء محدود و کرانه بالایی، دارای اختلاف اندک بوده که با توجه به این که روش استفاده شده در حل تحلیلی کرانه بالایی است، این اختلاف توجیه پذیر نیز است.

"شکل 13، اثر درصد کاهش ضخامت بر نیروی اکستروژن را نشان می‌دهد. نتایج در دو حالت اجزاء محدود و کرانه بالایی به ازای نیم زاویه قالب 20 درجه و ثابت اصطکاک 0.1 انجام شده که هر دو یک نتیجه را نشان می‌دهند. نتایج نشان دهنده ارتباط مستقیم بین نیروی اکستروژن و درصد تغییر ضخامت می‌باشند.

در "شکل 14"، تاثیر ثابت اصطکاک برشی بر نیروی اکستروژن نشان داده شده است. در درصد کاهش ضخامت 50 و نیم زاویه قالب برابر 20 درجه یک حالت مشخص بررسی شده که نتایج اجزاء محدود و کرانه بالایی نتیجه مناسبی را نشان می‌دهند. ثابت اصطکاک برشی بر نیروی اکستروژن تاثیر داشته که قابل توجه می‌باشد. این رابطه به صورت تقریباً خطی استخراج شده است.

#### 6- نتیجه گیری

در این مقاله به تحلیل کرانه بالایی و شبیه‌سازی اجزای محدود عیوب مرکزی در فرآیند اکستروژن کرنش صفحه‌ای و بررسی اثر پارامترهای فرآیند مانند درصد کاهش ضخامت، ثابت اصطکاک برشی و نیم زاویه قالب بر وقوع عیوب داخلی و نیروی لازم برای فرآیند پرداخته و نتایج زیر حاصل شد:

- ✓ مرزهای تغییرشکل پیش‌بینی شده توسط حل حاضر به نتایج شبیه‌سازی اجزای محدود مطابقت دارند.
- ✓ مقایسه نتایج حل حاضر با حل اویتورز نتایج مناسبی با حل اویتورز دارد. از طرفی حل حاضر نتایج نزدیک‌تری به اجزای محدود دارد. حل حاضر ناحیه ایمن بزرگتری در اختیار قرار می‌دهد که

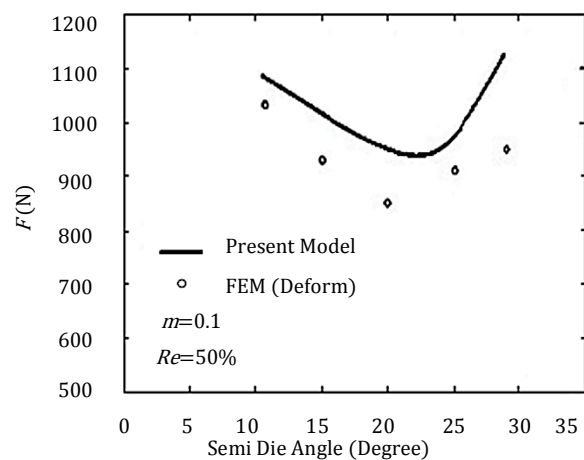


Fig.12 Effect of the semi die angle on the extrusion force (comparison of FEM and present model)

شکل 12 اثر نیم زاویه قالب بر نیروی اکستروژن (مقایسه اجزا محدود و مدل ارائه شده)

سرعت نسبی روی سطوح ناپیوستگی و سطوح اصطکاکی	$\Delta v$	نرخ جریان حجمی	$dQ$
فاصله شعاعی	$\rho$	طول المان سطح روی مرز ورودی	$dL$
فاصله شعاعی مرز ورودی و مرز خروجی	$\rho_i, \rho_f$	نیروی مورد نیاز برای شکل‌دهی	$F_e$
زیرنویس‌ها		تابع نمایی مرز ورودی	$g_i$
در ورود به قالب	$i$	تابع نمایی مرز خروجی	$g_f$
در خروج از قالب	$f$	توان کلی تغییرشکل	$J^*$
		ضریب استحکام	$K$
		ثابت اصطکاک برشی	$m$
		درصد کاهش ضخامت	$Re$
		فاصله شعاعی مرزهای ورودی و خروجی	$r_i, r_f$
		مساحت سطح ناپیوستگی سرعت	$S_v$
		مساحت سطح ناپیوستگی اصطکاکی	$S_f$
		مرزهای برشی ورودی و خروجی	$S_1, S_2$
		سطح مایل تماس قالب و قطعه کار	$S_3$
		ضخامت فلز در ورودی و خروجی قالب	$t_i, t_f$
		مولفه‌های شعاعی و زاویه‌ای سرعت	$\dot{U}_r, \dot{U}_\theta$
		سرعت در راستای محور Z	$\dot{U}_z$
		سرعت ماده در ورود و خروج از قالب	$v_i, v_f$
		مولفه سرعت افقی	$V_x$
		توان داخلی	$\dot{W}_i$
		توان برشی	$\dot{W}_s$
		توان برشی مرز ورودی	$\dot{W}_{S_1}$
		توان برشی مرز خروجی	$\dot{W}_{S_2}$
		توان اصطکاکی	$\dot{W}_f$
		علائم یونانی	
		نیم زاویه قالب	$\alpha$
		زاویه المان سطح روی مرز ورودی	$\beta$
		موقعیت زاویه‌ای	$\theta$
		کرنش موثر	$\bar{\epsilon}$
		مولفه‌های اصلی کرنش	$\epsilon_{ii}$
		نرخ کرنش موثر	$\dot{\bar{\epsilon}}$
		تنش موثر	$\bar{\sigma}$
		تنش سیلان متوسط ماده	$\sigma_0$
		تنش برشی اصطکاکی	$\tau_f$

## 8- مراجع

- [1] H. Abdolvand, G. Faraji, B. Givi, Evaluation of the microstructure and mechanical properties of the ultrafine grained thin-walled tubes processed by severe plastic deformation, *Journal of Metals and Materials International*, Vol. 21, No. 6, pp. 1068-1073, 2015.
- [2] M. Javidikia, R. Hashemi, Analysis and simulation of parallel tubular channel angular pressing of Al 5083 tube, *Journal of Transactions of the Indian Institute of Metal*, pp. 1-7, 2017.
- [3] S. M. Ashrafizadeh, A. R. Eivani, H. R. Jafarian, J. Zhou, Improvement of mechanical properties of AA6063 aluminum alloy after equal channel angular pressing by applying a two-stage solution treatment, *Journal of Materials Science and Engineering: A*, Vol. 687, pp. 54-62, 2017.
- [4] B. Avitzur, *Metal Forming: Processes and Analysis*, pp. 110-115, New York, McGraw Hill, 1968.
- [5] B. Avitzur, Analysis of central bursting defects in extrusion and wire drawing, *Journal of Engineering for Industry*, Vol. 90, No. 1, pp. 79-91, 1968.
- [6] M. Plancak, D. Vilotic, I. Kacmarcik, Stress state in forward cold extrusion, *Journal for Technology of Plasticity*, Vol. 39, pp. 21-27, 2014.
- [7] H. Moritoki, The criterion for central bursting and its occurrence in drawing and extrusion under plane strain, *International Journal of Plasticity*, Vol. 7, No. 1, pp. 713-731, 1991.
- [8] S. Wu, M. Li, Analysis of the central cavity of axisymmetric forward extrusion by the upper bound approach, *Journal of Materials Engineering and Performance*, Vol. 1, No. 3 pp. 409-414, 1992.
- [9] V. N. Reddy, P. M. Dixit, G. K. Lal, Central bursting and optimal die profile for axisymmetric extrusion, *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, Vol. 118, No. 4, pp. 579-584, 1996.
- [10] D. C. Ko, B. M. Kim, The prediction of central burst defects in extrusion and wire drawing, *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 102, No. 1-3, pp. 19-24, 2000.
- [11] C. Soyarslan, A. E. Tekkaya, Prevention of internal cracks in Forward extrusion by means of counter pressure: A numerical Treatise, *Steel Research International*, Vol. 80, No. 9, pp. 671-679, 2009.
- [12] S. H. Kazemi, H. Haghghat, An upper bound analysis of the geometric shape of the deformation zone in drawing process of the metal plate through wedge-shaped die, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 3, pp. 162-172, 2015. (In Persian)
- [13] A. Parghazeh, H. Haghghat, Prediction of central bursting defects in rod extrusion process with the method of upper bound, *Transactions of Nonferrous Metals Society of China*, Vol. 26, No. 11, pp. 2892-2899, 2016.
- [14] D. S. Peng, An upper bound analysis of the geometric shape of the deformation zone in rod extrusion, *Journal of Material Processing Technology*, Vol. 21, pp. 303-311, 1989.
- [15] W. Prager, P. G. Hodge, *Theory of Perfectly Plastic Solids*, pp. 231-234, New York, John Wiley & Sons, 1951.
- [16] B. Avitzur, *Handbook of Metal-Forming Processes*, pp. 195-197, New York, Willey, 1983.