



## بررسی اثر میدان مغناطیسی بر انتقال حرارت جابجایی آزاد نانوسیال در محفظه مثلثی

علی ملکپور<sup>۱</sup>، بهزاد قاسمی<sup>۲\*</sup>

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک، دانشگاه شهرکرد، شهرکرد

۲- دانشیار مهندسی مکانیک، دانشگاه شهرکرد، شهرکرد

\* صندوق پستی ۱۱۵، behzadgh@yahoo.com

**چکیده-** در این مقاله انتقال حرارت جابجایی آزاد نانوسیال در یک محفظه مثلثی شکل به روش عددی بررسی شده است. نانوسیال استفاده شده آب و مس بوده و محفظه تحت تأثیر میدان مغناطیسی ثابت می‌باشد. دیوار مورب محفظه در دمای سرد و سایر دیوارها عایق می‌باشند. یک منبع حرارتی با دمای ثابت در کف محفظه تعبیه شده است. معادلات حاکم به روش حجم کنترل جبری شده و توسط الگوریتم سیمپل به طور همزمان حل می‌شود. اثر اعداد ریلی، هارتمن، درصد حجمی نانوذرات، طول و موقعیت منبع حرارتی بر میدان جریان و دما و نرخ انتقال حرارت بررسی شده است. نتایج نشان می‌دهند که افزایش عدد هارتمن باعث کاهش سرعت جریان داخل محفظه شده و انتقال حرارت را کاهش می‌دهد و افزایش درصد حجمی نانوذرات عموماً باعث افزایش انتقال حرارت می‌شود ولی تغییرات آن در اعداد ریلی و هارتمن متفاوت، یکسان نیست. علاوه بر آن، موقعیت منبع حرارتی در کف محفظه بر نرخ انتقال حرارت از محفظه تأثیر بسزایی دارد.

**کلیدواژگان:** جابجایی آزاد، محفظه مثلثی، نانوسیال، میدان مغناطیسی.

## Magnetic field effect on natural convection in a nanofluid-filled triangular enclosure

A. Malekpour<sup>1</sup>, B. Ghasemi<sup>2\*</sup>

1- MSc. Student, Mech. Eng., Shahrekord Univ., Shahrekord, Iran.

2- Assoc. Prof., Mech. Eng., Shahrekord Univ., Shahrekord, Iran.

\* P. O. B. 115 Shahrekord, Iran. behzadgh@yahoo.com

**Abstract-** This paper presents the results of a numerical study on the natural convection in a right triangular enclosure filled with a water- Cu nanofluid in presence of a constant magnetic field. A heat source embedded on the bottom wall of enclosure, the inclined wall is cold and the other walls are adiabatic. Discretization of the governing equations are achieved through a finite volume method and solved with SIMPLE algorithm. The effects of parameters such as the Reyleigh number, the solid volume fraction, the Hartman number, length and location of heat source on flow and temperature fields and the heat transfer rate have been examined. The results show that increasing of Hartman number caused decreasing velocity of flow and heat transfer. Also, increase in solid volume fraction causes increase in heat transfer but its change in different Reyleigh number and Hartman number is not same. Therefore, the location of heat source in bottom of enclosure affects on the rate of heat transfer from enclosure.

**Keywords:** Natural Convection, Triangular Enclosure, Nanofluid, Magnetic Field.

## ۱- مقدمه

مسأله کلاسیک انتقال حرارت جابجایی آزاد در یک محفظه بسته بدلیل کاربردهای فراوان آن در مهندسی مانند خنک‌کاری قطعات الکترونیکی، تهویه ساختمانها، کلکتورهای خورشیدی و راکتورهای هسته‌ای همیشه مورد توجه محققان بوده است. اگرچه بررسی‌های انجام شده عموماً در محفظه‌های مربعی بوده است، اما هندسه‌های دیگر از جمله محفظه‌های مثلثی نیز مد نظر برخی محققان قرار گرفته است. به عنوان مثال در مورد کارهای عددی انجام شده در زمینه جابجایی آزاد می‌توان به کار باساک و همکارانش [۱] اشاره کرد که یک محفظه مثلثی را به روش المان محدود مطالعه کردند، این محققان، عدد ریلی و عدد پرانتل را تغییر داده و به این نتیجه رسیدند که در اعداد ریلی کوچک رژیم انتقال حرارت به صورت هدایتی بوده و با افزایش ریلی انتقال حرارت به رژیم جابجایی تبدیل می‌شود. با افزایش عدد پرانتل نیز مقادیر تابع جریان و خطوط هم‌دما در مرکز مثلث افزایش می‌یابد. وارول و همکاران [۲] نیز تأثیر حضور مانع در کف محفظه مثلثی به کمک روش اختلاف محدود را تحقیق کردند و تأثیر شرایط مرزی متفاوت بر خطوط جریان و هم‌دما را مشاهده نمودند.

با روی کار آمدن ابررایانه‌ها و میکروچیپ‌های الکترونیکی، انتقال حرارت از مدارهای الکترونیکی بیش از پیش مورد توجه قرار گرفت. مقدار حرارت تولید شده در این وسایل زیاد بوده و فضای زیادی نیز برای خنک‌کاری آنها در دسترس نیست. از طرفی سیال‌های عامل انتقال حرارت ضریب هدایت حرارتی پایینی داشتند همین امر راه را برای ورود به عرصه جدیدی از تکنولوژی تحت عنوان نانوسیال هموار کرده است. نانوسیال توانایی انتقال حجم بالای حرارت در فضای کم را دارا می‌باشد. در زمینه جابجایی آزاد نانوسیال و کاربردهای آن می‌توان به تحقیقات امین‌الساداتی و قاسمی [۳]، افرازش و همکاران [۴] و جهان‌شاهی و همکارانش [۵] اشاره کرد. عمدتاً در این تحقیقات مشاهده شده است که افزایش درصد حجمی نانو ذرات به سیال پایه انتقال حرارت را تقویت می‌کند. از توپ و ابونادا [۶] نیز محفظه مربعی با یک گرمکن روی دیوار را به روش المان محدود بررسی کردند و مشاهده کردند که تأثیر ذرات نانو بر افزایش عدد نوسلت گرمکن در نسبت طول به عرض‌های کمتر، بیشتر خواهد بود.

همراه با پیشرفت تکنولوژی در زمینه‌هایی مثل رشد بلور، ریخته‌گری فلزات، راکتورهای هسته‌ای و استخراج انرژی زمین گرمایی، تأثیر میدان مغناطیسی بر انتقال حرارت جابجایی آزاد پا به عرصه پژوهش‌های جدید گذاشت. تیماه و مغلانی [۷] تأثیر میدان بر محفظه مربعی پر شده از نانوسیال را مطالعه کردند. در این محفظه که تولید و جذب انرژی نیز وجود داشت به این نتیجه رسیدند که زمانی که میدان مغناطیسی ضعیفی اعمال می‌شود اضافه کردن درصد ذرات نانو برای افزایش انتقال حرارت لازم است ولی تحت میدان قوی این کار مناسب نیست. شیخ الاسلامی و همکاران [۸] نیز برای یک محفظه استوانه‌ای شکل به نتیجه مشابه رسیدند. حامد و همکارانش [۹] و گیوبیل و همکارانش [۱۰] در کارهای تجربی تأثیر میدان بر انتقال حرارت روی صفحه عمودی را سنجیدند و نانو سیال‌های متفاوت با قطر ذرات گوناگون را مورد آزمایش قرار دادند، نتایج نشان داد افزایش میدان مغناطیسی باعث کاهش سرعت و شبیه شدن پروفیل سرعت و دمای نانو ذرات متفاوت به یک دیگر می‌شود.

در مطالعه حاضر اثر میدان مغناطیسی در محفظه مثلثی شکل پر شده از نانوسیال آب و مس با دو نیروی حجمی بویانسی و نیروی لورنس بررسی می‌شود. این مسأله که در تحقیقات قبلی به چشم نمی‌خورد می‌تواند شبیه‌سازی خنک‌کاری یک قطعه الکترونیکی در فضای محدود یک مثلث باشد که تحت میدان مغناطیسی ناخواسته‌ای قرار دارد. در این بررسی برای بهبود انتقال حرارت از نانوسیال استفاده شده است تا بتوان تأثیر میدان مغناطیسی بر کاهش انتقال حرارت را جبران کرده و بیشترین نرخ انتقال حرارت در کمترین حجم تجهیزات خنک‌کاری را ایجاد کرد. در این راستا تأثیر پارامترهایی مانند اعداد ریلی، هارتمن و درصد حجمی نانو ذرات بر خطوط جریان، دما و نرخ انتقال حرارت بررسی شده است تا بتوان بهترین طراحی ممکن را انجام داد.

## ۲- بیان مسأله

در مسأله حاضر، یک محفظه مثلثی شکل مطابق شکل ۱ در نظر گرفته می‌شود. دیواره مورب این محفظه در دمای سرد  $T_c$  است، در کف محفظه یک منبع حرارتی با ضخامت ناچیز در دمای گرم  $T_h$  قرار داشته و دیگر دیواره‌ها عایق می‌باشند.

$$-Ha^2 \cdot PrV + Ra \cdot Pr \frac{(\rho\beta)_{nf}}{\rho_{nf} \beta_{nf}} \theta \quad (3)$$

انرژی:

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{\alpha_{nf}}{\alpha_f} \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \quad (4)$$

متغیرهای بی‌بعد استفاده شده در معادلات به شرح زیرند:

$$X = \frac{x}{L}, \quad Y = \frac{y}{L}, \quad D = \frac{d}{L}, \quad W = \frac{w}{L}$$

$$U = \frac{uL}{\alpha_f}, \quad V = \frac{vL}{\alpha_f}, \quad \theta = \frac{(T - T_c)}{(T_h - T_c)}, \quad P = \frac{\bar{p}L^2}{\rho_{nf} \alpha_f^2} \quad (5)$$

در این روابط  $L$  طول ضلع محفظه می‌باشد، اعداد بدون بعد ریلی، پراتل و هارتمن نیز به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$Ra = \frac{g \beta_f L^3 (T_h - T_c)}{\nu_f \alpha_f} \quad Ha = B_0 L \sqrt{\frac{\sigma_{nf}}{\rho_{nf} \nu_f}} \quad Pr = \frac{\nu_f}{\alpha_f} \quad (6)$$

#### ۴- شرایط مرزی

شرط مرزی هیدرودینامیکی مسأله حاضر شرط عدم لغزش و شرط عدم نفوذ بر روی دیواره‌ها ( $U, V = 0$ ) می‌باشد. شرط مرزی حرارتی نیز به این صورت می‌باشد که برای دیوار گرمکن ( $\theta = 1$ )، بر روی دیوار مورب با دمای سرد ( $\theta = 0$ ) و بر روی دیواره‌های عایق شرط مرزی به این صورت خواهد بود:

$$\frac{\partial \theta}{\partial N} = 0 \quad (7)$$

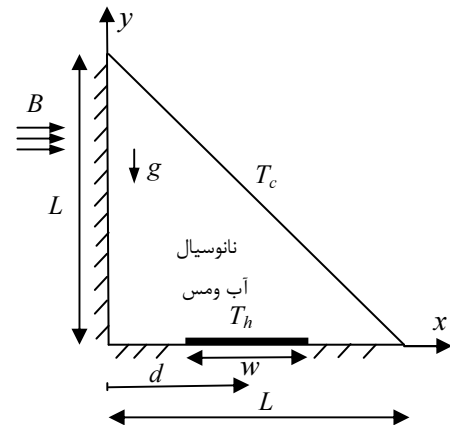
که  $N$  مؤلفه عمود بر سطح ( $x$  یا  $y$ ) می‌باشد.

میزان انتقال حرارت در قالب عدد نوسلت قابل بیان است که عدد نوسلت موضعی روی منبع گرم به صورت رابطه (۸) تعریف می‌شود.

$$Nu(X) = -\frac{k_{nf}}{k_f} \left( \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right)_{Y=0} \quad (8)$$

عدد نوسلت متوسط نیز از طریق انتگرال‌گیری بر روی منبع گرم به دست می‌آید:

$$Nu_m = \frac{1}{W} \int_{\frac{W}{2}}^{\frac{W}{2}} Nu(X) dX \quad (9)$$



شکل ۱ محفظه تحت میدان مغناطیسی

نسبت طول منبع حرارتی به ضلع محفظه  $0/4$  می‌باشد. درون محفظه از نانوسیال آب و مس پر شده و محفظه تحت میدان مغناطیسی ثابت  $B$  در جهت محور  $x$  قرار دارد. بر روی تمام دیواره‌ها شرط عدم لغزش وجود دارد.

هدف بررسی انتقال حرارت نانوسیال و سیال خالص در حضور میدان مغناطیسی با شدت‌های متفاوت است و به این منظور اثر پارامترهایی مثل عدد ریلی، عدد هارتمن و درصد حجمی نانوذرات بر عدد نوسلت منبع گرم پیش‌بینی می‌شود.

#### ۳- معادلات اساسی حاکم

در این مطالعه فرض می‌شود که جریان به صورت آرام و پایدار بوده، تولید و ذخیره انرژی صفر است و اتلاف حرارت لزجی وجود ندارد. همچنین نانوسیال به عنوان یک محیط پیوسته با تعادل گرمایی بین سیال پایه و ذرات جامد در نظر گرفته می‌شود. سیال به صورت سیال نیوتنی تراکم ناپذیر در نظر گرفته می‌شود. معادلات بدون بعد حاکم به صورت دو بعدی و با اعمال تقریب بوزینسک به صورت زیر خواهند بود:

پیوستگی:

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (1)$$

مومنوم  $X$ :

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf} \alpha_{nf}} \left( \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) \quad (2)$$

مومنوم  $Y$ :

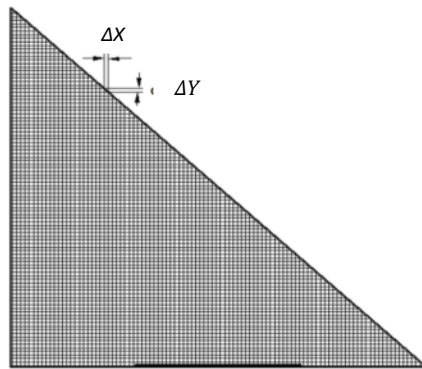
$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf} \alpha_{nf}} \left( \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right)$$

## ۵- خواص نانوسیال

می‌دهد. در مرحله بعد یک محفظه مربعی با یک منبع گرم بر روی دیوار، با سیال عامل نانوسیال آب و مس [۱۵] مدل شد. نتایج این مقایسه در شکل ۳ آورده شده است.

جدول ۱ خواص ترموفیزیکی آب خالص و نانوذرات مس [۳]

خواص	نانو ذرات مس	آب خالص
$\rho$ (kgm <sup>-3</sup> )	۸۹۳۳	۹۹۷/۱
$C_p$ (Jkg <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup> )	۳۸۵	۴۱۷۹
$k$ (Wm <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup> )	۴۰۱	۰/۶۱۳
$\beta \times 10^{+5}$ (K <sup>-1</sup> )	۱/۶۷	۲۱



شکل ۲ شبکه بندی میدان حل

## ۷- کنترل برنامه

برای مدل کردن هندسه مورد نظر برنامه‌ای به زبان فورتن نوشته شد. به منظور بررسی روش حل و اطمینان از صحت کد نوشته شده، نتایج عددی حاصل از آن با کارهای مشابه انجام شده توسط دیگران مقایسه گردید. ابتدا یک محفظه مربعی شکل مانند مرجع [۱۴] در نظر گرفته شده که دیوارهای افقی عایق و دیوارهای عمودی یکی در دمای گرم و دیگری در دمای سرد قرار داشته و سیال عامل هوا است. به ازای اعداد ریلی مختلف عدد نوسلت دیوار گرم اندازه گرفته شد که در جدول ۲ مشاهده می‌شود.

جدول ۲ اعتبارسنجی برنامه حاضر با محفظه مربعی شکل [۱۴]

عدد ریلی	Num تحقیق حاضر	Num دیویس	درصد اختلاف
۱۰ <sup>۳</sup>	۱/۱۱۰	۱/۱۱۶	۰/۵۴
۱۰ <sup>۴</sup>	۲/۲۰۷	۲/۲۳۴	۱/۲
۱۰ <sup>۵</sup>	۴/۵۲۷	۴/۵۰۳	۰/۵۳
۱۰ <sup>۶</sup>	۸/۷۹۹	۸/۷۹۸	۰/۰۱

همان‌طور که مشاهده شد برای حل معادلات حاکم، احتیاج به خواص ترموفیزیکی نانوسیال می‌باشد. خواصی مانند چگالی، ضریب انبساط حجمی، ظرفیت حرارتی، ضریب پخش حرارتی و ضریب هدایت الکتریکی نانوسیال که به کمک روابط و با دسترسی به خواص سیال خالص و ذرات جامد به صورت زیر محاسبه می‌شوند [۳]:

$$\rho_{nf} = (1 - \phi)\rho_f + \phi\rho_s \quad (10)$$

$$(\rho\beta)_{nf} = (1 - \phi)(\rho\beta)_f + \phi(\rho\beta)_s \quad (11)$$

$$(\rho C_p)_{nf} = (1 - \phi)(\rho C_p)_f + \phi(\rho C_p)_s \quad (12)$$

$$\alpha_{nf} = \frac{k_{nf}}{(\rho C_p)_{nf}} \quad (13)$$

$$\sigma_{nf} = (1 - \phi)\sigma_f + \phi\sigma_s \quad (14)$$

برای مدل کردن ویسکوزیته دینامیکی نانوسیال هم از رابطه بریکمن [۱۱] و برای ضریب هدایت حرارتی آن از مدل ماکسول [۱۲] استفاده شده است.

$$\mu_{nf} = \mu_f (1 - \phi)^{-2.5} \quad (15)$$

$$k_{nf} = k_f \left[ \frac{(k_s + 2k_f) - 2\phi(k_f - k_s)}{(k_p + 2k_f) + \phi(k_f - k_s)} \right] \quad (16)$$

خواص ترموفیزیکی آب و مس در جدول ۱ آورده شده است.

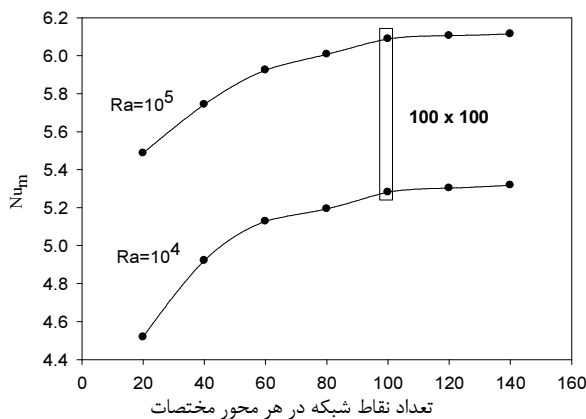
## ۶- روش عددی

معادلات بی بعد و شرایط مرزی گفته شده با روش اختلاف محدود مبتنی بر حجم کنترل جبری شده‌اند. میدان حل با شبکه جابجا شده شبکه‌بندی شده تا تأثیر گرادیان فشار به خوبی روشن شود. ترم‌های جابجایی و پخش با روش توان پیرو گسسته سازی شده و برای حل همزمان معادلات از الگوریتم سیمپل [۱۳] استفاده شده است. به منظور ایجاد دامنه حل مثلثی شکل مانند شکل ۲، یک محفظه مربعی را در نظر گرفته، دیوار مورب مثلث را به صورت زیگزاگ فرض کرده، سلول‌هایی که خارج از دامنه مثلث می‌باشند غیر فعال شده‌اند.

همچنین معیار همگرایی زیر در نظر گرفته شده است:

$$\sum_j \sum_i \sqrt{\left( \frac{\gamma^{n+1} - \gamma^n}{\gamma^{n+1}} \right)^2} \leq 10^{-7} \quad (17)$$

که  $n$  تعداد تکرار و  $\gamma$  متغیر عمومی  $(U, V, \theta)$  را نشان



شکل ۵ تأثیر نقاط شبکه بر عدد نوسلت متوسط منبع گرم در  $Ra = 10^5, \phi = 0.05, Ha = 40, Pr = 6.2$

### ۸- نتایج

پس از اطمینان از عملکرد برنامه کامپیوتری، اثر پارامترهای مختلف مسأله حاضر بررسی می‌شود. به این منظور محفظه شکل ۱ را در نظر گرفته و ابتدا اثر میدان مغناطیسی در قالب عدد هارتمن در اعداد ریلی مختلف بررسی می‌شود. در این بررسی‌ها طول منبع حرارتی ثابت و برابر  $W=w/L$  و موقعیت آن در مرکز ضلع پایین یعنی  $D=d/L$  می‌باشد. خطوط جریان و هم‌دمای برای سیال خالص آب و نانوسیال ( $\phi = 0.05$ ) به ازای اعداد ریلی و هارتمن مختلف رسم شده است.

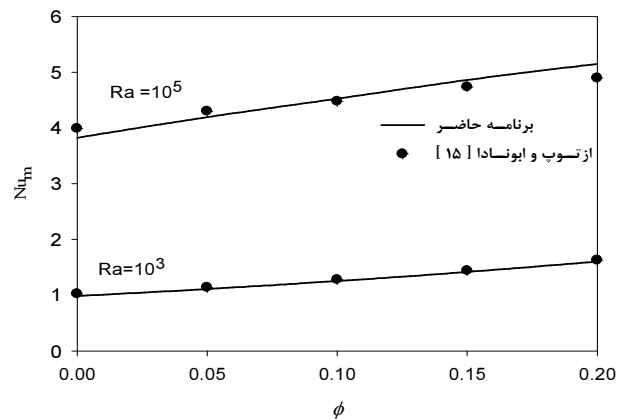
از خطوط جریان در شکل ۶ مشاهده می‌شود که در حضور میدان مغناطیسی و در عدد ریلی  $10^4$  گردابه‌های کوچکی در گوشه سمت چپ محفظه ایجاد شده ولی با افزایش عدد ریلی و در نتیجه آن افزایش نیروی گرانش، این گردابه‌ها حذف شده و جریان به صورت یک گردابه کلی و اصلی در می‌آید. با افزایش عدد هارتمن مشاهده می‌شود اندازه بیشینه تابع جریان کاهش می‌یابد که نشان دهنده این امر است که سرعت حرکت جریان کاهش یافته است. از طرفی با افزایش نیروی لورنس جریان به سمت دیواره پایین کشیده می‌شود و ناحیه کف محفظه فشرده‌گی خطوط جریان پدیدار می‌شود. افزایش میدان مغناطیسی، خطوط جریان را وادار می‌کند از حالت پیچیده به سمت خطوط موازی با دیواره‌های محفظه متمایل شوند.

همان‌طور که شکل ۷ نشان می‌دهد با افزایش عدد ریلی خطوط هم‌دمای حالت پیچیده‌تری پیدا می‌کند و نشان از افزایش جابجایی دارد.

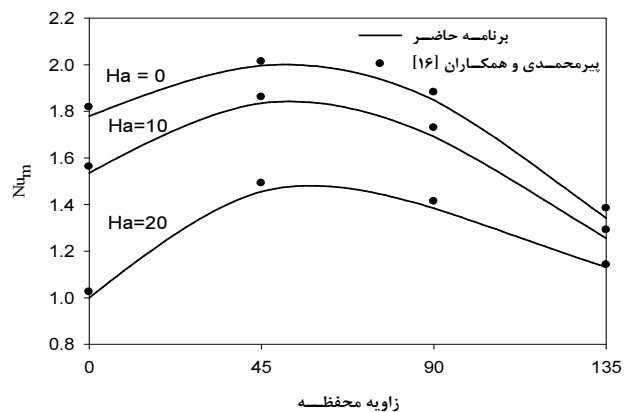
همچنین در شکل ۴ نوسلت متوسط، در یک محفظه مربعی شکل با دو دیوار عایق و دو دیوار در دمای سرد و گرم [۱۶] را رسم کرده که سیال عامل هوا بوده و محفظه تحت میدان مغناطیسی قرار دارد.

همان‌گونه که از نتایج مشاهده می‌شود اطلاعات به دست آمده از برنامه حاضر تطابق مناسبی با کارهای انجام شده دارد. در مرحله بعد استقلال شبکه بررسی شده و شبکه بندی مناسب انتخاب گردید. بدین منظور تأثیر تعداد نقاط شبکه بر عدد نوسلت منبع گرم در اعداد ریلی، اعداد هارتمن و درصد حجمی متفاوت نانو ذرات بررسی شد که یک نمونه آن در شکل ۵ آورده شده است.

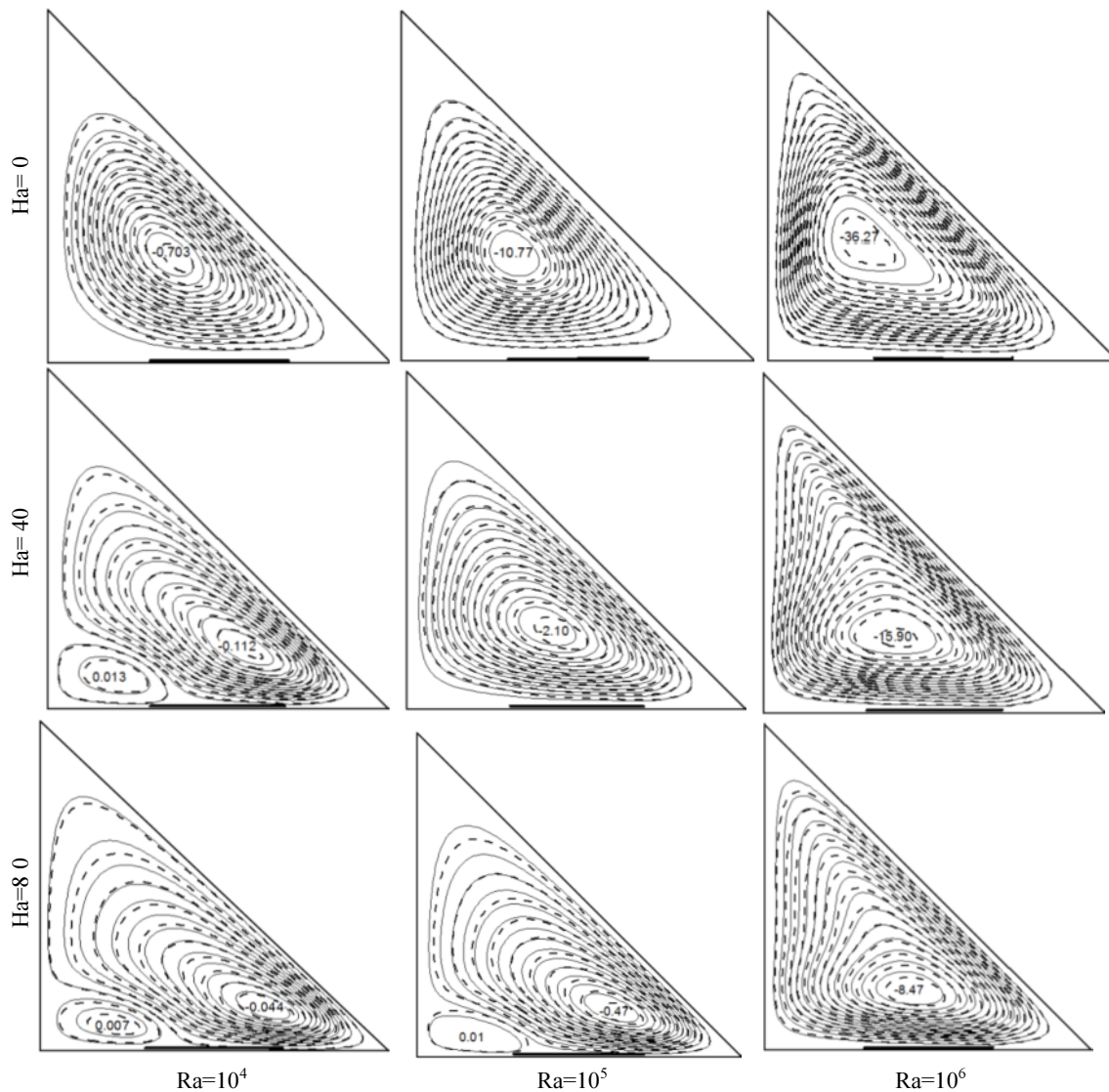
همین‌طور که در شکل ۵ مشاهده می‌شود از شبکه  $100 \times 100$  به بعد با افزایش تعداد شبکه عدد نوسلت متوسط تقریباً ثابت می‌ماند. بنابراین به منظور صرفه‌جویی در زمان و هزینه، شبکه  $100 \times 100$  به عنوان شبکه حل انتخاب شد.



شکل ۳ اعتبارسنجی برنامه حاضر با محفظه مربعی شکل پر شده از نانوسیال [۱۵]



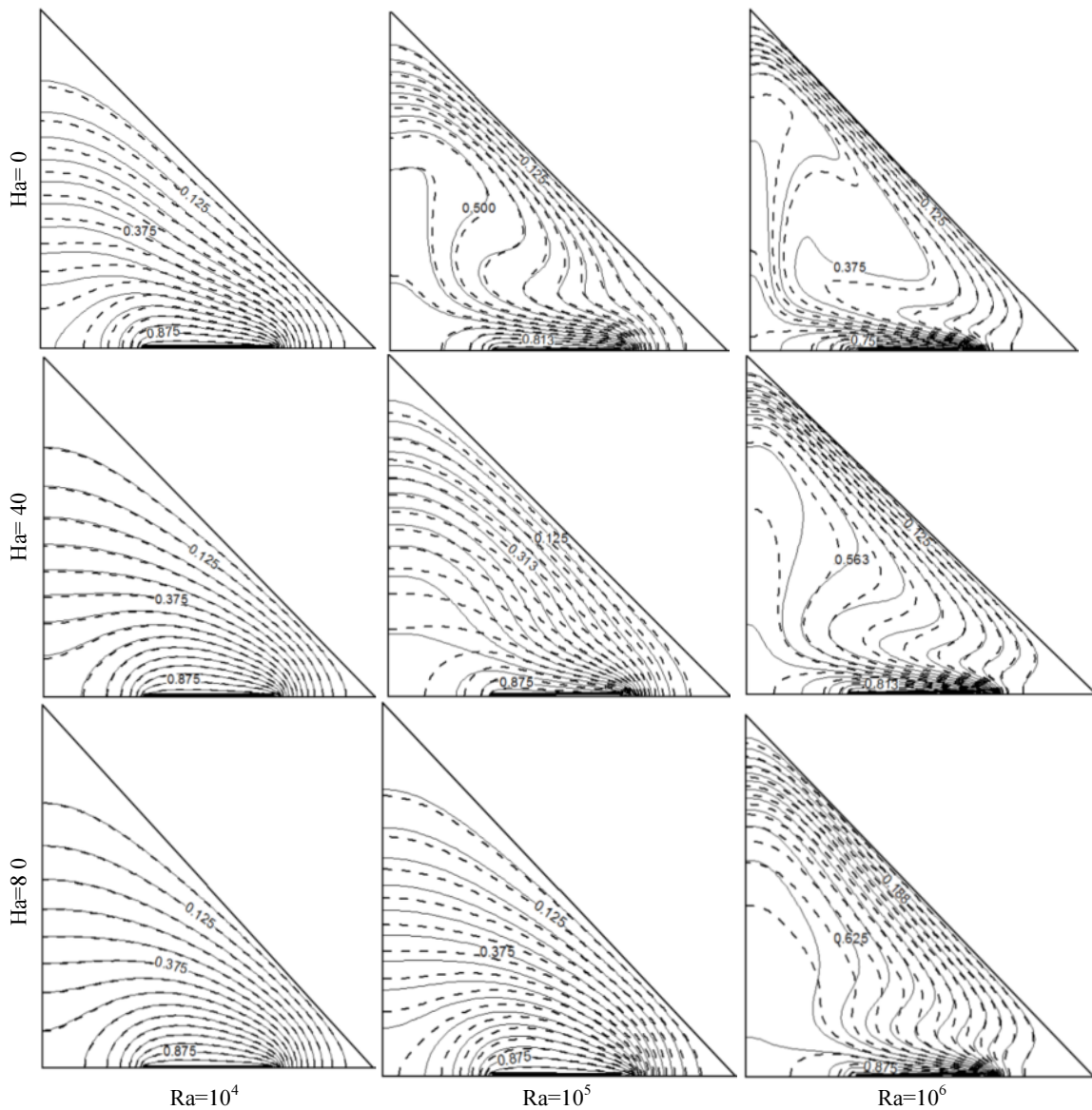
شکل ۴ اعتبارسنجی برنامه حاضر با محفظه مربعی تحت میدان مغناطیسی با زوایای چرخش متفاوت [۱۶]



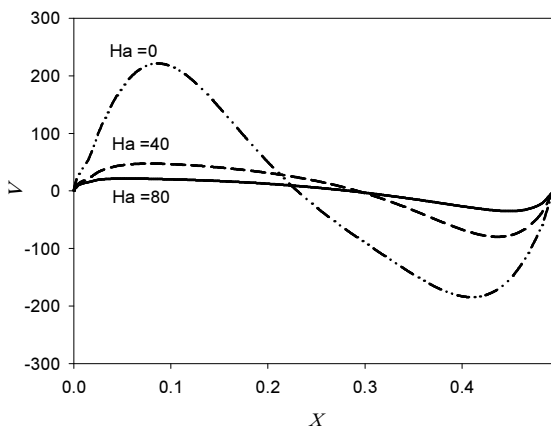
شکل ۶ تأثیر تغییرات عدد هارتمن و عدد ریلی بر خطوط جریان برای سیال خالص (—) و نانو سیال  $\phi = 0.05$  (----)

برای بهتر مشخص شدن رفتار جریان در حضور میدان مغناطیسی، سرعت عمودی جریان در مقطع  $Y=0.5$  در اعداد ریلی  $10^3$  و  $10^6$  برای نانو سیال ۵ درصد در شکل ۸ و ۹ رسم شده است. مشاهده می‌شود افزایش میدان مغناطیسی باعث کاهش بیشینه سرعت عمودی می‌شود و حتی در عدد ریلی  $10^3$  پروفیل سرعت در عدد هارتمن ۸۰ به صورت کاملاً افقی تبدیل می‌شود ولی در عدد ریلی  $10^6$  تأثیر کمتری نشان می‌دهد. نوسلت موضعی روی منبع حرارتی در اعداد ریلی  $10^3$  و  $10^6$  به ازای اعداد هارتمن مختلف در شکل‌های ۱۰ و ۱۱ رسم شده است.

با افزایش عدد هارتمن خطوط هم‌دما به حالت موازی با دیواره‌های محفظه در می‌آید و بیان کننده آن است که افزایش عدد هارتمن باعث می‌شود سهم انتقال حرارت جابجایی کاهش یافته و انتقال حرارت هدایتی غالب شود. ضمن آنکه با افزایش عدد هارتمن تراکم خطوط هم‌دما و یا به عبارتی گردایان دما روی منبع گرم کاهش می‌یابد. در عدد ریلی  $10^4$  میدان مغناطیسی تأثیر زیادی بر خطوط هم‌دما ندارد ولی با افزایش عدد ریلی به مراتب تأثیر میدان مغناطیسی بیشتر می‌شود. در عدد ریلی  $10^4$  خطوط هم‌دما برای سیال خالص و نانو سیال یکسان بوده ولی با افزایش ریلی تفاوت این دو آشکار می‌شود.

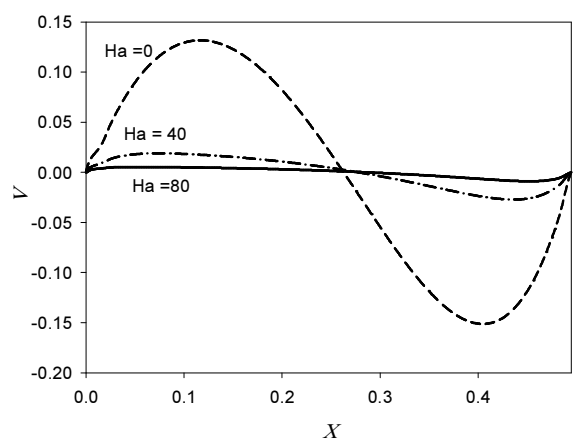


شکل ۷ تأثیر تغییرات عدد هارتمن و عدد ریلی بر خطوط هم‌دما برای سیال خالص (—) و نانو سیال  $\phi = 0.05$  (----)



شکل ۹ تغییرات سرعت عمودی برای مقطع

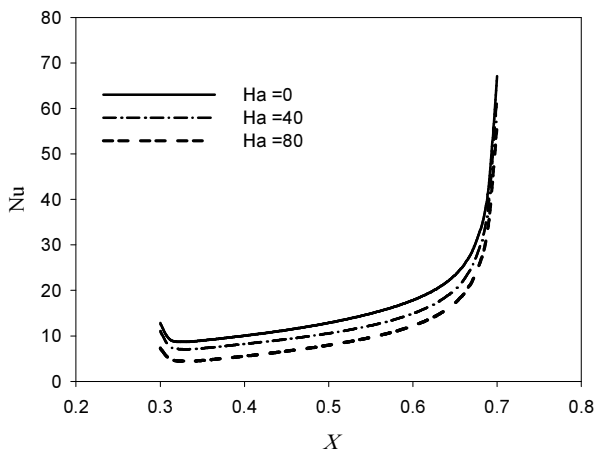
$$Ra = 10^6, \phi = 0.05, Y = 0.5$$



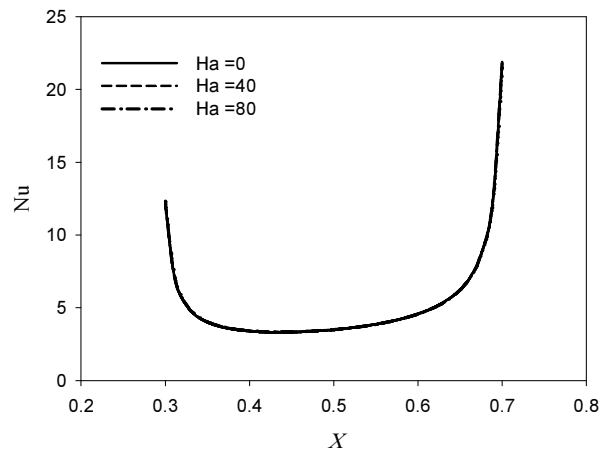
شکل ۸ تغییرات سرعت عمودی برای مقطع

$$Ra = 10^3, \phi = 0.05, Y = 0.5$$





شکل ۱۱ نوسلت موضعی روی منبع حرارتی در  $Ra=10^6$



شکل ۱۰ نوسلت موضعی روی منبع حرارتی در  $Ra=10^3$

افزایش درصد حجمی نانوذرات در اعداد ریلی پایین ( $10^3$  و  $10^4$ ) تأثیر بیشتری بر عدد نوسلت دارد. از طرفی در عدد ریلی  $10^5$  و هارتمن ۴۰ دیده می‌شود که افزایش  $\phi$ ، باعث کاهش نوسلت شده و همین‌طور در ریلی  $10^6$  و هارتمن ۸۰ نیز افزایش  $\phi$  تأثیری بر افزایش نوسلت ندارد. در شکل ۱۲ تأثیر میدان مغناطیسی بر عدد نوسلت متوسط در درصد حجمی‌های مختلف نانو ذرات نمایش داده شده است. در این شکل نسبت نوسلت متوسط به نوسلت متوسط بدون حضور میدان مغناطیسی ( $Ha=0$ ,  $Nu_m^* = Nu_m / Nu_m$ ) رسم شده است.

در شکل ۱۰ دیده می‌شود که در ریلی  $10^3$  نمودار نوسلت موضعی در اعداد هارتمن متفاوت بر روی هم منطبق شده و نشان از بی‌تأثیر بودن میدان مغناطیسی در اعداد ریلی کم دارد. برعکس در ریلی  $10^6$  تأثیر میدان مغناطیسی در شکل ۱۱ کاملاً مشهود بوده که با افزایش عدد هارتمن، نوسلت موضعی کاهش می‌یابد.

در جدول ۳ مقادیر نوسلت متوسط منبع حرارتی در اعداد ریلی، هارتمن و درصد نانوذرات متفاوت آورده شده است. مشاهده می‌شود که عموماً با افزایش درصد حجمی نانوذرات، نوسلت متوسط افزایش می‌یابد ولی میزان افزایش شدیداً به مقادیر عدد ریلی و عدد هارتمن وابسته است.

جدول ۳ نوسلت متوسط منبع حرارتی

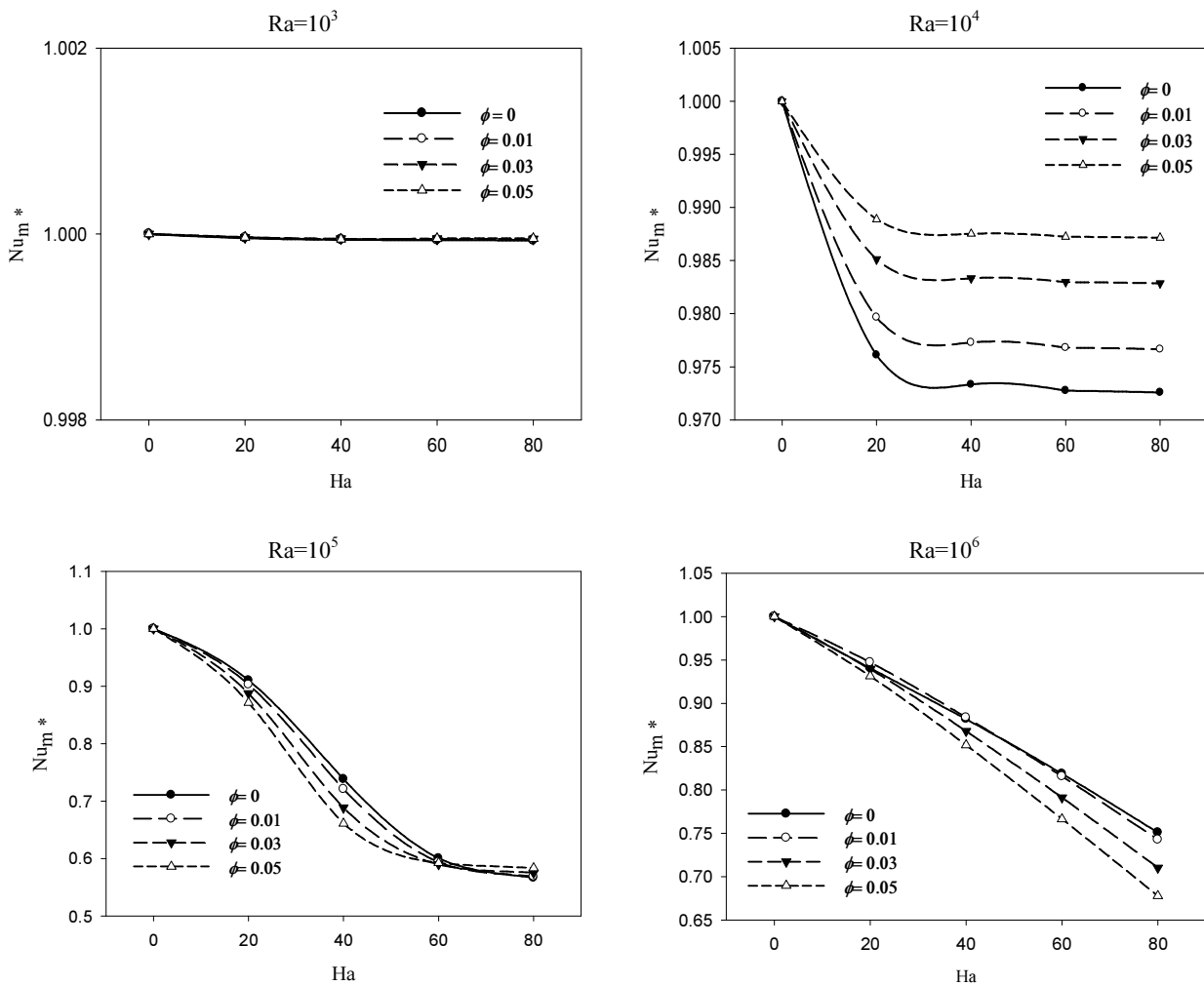
$\phi = 0.05$	$\phi = 0.03$	$\phi = 0.01$	$\phi = 0$		
۵/۲۶۶	۴/۹۷۱	۴/۶۸۸	۴/۵۵۱	$Ha=0$	$Ra=10^3$
۵/۲۶۶	۴/۹۷۱	۴/۶۸۸	۴/۵۵۱	$Ha=40$	
۵/۲۶۶	۴/۹۷۱	۴/۶۸۸	۴/۵۵۱	$Ha=80$	
۵/۳۳۵	۵/۰۵۸	۴/۸۰۱	۴/۶۸۰	$Ha=0$	$Ra=10^4$
۵/۲۶۸	۴/۹۷۴	۴/۶۹۲	۴/۵۵۵	$Ha=40$	
۵/۲۶۶	۴/۹۷۱	۴/۶۸۹	۴/۵۵۱	$Ha=80$	
۹/۱۱۲	۸/۷۵۴	۸/۴۰۵	۸/۲۳۳	$Ha=0$	$Ra=10^5$
۶/۰۲۳	۶/۰۲۶	۶/۰۵۹	۶/۰۷۹	$Ha=40$	
۵/۳۱۴	۵/۰۳۶	۴/۷۸۱	۴/۶۶۵	$Ha=80$	
۱۶/۴۴۱	۱۵/۶۸۹	۱۴/۹۵۸	۱۴/۷۶۳	$Ha=0$	$Ra=10^6$
۱۴/۰۰۳	۱۳/۶۱۶	۱۳/۲۲۰	۱۳/۰۱۸	$Ha=40$	
۱۱/۱۴۱	۱۱/۱۴۲	۱۱/۱۱۲	۱۱/۰۸۶	$Ha=80$	



داشت. در ریلی  $10^5$  و  $10^6$  اثر افزایش عدد هارتمن به خوبی قابل مشاهده است که از بین آن دو، عدد ریلی  $10^5$  با حدود ۴۵ درصد کاهش در عدد نوسلت تأثیر گذارتر از ریلی  $10^6$  با حدود ۳۰ درصد کاهش می باشد. از طرفی در ریلی  $10^5$  با افزایش عدد هارتمن از ۶۰ به بعد شیب نمودار به سمت صفر می رود که بیان کننده این ادعا است که تأثیر میدان بسیار کم می شود که با افزایش  $\phi$ ، این مطلب بیشتر پدیدار می شود. در عدد ریلی  $10^6$  هم کاملاً مشخص است که با افزایش عدد هارتمن، نوسلت کاهش می یابد، نمودار به صورت خطی است و تا عدد هارتمن ۸۰ هنوز تقویت میدان مغناطیسی تأثیر گذار بوده و انتقال حرارت جابجایی غالب است. از طرفی با افزایش  $\phi$ ، تأثیر میدان مغناطیسی بر کاهش انتقال حرارت بیشتر نمایان می شود.

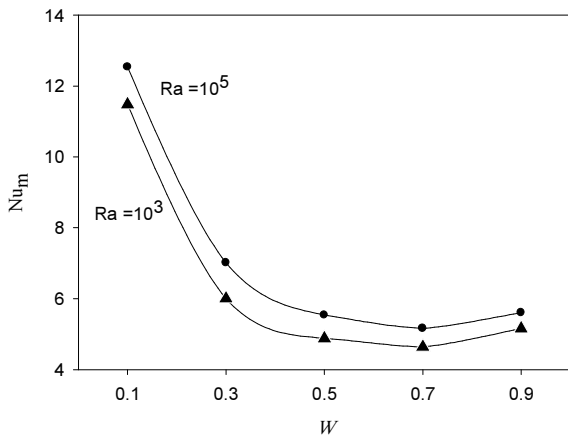
نتایج نشان می دهد افزایش عدد هارتمن عدد نوسلت متوسط را کاهش می دهد دلیل این امر این است که میدان مغناطیسی باعث کند شدن سرعت جریان و در نتیجه کاهش انتقال حرارت جابجایی و در نهایت کاهش عدد نوسلت متوسط می شود.

در درصد نانوذرات متفاوت در عدد ریلی  $10^3$ ، میدان مغناطیسی بدون تأثیر است، در ریلی  $10^4$  تأثیر اندکی قابل مشاهده است که در نانوسیال های با  $\phi$  بیشتر این تأثیر رو به کاهش می گذارد. با افزایش عدد هارتمن بیش از ۲۰، نمودار نوسلت افقی بوده و تقویت میدان مغناطیسی بیش از این، تأثیری بر انتقال حرارت نخواهد گذاشت دلیل این امر آن است که در هارتمن ۲۰ انتقال حرارت هدایتی غالب شده و افزایش عدد هارتمن تأثیری بر کاهش سرعت جریان سیال نخواهد



شکل ۱۲ تأثیر عدد هارتمن بر نوسلت متوسط برای درصد نانوذرات متفاوت

صورت ساعت‌گرد در گوشه سمت راست ایجاد می‌شود.



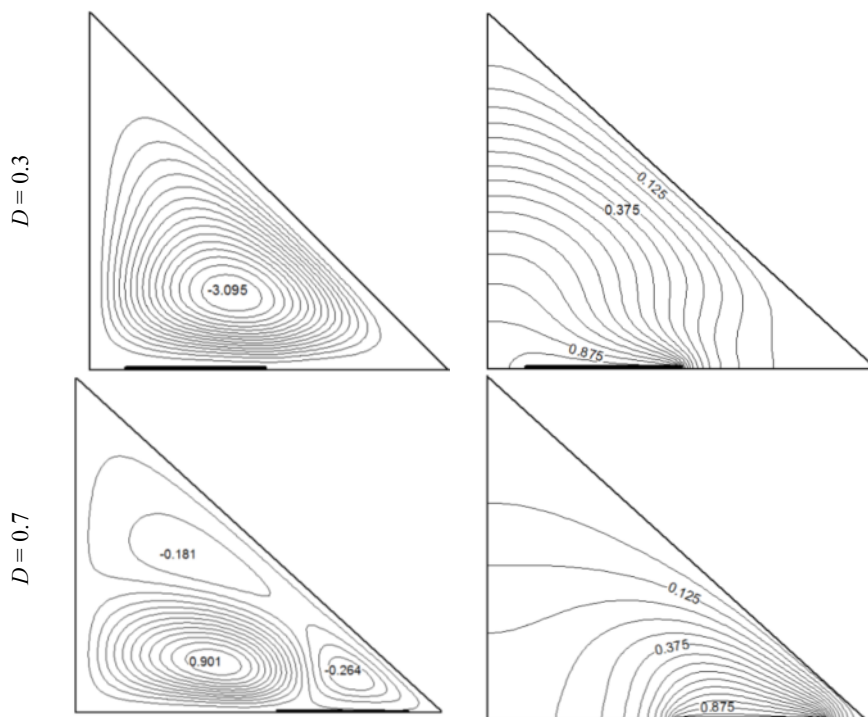
شکل ۱۳ تأثیر طول منبع حرارتی بر نوسلت متوسط  
 $D = 0.5, \phi = 0.05, Ha = 40$

خطوط هم‌دما نیز در این حالت تراکم زیادی را در گوشه سمت راست نشان می‌دهد که حاکی از اختلاف شدید دما، به دلیل نزدیکی منبع با دیوار سرد و در نتیجه آن انتقال حرارت بیشتر است.

پس از بررسی اثر عدد هارتمن، ریلی و درصد حجمی نانوذرات در ادامه به بررسی طول و موقعیت منبع حرارتی بر رفتار گرمایی سیال پرداخته می‌شود. در این بررسی عدد هارتمن را ۴۰، نانوسیال را ۵ درصد حجمی و ریلی در دو حالت ۱۰<sup>۳</sup> و ۱۰<sup>۵</sup> در نظر گرفته می‌شود.

در شکل ۱۳ دیده می‌شود که با افزایش طول منبع گرم، نوسلت متوسط کاهش می‌یابد که دور از انتظار هم نبود زیرا با افزایش طول منبع گرم، سطح انتقال حرارت افزایش می‌یابد و مقدار متوسط نوسلت روی آن کاهش خواهد یافت. در طول منبع ۰/۹ نمودار به صورت صعودی در آمده که دلیل آن نزدیکی بیش از اندازه منبع گرم به دیوار سرد می‌باشد که مقدار نوسلت را افزایش داده است.

در مرحله بعد مکان منبع حرارتی در سرتاسر کف محفظه تغییر داده می‌شود. خطوط جریان و خطوط هم‌دما در شکل ۱۴ رسم شده است. مشاهده می‌شود زمانی که منبع حرارتی سمت چپ محفظه قرار دارد یک گردابه کل محفظه را پوشش می‌دهد ولی با انتقال منبع به گوشه سمت راست، علاوه بر گردابه‌ای با اندازه متوسط در سمت چپ، گردابه کوچکی به



شکل ۱۴ خطوط جریان (سمت چپ) و خطوط هم‌دما (سمت راست)،  $Ra = 10^5, \phi = 0.05, W = 0.4, Ha = 40$

حاکم توسط الگوریتم سیمپل حل شده، اعداد هارتمن، ریلی، درصد حجمی نانوذرات، طول و مکان منبع حرارتی تغییر داده شد و نتایج زیر حاصل شدند:

افزایش عدد هارتمن باعث کاهش سرعت جریان داخل محفظه شده و همین امر انتقال حرارت جابجایی را کاهش می‌دهد. در اعداد ریلی پایین ( $10^3$  و  $10^4$ ) به دلیل آنکه انتقال حرارت هدایتی غالب است میدان مغناطیسی تأثیر بسیار ناچیزی دارد.

تأثیر افزایش عدد هارتمن بر کاهش نوسلت در اعداد ریلی متوسط ( $10^5$ ) بیشتر از اعداد ریلی بزرگ ( $10^6$ ) می‌باشد.

با توجه به عدد ریلی، عدد هارتمن متناظری وجود دارد که در آن انتقال حرارت هدایتی غالب می‌شود و دیگر افزایش شدت میدان مغناطیسی تأثیری بر نوسلت متوسط ندارد. این عدد برای عدد ریلی  $10^3$ ، برابر هارتمن صفر، برای ریلی  $10^4$  حدوداً برابر ۲۰، برای ریلی  $10^5$  حدوداً برابر ۶۰ و در مورد ریلی  $10^6$  عدد بزرگتری خواهد بود. ضمن آنکه افزایش درصد حجمی نانوذرات باعث می‌شود این پدیده در عدد هارتمن کمتری اتفاق بیافتد.

افزایش درصد حجمی نانوذرات عموماً باعث افزایش نوسلت متوسط و در نتیجه افزایش انتقال حرارت می‌شود ولی در اعداد ریلی و میدان مغناطیسی با شدت‌های متفاوت رفتار یکسانی مشاهده نمی‌شود.

با افزایش طول منبع حرارتی، به دلیل افزایش سطح انتقال حرارت نوسلت متوسط کاهش می‌یابد.

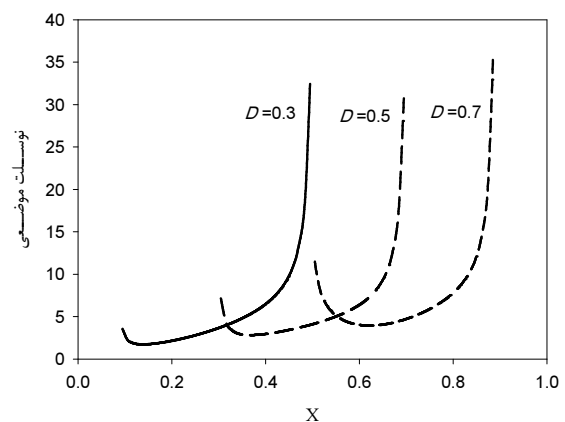
با تغییر مکان منبع حرارتی و نزدیک شدن آن به دیوار سرد نوسلت متوسط افزایش می‌یابد.

### ۱۰- فهرست علائم

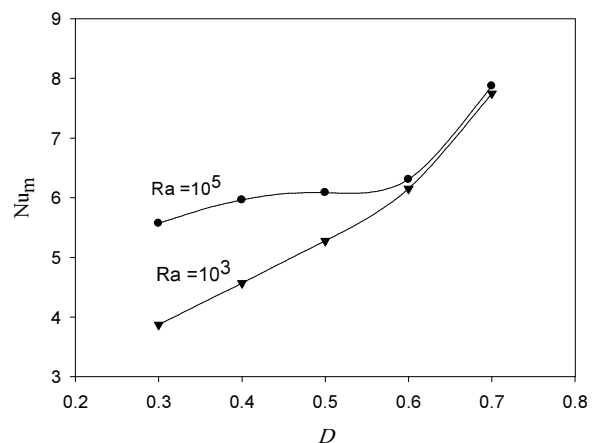
$D$	فاصله مرکز منبع حرارتی تا مبدا مختصات (m)
$G$	شتاب گرانش ( $ms^{-2}$ )
$K$	ضریب هدایت گرمایی ( $WK^{-1}m^{-1}$ )
$L$	طول و ارتفاع محفظه (m)
$P$	فشار (Pa)
$T$	دما (K)
$u$	سرعت در جهت $x$ ( $ms^{-1}$ )
$U$	سرعت بدون بعد در جهت $x$ ( $U = uL/\alpha_f$ )
$v$	سرعت در جهت $y$ ( $ms^{-1}$ )
$V$	سرعت بدون بعد در جهت $y$ ( $V = vL/\alpha_f$ )

در شکل ۱۵ نوسلت موضعی منبع حرارتی در موقعیت‌های مختلف قابل مشاهده است. در لبه منبع حرارتی نمودارهای شیب تندی دارند که دلیل آن تغییر ناگهانی نوسلت از صفر بر روی دیوار عایق تا مقداری بر روی لبه منبع می‌باشد. ضمن آنکه مقدار بیشینه نمودار به دلیل نزدیکی لبه سمت راست با دیوار سرد در سمت راست آنها قرار دارد.

در شکل ۱۶ به طور واضح دیده می‌شود که با نزدیک شدن منبع حرارتی به دیواره سرد در سمت راست محفظه، نوسلت متوسط افزایش پیدا می‌کند.



شکل ۱۵ تأثیر تغییر مکان منبع حرارتی بر نوسلت موضعی  
 $Ra = 10^5, \phi = 0.05, W = 0.4, Ha = 40$



شکل ۱۶ تأثیر تغییر مکان منبع حرارتی بر نوسلت متوسط  
 $Ra = 10^5, \phi = 0.05, W = 0.4, Ha = 40$

### ۹- نتیجه‌گیری

در این تحقیق انتقال حرارت آزاد داخل محفظه مثلثی پر شده از نانوسیال، تحت میدان مغناطیسی بررسی شد. معادلات

- European Journal of Mechanics B/Fluids*, No. 33, 2012, pp. 95-104.
- [5] Jahanshahi M., Hosseinizade S. F., Alipanah A., Dehghani A., Vakilinejad G. R., "Numerical Simulation of Free Convection Based on Experimental Measured Conductivity in a Square Cavity Using Water/Sio2 Nanofluid", *International Communication in Heat and Mass Transfer*, Vol. 37, 2010, pp. 687-694.
- [6] Oztop H. F., Abu-Nada E., "Numerical Study of Natural Convection in Partially Heated Rectangular Enclosures Filled with Nanofluids", *International Journal of Heat and Fluid Flow*, No. 29, 2008, pp. 1326-1336.
- [7] Teamah M. A., El-Maghlany W. M., "Augmentation of Natural Convective Heat Transfer in Square Cavity by Utilizing Nanofluids in the Presence of Magnetic Field and Uniform Heat Generation/Absorption", *International Journal of Thermal Sciences*, No. 58, 2012, pp. 130-142.
- [8] Sheikholeslami M., Gorji-Bandpay M., Ganji D., "Magnetic Field Effects on Natural Convection Around a Horizontal Circular Cylinder 2 Inside a Square Enclosure Filled with Nanofluid", *International Communications in Heat and Mass Transfer*, No. 31, 2012, pp. 211-220.
- [9] Hamad M. A. A., Pop I., Ismail A. I. M., "Magnetic Field Effects on Free Convection Flow of a Nanofluid Past a Vertical Semi-Infinite Flat Plate", *Nonlinear Analysis: Real World Applications*, No. 12, 2011, pp. 1338-1346.
- [10] Gavili A., Zabihi F., Isfahani T. D., Sabbaghzadeh J., "The Thermal Conductivity of Water Base Ferrofluids Under Magnetic Field", *Experimental Thermal and Fluid Science*, No. 41, 2012, pp. 94-98.
- [11] Brinkman H. C., "The Viscosity of Concentrated Suspensions and Solution", *Chem. Phys.*, No. 20, 1952, pp. 571-581.
- [12] Maxwell J., *A Treatise on Electricity and Magnetism*, second ed. Oxford University Press, Cambridge, UK, 1904.
- [13] Patankar S. V., *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Hemisphere, Washington D. C., 1980.
- [14] Davis G. D. V., "Natural Convection of Air in a Square Cavity, a Benchmark Numerical Solution", *Int. J. Numer. Meth. Fluid*, No. 3 1983, pp. 249-264.
- [15] Oztop H. F., Abu-Nada E., "Numerical Study of Natural Convection in Partially Heated Rectangular Enclosures Filled with Nanofluids", *International Journal of Heat and Fluid Flow*, No. 29, 2008, pp. 1326-1336.
- [16] Pirmohammadi M., Ghassemi M., "Effect of Magnetic Field on Convection Heat Transfer Inside a Tilted Square Enclosure", *International Communications in Heat and Mass Transfer*, No. 36, 2009, pp. 776-780.

$W$  عرض منبع حرارتی (m)

$x$  مختصه افقی (m)

$X$  مختصه افقی بدون بعد ( $X=x/L$ )

$y$  مختصه عمودی (m)

$Y$  مختصه عمودی بدون بعد ( $Y=y/L$ )

$Nu$  عدد نوسلت ( $Nu=hL/k$ )

$Nu_m^*$  نوسلت متوسط نسبی ( $Nu_m^* = Nu_m / (Nu_m, Ha=0)$ )

$Pr$  عدد پرائنتل ( $Pr=v_f/\alpha_f$ )

$Ra$  عدد ریلی ( $Ra=g\beta_f L^3 (T_h-T_c)/\nu_f \alpha_f$ )

$Ha$  عدد هارتمن ( $Ha=B_0 L (\sigma_{nf}/\rho_{nf} \nu_f)^{0.5}$ )

### علائم یونانی

$\alpha$  ضریب پخش حرارتی ( $m^2 s^{-1}$ )

$\beta$  ضریب انبساط گرمایی ( $K^{-1}$ )

$\theta$  دمای بدون بعد ( $\theta=(T-T_c)/(T_h-T_c)$ )

$\rho$  دانسیته ( $kg m^{-3}$ )

$\sigma$  ضریب هدایت الکتریکی ( $\mu s cm^{-1}$ )

$\mu$  لزجت دینامیکی (Pa s)

$\phi$  درصد حجمی نانوذرات جامد

### زیرنویس‌ها:

$c$  سرد

$f$  سیال

$h$  گرم

$m$  متوسط

$s$  نانوذرات

$nf$  نانوسیال

### ۱۱- مراجع

- [1] Basak H., Roy S., Thirumalesha Ch., "Finite Element Analysis of Natural Convection in a Triangular Enclosure: Effects of Various Thermal Boundary Conditions", *Chemical Engineering Science*, No. 62, 2007, pp. 2623-2640.
- [2] Varol Y., Oztop H. F., Yilmaz T., "Natural Convection in Triangular Enclosures With Protruding Isothermal Heater", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, No. 50, 2007, pp. 2451-2462.
- [3] Aminossadati S. M., Ghasemi B., "Natural Convection Cooling of a Localised Heat Source at the Bottom of a Nanofluid-Filled Enclosure", *European Journal of Mechanics B/Fluids*, No. 28, 2009, pp. 630-640.
- [4] Arefmanesh A., Amini M., Mahmoodi M., Najafi M., "Buoyancy-Driven Heat Transfer Analysis in Two-Square Duct Annuli Filled with a Nanofluid",