http://mechanics.journals.modares.ac.ir

مجله علمی پژوهشی
مهندسی مکانیک مدرس
دوره ۱۲ شماره ۵ دی ۱۳۹۱ ص ص ۱۴۶-۱۵۳

تاریخچه مقاله:
دریافت ۹۰/۹/۲۸
پذیرش ۹۱/۵/۷
ارائه در سایت ۹۱/۸/۳۰

ارائه مدل عددی بی بعد در تحلیل نویز آکوستیکی پدیده سوپر کاویتاسیون با استفاده از روش اغتشاشات

نوروز محمد نوری[۱]، محمد ریاحی[۲*]، علی ولی پور چهارده چریک[۳]

۱- دانشیار مهندسی مکانیک، دانشگاه علم وصنعت ایران، تهران
۲- دانشیار مهندسی مکانیک، دانشگاه علم وصنعت ایران، تهران
۳- دانشجوی دکتری مهندسی مکانیک، دانشگاه علم وصنعت ایران، تهران
* تهران، صندوق پستی ۱۶۸۴۶۱۳۱۱۴، Riahi@iust.ac.ir

چکیده- کاویتاسیون تغییر فاز سیال مایع به بخار به علت کاهش فشار محلی در اثر سرعت موضعی بالا می‌باشد. در اثر کاویتاسیون حباب‌هایی در نقاط کم‌فشار ایجاد می‌شوند. انتقال این حباب‌ها توسط جریان سیال به نقاط پر فشار باعث فروپاشی حباب‌ها می‌گردد که این امر در نهایت باعث ایجاد نویز می‌شود. دستیابی به مدل مناسب در شبیه‌سازی امواج صوتی ناشی از کاویتاسیون به منظور شناسایی و کنترل این پدیده اهمیت بسیاری دارد. از آنجاکه صوت آکوستیکی بخشی از دینامیک جریان می‌باشد، معادلات بقای‌جرم، مومنتوم و انرژی به عنوان معادلات پایه در تحلیل رفتار آکوستیکی پدیده کاویتاسیون و سوپرکاویتاسیون شناخته می‌شوند. در این تحقیق به منظور مدل‌سازی جریان کاویتاسیون به همراه نویز آکوستیکی، ابتدا با استفاده از آنالیز ابعادی، معادلات حاکم به فرم بی‌بعد تبدیل می‌شوند. ترم آکوستیکی به عنوان ترمی‌در مرتبه پایین‌تر نسبت به دینامیک جریان سیال لحاظ می‌گردد، سپس با استفاده از روش اغتشاشات، دسته‌های متعددی از معادلات با مرتبه‌های مختلف بدست می‌آیند. نتایج نشان می‌دهند که به منظور دستیابی به نوسانات فشار ناشی از نویز آکوستیکی کاویتاسیون، باید معادلات جریان سیال را برای سیال تراکم‌پذیر حل کرد. همچنین معادلات آکوستیکی در مرتبه دوم معادلات حاصله قرار داشته که با معادلات دینامیک جریان کوپل می‌باشند.

کلیدواژگان: آکوستیک، مدل‌سازی، اغتشاش و آنالیز ابعادی.

Using perturbation method to obtain scaled numerical model for analyzing noise of supercavitation

N. M. Nouri[1], M. Riahi[2*], A. Valipour[3]

1- Assoc. Prof. of Mech. Eng., Iran Univ. of Science and Tech., Tehran, Iran
2- Assoc. Prof. of Mech. Eng., Iran Univ. of Science and Tech., Tehran, Iran
3- PhD Student, Mech. Eng., Iran Univ. of Science and Tech., Tehran, Iran
* P.O.B. 1684613114 Tehran, Iran. Riahi@iust.ac.ir

Abstract- Cavitation is changing liquid phase to gas phase due to decreasing local pressure of flow induced by increasing local velocity. In situation of maximum velocity, some bubbles that contain air and vapor are produced and traveled from point of high pressure to lower pressure, so bubbles are destroyed rapidly and produce acoustic noise. Providing sufficient numerical model for simulation of acoustic waves induced by cavitation or supercavitation is so important for monitoring and controlling of these phenomena. For analyzing propagation of acoustic waves in fluid, sound is part of fluid dynamics, so momentum, energy and mass conservation equations like fluid dynamics are basics equation for identification of supercavitation. In this paper, to provide a numerical model contains hydrodynamic and acoustic parts of fluid dynamics, first by using scaled analysis, non-dimensions forms of conservation equations are generated. Then by using perturbation method and considering acoustic term as a term in lower order than hydrodynamic term, conservation equations can be separated to two group equations with different orders. Leading order is hydrodynamic equations and first order is acoustic form of conservation equations. Results in first order equation show coupling of acoustic terms with hydrodynamic terms of fluid flow.

Keywords: Perturbation, Acoustic, Scaled Analysis, Modeling.

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-19]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1391.12.5.13.6]

۱- مقدمه

تبخیر مایع در اثر کاهش فشار به مقداری کمتر از فشار بخار اشباع آن مایع، کاویتاسیون نامیده می‌شود. کاویتاسیون زمانی رخ می‌دهد که فشار موضعی یک سیال مایع به طور ناگهانی به زیر یک مقدار بحرانی برسد که این مقدار بحرانی در ارتباط با فشار بخار سیال مایع است. با قرارگیری سیال در این ناحیه، حباب‌های کوچکی که از بخار و دیگر گازها تشکیل شده‌اند، شروع به شکل‌گیری می‌کنند. این حباب‌ها با جریان سیال حرکت کرده و زمانی که به ناحیه‌ای با فشار بالاتر می‌رسند، از بین رفته و متلاشی می‌شوند. با افزایش بیشتر سرعت و یا کاهش بیشتر فشار موضعی انواع مختلف کاویتاسیون در جریان قابل مشاهده می‌شوند. افزایش بیش از اندازه سرعت باعث می‌شود که از به هم پیوستن حباب‌ها یک حباب بزرگتر ایجاد شود. اگر این حباب بخشی از جسم را شامل شود به آن کاویتاسیون ثابت و یا صفحه‌ای[1] گویند. اگر افزایش سرعت یا کاهش فشار موضعی در سیال به حدی باشد که کاویتی حاصل تمام سطح جسم را بپوشاند به آن سوپرکاویتاسیون یا ابَر کاواک[2] گویند.

به طور کلی دو راه، مشاهده چشمی و مشاهده آکوستیکی برای شناسایی پدیده کاویتاسیون، دینامیک آن و ارزیابی این پدیده وجود دارند [۱]. بنابراین نویز حاصل از این پدیده اگرچه به عنوان یک اثر نامطلوب شناخته می‌شود، اما از طرف دیگر این صدا و نویز می‌تواند به عنوان راهی برای شناسایی این پدیده نیز در نظر گرفته شود. صدا نوعی اغتشاش مکانیکی است که در محیط الاستیک منتشر می‌شود. در سیالات نویز (صوت) زمانی که یک حرکت نسبی بین دو سیال و یا بین سیال و سطح وجود دارد، تولید می‌شود. نویز همواره به عنوان یک صوت یا صدای ناخواسته که در عملکرد نرمال سیستم دخالت دارد، شناخته می‌شود. صدا در جریان یک سیال مایع هم می‌تواند به علت توربولانسی و آشفتگی مایع و هم در اثر وقوع پدیده کاویتاسیون ایجاد شود. توربولانسی و جریان گردابه‌ها معمولاً نوسانات فشاری با فرکانس‌های کم ایجاد می‌کنند در شرایطی که صدای حاصل از پدیده کاویتاسیون غالباً داری یک رژیم آکوستیکی فرکانس بالا در حدود ۱ تا ۱۰۰ کیلو هرتز می‌باشد [۲]. مطالعات برنن [۳] نشان می‌دهد که سهم انرژی فروپاشی حباب‌ها در فرکانس‌های بالا، بیشتر از سایر حوادث مشابه بدون وقوع کاویتاسیون می‌باشد. اثر آکوستیکی کاویتاسیون در رنج امواج باند پهن التراسونیک (بالای ۲۰ کیلو هرتز) می‌باشد. در حالت کلی صدا یک ترم اغتشاشی در حالت پایدار است [۴]. پیرس [۵] و گولدستین [۶] نحوهٔ دستیابی به معادلات موج در حالات کلی را به جزئیات بیان کرده‌اند. مورچ [۷] مطالعات خود را بر روی دینامیک نوعی از کاویتاسیون ثابت، که به نام کاویتاسیون ثابت ناپایدار و یا کاویتاسیون ابری معروف است، متمرکز کردند.

مطالعات تجربی رایسمن نشان داد [۸] که نویز حاصل از فروپاشی کاویتاسیون ابری به مراتب بیشتر از مقدار نویزی است که با جمع آثار نویز ناشی از فروپاشی هر حباب منفرد (که در یک ابر قرار دارند) بدست می‌آید. ونگ [۹]امواج شوکی[3] ایجاد شده در کاویتاسیون ابری را مورد بررسی قرار داد. وی رشد و فروپاشی ابر کروی شکلی از حباب‌های کاویتاسیون را به صورت غیرخطی مدل نمود و به واسطه آن پالس‌های فشاری و مومنتوم ایجاد شده که عامل ایجاد نویز و سایش می‌باشند را بدست آورد. ونگ یک مدل ترکیبی پیوسته[4] را با معادله رایلی- پلیست ترکیب کرد و آنرا به صورت عددی و با استفاده از روش انتگرال لاگرانژ حل نمود.

ونگ و برنن در سال‌های بعد [۱۰،۱۱] به صورت عددی به توسعه مطالعه خود در دستیابی به نویز آکوستیکی ناشی از کاویتاسیون ابری پرداختند. رایسمن نیز به همراه ونگ و برنن هم به صورت تجربی و هم به صورت عددی، به تحلیل آکوستیکی پدیده کاویتاسیون ابری پرداخت و با پردازش سیگنال‌های دریافتی از آزمایش خود نشان داد که محدودهٔ فرکانس سیگنال‌های نویز این نوع کاویتاسیون تقریباً بین ۱۰ هرتز تا ۱۰۰ کیلو هرتز می‌باشد [۱۲]. لوی [۱۳] تحقیقات در بررسی نویز ناشی از پدیده کاویتاسیون ابری را به صورت عددی و تجربی در تونل آب با سرعت بالا و برروی هیدروفویل NACA0015 توسعه داد. سئو [۱۴] نویز جریان کاویتاسیون[5] در اطراف یک سیلندر دو بعدی با سطح مقطع دایروی با استفاده از روش عددی شبیه‌سازی مستقیم[6] تخمین زده شد.

1. Sheet Cavitation
2.Supercavitation

3. Shock Waves
4. Continuum Mixture Model
5.Cavitations Flow Noise
6. Direct Numerical Simulation (DNS)

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-19]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1391.12.5.13.6]

در سال‌های اخیر مطالعات گسترده‌ای در بررسی و ارزیابی سوپرکاویتاسیون (حالت گسترش یافته کاویتاسیون) در آزمایشگاه هیدرودینامیکی دانشگاه علم و صنعت ایران انجام شده است که از آن جمله مقیمی [۲] پایداری مرز کاویتی در هنگام ایجاد سوپرکاویتاسیون را ارزیابی کرد. هُوو و فولی مطالعات وسیعی را در دستیابی به صدای منتشر شده از پدیده سوپرکاویتاسیون تهویه شده[1] انجام داده‌اند [۱۵-۱۸]. در این نوع سوپرکاویتاسیون، با تزریق هوا فشار حفره به صورت مصنوعی تنظیم می‌شود که در نتیجهٔ آن، در سرعت کمتری می‌توان سوپرکاویتی را در جریان مشاهده کرد. شکل ۱ عکسی از تشکیل سوپرکاویتاسیون در تونل آب است. بنابراین با توجه به کاربردهای نظامی و همچنین زیست‌محیطی صوت ناشی از سوپرکاویتاسیون و کاویتاسیون و نیز این که شناسایی از طریق امواج صوتی گسیل یافته یکی از دو راهی بوده که برای شناسایی این پدیده‌ها معرفی شده است.

لزوم شناخت این مسئله (یعنی بررسی آکوستیکی کاویتاسیون و سوپرکاویتاسیون) اهمیت زیادی دارد. لذا در این تحقیق سعی شده تا به مدل‌سازی جریان سوپرکاویتاسیون و کاویتاسیون به همراه نویز آکوستیکی حاصله پرداخته شود. در ادامه به منظور تخمین مناسب صوت ناشی از وقوع کاواک، باید معادلات حاکم بر دینامیک جریان سیال را استخراج کرد.

شکل ۱ سوپر کاویتاسیون ایجاد شده پشت دماغه، در تونل آب آزمایشگاه هیدرودینامیک دانشگاه علم و صنعت ایران [۲]

۲- آنالیز ابعادی

از آنجا که در وقوع پدیده‌های گوناگون در محیط سیالاتی (مثلاً کاویتاسیون)، صوت آکوستیکی بخشی از دینامیک جریان سیال می‌باشد می‌توان با به کار بردن قوانین بقای جرم، مومنتوم و انرژی برای یک ذره بنیادی از سیال، علاوه بر دینامیک جریان سیال، آکوستیک ناشی از پدیده کاویتاسیون را نیز توصیف و مدل‌سازی کرد. همچنین از آنجا که هدف تحقیق حاضر ارائهٔ مدل برای پدیده‌ای ناشناخته است، لذا لازم است که معادلات حاکم در حالت بدون بعد تحلیل شوند. استفاده از آنالیز ابعادی، به منظور ارائه بی بعد معادلات حاکم باعث می‌شود تا با مقایسهٔ وزن ترم‌های حاضر در معادلات بتوان تشخیص داد که کدام ترم‌ها اهمیت بیشتری دارند و یا کدام ترم اهمیتی ندارد. علاوه بر این، بدست آوردن دانش بیشتر نسبت به اهمیت ترم‌های ناشناخته، فرایند حل عددی ساده و کاهش وابستگی حل به کمیت‌های فیزیکی مهمترین دلایل در ارائه مدل بی بعد می‌باشند. معادلات ۱ تا ۳ به ترتیب بیانگر فرم دارای بعد معادلات پیوستگی (بقای جرم)، مومنتوم و ترکیب شده معادلات حالت و انرژی برای یک سیال مایع، تراکم‌پذیر خالص در فرایند برگشت پذیر می‌باشند [۱۹].

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}+\nabla\cdot\left(\rho\,\vec{u}\right)=\rho\,Q \qquad (۱)$$

$$\left[\frac{\partial(\vec{u}\rho)}{\partial t}\right]+\left[\vec{u}\nabla(\vec{u}\rho)\right]=\left[-\nabla p\right]+\mu\left[\nabla^2\vec{u}+\left(\left(\frac{1}{3}+\frac{\mu_v}{\mu}\right)\nabla(div\,(\vec{u}))\right)\right]+\rho\vec{u}Q \qquad (۲)$$

$$\left[\frac{\partial p}{\partial t}\right]+\left[\vec{u}\nabla(p)\right]=c^2\left[-\rho div\,(\vec{u})\right]+\left(\frac{c^2\beta}{c_p}\right)\left[\mu_v\,(\nabla\cdot\vec{u})^2+2\mu\{e_{ij}e_{ji}-\frac{1}{3}e_{ii}{}^2\}\right] \qquad (۳)$$

در این معادلات $\rho(X,t)$ چگالی، $\vec{u}(X,t)$ سرعت، $Q(X,t)$ منبع حجمی افزایش جرم سیال، p فشار سیال، μ ویسکوزیته، μ_v ویسکوزیته تراکمی، e_{ij} تانسور نرخ کرنش، c سرعت صوت، C_p گرمای ویژه متناظر و ثابت $\beta=\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial\rho}{\partial T}\right)_{p_0}$ می‌باشند. T نیز در این رابطه دما است.

در هنگام وقوع این پدیده، تغییرات سرعت، فشار و دانسیته سیال در زمان و مکان مشاهده می‌شود. لذا سیستم معادلات دربر دارنده ترم‌هایی هستند که تغییرات کامل زمانی و مکانی دانسینه، سرعت و فشار را بیان می‌کنند. این ترم‌ها در روابط ۱

1. Artificial Supercavitation

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-19]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1391.12.5.13.6]

تا ۳ در سمت چپ معادلات آورده شده‌اند که بیانگر مشتق مادی این پارامترها می‌باشند. این ترم‌ها چگونگی ایجاد و توسعه زمانی و مکانی کاویتاسیون در میدان جریان را تشریح می‌کنند. ترم Q، بیانگر حضور منبع نوسانات حجمی ناشی از وقوع کاویتاسیون می‌باشد و ترم‌های دارای ضریب ویسکوزیته اثرات ناشی از لزجت را نشان می دهند. ترم $c^2[-\rho div(\vec{u})]$ بیانگر اثرات انبساط حجمی محلی است. این ترم اگرچه در محاسبات هیدرودینامیک جریان نقش به‌سزایی ندارد ولی در محاسبات آکوستیکی اهمیت بسیار دارد و لذا باید در محاسبات لحاظ شود. بر اساس اهمیت هر ترم در آنالیز ابعادی و روش اغتشاشات ترم‌های موثر در پدیده کاویتاسیون نباید حذف شوند. به منظور تحلیل ابعادی معادلات فوق، فرضیات زیر بکار می‌روند:

$$p=\tilde{P}p^* \qquad u=\tilde{U}u^* \qquad \rho=\tilde{\rho}\rho^*$$
$$t=\frac{t^*}{\tilde{\omega}} \qquad \Rightarrow \quad \tilde{\omega}=\frac{\tilde{U}}{\lambda} \quad \Rightarrow \quad \lambda=\frac{\tilde{U}}{\tilde{\omega}}$$
$$Q=\tilde{Q}Q^*$$
$$X,Y,Z=Lx,Ly,Lz \;\Rightarrow\; \nabla=\frac{\partial}{\partial x_i}=\frac{\partial}{L\partial x_i^*} \qquad (۴)$$

که در روابط بالا، ρ^* چگالی، $\vec{u}^*$ سرعت، Q^* منبع حجمی افزایش جرم سیال، p^* فشار سیال و t^* زمان بدون بعد (دارای مرتبه واحد) می‌باشند. همچنین ترم‌های دارای اندیس ~ بیانگر یک پارامتر دارای مقدار ثابت از جنس، پارامترهای خود مسئله می‌باشند که در خصوص فشار و چگالی مثالی از آن‌ها آورده شده است. در نهایت با جایگذاری روابط فوق در معادلات ۱ تا ۳ و ساده‌سازی‌ها و تعریف اعداد بی بعد، به ترتیب فرم بدون بعد معادلات پیوستگی (بقای جرم)، مومنتوم و ترکیب شده معادلات حالت و انرژی به شکل زیر بدست می‌آیند:

$$St\ \frac{\partial\rho^*}{\partial t^*}+\nabla\cdot(u^*\rho^*)=\left(\frac{L\tilde{Q}}{\tilde{U}}\right)Q^* \qquad (۵)$$

$$St\left[\frac{\partial(\vec{u}^*\rho^*)}{\partial t^*}\right]+\left[\vec{u}^*\nabla(\vec{u}^*\rho^*)\right]=Eu\ \left[-\nabla p^*\right]+$$
$$\frac{1}{Re}\left[\nabla^2\vec{u}^*+\left(\frac{1}{3}+\frac{\mu_v}{\mu}\right)\left(\nabla div(\vec{u}^*)\right)\right]+\left(\frac{L\tilde{Q}}{\tilde{U}}\right)Q^* \qquad (۶)$$

$$(Eu)\left((St)\left[\frac{\partial p^*}{\partial t^*}\right]+\left[u^*\nabla(p^*)\right]\right)=\left(\frac{c}{\tilde{U}}\right)^2\left[-\rho^* div(u^*)\right]$$
$$+\left(\frac{c^2\beta}{c_p}\right)\left[\frac{1}{Re_v}(\nabla\cdot u^*)^2+\frac{1}{Re}2\{e_{ij}^*e_{ji}^*-\frac{1}{3}e_{ii}^{*2}\}\right] \qquad (۷)$$

که در این روابط، پارامترهای بدون بعد عدد رینولدز، عدد استروهال و عدد اویلر به شکل زیر تعریف می‌شوند:

$$St=\frac{\tilde{\omega}L}{\tilde{U}} \qquad \frac{1}{Re}=\frac{\mu}{\tilde{\rho}\,\tilde{U}\,L} \qquad Eu=\frac{\tilde{p}}{\tilde{\rho}\,\tilde{U}^2} \qquad (۸)$$

همان طور که گفته شد، معادلات ۵ تا ۷ فرم بدون بعد معادلات توصیف دینامیک جریان سیال می‌باشند. با توجه به این که ترم‌های با اندیس ستاره دارای مرتبه واحد می‌باشند، مشاهده می‌شود مرتبه ترم‌های دیفرانسیلی، از مرتبه واحد است. همچنین اعداد بدون بعد در واقع همان وزن ترم‌های دیفرانسیلی می‌باشند که اهمیت هر ترم را نمایان می‌سازند. با مقایسه وزن ترم‌های دیفرانسیلی (اعداد بی بعد) که تعداد آنها ۳ عدد می‌باشد، مشاهده می‌شود که برای سه معادله فوق، ۲۷ حالت متفاوت امکان‌پذیر است، که این حالت‌ها بر گرفته از شرایطی است که برای هر عدد بی بعد ۳ وضعیت مختلف وجود دارد. این وضعیت‌ها عبارتند از این که، مرتبه عدد بی بعد بسیار بزرگتر از مرتبه واحد است، یا از مرتبه واحد بوده و یا بسیار کوچکتر از مرتبه واحد می‌باشد.

حالات مختلف معادلات حاکم دلالت بر انواع مختلف مسئله دارد. حالات سازگار با وقوع کاویتاسیون در جریان برای شرایطی است که عدد اویلر و استروهال از مرتبه واحد بوده و عدد رینولدز بسیار کوچکتر از مرتبه واحد نباشند. علت این مطلب آن است که در باقی شرایط، ترم‌های مورد نیاز برای مدل‌سازی جریان کاویتاسیون و سوپرکاویتاسیون حذف می‌شوند. بطور مثال در رینولدزهای بسیار کمتر از واحد، اثرات ترم همرفتی[1] حذف می‌شود در صورتی که برای مدل‌سازی انتقال حباب‌ها توسط جریان سیال، محاسبه این ترم‌ها لازم و ضروری است. همچنین حالات مرتبط با عددهای استروهال بسیار کم باعث می‌شود تا شرایط جریان پایدار بوجود آید که مورد نظر تحقیق حاضر نیست.

1.Convective Term

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-19]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1391.12.5.13.6]

۳- بکارگیری روش اغتشاشات

همان طور که پیشتر نیز ذکر شد، صوت آکوستیکی بخشی از دینامیک جریان سیال می‌باشد. اما ماهیت صوت آکوستیکی و نحوهٔ انتشار آن با دینامیک جریان سیال متفاوت است، که این مطلب را می‌توان به علت قرارگیری صوت ناشی از جریان و دینامیک جریان در مرتبه‌های متفاوت از معادلات پایه دانست. اگر از دیدگاه اغتشاشات با مسئله کاویتاسیون نگاه شود، معادلات بکار رفته در مدل‌سازی جریان در مرتبه‌ای به مراتب بزرگتر از معادلات آکوستیک جریان قرار می‌گیرند. با توجه به مطالب فوق، در ادامه سعی شده تا به تفکیک معادلات پیوستگی (بقای‌جرم)، مومنتوم و ترکیب شده معادلات حالت و انرژی از حیث مرتبه پرداخته شود تا با استفاده از آن بتوان معادلات لازم در شناسایی و شبیه سازی آکوستیک ناشی از کاویتاسیون و سوپرکاویتاسیون و نیز ارتباط این دسته معادلات با دینامیک جریان سیال را ارائه کرد. ابتدا فرضیات زیر در معادلات وارد می‌گردند:

$$p^*(X,t,\varepsilon)=h_0(\varepsilon)p_0(X,t)+h_1(\varepsilon)p_1(X,t)+o(h_1(\varepsilon))$$
$$\vec{u}^*(X,t,\varepsilon)=f_0(\varepsilon)\vec{u}_0(X,t)+f_1(\varepsilon)\vec{u}_1(X,t)+o(f_1(\varepsilon))$$
$$\rho^*(X,t,\varepsilon)=g_0(\varepsilon)\rho_0(X,t)+g_1(\varepsilon)\rho_1(X,t)+o(g_1(\varepsilon))$$
$$Q^*(X,t,\varepsilon)=m_0(\varepsilon)Q_0(X,t)+m_1(\varepsilon)Q_1(X,t)+o(m_1(\varepsilon))$$

$$x_{n+1}(\varepsilon)=o(x_n(\varepsilon)) \qquad \varepsilon=\frac{\tilde{Q}\tilde{L}}{\tilde{U}} \qquad (۹)$$

در واقع تعریف فوق بدین معنی است که دینامیک جریان کاویتاسیون ترکیبی از ترم‌های با مرتبه مختلف بوده که برای تفکیک معادلات هم مرتبه لازم است تا پارامترهای حاضر در معادلات را به صورت فوق بیان نموده و در معادلات اصلی جایگزین کرد. با جایگذاری روابط فوق در معادلات ۵ تا ۷ و سپس ساده سازی‌های لازم و استفاده از اصل حداقل حالات ممکن، نتیجه می‌شود که پارامترهای فوق باید به فرم زیر در معادلات قرار داده شوند:

$$p^*=p_0+\varepsilon p_1 \quad \vec{u}^*=\vec{u}_0+\varepsilon\vec{u}_1$$
$$\rho^*=\rho_0+\varepsilon\rho_1 \quad Q^*=Q_0+\varepsilon Q_1 \qquad (۱۰)$$

با جاگذاری روابط ۱۰ در معادلات ۵ تا ۷، معادلاتی با مرتبه‌های مختلف بدست می‌آیند. بالاترین مرتبه این معادلات که همان مرتبه واحد می‌باشد، همان معادلاتی است که مقیمی در مطالعات خود بکار برده است و در نتیجه این معادلات بیانگر هیدرودینامیک جریان کاویتاسیون و سوپرکاویتاسیون می‌باشند [۲]. دستهٔ معادلات دوم از مرتبه ترم اپسیلون بوده و به عبارت دیگر در مرتبه نوسانات حجمی‌در سیال می‌باشند. نوسانات حجمی‌در جریان سیال منبع ایجاد صوت بوده و لذا این دسته از معادلات نیز بیانگر سیستم معادلات حاکم بر آکوستیک ناشی از جریان کاویتاسیون و سوپرکاویتاسیون می‌باشند. از طرف دیگر پس از دستیابی به معادلات مرتبه اول (معادلات بیان کننده آکوستیک در جریان سیال) و جایگذاری فرضیات آکوستیک خطی (سیال ساکن، غیرلزج و تراکم ناپذیر) سیستم معادلات زیر بدست آورده می‌شوند. این سیستم معادلات، همان سیستم معادلاتی است که در اثبات آکوستیک خطی استفاده می‌شود. بنابراین این مطلب به نوعی صحت سیستم معادلات بدست آمده را اثبات می‌کند و بعلاوه نشان می‌دهد که سیستم معادلات تحقیق حاضر قادر است تا در تحلیل‌های آکوستیکی بدون لحاظ فرضیات سیال ساکن، غیرلزج و تراکم ناپذیر بکار برده شوند. بنابراین مرتبه اصلی معادلات بوجود آمده بیانگر مدل‌سازی جریان کاویتاسیون و سوپرکاویتاسیون بوده و مرتبه اول معادلات بیانگر آکوستیک ناشی از این جریان می‌باشد.

۴- نتایج

نتایج نشان می‌دهند که، معادلات آکوستیکی در مرتبه‌ای پایین‌تر نسبت به معادلات دینامیک جریان کاویتاسیون قرار دارند. به عبارت دیگر آکوستیک به صورت یک ترم اغتشاشاتی بر روی جریان کاویتاسیون سوار شده است. بنابراین با توجه به نتایج بدست آمده دو دسته معادلات مرتبه اصلی[1] و مرتبه اول[2] را می‌توان به ترتیب به دسته معادلات بیانگر مدل ریاضی دینامیک جریان کاویتاسیون و سوپرکاویتاسیون و دسته معادلات بیانگر مدل ریاضی آکوستیک ناشی از این جریانات اختصاص داد.

1.Leading Order
2.First Order

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-19]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1391.12.5.13.6]

۴-۱- مدل ریاضی (عددی) شبیه سازی دینامیک جریان

بر اساس نتایج بدست آمده، دسته معادلات مرتبه اصلی (از مرتبه واحد)، برای شبیه‌سازی جریان کاواک بکار برده می‌شوند. البته باید توجه داشت که با توجه به تعریف عدد استروهال (رابطه ۸) و بر اساس فرکانس موردنظر (فرکانس‌های بالا و فرکانس‌های کم)، دو ف رم مختلف را می‌توان برای دسته معادلات دینامیک جریان ارائه کرد. دسته اول که در ارتباط با فرکانس‌های بالا می‌باشد، در روابط ۱۱ تا ۱۳ آورده شده‌اند.

$$\frac{\partial \rho_0}{\partial t}+\nabla\cdot(\rho_0\vec{u}_0)=0 \qquad (11)$$

$$\left[\frac{\partial(\rho_0\vec{u}_0)}{\partial t}\right]+\left[(\vec{u}_0)\nabla(\rho_0\vec{u}_0)\right]=\left[-\nabla(p_0)\right]+\frac{1}{Re}\left[\nabla^2\vec{u}_0+\left(\frac{1}{3}+\frac{\mu_v}{\mu}\right)\left(\nabla div\,(\vec{u}_0)\right)\right] \qquad (12)$$

$$\frac{\partial p_0}{\partial t}+\left(\vec{u_0}\cdot\nabla\right)p_0-\rho_0(\nabla\cdot\vec{u}_0)=\left(\frac{c^2\beta}{c_p}\right)\left[\frac{1}{Re_\upsilon}(\nabla\cdot\vec{u}_0)^2+\frac{1}{Re}2\{e_{ij}^0e_{ji}^0-\frac{1}{3}(\nabla\cdot\vec{u}_0)^2\}\right] \qquad (13)$$

نکته حائز اهمیت آن است که این معادلات بیانگر مدل‌سازی جریان کاویتاسیون و سوپرکاویتاسیون برای سیال لزج تراکم پذیر متحرک می‌باشند. ترم‌های آخر در معادلات ۱۲ و ۱۳، در ارتباط با سیال لزج می‌باشند. دسته دیگر که در ارتباط با فرکانس‌های پایین می‌باشد، در روابط ۱۴ تا ۱۶ آورده شده‌اند.

$$\frac{\partial \rho_0}{\partial t}+\nabla\cdot(\rho_0\vec{u}_0)=0 \qquad (14)$$

$$\left[\frac{\partial(\rho_0\vec{u}_0)}{\partial t}\right]+\left[(\vec{u}_0)\nabla(\rho_0\vec{u}_0)\right]=\left[-\nabla(p_0)\right]+\frac{1}{Re}\left[\nabla^2\vec{u}_0+\left(\frac{1}{3}+\frac{\mu_v}{\mu}\right)\left(\nabla div\,(\vec{u}_0)\right)\right] \qquad (15)$$

$$\frac{\partial p_0}{\partial t}+\left(\vec{u_0}\cdot\nabla\right)p_0=\left(\frac{c^2\beta}{c_p}\right)\left[\frac{1}{Re_\upsilon}(\nabla\cdot\vec{u}_0)^2+\frac{1}{Re}2\{e_{ij}^0e_{ji}^0-\frac{1}{3}(\nabla\cdot\vec{u}_0)^2\}\right] \qquad (16)$$

که این معادلات بیانگر مدل‌سازی جریان کاویتاسیون و سوپرکاویتاسیون برای سیال لزج تراکم ناپذیر متحرک می‌باشند. همچنین این نکته قابل توجه می‌باشد که در آکوستیک خطی و دستیابی به معادله موج خطی، فرض می‌شود که سیال تراکم ناپذیر است. این یعنی فرکانس‌های بسیار بالا را نمی‌توان با استفاده از روابط آکوستیک خطی تشخیص داد.

۴-۲- مدل ریاضی (عددی) شبیه سازی آکوستیک ناشی از جریان

از آنجا که معادلات آکوستیکی نسبت به معادلات دینامیک جریان در مرتبه پایین‌تری قرار دارند، مرتبه این معادلات، هم مرتبه با پارامتر اغتشاشی که در رابطه ۹ آورده شده است، درنظر گرفته می‌شود. همانند مرتبه اصلی، معادلات مرتبه اول نیز بر اساس فرکانس موردنظر به دو فرم دسته معادلات مربوط به فرکانس‌های بالا و پایین تقسیم می‌شوند. دسته اول معادلات آکوستیکی که در ارتباط با فرکانس‌های بالا می‌باشد، در روابط ۱۷ تا ۱۹ آورده شده‌اند.

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t}+\nabla\cdot(\rho_0\vec{u_1})+\nabla\cdot(\rho_1\vec{u_0})=\rho_0Q_0 \qquad (17)$$

$$\left[\frac{\partial(\vec{u}_0\rho_1)}{\partial t}\right]+\left[\frac{\partial(\rho_0\vec{u}_1)}{\partial t}\right]+\left[(\vec{u}_0)\nabla(\vec{u}_0\rho_1)\right]+\left[(\vec{u}_0)\nabla(\vec{u}_1\rho_0)\right]+\left[\vec{u}_1\nabla(\vec{u}_0\rho_0)\right]=\left[-\nabla(p_1)\right]+\frac{1}{Re}\left[\nabla^2(\vec{u}_1)+\left(\frac{1}{3}+\frac{\mu_v}{\mu}\right)\left(\nabla div\,(\vec{u}_1)\right)\right]+\rho_0u_0\vec{Q}_0 \qquad (18)$$

$$\frac{\partial p_1}{\partial t}+\left(\vec{u_0}\cdot\nabla\right)p_1+\left(\vec{u_1}\cdot\nabla\right)p_0=-\rho_0\left(\nabla\cdot\vec{u_1}\right)-\rho_1\left(\nabla\cdot\vec{u_0}\right)+\left(\frac{c^2\beta}{c_p}\right)\times\left[\frac{1}{\mathrm{Re}_\upsilon}\cdot2\cdot(\nabla\cdot\vec{u_0})(\nabla\cdot\vec{u_1})+\frac{2}{\mathrm{Re}}\{\frac{1}{4}\frac{\partial u_{0i}}{\partial x_j}\frac{\partial u_{1j}}{\partial x_i}+\frac{1}{4}\frac{\partial u_{0j}}{\partial x_i}\frac{\partial u_{1i}}{\partial x_j}-\frac{1}{3}\cdot2\cdot(\nabla\cdot\vec{u_0})(\nabla\cdot\vec{u_1})\}\right] \qquad (19)$$

دسته دیگر که در ارتباط با فرکانس‌های پایین است، تنها در نوع معادله سوم دارای اختلاف می‌باشند، یعنی دو معادله

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-19]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1391.12.5.13.6]

پیوستگی و ناویر-استوکس همانند روابط ۱۷ و ۱۸ بوده و معادله سوم به شکل زیر است:

$$0=-\rho_0\left(\nabla\cdot\vec{u_1}\right)-\rho_1\left(\nabla\cdot\vec{u_0}\right)+\left(\frac{c^2\beta}{c_p}\right)\times$$
$$\left[\begin{array}{l}\frac{1}{Re_v}\cdot 2\cdot(\nabla\cdot\vec{u_0})(\nabla\cdot\vec{u_1})+\frac{2}{Re}\{\frac{1}{4}\frac{\partial u_{0i}}{\partial x_j}\frac{\partial u_{1j}}{\partial x_i}\\ +\frac{1}{4}\frac{\partial u_{0j}}{\partial x_i}\frac{\partial u_{1i}}{\partial x_j}-\frac{1}{3}\cdot 2\cdot(\nabla\cdot\vec{u_0})(\nabla\cdot\vec{u_1})\}\end{array}\right] \quad (۲۰)$$

نتایج بدست آمده در این مرتبه از معادلات نشان می‌دهد که، اگر فرضیات بکار رفته در دستیابی به معادله موج خطی، یعنی فرض ساکن بودن و غیرلزج بودن جریان سیال در معادلات مرتبه اول بدست آمده برای فرکانس‌های پایین لحاظ شود، معادله موج از این معادلات قابل استخراج است. این مطلب خود نوعی اثبات صحت دسته معادلات بدست آمده می‌باشد.

۵- نتیجه‌گیری

با توجه به این که مدل‌سازی آکوستیک ناشی از کاویتاسیون و سوپرکاویتاسیون در شناسایی این پدیده‌های هیدرودینامیکی بسیار مفید می‌باشد، لذا ارائهٔ مدلی دقیق و معتبر در تخمین نویز آکوستیکی انتشار یافته از این پدیده‌ها از اهمیت بسیار برخوردار است. نتایج بدست آمده از تحقیق حاضر نشان می‌دهند که به منظور تخمین هرچه دقیقتر صوت منتشر شده از پدیده‌های کاواک و اَبَرکاواک باید ابتدا معادلات پیوستگی، ناویر استوکس، انرژی و حالت را برای سیال تراکم پذیر (با و یا بدون در نظرگرفتن لزجت) حل کرد و سپس نتایج بدست آمده را در معادلات آکوستیکی (که با معادلات هیدرودینامیک جریان کوپل می‌باشند) قرار داد. همچنین بر اساس نتایج حاصله، دو دسته معادله بر اساس فرکانس نوسانات فشاری پایین و بالا، معتبر می‌باشند. یک دسته بیانگر نوسانات صوتی فرکانس پایین بوده که حالتی خاص از آن مربوط به آکوستیک خطی بوده و دسته دیگر مربوط به نوسانات با فرکانس بالا می‌باشد. نتایج بدست آمده برای دسته معادلات هیدرودینامیک جریان در نوسانات بالا به این معنی می‌باشند که اگر پدیده کاویتاسیون یا سوپرکاویتاسیون در مقیاس زمانی بسیار کم (در ارتباط با فرکانس بالا) مدنظر باشند، می‌باید سیال را تراکم پذیر در نظر گرفت؛ ولی در مقیاس زمانی زیاد (فرکانسی پایین) می‌توان سیال را تراکم پذیر مشاهده کرد. با این وجود تراکم‌پذیر در نظر گرفتن و یا نگرفتن جریان سیال در معادلات آکوستیکی نیز به شکل محسوسی حائز اهمیت می‌باشد.

۶- فهرست علایم

c	سرعت صوت
C_p	گرمای ویژه متناظر
e_{ij}	تانسور نرخ کرنش
p	فشار سیال
$Q(X,t)$	منبع حجمی‌افزایش جرم سیال
T	دما
$\vec{u}(X,t)$	بردار سرعت جریان سیال
μ	ویسکوزیته
μ_v	ویسکوزیته تراکمی
β	ثابت $\beta=1/\rho\left(\frac{\partial\rho}{\partial T}\right)_{P_0}$
$\rho(X,t)$	دانسیته یا چگالی

۷- مراجع

[1] Borkent B.M., *Interfacial Phenomena in Micro- and Nanouidics: Nano bubbles, cavitation, and wetting*, PhD thesis, Netherlands, Twente University, 2009, pp. 23-56.

[۲] مقیمی، مهدی، *تحلیل تجربی و عددی پایداری مرز کاواک*، رساله دکتری، تهران، دانشگاه علم و صنعت ایران، ۱۳۸۸. ص‌ص ۹۳-۱۰۸.

[3] Stinebring D.R.,Holl J. W., *Water tunnel Simulation Study of the LaterStages of Water Entry of Axisymmetric Bodies: Phase II – Effect of the afterbody on Steady State Ventilated Cavities*, ARL Penn State Dec, Technical Memorandum SOO, Report No. TM 79-206, 1979.

[4] Rienstra S.W., Hirschberg A., *an Introduction to Acoustics*, extended and revised edition of ReportIWDE 92-06, Eindhoven, Eindhoven University of Technology, 2012, pp. 8-24.

[5] Pierce A.D., *Acoustics: an Introduction to its Physical Principles and Applications*, First Ed., New York, McGraw-Hill Book Company, 1981, pp. 5-37.

[6] Goldstein M.E., *Aeroacoustics*, illustrated Ed., New York, McGraw-Hill Book Company, 1976, pp. 43-66.

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-19]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1391.12.5.13.6]

[7] Morch K.A., Hansson I., "The dynamics of cavity clusters in ultrasonic (vibratory) cavitation erosion", *Journal of Applied Physics*, Vol. 51, No.9, 1980, pp. 4651-4658.
[8] Reisman G.E., McKinney E.A., Brennen C.E., "Cloud Cavitation on an Oscillating Hydrofoil", *Proceedings of the 20th ONR Symposium on Naval Hydrodynamics*, 1994, pp. 328-340.
[9] Wang Y.C., *Shock Waves in Bubbly Cavitating Flow*,[PhD thesis], California,California Institute of Technology, 1996, pp.81-97.
[10] Wang Y.C., Brennen C.E., "Computing Shock Wavesin Cloud Cavitation", *In: CAV98 Third International Symposium on Cavitation*, Grenoble, France, 1998.
[11] Wang Y.C., Brennen C.E., "Numerical Computation of Shock Wavesin a Spherical Cloud of Cavitation Bubbles", *Journal of Fluids Engineering*,Vol. 121, No.4, 1999, pp. 872-880.
[12] Reisman G.E., *Dynamic, Acoustic and Control of Cloud Cavitation on Hydrofoil*, [PhD thesis],California, California Institute of Technology, 1997, pp. 21-78.
[13] Levy M., Kjeldsen M., Arndt R.E. A., "Cloud Cavitation Noise", *In: APS, 53rd Annual Meeting of the Division of Fluid Dynamics*,Washington, 2000.
[14] Seo J.H., Moon Y.J., Shin B.R.,"Prediction of Cavitating Flow Noise by Direct Numerical Simulation", *Journal of Computational Physics*, Vol. 227, No.13, 2008, pp. 6511-6513.
[15] Howe M. S., Foley A. W., *Investigation of the Sound Generated by Supercavity Ventilation*, [PhD thesis],Boston, Boston University, 2009, pp.7-40.
[16] Foley A. W., Howe M. S., Brungart T. A.,"Sound Generated by a Jet Excited Spherical Cavity", *Journal of Sound and Vibration*,Vol. 315, No.2, 2008, pp. 88–99.
[17] Foley A. W., Howe M. S., Brungart T. A.,"Spectrum of the Sound Produced by a Jet Impinging on the Gas–Water Interface of a Supercavity", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 329, No.4, 2009, pp. 415–424.
[18] Howe M. S., Colgan A. M., Brungart T. A.,"on Self-Noise at the Nose of a Supercavitating Vehicle", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 322, No.5, 2009, pp. 772–784.
[19] TemkinS., *Elements of Acoustics*, New York, John Wiley & Sons, 1981, pp.4-33.

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-19]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1391.12.5.13.6]