مجله مهندسی مکانیک مدرس، بهمن 1393، دوره 14، شماره 11، ص‌ص 144-150

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

توسعه روش ماسل- هنکاک برای مدل دو سیالی پنج معادله‌ای دوبعدی جهت شبیه‌سازی جریان‌های دوفازی گاز مایع

عبدالحسین دارمی زاده[1]، محمد رضا انصاری[2*]

1- دکتری، مهندسی مکانیک، شرکت پالایش نفت آبادان، آبادان

2- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

* تهران، صندوق پستی 143-14115، mra_1330@modares.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 24 آذر 1392

پذیرش: 26 اسفند 1392

ارائه در سایت: 08 مهر 1393

کلید واژگان:

مدل دو سیالی

دقت مرتبه دوم

روش عددی گودونوف

جریان دو فازی

فصل مشترک

چکیده

مدل‌سازی عددی جریان‌های دوفازی تراکم‌پذیر یکی از موضوعات چالش برانگیز و مهم در مسائل کاربردی و تحقیقاتی به شمار می‌رود. در این مسائل اثرات متقابل شاک که به عنوان یک ناپیوستگی در خواص سیال به حساب می‌آید با فصل مشترک دو فاز به عنوان یک ناپیوستگی دیگر، سبب بروز مشکلاتی در حل عددی و تسخیر دقیق ناپایداری‌های فصل مشترک می‌شود. هدف از انجام این پژوهش، ارتقا دقت شبیه سازی عددی جریان‌های دوفازی با مدل دوسیالی پنج معادله‌ای است. بدین منظور از روش ماسل- هنکاک جهت ارتقا دقت روش عددی گودونوف و حلگر HLLC از مرتبه اول به مرتبه دوم استفاده به عمل آمد. از مزایای این شیوه می‌توان به افزایش دقت، کاهش نوسانات و کاهش دیفیوژن عددی اشاره نمود. به منظور صحت‌سنجی الگوریتم عددی و بررسی میزان کارایی آن، مسئله یک بعدی لوله ضربه دوفازی گاز- مایع و مسائل دوبعدی حرکت فصل مشترک مربعی در جریان یکنواخت و مسئله اندرکنش اصابت موج ضربه‌ای با ماخ 1/72 با حباب هوا درون استخر آب شبیه‌سازی شده و نتایج عددی با دقت مرتبه 1 و 2 با همدیگر مقایسه شد. نتایج حاکی از آن است که به ازای دقت مرتبه 2، دیفیوژن عددی در فصل مشترک کاهش می‌یابد.

Extension of MUSCL-Hancock method for 2D five equation two-fluid model for simulation of gas-liquid two-phase flow

Abdolhossein Daramizadeh[1], Mohammad Reza Ansari[2*]

1- Department of Maintenance, control and PM, Abadan oil refinery, Abadan, Iran

2- Department of Mechanical Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran

*P.O.Box: 1411713116, Tehran, Iran, mra_1330@modares.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 15 December 2013
Accepted 17 March 2014
Available Online 30 September 2014

Keywords:
Two-fluid models
second order accuracy
Godunov numerical method
two-phase flow
interface

ABSTRACT

Numerical modeling of compressible two-phase flow is a challenging and important subject in practical cases and research problems. In these problems, mutual effect of shock wave interaction creates a discontinuity in fluid properties and interface of two fluids as a second discontinuity lead to some difficulties in numerical approximations and estimating an accurate interface during hydro-dynamical capturing process. The objective of this research is to increase the accuracy of numerical simulation of two-phase flow using two-fluid model. For this purposes, MUSCL strategy was used for increasing the Godunov numerical scheme accuracy from 1st order to 2nd order. The privilege of this method is high accuracy, low numerical oscillation and low numerical diffusion. The problems considered for the verification of the results are the water-air shock tube, a square bubble with moving interface in a uniform flow and a shock wave with 1.72 Mach having interaction with an air bubble in a water pool. The obtained numerical results showed that, the results that have been obtained by second order accuracy have less diffusion in the two-phase flow interface.

1- مقدمه

جریان‌های دو فازی از نظر کاربردهای صنعتی در صنایع نفت و گاز، صنایع فرایندی و شیمیایی و صنایع نظامی از اهمیت فوق‌العاده‌ای برخوردار هستند. از جمله این کاربردها می‌توان به مبدل‌های حرارتی، سیستم‌های انتقال مایعات و پمپ‌های حرارتی، تحلیل ایمنی نیروگاه‌های هسته‌ای، توربوماشین‌ها، موشک‌ها و پرتابه‌های زیر سطحی، انفجارهای زیر آب و ... اشاره کرد.

امروزه یکی از اهداف محققین دست‌یابی به روش‌های عددی با دقت بالا و زمان محاسباتی اندک است. یکی از مدل‌های مناسب برای شبیه سازی عددی جریان‌های دو فازی با فصل مشترک مدل پنج معادله ای کاپیلا [1] است. این مدل تعداد معادلات و مجهولات کمتری نسبت به مدل‌های دوفازی دوفشاری دارد. ضمناً این مدل هیپربولیک بوده و از نظر عددی خوش رفتار[1] می‌باشد. این

1- Well posed

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

Please cite this article using:

A.H. Daramizadeh, M.R. Ansari, Extension of MUSCL-Hancock method for 2D five equation two-fluid model for simulation of gas-liquid two-phase flow, *Modares Mechanical Engineering,* Vol. 14, No. 11, pp. 137-150, 2014 (In Persian)

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-09-26]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.11.23.2]

مدل مشتمل بر دو معادله بقای جرم برای فازهای مختلف، یک معادله بقای ممنتم برای مخلوط دوفازی و یک معادله بقای انرژی به صورت پایستار و یک معادله انتقال کسر حجمی به صورت ناپایستار است.

کریفت و همکاران [2] فرمولاسیون جدید مدل پنج معادله‌ای کاپیلا ارائه نمودند. مدل آن‌ها از عملکرد خوبی در مدل سازی جریان‌های تراکم پذیر گاز – گاز برخوردار است ولی عملکرد این مدل برای فصول مشترک گاز- مایع آزمایش نشده است.یکی از روش‌های مناسب برای افزایش دقت محاسباتی و کاهش نوسانات عددی کاربرد استراتژی ماسل -هنکاک[1] است که نخست توسط ون لیر [3] معرفی شد. از جمله مزایای این روش سادگی کاربرد آن و عدم تغییر کلی در ساختار کدهای با دقت مرتبه یک و عدم افزایش زیاد زمان حل است. این استراتژی یک روش حجم محدود است که در آن تقریب شار عددی از دقت مرتبه 2 برخوردار است. در روش‌های ماسل- هنکاک، به منظور محاسبه گرادیان‌ها از محدود کننده‌های شیب[2] استفاده می‌شود. تحقیقات زیادی نشان می‌دهد که کاربرد این محدود کننده‌های شیب سبب جلوگیری از نوسانات عددی می‌شود [4]. برتون [4] تأثیر روش ماسل-هنکاک را در افزایش دقت و راندمان محاسباتی برای شبکه بی سازمان دوبعدی و برای حل معادلات اویلر تک فاز تراکم پذیر بررسی نمود. ایشان با انجام آزمایش‌های عددی مختلف پایداری عددی و افزایش دقت محاسباتی این روش را اثبات نمود. سوهن [5] افزایش دقت محاسباتی روش عددی گودونوف را برای قوانین بقای هیپربولیک بر اساس معادلات اویلر برای جریان‌های تک فاز و با روش ماسل- هنکاک مطالعه و بررسی نمود. در کار ایشان مثال‌های متعدد عددی یک بعدی و دو بعدی بررسی شده و کارائی مدل و روش عددی مورد تایید قرار گرفت. واگان [6] از روش ماسل- هنکاک برای تحلیل جریان هیدرومغناطیسی تک فاز استفاده کرد. در کار او روش ماسل-هنکاک برای معادلات اویلر و معادلات MHD[3] ایده‌آل استفاده شد. مثال‌های عددی بکار برده شده نشان دهنده آن است که روش بکار گرفته شده علاوه بر دقت بالاتر، پایداری بهتری نسبت به حالت معادلات استاندارد دارد. کامری و همکاران [7] از روش ماسل- هنکاک برای کاهش دیفیوژن عددی در محاسبات به روش LES[4] و شبکه بی سازمان استفاده نمودند. همان‌طور که اشاره شد راندمان و تأثیرگذاری روش ماسل- هنکاک در افزایش دقت عددی محاسبات جریان‌های تراکم پذیر دینامیک گازهای تک فاز اثبات شده است . از دیدگاه عددی در این مقاله از روش عددی گودونوف و حلگر ریمان HLLC [3] برای شبیه سازی جریان‌های تراکم پذیر دو فازی با مدل پنج معادله‌ای استفاده به عمل آمد. هدف اصلی از این پژوهش افزایش دقت محاسباتی در شبیه‌سازی جریان‌های دوفازی تراکم‌پذیر است. بدین منظور از تکنیک ماسل– هنکاک و روش عددی گودونوف و حلگر ریمن HLLC برای ارتقای دقت حل از مرتبه اول به مرتبه دوم استفاده شد. کدنویسی به زبان فرترن برای دو حالت با دقت مرتبه 1 و دقت مرتبه 2 انجام و سپس میزان تأثیرگذاری روش ماسل- هنکاک بر دقت و کیفیت جواب‌ها از طریق مقایسه نتایج دو روش با هم مقایسه شد.

2- معادلات دو سیالی و روش عددی

در این مقاله روش عددی گودونوف و حلگر ریمان HLLC [۹،11] برای مدل دو سیالی پنج معادله‌ای توسعه داده شد. در حالت یک بعدی قسمت پایستار مدل پنج معادله‌ای را می‌توان به صورت ماتریسی طبق روابط 1 تا 3 نوشت:

$$U=\begin{bmatrix}\alpha_1\rho_1\\ \alpha_2\rho_2\\ \rho u\\ \rho E\end{bmatrix},\quad F=\begin{bmatrix}\alpha_1\rho_1 u\\ \alpha_2\rho_2 u\\ \rho u^2+P\\ u(\rho E+P)\end{bmatrix} \tag{1}$$

$$\frac{\partial U}{\partial t}+\frac{\partial F}{\partial x}=0 \tag{2}$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t}+u\frac{\partial \alpha}{\partial x}=0 \tag{3}$$

که α، ρ، u، P، E، e به ترتیب عبارتند از کسر حجمی، چگالی ، سرعت ، فشار ، انرژی کل و انرژی داخلی است. چگالی از طریق رابطه $\rho=(\alpha_1\rho_1+\alpha_2\rho_2)$ بدست می‌آید. در کار حاضر از معادله حالت استیفند گاز استفاده به عمل آمد. در این حالت انرژی داخلی فازها $e_k=e_k(\rho_k,P)$, بر اساس رابطه 4 محاسبه می‌شود [9]:

$$\forall k\ ,\quad \rho_k e_k=\frac{P_k+\gamma_k\cdot P_{\infty,k}}{\gamma_k-1} \tag{4}$$

در شرایط تعادل فشاری رابطه مورد نیاز برای بستن مدل به صورت معادله 5 است:

$$P(\rho,e,\alpha_k)=\frac{\rho e-\sum_k\frac{\alpha_k\gamma_k P_{\infty,K}}{\gamma_k-1}}{\sum_k\frac{\alpha_k}{\gamma_k-1}} \tag{5}$$

برای این مدل سرعت صوت مخلوط بر اساس رابطه 6 تعریف می‌شود:

$$c=\sqrt{\frac{\gamma\cdot(P+P_\infty)}{\rho}}$$
$$\frac{1}{\gamma-1}=\sum_i\frac{\alpha_i}{\gamma_i-1}$$
$$\frac{\gamma\cdot P_\infty}{\gamma-1}=\sum_i\frac{\alpha_i\gamma_i P_{i\infty}}{\gamma_i-1} \tag{6}$$

برای آب $P_\infty=6e^8$Pa و برای هوا $P_\infty=0$Pa است. مقدار ضریب گرمای ویژه γ برای آب 4/4 و برای هوا 1/4 لحاظ شده است.

براساس روش عددی گودونوف گسسته‌سازی طبق رابطه 7 انجام می‌شود:

$$U_j^{n+1}=U_j^n-\frac{\Delta t}{\Delta x}[F(U^*(U_j^n,U_{j+1}^n)-F(U^*(U_{j-1}^n,U_j^n))] \tag{7}$$

شار درون سلول حلگر ریمان HLLC توسط تورو [1] به شکل رابطه 8 ارائه شده است:

$$F_{j+\frac{1}{2}}^{HLLC}=\begin{cases}f(U_L) & 0\le S_L\\ f(U_L^*)=f(U_L)+S_L(U_L^*-U_L) & S_L\le 0\le S^*\\ f(U_R^*)=f(U_R)+S_R(U_R^*-U_R) & S^*\le 0\le S_R\\ f(U_R) & 0\ge S_R\end{cases} \tag{8}$$

بردار پایستار در ناحیه میانی یعنی در ناحیه بین موج‌های راست رو و چپ رو به شرح رابطه 9 نوشته می‌شود:

$$U_k^*=\begin{bmatrix}\alpha_1\rho_1\frac{S_k-u_k}{S_k-S^*}\\ \alpha_2\rho_2\frac{S_k-u_k}{S_k-S^*}\\ \rho\frac{S_k-u_k}{S_k-S^*}S^*\\ \rho\frac{S_k-u_k}{S_k-S^*}\left[E_k+(S^*-u_k)\times\left[S^*+\frac{P_k}{\rho_k(S_k-u_k)}\right]\right]\end{bmatrix} \tag{9}$$

1-Monotone Upstream-centered Schemes for Conservation Laws(MUSCL-Hancock)
2- Slope limiter
3- Magneto HydroDynamic
4- Large eddy simulation

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-09-26]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.11.23.2]

که k بیانگر R،L مرزهای چپ و راست سلول است. موج‌های راست رو و چپ رو با تبعیت از [10] طبق رابطه 10 تخمین زده می‌شود:

$$S_R = \max(u_L + c_L, u_R + c_R) \ , \ S_L = \min(u_L - c_L, u_R - c_R) \qquad (10)$$

سرعت موج میانی با استفاده از روش HLL بر اساس رابطه 11 تخمین زده می‌شود:

$$S^* = \frac{(\rho u^2 + P)_L - (\rho u^2 + P)_R - S_L(\rho u)_L + S_R(\rho u)_R}{(\rho u)_L - (\rho u)_R - S_L \rho_L + S_R \rho_R} \qquad (11)$$

با توجه به اینکه در این مدل از آسایش فشار استفاده نشده است کسر حجمی در طول گذر فصل مشترک ثابت می‌ماند. طبق رابطه 12داریم:

$$\alpha^*_{kR} = \alpha_{kR} \ , \ \alpha^*_{KL} = \alpha_{KL} \qquad (12)$$

فرم گسسته سازی شده معادله 3 با استفاده از روش گودونوف برای ترم‌های جابه‌جایی به صورت رابطه 13 بدست می‌آید:

$$\alpha^{n+1}_{1j} = \alpha^n_{1j} - \frac{\Delta t}{\Delta x}[(u\alpha_1)^*_{j+\frac{1}{2}} - (u\alpha_1)^*_{j-\frac{1}{2}} - \alpha_{1j} \cdot (u^*_{j+\frac{1}{2}} - u^*_{j-\frac{1}{2}})] \qquad (13)$$

این نحوه گسسته‌سازی تا حد زیادی مثبت ماندن کسر حجمی را تضمین می‌نماید و بر دقت محاسبه کسر حجمی می‌افزاید [12].

3- روش عمومی

در این بخش توسعه روش ماسل-هنکاک برای سیستم معادلات دو سیالی 1 تا 3 و رابطه 14 شرح داده می‌شود [11] :

$$U_t + F(U)_x = 0 \qquad (14)$$

بردار مقادیر پایستار 1 و $F(U)$ شار عددی است. هدف اصلی ایجاد یک شار $F_{i+1/2}$ است به نحوی که روش آپ- ویند[1] مرتبه اول گودونوف را به دقت مرتبه 2 ارتقا دهد. بدین منظور لازم است تا شار عددی $F_{i+1/2}$ اصلاح شود [11]. برای اصلاح شار عددی پایستار لازم است تا متغیر های اولیه[2] یعنی $(\alpha, \rho_1, \rho_2, u, P)$طبق گام‌های 1 و 2 که در ادامه بیان می‌شود، محاسبه گردد. برای اعمال این رویه لازم است معادلات مدل پنج معادله ای 1 تا 3 فقط بر اساس این متغیرهای اولیه بازنویسی شود. برای این کار معادلات لازم است به صورت ماتریسی به صورت 15 بازنویسی و مرتب شوند.

$$\frac{\partial W}{\partial t} + A(W)\frac{\partial W}{\partial x} = 0$$

$$W = (\alpha_1, \rho_1, \rho_2, u, P)^T$$

$$A(W) = \begin{bmatrix} u & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & u & 0 & \rho_1 & 0 \\ 0 & 0 & u & \rho_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & u & 1/\rho \\ 0 & 0 & 0 & \rho c^2 & u \end{bmatrix} \qquad (15)$$

و به صورت غیر ماتریسی معادلات به شکل رابطه 16 نوشته می شوند:

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + u\frac{\partial \alpha}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + u\frac{\partial \rho_1}{\partial x} + \rho_1\frac{\partial u}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial \rho_2}{\partial t} + u\frac{\partial \rho_2}{\partial x} + \rho_2\frac{\partial u}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} + u\frac{\partial P}{\partial x} + \rho c^2\frac{\partial u}{\partial x} = 0 \qquad (16)$$

1- upwind
2- primitive variable

گام 1: بازسازی داده‌ها:

در گام بازسازی داده‌ها، مقدار متوسط W_i^n سلول با تابع خطی تکه‌ای در هر سلول جایگزین می‌شود، که به صورت رابطه 17 عمل می‌شود:

$$W_i(x) = W_i^n + \frac{(x - x_i)}{\Delta x}\Delta_i \quad , \quad x \in [0, \Delta x] \qquad (17)$$

Δ_i عبارت از یک تابع محدود کننده شیب مناسب از $W_i(x)$ در سلول I_i است. نقاط انتهایی $x=0$ و $x=\Delta x_i$ در مختصات موضعی، مربوط به مرزهای سلول در $x_{i-\frac{1}{2}}, x_{i+\frac{1}{2}}$ مختصات عمومی است. مقدار $W_i(x)$ در نقاط انتهایی به صورت رابطه 18 محاسبه می‌شود:

$$W_i^L = W_i^n - \frac{1}{2}\Delta_i \quad , \quad W_i^R = W_i^n + \frac{1}{2}\Delta_i \qquad (18)$$

به مقادیر W_i^R و W_i^L در مراجع به عنوان مقادیر برون یابی شده راست و چپ اطلاق می‌شود. در کار حاضر از روش مین- مد[3] برای تقریب تابع محدود کننده شیب استفاده شد:

$$\Delta W_i = \min\mathrm{mod}\left(\frac{W_i - W_{i-1}}{\Delta x}, \frac{W_{i+1} - W_i}{\Delta x}\right) \qquad (19)$$

که تابع مین- مد برای یک پارامتر دلخواه q به شکل رابطه 20 تعریف می‌شود:

$$\min\mathrm{mod}\{q_1, q_2, \ldots\} = \begin{cases} \min(q_i) & \text{اگر} \quad q_i > 0 \ \forall i \\ \max(q_i) & \text{اگر} \quad q_i < 0 \ \forall i \\ 0 & \text{در غیر اینصورت} \end{cases} \qquad (20)$$

گام 2: تکامل[4] به دقت مرتبه 2

در هر سلول I_i، مقادیر مرزی برون یابی شده W_i^R و W_i^Lرابطه 16 در گام زمانی $\frac{\Delta t}{2}$ طبق رابطه 21 ارتقا می‌یابند:

$$\overline{W}_i^L = W_i^L + \frac{1}{2}\frac{\Delta t}{\Delta x}A(W_i)\left[W_i^L - W_i^R\right]$$

$$\overline{W}_i^R = W_i^R + \frac{1}{2}\frac{\Delta t}{\Delta x}A(W_i)\left[W_i^L - W_i^R\right] \qquad (21)$$

این مرحله برای تمام سلول‌های محاسباتی انجام می‌شود.

گام 3 : محاسبه شار درون سلولی

برای محاسبه شار درون سلولی $F_{i+1/2}$ رابطه 8 بایستی مسئله ریمن بر اساس داده‌های جدید زیر حل شود:

$$U_L \equiv \overline{U}_i^R \quad , \quad U_R \equiv \overline{U}_{i+1}^L$$

لازم به ذکر است که این رویه فقط برای پارامترهای اولیه اجرا می‌شود و ساختار کلی الگوریتم گفته شده در بخش 2 محفوظ می‌ماند.

الگوریتم حل عددی در نهایت به شرح زیر خلاصه می‌شود:

- مقادیر اولیه بر اساس روابط 16 توسط روش ماسل-هنکاک بخش 3 اصلاح و به روز رسانی می‌شوند.
- در هر مرز سلول محاسباتی، شار عددی پایستار F که در رابطه 1 ارائه شده، با کمک روش حلگر ریمن HLLC در روابط 8 تا 11، تقریب زده می‌شود.
- با استفاده از روش گودونوف که فرم گسسته سازی شده آن در رابطه 7 نشان داده شده است، مقادیر پایستار محاسبه می‌شوند.

3- min-mod
4- Evolution

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-09-26]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.11.23.2]

- کسر حجمی نیز با استفاده از رابطه گسسته سازی شده 15 محاسبه می‌شود.
- پس از محاسبه کسر حجمی تمامی متغیرهای اولیه مانند چگالی فازها، سرعت و انرژی بدست می‌آید.
- فشار مخلوط با استفاده از رابطه 5 محاسبه می‌گردد.
- سرعت صوت مخلوط دوفازی با استفاده از رابطه 6 محاسبه می‌شود.
- رفتن به مرحله اول در گام زمان بعدی.

در حالت دوبعدی $U = ((\alpha\rho)_1, (\alpha\rho)_2, \rho u, \rho v, \rho E)$ بردارهای متغیرهای بقایی هستند. $H = (F, G)$ تنسور شارها است و به صورت رابطه 22 تعریف می‌شود:

$$F = \left((\alpha\rho)_1 u, (\alpha\rho)_2 u, \rho u^2 + P, \rho v u, (\rho E + P) u\right)$$
$$G = \left((\alpha\rho)_1 v, (\alpha\rho)_2 v, \rho v u, \rho v^2 + P, (\rho E + P) v\right) \qquad (22)$$

در شکل 1 نحوه گسسته سازی در میدان کارتزین نشان داده شده است.

به هر مرز سلول یک شار عددی مربوط می‌شود. شکل گسسته سازی شده معادله کلی انتقال در روش حجم محدود در حالت دوبعدی به صورت رابطه 23 نوشته می‌شود:

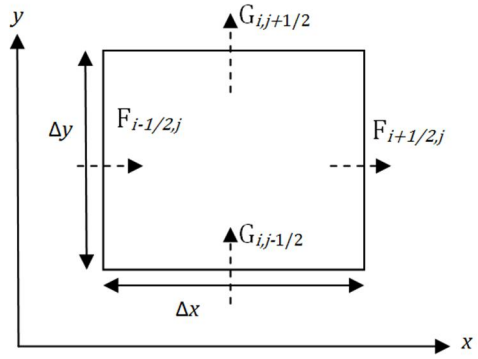
$$U_{i,j}^{n+1} = U_{i,j}^{n} + \frac{\Delta t}{\Delta x}\left[F_{i-\frac{1}{2},j} - F_{i+\frac{1}{2},j}\right] + \frac{\Delta t}{\Delta y}\left[G_{i,j-\frac{1}{2}} - G_{i,j+\frac{1}{2}}\right] \qquad (23)$$

مقدار میانگین U_{ij}^{n+1} در سلول محاسباتی I_{ij} از طریق فرمول 23 محاسبه می‌شود. مقادیر شار عددی در هر جهت از طریق رابطه 8 قابل محاسبه است[12].

4- نتایج عددی

4-1- لوله ضربه[1] هوا- آب

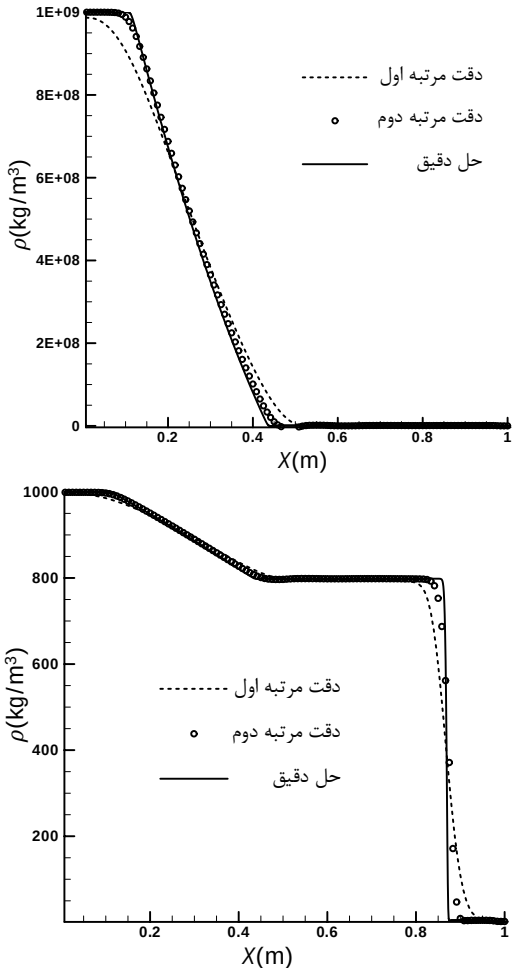
این مسئله شامل یک لوله ضربه است که سمت چپ آن با مایع خالص فشار بالا و سمت راست آن با هوای خالص با فشار اتمسفر پر شده است. این مسئله تست بیشتر جنبه تئوری داشته و دارای حل دقیق است [10]. سیال مایع توسط معادله حالت استیفند-گاز و سیال گاز توسط معادله حالت گاز ایده‌آل مشخص می‌شود. شرایط اولیه این مسئله طبق شکل 2 و جدول 1 قابل بیان است.



شکل 1 گسسته سازی حجم محدود در میدان کارتزین

شکل 2 طرحواره مسئله لوله ضربه دو فازی مایع-گاز

1- Shock tube



شکل 3 لوله ضربه گاز-مایع. مقایسه نتایج عددی (سمبل) با نتایج دقیق (خط پر) [10]. تعداد مش 1000 و CFL = 0/8

جدول 1 ویژگی‌های هوا و آب و شرایط اولیه برای مسئله لوله ضربه هوا و آب

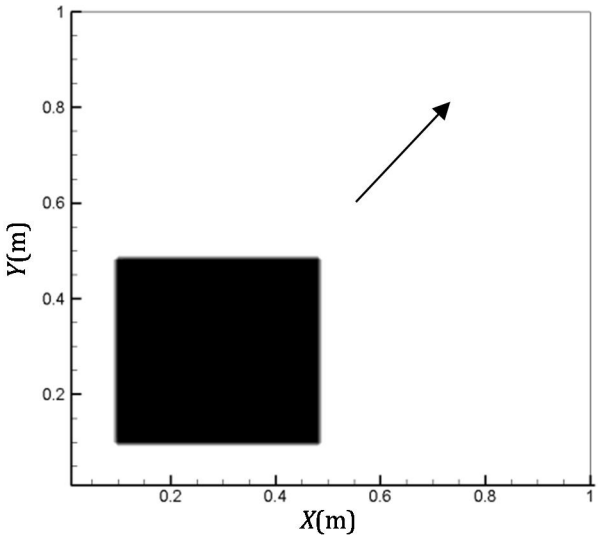
موقعیت مکانی	$x<0/7$		$0/7<x<1$	
سیال	آب	هوا	آب	هوا
ρ	1000	1	1000	1
u	0	0	0	0
P	10^9	10^5	10^5	10^5
α	$1-10^{-6}$	10^{-6}	10^{-6}	$1-10^{-6}$

در شکل 3 مقایسه نتایج عددی با دقت مرتبه 1 و 2 با نتایج حل دقیق [10] ارائه شده است. همان‌طور که دیده می‌شود نتایج با دقت مرتبه 2 هم خوانی و تطابق بیشتری با حل دقیق دارد. ضمناً کاربرد رویه ماسل-هنکاک هیچ گونه نوسان ناخواسته و ناپایداری در حل ایجاد نکرده است.

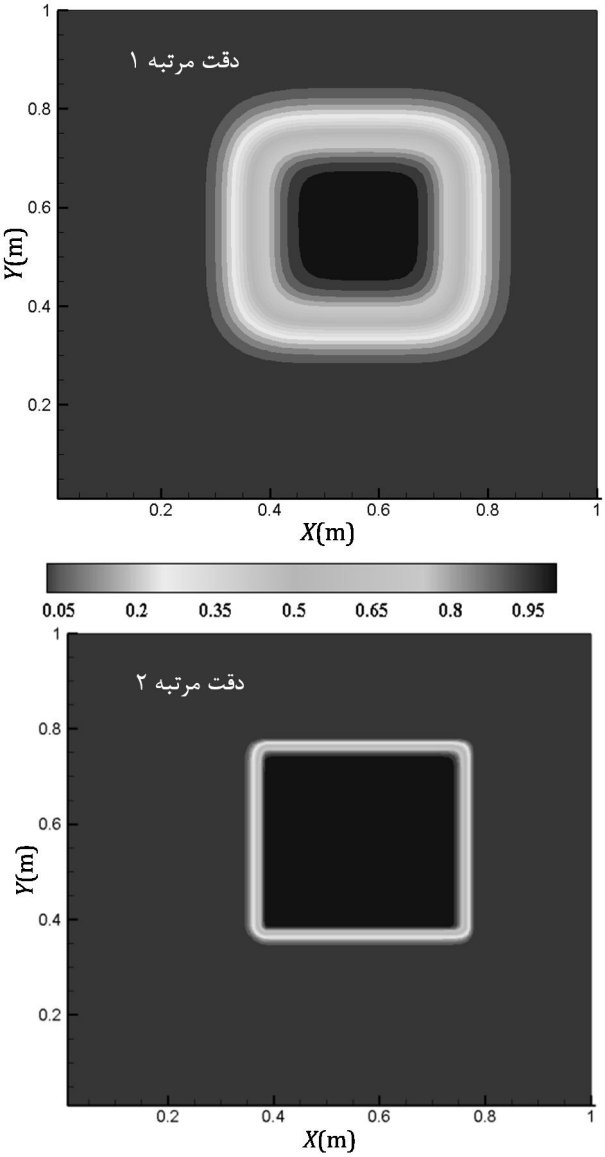
4-2- حرکت دو بعدی فصل مشترک مربعی در جریان یکنواخت

این مسئله شامل حرکت یک حباب مربعی شکل هوا در جریان یکنواخت آب است. هدف از انجام این آزمایش عددی، ارزیابی توانایی مدل فیزیکی و روش عددی در تعیین دقیق موقعیت دوبعدی مکانی فصل مشترک و توانایی حفظ آن در جریان یکنواخت است. ابعاد هندسی میدان حل این مسئله در شکل 4 و شرایط اولیه آن نیز برای هوا و آب طبق جدول 2 است. نتایج عددی این مسئله به ازای دقت محاسباتی مرتبه 1 و مرتبه 2 در شکل 5 نشان داده شده است.

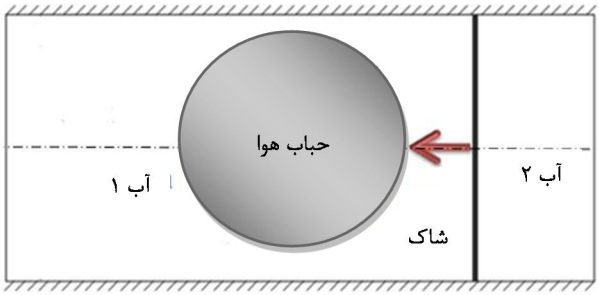
[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-09-26]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.11.23.2]



شکل4 موقعیت اولیه و ابعاد میدان محاسباتی مسئله دوبعدی حرکت فصل مشترک در جریان یکنواخت



شکل 5 نتایج عددی توزیع کسر حجمی مسئله حرکت فصل مشترک در جریان یکنواخت. به ازای تعداد شبکه 100×100



شکل 6 موقعیت اولیه و ابعاد میدان محاسباتی مسئله اثرات متقابل موج ضربه‌ای و حباب هوا در آب

جدول 2 ویژگی‌های گاز و مایع و شرایط اولیه برای مسئله حرکت فصل مشترک در یک جریان با سرعت و فشار یکنواخت

موقعیت مکانی	درون مربع		خارج از مربع	
سیال	مایع	گاز	مایع	گاز
ρ	1000	10	1000	10
u	100	100	100	100
v	100	100	100	100
P	10^5	10^5	10^5	10^5
α	$1-10^{-6}$	10^{-6}	10^{-6}	$1-10^{-6}$

جدول 3 شرایط اولیه برای مسئله تأثیر متقابل موج ضربه‌ای و حباب هوا در آب

سیال	P_∞	P	v	U	ρ	γ
آب 1	6×10^8	1×10^5	0	0	1000	4/4
آب 2	6×10^8	$1/9\times10^9$	0	-681/58	1323/6	4/4
هوا	0	1×10^5	0	0	1	1/4

به ازای محاسبات با دقت مرتبه 2 دیفیوژن کمتری ظاهر شده و فصل مشترک واضح‌تر مشخص می‌باشد. استفاده از محاسبات با دقت مرتبه 2 سبب کاهش چشم‌گیر زمان محاسباتی به دلیل عدم نیاز به تعداد شبکه محاسباتی زیاد می‌شود. با زیاد شدن تعداد شبکه بر میزان وضوح فصل مشترک افزوده می‌شود.

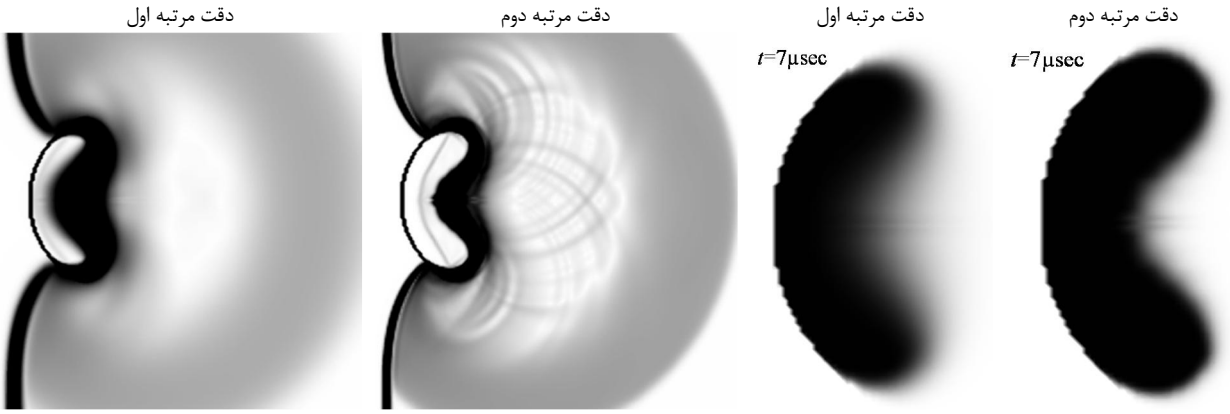
3-4- اثرات متقابل برخورد موج ضربه‌ای با یک حباب هوا در آب

این مسئله به دلیل اختلاف زیاد چگالی دو فاز آب و هوا و اثرات متقابل موج ضربه‌ای با حباب جز مسائل پیچیده به حساب آمده و در حال حاضر به عنوان یک مسئله تست روش‌های عددی شناخته شده است. یک حباب استوانه‌ای هوا به قطر 6 میلی متر درون یک استخر آب قرار دارد. این حباب توسط یک موج ضربه‌ای با ماخ 1/72 متلاشی می‌شود. میدان حل عددی شامل یک مستطیل به ابعاد $29\times24\ mm^2$ و مرکز حباب در محل (12و12) قرار دارد. موج ضربه‌ای در فاصله 16 میلی‌متری از سمت راست مرکز حباب واقع است. شرایط اولیه این مسئله به شرح جدول 3 است.

شرایط مرزی بالا و پایین به صورت دیواره و شرایط مرزی سمت چپ و راست به صورت غیر انعکاسی در نظر گرفته شده است. وضعیت هندسی مسئله در شکل 6 ارائه شده است.

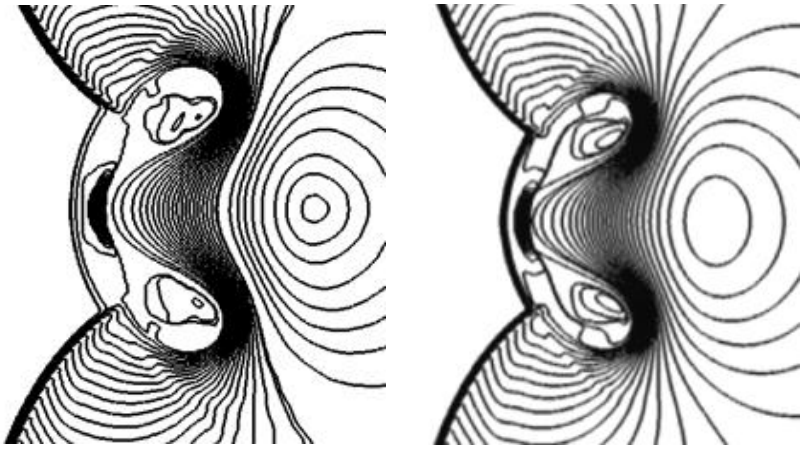
در شکل 7 مقایسه‌ای بین نتایج محاسبات با دقت مرتبه 1 و مرتبه 2 ارائه شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود به ازای دقت مرتبه 2 دیفیوژن عددی کمتری در فصل مشترک اتفاق می‌افتد و همچنین جزئیات بیشتری از پایین دست شاک قابل ملاحظه است. به ازای هر دو شبیه‌سازی شکل کلی تغییرات حباب یکسان است.

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-09-26]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.11.23.2]



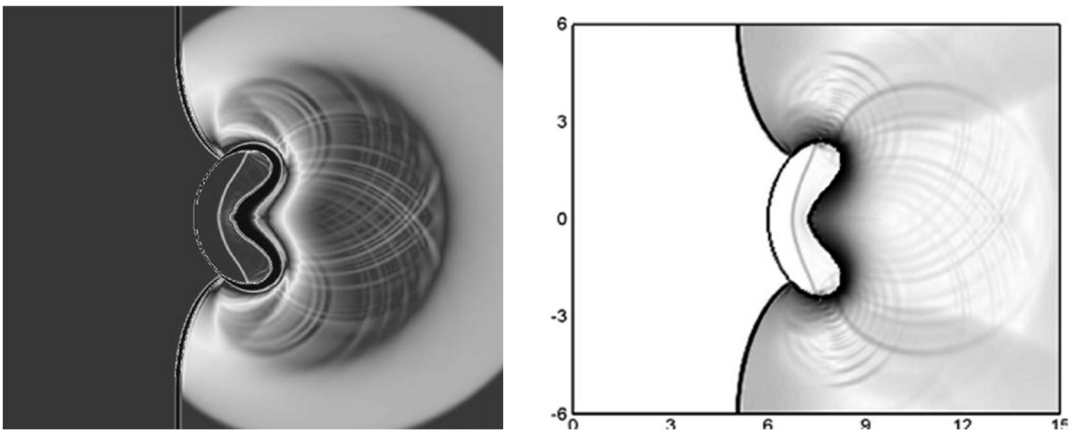
الف: توزیع کسر حجمی ب: تصویر شلرین

شکل 7 مقایسه نتایج با دقت مرتبه 1 و 2، شبکه محاسباتی 435×360



الف- نتایج عددی [12] ب- نتایج عددی کار حاضر

شکل 8 کانتور توزیع فشار اندر کنش شاک و حباب هوا در آب. مقایسه کیفی نتایج عددی کار حاضر با نتایج عددی [12]



الف- نتایج عددی [13] ب- نتایج عددی کار حاضر

شکل 9 تصویر شلرین (گرادیان چگالی)، مقایسه نتایج شبیه سازی عددی روش گالرکین ناپیوسته رنگ-کوتا [13] و نتایج عددی کار حاضر

اگر با دقت مرتبه 1 محاسبات انجام می‌شد فقط به ازای تعداد شبکه محاسباتی زیادتر و در نتیجه زمان محاسباتی بالاتر، دست‌یابی به نتایجی معادل دقت درجه 2 میسر می‌شد. در شکل 8 مقایسه‌ای بین نتایج عددی [12] به صورت کانتور خطوط هم فشار با نتایج عددی کار حاضر صورت پذیرفته است که بیانگر هم‌خوانی بالای جواب‌ها است.

از این مقایسه می‌توان نتیجه گرفت که قابلیت و کفایت روش عددی حاضر معادل روش‌های پیچیده فصل مشترک تیز SIM مانند لول ست[1] با استراتژی اصلاح انطباقی شبکه[2] [12] که به ازای تراکم بالای شبکه نزدیک فصل مشترک بدست آمده است، می‌باشد.

در شکل 9 یک مقایسه دیگر بین نتایج عددی کار حاضر با نتایج عددی روش گالرکین ناپیوسته رنگ-کوتا[3] [13] صورت پذیرفت. مقایسه کیفی نتایج بیانگر هم‌خوانی جواب‌ها در پیش بینی موقعیت فصل مشترک و الگوی توزیع امواج انعکاسی انبساطی و فشاری ناشی از برخورد شاک با حباب است.

1- Level set

2- Adaptive mesh refinement

3- Rung-kutta discontinuous Galerkin method

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-09-26]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.11.23.2]

5- جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

در این مقاله به منظور ارتقای دقت حل عددی جریان‌های دو فازی تراکم پذیر با روش عددی گودونوف از دقت مرتبه اول به مرتبه دوم از روش ماسل-هنکاک استفاده به عمل آمد. نتایج حاصله بیانگر آنست که به ازای حل با دقت مرتبه دوم دیفیوژن عددی در فصل مشترک دو فازی به نسبت حل مرتبه اول کاهش می‌یابد. از مزایای این روش آنست که با تعداد شبکه کمتری امکان بدست آوردن حل‌های دقیق میسر می‌شود. دقت نتایج برای مسائل مختلف دو فازی تست شده و با نتایج تحقیقاتی دیگر محققین که با روش‌های دیگر بدست آمده‌اند نیز مقایسه به عمل آمد که بیانگر صحت نتایج بدست آمده است.

6- مراجع

[1] R.Kapila, Menikoff, J. Bdzil, S. Son, and D. Stewart. Two-phase modeling of DDT in granular materials: Reduced equations. *Phys. Fluid,* 13,pp:3002–3024, 2001.

[2] J.J. Kreeft, B. Koren, A new formulation of Kapila's five-equation model for compressible two-fluid flow, and its numerical treatment. *J. Comput. Phys.*229, pp:6220–6242, 2010.

[3] B. van Leer, Towards the ultimate conservative difference scheme. V. A second-order sequel to Godunov's method, *J. comput. Phys.* Vol.32, pp. 101-136, 1979.

[4] C.Berthon. Robustness of MUSCL schemes for 2D unstructured meshes*, J. comput. Phys*. Vol.218, pp. 495-509, 2006.

[5] S-K .Sohn, A New TVD-MUSCL Scheme for Hyperbolic Conservation Laws, *Computers and Mathematics with Applications,* Vol.50, pp. 231-248, 2005.

[6] K. Waagan, A positive MUSCL-Hancock scheme for ideal magneto hydrodynamics, *J. comput. Phys*., vol. 228, pp. 8609–8626, 2009.

[7] S. Camarri, M.V. Salvetti, B. Koobus, A. Dervieux, A low-diffusion MUSCL scheme for LES on unstructured grids., *Computers & Fluids,* vol.33, pp. 1101–1129, 2004.

[8] A. Harten, P. D. Lax, and B. van Leer. On Upstream Differencing and Godunov–Type Schemes for Hyperbolic Conservation Laws, *SIAM Review*. 25: P.35–61, 1983 .

[9] R. Saurel, F. Petitpas, and R. A. Berry. Simple and efficient relaxation methods for interfaces separating compressible fluids, cavitating flows and shocks in multiphase mixtures. *J. Comput. Phys.,* 228(5):1678–1712, 2009.

[10] M.R.Ansari, A.Daramizadeh, Numerical simulation of droplet breakup by shock wave collision, *Modares mechanical engineering Journal,* 12(1);pp:41-49, ; 2012; .

[11] E. F. Toro. Riemann Solvers and Numerical Methods for Fluid Dynamics. *Springer, Berlin,* 1999.

[12] R.K. Shukla, C. Pantano , J. B. Freund, an interface capturing method for the simulation of multi-phase compressible flows, *Journal of Computational Physics,* 229: pp.7411–7439, 2010.

[13] C.Wang, C.W. Shu, An interface treating technique for compressible multi-medium flow with Runge–Kutta discontinuous Galerkin method, Journal of Computational Physics. , vol.229, pp: 8823-8843, 2010.

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-09-26]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.11.23.2]