



## بررسی اثر جهت گیری زبری سطح بر ناپایداری ترموالاستیک در سطوح لغزشی روان کاری شده

ابوالفضل ابراهیمی<sup>1</sup>، صالح اکبرزاده<sup>2\*</sup>، علیرضا واعظپور<sup>1</sup>

1- کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان

2- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان

\* اصفهان، 84156-83111، s.akbarzadeh@cc.iut.ac.ir

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 22 اردیبهشت 1394

پذیرش: 17 مرداد 1394

ارائه در سایت: 08 مهر 1394

کلید واژگان:

بافت سطح

زبری سطح

ناپایداری ترموالاستیک

تریبولوژی

### چکیده

انواع مختلف سطوح لغزشی مانند کلاچ‌ها و ترمزها، مستعد نوعی آسیب سطح تحت عنوان ناپایداری ترموالاستیک هستند. ناپایداری اشاره دارد به رشد نامحدود آشفتگی‌های دما و فشار که منجر به دماهای موضعی بسیار بالا و سایش آن نقاط می‌شود. در این پژوهش اثر بافت سطح بر روی ناپایداری ترموالاستیک در رژیم روان کاری مخلوط مورد بررسی قرار می‌گیرد. بدین منظور از مدلی که شامل یک سطح صیقلی با رسانایی حرارتی بالا و یک سطح زبر با رسانایی حرارتی بسیار پایین است، استفاده می‌شود. در این تحقیق برای سطوح زبر از یک پروفیل زبری سطح تولیدشده به روش عددی استفاده شده است. در ادامه به کمک ضرایب جریان که ضرایب اصلاحی معادله رینولدز برای در نظر گرفتن زبری هستند، تأثیر بافت سطح بر روی ناپایداری ترموالاستیک بررسی می‌شود. برای انجام این کار از الگوریتمی استفاده می‌شود تا به کمک آن برای سه گونه جهت‌گیری زبری یعنی طولی، عرضی و همسان‌گرد، سرعت بحرانی که بیشتر از آن ناپایداری ترموالاستیک اتفاق می‌افتد و منجر به تشکیل نقاط داغ دیده می‌شود، به دست می‌آید. در نهایت مشخص می‌شود که سرعت بحرانی که سطح را در آستانه ناپایداری ترموالاستیک قرار می‌دهد، برای الگوی سطح طولی حالت بهینه دارد و پس از آن الگوی سطح همسان‌گرد و در نهایت الگوی سطح عرضی قرار دارد.

## Study on the effect of surface roughness pattern on the thermoelastic instability in lubricated sliding surfaces

Abolfazl Ebrahimi<sup>1</sup>, Saleh Akbarzadeh<sup>1\*</sup>, Alireza Vaezpour<sup>1</sup>

1- Department of Mechanical Engineering, Isfahan University of Technology, Isfahan, Iran

\* P.O.B 8415683111 Isfahan, Iran, s.akbarzadeh@cc.iut.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 12 May 2015  
Accepted 08 August 2015  
Available Online 30 September 2015

#### Keywords:

Surface Pattern  
surface roughness  
Thermoelastic Instability  
Tribology

### ABSTRACT

The different kinds of sliding surfaces like clutches, and breaks are susceptible to a surface damage called thermoelastic instability. Instability refers to the unlimited growth turbulence of temperature and pressure, leading to very high local temperatures and wear on the hot spots. In this research, the effect of surface texture on the thermoelastic instability is investigated under mixed lubrication regime. For this purpose, a model consisting of a smooth surface with high thermal conductivity and a rough surface with low thermal conductivity is considered. Thus, a computer program is employed to numerically generate three different surface roughness patterns, i.e. transverse, longitudinal, and isotropic. Then the flow factors which are correction factors to the Reynolds equation for considering the surface roughness pattern are employed to study the effect of surface pattern on the thermoelastic instability. To conduct this study, an algorithm is developed to regenerate the thermoelastic instability results in the published literature and then is used to find the critical speed for three types of surface patterns beyond which thermoelastic instability leading to the formation of hot spots is likely to occur. Finally it is shown under similar operating conditions; the critical speed is highest for the longitudinal surface pattern.

### 1- مقدمه

را به شکل چرخه‌های سایشی ترموالاستیک یا تنش یاتاقانی شدید که به وسیله افزایش ناگهانی در دما مشخص می‌شود، آشکار می‌کند. ناپایداری اشاره دارد به رشد نامحدود آشفتگی‌های دما و فشار که منجر به دماهای موضعی بسیار بالا می‌شود که آن‌ها را نقاط داغ‌دیده اطلاق می‌کنند [1]. آّبندها، ترمزها، کلاچ‌ها و در کل سطوح لغزشی، مستعد بروز نقاط داغ‌دیده هستند. نقاط داغ‌دیده همان‌طور که در شکل 1 نشان داده شده است، به صورت مناطقی سیاه بر سطح پدیدار می‌شوند و بیانگر تنش موضعی بالا بوده و می‌تواند منجر به شکست ماده شود.

تریبولوژی دانش مربوط به سطوح درگیر در حرکت نسبی است و شامل مطالعه اصطکاک، سایش و روان کاری در سطوح درگیر است. زبری سطوح درگیر، ریزناهمواری‌هایی در اندازه میکرومتر یا حتی کمتر هستند که به صورت قله‌ها و دره‌هاست. بسته به اندازه، شکل، جهت‌گیری و توزیع این ناهمواری‌ها، ویژگی‌های روان کاری هیدرودینامیکی سطح به شدت می‌تواند تغییر کند. یکی از پدیده‌هایی که می‌تواند سبب آسیب و کاهش عمر قطعات بشود ناپایداری ترموالاستیک است. در عمل، ناپایداری ترموالاستیک خودش

Please cite this article using:

A. Ebrahimi, S. Akbarzadeh, A. Vaezpour, Study on the effect of surface roughness pattern on the thermoelastic instability in lubricated sliding surfaces, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 11, pp. 17-25, 2015 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

A. Ebrahimi, S. Akbarzadeh, A. Vaezpour, Study on the effect of surface roughness pattern on the thermoelastic instability in lubricated sliding surfaces, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 11, pp. 17-25, 2015 (In Persian)

در سال 1973 بورتون و همکارانش، ناپایداری ترموالاستیک را برای یک مدل شبه آببند بیان کردند [7]. این مدل هندسه‌ای را ارائه می‌دهد که شامل دو تیغه مستقیم در تماس با هم است. مدل، معادله‌ای برای سرعت بحرانی در آستانه ناپایداری ترموالاستیک ارائه می‌دهد. این معادله پیش‌بینی می‌کند که سرعت بحرانی با ضریب اصطکاک و ضریب انبساط حرارتی رابطه عکس دارد.

برای حالت سطوح موازی روان‌کاری‌شده، بنرجی و بورتون (1976) سرعت بحرانی را استخراج کردند که آستانه ناپایداری ترموالاستیک را بیان می‌کند [4]. آن‌ها سطوح را به صورت یک رسانای حرارتی خوب که بر یک عایق خوب می‌لغزد، مدل کردند که فرض معقولی برای کلاچ است. معادله بنرجی و بورتون برای سرعت بحرانی که آستانه ناپایداری ترموالاستیک را مشخص می‌کند به صورت رابطه (1) است.

$$U_{crit} = h_0 k \sqrt{\frac{k_s}{a\mu}} \quad (1)$$

که  $h_0$  ضخامت نامی روان‌کار،  $k$  عدد موج،  $k_s$  رسانایی حرارتی جسم رسانا،  $\mu$  ویسکوزیته روان‌کار و  $a$  ضریب انبساط حرارتی جسم رساناست.

جنگ و خوانساری [8]، ناپایداری ترموالاستیک را با در نظر گرفتن زبری سطح بررسی کردند، همچنین جنگ و خوانساری در [9] به بررسی تأثیر زبری سطح بر ناپایداری ترموالاستیک و در حضور روان‌کار پرداختند. مدلی که آن‌ها از آن استفاده کردند، مدل 1976 بنرجی و بورتون بود که یک جسم رسانای حرارتی بر یک عایق حرارتی می‌لغزد. مطالعات بیان‌شده نشان می‌دهند که دو سطح در روان‌کاری مرزی سرعت بحرانی بسیار کمتری نسبت به سطوحی که کاملاً توسط یک فیلم سیال جدا شده‌اند، دارند.

نخستین و شاخص‌ترین کار انجام‌شده در زمینه تأثیر زبری سطح بر فیلم روان‌کار توسط پتیر (1978) صورت گرفت [10]. او در پایان‌نامه خود به تفصیل به چگونگی اصلاح معادله رینولدز جهت بررسی روان‌کاری سطوح زبر توسط مدلی تحت عنوان مدل جریان میانگین پرداخت. ایشان با معرفی ضرایبی با نام ضرایب جریان، اثر زبری را بررسی کرد. برای تعیین اثر ضرایب جریان در معادله رینولدز، لازم است جهت‌گیری زبری‌ها (همسان‌گرد، طولی و عرضی) مورد توجه قرار گیرد. هر یک از این جهت‌گیری‌ها بر لغزش بین دو سطح اثر می‌گذارند و سیستم روان‌کاری را تحت تأثیر قرار می‌دهند [11]. به عبارت دیگر جهت‌گیری زبری‌ها بر ضرایب جریان و در نتیجه فشار به‌دست‌آمده از حل معادله رینولدز و پیرو آن تغییر شکل ناشی از فشار هیدرودینامیکی اثرگذار است. از طرفی در مقاله سال 2000 جنگ و خوانساری [9]، ناپایداری ترموالاستیک تحت روان‌کاری هیدرودینامیکی و تنها برای حالت زبری همسان‌گرد بررسی شده و سرعت بحرانی که در آن ناپایداری ترموالاستیک اتفاق می‌افتد، تنها برای جهت‌گیری همسان‌گرد بررسی شده است.

با توجه به این‌که در تماس‌های لغزشی، مانند تماس در کلاچ‌ها، ترمزها و آب‌بندها، احتمال وقوع ناپایداری ترموالاستیک و در نتیجه آن وقوع پدیده داغ‌دیدگی سطح بسیار وجود دارد؛ بنابراین در مطالعه پیش‌رو اثر جهت‌گیری‌های زبری سطح بر ناپایداری ترموالاستیک بررسی شده است. با توجه به این‌که مسئله داغ‌دیدن به‌طور مستقیم سبب کاهش عمر قطعه می‌شود. چنان‌چه بتوان سطوحی ایجاد کرد که مسئله داغ‌دیدن در آن‌ها بهبود یابد، افزایش عمر این قطعات را به‌دنبال خواهد داشت.

## 2- معرفی روش

برای پیاده‌سازی مدل موردنظر در این پژوهش، لازم است سه گام اصلی انجام

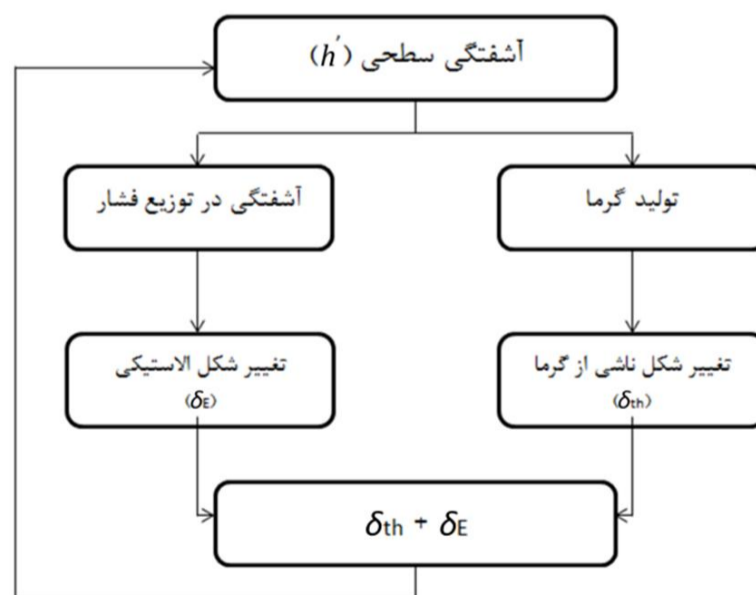


شکل 1 تصویری از مناطق داغ‌دیده پس از تنها یک بار درگیری کلاچ [2]

مفهوم ناپایداری به بیان ریاضی مسئله با استفاده از تکنیک آشفتگی مشخص می‌شود که در آن پاسخ سیستم به یک اختلال در ضخامت فیلم، مورد آزمایش قرار می‌گیرد [3]. برای مشخص کردن استعداد یک سیستم به وقوع ناپایداری ترموالاستیک، یک موج سطحی کوچک که نشانگر یک اختلال در سیستم است، به سیستم تحمیل می‌شود. موج سطحی تحمیل‌شده، حتی بسیار کوچک، بر پروفیل سرعت در سیال، توزیع فشار هیدرودینامیکی و تعادل حرارتی در فیلم اثر می‌گذارد. در نتیجه، میدان تغییر شکل کل، شامل تغییر شکل‌های حرارتی و مکانیکی، تحت تأثیر قرار خواهد گرفت. به کمک روابط تئوری می‌توان پیش‌بینی کرد که آیا در یک سرعت کاری، مجموع این تغییر شکل‌ها به صورت نامحدود رشد می‌کند و منجر به شکست می‌شود و یا میرا می‌شود، به عبارت دیگر بیان می‌کند که سیستم از نظر ترموالاستیکی پایدار است [1].

پس در مجموع می‌توان بیان کرد که اگر هر یک از سطوح، توسط یک اختلال کوچک آشفته شود، دیگری ممکن است نامحدود رشد کرده (ناپایدار)، میرا شود (پایدار) و یا بدون تغییر بماند (ذاتا پایدار). در حالت ذاتا پایدار، آشفتگی یک سری از اثراتی را ایجاد می‌کند که مجموع آن‌ها با هم باعث بازتولید آشفتگی اصلی می‌شود (شکل 2) [4].

نخستین مطالعه مستقیم در زمینه ناپایداری ترموالاستیک به تحقیق باربر [5] در سال 1969 باز می‌گردد. در این مقاله او با ارایه یک مدل و انجام آزمایش‌هایی، به اثبات نظریه خود در مورد ناپایداری ترموالاستیک پرداخت. انبساط حرارتی تماس‌های موضعی می‌تواند به صورت ناپایدار رشد کند. البته سایش اثری میراکننده بر آن دارد. پایداری لغزش ترموالاستیک در تماس سطوح جامد در سال 1972 توسط داو و بورتون آزمایش شد. در این آزمایش که ناپایداری ترموالاستیک را به کمک تماس لغزشی بین یک تیغه نازک و یک جسم از یک طرف بی‌نهایت شبیه‌سازی می‌کند، آن‌ها نشان دادند که تماس بین دو صفحه لغزشی ناپایدار است، چنان‌چه سرعت لغزش از یک مقدار بحرانی بیشتر شود که وابسته به طول موج آشفتگی دارد [6].



شکل 2 بلوک دیاگرام به وجود آمدن ناپایداری ترموالاستیک [4]

قالب این ضرایب جریان استخراج می‌شود. برای استخراج ضرایب جریان برای ساختار زبری داده شده، از مقادیر جریان متوسط به دست آمده از راه حل عددی یک یاتاقان مدل با زبری تصادفی یا اندازه گیری شده استفاده می‌شود. در نتیجه استفاده از شبیه سازی به این مدل اجازه می‌دهد تا هر نوع ساختار زبری را تحلیل کند [10].

ضخامت فیلم موضعی  $h_T$  به صورتی که در شکل 3 آورده شده، بر اساس رابطه (2) تعریف می‌شود.

$$h_T = h + \delta_1 + \delta_2 \quad (2)$$

که  $h$  ضخامت فیلم نامی و  $\delta_1$  و  $\delta_2$  دامنه زبری تصادفی دو سطح اندازه گیری شده از سطوح میانگینشان است. فرض می‌شود که  $\delta_1$  و  $\delta_2$  پروفیل زبری دو سطح با توزیع گوسی و میانگین صفر و انحراف معیار استاندارد به ترتیب  $\sigma_1$  و  $\sigma_2$  را دارند. زبری ترکیبی  $\delta = \delta_1 + \delta_2$  دارای واریانس  $\sigma^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2$  است.

در نقاط تماس،  $h_T = 0$  است و فاصله میانگین  $\bar{h}_T$  به صورت رابطه (3) تعریف می‌شود [13].

$$\bar{h}_T = \int_{-h}^{\infty} (h + \delta) f(\delta) d\delta \quad (3)$$

برای یک روان کار هم‌دما و تراکم ناپذیر در تماس الاستوهیدرو دینامیک، فشار توسط معادله رینولدز بیان می‌شود. در مطالعه پیش‌رو باید معادله رینولدزی که فشار میانگین در تماس الاستوهیدرو دینامیک را پوشش می‌دهد، استخراج شود. بدین جهت جریان مورد انتظار در یک یاتاقان زبر تحلیل می‌شود. یک حجم کنترل با مساحت پایه  $\Delta x \Delta y$  و ارتفاع  $h_T$  در نظر گرفته می‌شود. فرض می‌شود که  $\Delta x \Delta y$  به حدی بزرگ باشد که تعداد زیادی ناهمواری را دربرگیرد، ولی نسبت به اندازه یاتاقان همچنان کوچک باشد. با تحلیل جریان واحد متوسط (مورد انتظار) وارد شده به حجم کنترل و اعمال یک بالانس جریان متوسط بر آن، معادله رینولدز میانگین به دست می‌آید [13].

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \phi_x \frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \phi_y \frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} \right) = \frac{U_1 + U_2}{2} \frac{\partial \bar{h}_T}{\partial x} + \frac{U_1 - U_2}{2} \sigma \frac{\partial \phi_s}{\partial x} + \frac{\partial \bar{h}_T}{\partial t} \quad (4)$$

که  $\bar{p}$  فشار متوسط (مورد انتظار) و همچنین  $U_1$  و  $U_2$  سرعت دو سطح در تماس است. ضرایب فشار  $\phi_x$  و  $\phi_y$  جریان فشار متوسط در یک یاتاقان زبر را با یک یاتاقان صیقلی مقایسه می‌کنند. ضریب جریان برشی  $\phi_s$ ، انتقال جریان اضافی ناشی از لغزش در یک یاتاقان زبر را نشان می‌دهد. ضرایب جریان  $\phi_x$  و  $\phi_y$  را از طریق شبیه سازی جریان می‌توان به صورت رابطه (5) به دست آورد [13].

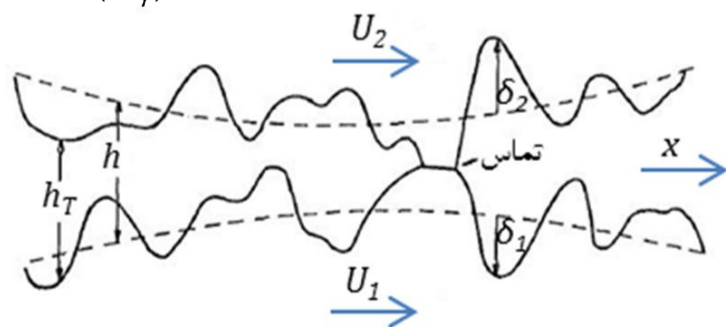
$$\phi_x = 1 - C e^{-\gamma H} \quad \gamma \leq 1 \quad (5)$$

$$\phi_x = 1 + C H^\gamma \quad \gamma > 1$$

که  $H = h/\sigma$  است. ثابت  $C$  و  $\gamma$  به عنوان توابعی از  $\gamma$  (پارامتر الگوی سطح) در جدول 1 آورده شده‌اند [12].

ضرایب جریان  $\phi_x$  و  $\phi_y$  مستقل از یکدیگر نیستند و بر اساس رابطه (6) مربوط هستند.

$$\phi_y(H, \gamma) = \phi_x \left( H, \frac{1}{\gamma} \right) \quad (6)$$



شکل 3 تابع ضخامت فیلم [13]

شود. ابتدا باید مدلی برای تعیین ضخامت فیلم روان کار و فشار تماسی معرفی شود. برای این کار ضرایب جریان تجربی تعریف می‌شود تا معادله رینولدزی که فشار میانگین تماس الاستوهیدرو دینامیک را پوشش می‌دهد، استخراج شود. در گام دوم، سطوح با زبری‌ها و الگوهای مختلف تولید شود که برای این کار از یک برنامه رایانه‌ای استفاده شده است. در این برنامه پارامتر الگوی سطح که نشان‌دهنده نحوه قرارگیری زبری‌هاست و همچنین انحراف معیار ارتفاع زبری‌ها به عنوان ورودی در نظر گرفته می‌شود و یک پروفیل زبری سطح به صورت عددی تولید می‌شود. در گام نهمی هم به تحلیل مسئله ناپایداری ترموالاستیک پرداخته می‌شود. برای این تحلیل، تغییر شکل‌های ناشی از اعمال یک موج سطحی فرضی محاسبه می‌شود و با اعمال شرط ناپایداری ترموالاستیک، مقادیر سرعت بحرانی به عنوان خروجی اصلی مدل، تعیین می‌شود. در ادامه به تشریح این مراحل پرداخته می‌شود.

### 2-1- تحلیل روان کاری سطوح زبر با استفاده از معادله رینولدز میانگین

بیشتر مطالعات نظری بر فیلم روان کار، بر پایه سطوح صیقلی یاتاقانی هستند. با این وجود اگر ضخامت فیلم از مرتبه ارتفاع زبری باشد، این فرض دیگر صادق نخواهد بود و تأثیر زبری باید در نظر گرفته شود. ضخامت فیلم موضعی در یک یاتاقان زبر از ضخامت فیلم نامی (که فاصله بین سطوح میانگین دو سطح است) و دامنه‌های زبری تصادفی دو سطح تشکیل شده است. نسبت ضخامت فیلم نامی به انحراف استاندارد زبری،  $h/\sigma$ ، پارامتر مهمی است که اهمیت نسبی تأثیرات زبری را نشان می‌دهد. هنگامی که این پارامتر از عدد 3 بزرگ‌تر است، اصطلاحاً رژیم روان کاری هیدرو دینامیکی است که در آن زبری سطوح اثری ندارد، اما هنگامی که این پارامتر مقادیر کوچک‌تری داشته باشد رژیم روان کاری مخلوط یا مرزی است که در آن اثر زبری‌ها باید حتماً لحاظ شود [10]. در این رژیم بار کلی شامل بار هیدرو دینامیکی مربوط به فیلم سیال و بار تماسی مربوط به تماس زبری‌هاست. به طور مشابه، اصطکاک کل، مجموع مؤلفه‌های اصطکاک هیدرو دینامیکی و ناهمواری‌هاست.

در اطراف یک نقطه تماس، تغییر شکل ایجاد می‌شود. فرض می‌شود که هندسه فیلم در اطراف نقطه تماس تغییر نمی‌کند. تغییری جزئی در هندسه فیلم، سبب تنها تأثیری نامی بر جریان متوسط می‌شود، زیرا با تغییر جزئی در هندسه فیلم، جریان متوسط تغییر قابل ملاحظه‌ای نمی‌کند. البته این فرض هنگامی صادق خواهد بود که  $h/\sigma < 0.5$  باشد. در این حالت قسمت زیادی از مساحت نامی در تماس قرار خواهد گرفت. در نتیجه مدل جریان میانگین در این رژیم کم دقت‌تر خواهد بود [12].

از آنجایی که ضخامت فیلم موضعی، یک کمیت تصادفی است، فشار ایجاد شده در یک یاتاقان زبر نیز یک کمیت تصادفی است. با این وجود معمولاً در یک یاتاقان، فشار متوسط کمیت مطلوب است و بیشتر مطالعات مرتبط با زبری، در پیش‌بینی فشار متوسط بدون حل برای فشار موضعی تصادفی است. این فرآیند شامل استخراج معادله رینولدزی است که فشار متوسط در یاتاقان زبر را پوشش دهد. این معادله برای ساختار زبری کلی توسط پتیر [12] استخراج شده و هدف آن معادله رینولدزی است که قابل اعمال به هر ساختار زبری کلی باشد. این راه حل «مدل جریان میانگین» نام دارد که از شبیه سازی جریان عددی برای استخراج معادله رینولدزی که فشار متوسط در یاتاقان‌های زبر را پوشش می‌دهد، استفاده می‌کند. این مدل برای تعریف دسته‌ای از ضرایب جریان تجربی استفاده می‌شود به گونه‌ای که جریان روغن را بتوان در قالب این ضرایب جریان و مقادیر متوسط مانند فشار متوسط و ضخامت فیلم نامی بیان کرد. سپس یک معادله رینولدز متوسط در



اگر برای سادگی  $\Delta x = \Delta y$  اختیار شود، پارامتر الگوی سطح  $\lambda$  برابر با نسبت  $n$  به  $m$  است. تولید یک ماتریس ارتفاع زبری به شکل رابطه (4) را می توان به وسیله یک انتقال خطی به صورت رابطه (10) ایجاد کرد.

$$\delta_{ij} = \frac{\sigma}{\sqrt{nm}} \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^m \eta_{i+k, j+l} \quad \text{و } i=1,2, \dots, N \text{ و } j=1,2, \dots, M \quad (10)$$

که  $\eta_{ij}$ ، اعداد تصادفی مستقل با توزیع یکسان و میانگین صفر و واریانس واحد است.  $M$  و  $N$  هم به ترتیب میزان تراکم نمونه زبری تولیدی در دو جهت  $x$  و  $y$  هستند [11]. برای تولید ارتفاع زبری با توزیع گوسی، این اعداد تصادفی باید توزیع گوسی نیز داشته باشند [10,13].

خواص مرتبط با جهت زبری توسط پارامتر الگوی سطح  $\gamma$ ، در ابتدا توسط پکلنیک نشان داده شد که این پارامتر نیز گاهی تحت عنوان عدد پکلنیک شناخته می شود [14]. این پارامتر به عنوان نسبت طول های همبستگی  $x$  و  $y$  به صورت رابطه (11) هم تعریف می شود.

$$\gamma = \frac{\lambda_{0.5x}}{\lambda_{0.5y}} \quad (11)$$

$\gamma$  را می توان به عنوان نسبت طول به عرض یک ناهمواری تعبیر کرد. ساختارهای زبری کاملاً عرضی، همسان گرد و کاملاً طولی به ترتیب دارای  $\gamma=0, 1, \infty$  است.

همچنین فرض می شود که زبری ها، شیب های کم دارند در نتیجه معادله رینولدز به طور موضعی قابل اعمال است. این نوع زبری، زبری رینولدز نامیده می شود که در مقابل زبری استوکس قرار دارد و نیازمند اعمال معادله ناپرواستوکس است [12].

نمونه هایی از زبری های تولید شده توسط این روش در شکل 4 مشاهده می شود [11]. مقدار زبری میانگین برای تولید این زبری ها  $\sigma=0.3 \mu m$  و مقدار پارامتر الگوی سطح  $\lambda$  به ترتیب شکل ها 1/50، 1 و 50 است.

### 2-3- تئوری مسئله ناپایداری ترموالاستیک

شماتیکی ساده از سیستم تحت بررسی در مسئله ناپایداری ترموالاستیک در شکل 5 نشان داده شده است. مدل شامل یک سطح صیقلی با رسانایی حرارتی بالا و یک سطح زبر با رسانایی حرارتی بسیار پایین است. دلیل انتخاب این نوع مدل این است که یکی از کاربردهایی که در آن ناپایداری ترموالاستیک رخ می دهد کلاچ اتومبیل است. با در نظر گرفتن کلاچ اتومبیل به عنوان جسم تحت بررسی، دیسک اصطکاکی اغلب تشکیل شده است از یک ماده با پایه کاغذ. در حالی که دیسک درگیر با آن از فولاد ساخته شده است. از آن جایی که رسانایی گرمایی ماده پایه کاغذ 10 بار کوچک تر از فولاد است، می توان سیستم کلاچ را به صورت یک سیستم رسانا-عایق گرمایی ساده کرد [15]. فاصله بین دو سطح با یک روان کار با لزجت مشخص پر شده است. در غیاب روان کار، یک سیستم رسانا-عایق بیشتر مستعد ناپایداری ترموالاستیک است.

جدول 1 ضرایب معادله (5) [12]

بازه	$r$	$c$	$\Gamma$
$H > 1$	0/42	1/48	0/11
$H > 1$	0/42	1/38	0/17
$H > 0/75$	0/42	1/18	0/34
$H > 0/5$	0/56	0/90	1
$H > 0/5$	1/5	0/225	3
$H > 0/5$	1/5	0/520	6
$H > 0/5$	1/5	0/870	9

مشابه ضرایب جریان فشار، ضریب جریان برشی، تابعی از ضخامت فیلم و پارامترهای زبری است. هر چند برخلاف  $\phi_x$  که تنها وابسته به آمار زبری ترکیبی  $\delta$  است. ضرایب جریان برشی وابسته به پارامترهای آماری  $\delta_1$  و  $\delta_2$  به طور جداگانه است. در نتیجه  $\phi_s$  تابعی از  $h/\sigma$ ، انحرافات استاندارد  $\sigma_1$  و  $\sigma_2$  و پارامترهای الگوی سطح  $\gamma_1$  و  $\gamma_2$  دو سطح درگیر و به صورت رابطه (7) است.

$$\begin{aligned} \phi_s &= A_1 H^{\alpha_1} e^{-\alpha_2 H + \alpha_3 H^2} \text{ for } H \leq 5 \\ \phi_s &= A_2 e^{-0.25H} \text{ for } H > 5 \end{aligned} \quad (7)$$

ضرایب  $A_1, A_2, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  به عنوان تابعی از  $\gamma$  در جداول مربوطه [12] آورده شده اند.

### 2-2- تولید زبری سطح به صورت عددی

بررسی اثر زبری سطح بر عملکرد قطعات مکانیکی در تماس نیازمند داشتن اطلاعات کافی از این سطوح است. برای این کار می توان سطوحی را با روش های مختلف تولید و پرداخت کرد. از سوی دیگر، می توان به کمک روش های عددی زبری سطح را تولید کرد. این کار بسیار راحت تر و ارزان تر از ایجاد زبری سطح های واقعی به شیوه مکانیکی است. در این مقاله از یک روش عددی برای تولید زبری سطح با الگوهای متفاوت استفاده شده [11] و برای تولید سطوح با زبری ها و الگوهای مختلف از یک برنامه رایانه ای استفاده شده است. در این برنامه پارامتر الگوی سطح که نشان دهنده نحوه قرارگیری زبری هاست و همچنین انحراف معیار ارتفاع زبری ها به عنوان ورودی در نظر گرفته و یک پروفیل زبری سطح به صورت عددی تولید می شود. همچنین فرض می شود که ارتفاع زبری ها دارای توزیع نرمال یا گاوسی است.

نحوه جهت گیری زبری های سطح ممکن است همسانگرد<sup>1</sup> یا غیرهمسانگرد باشد. اگر بافت سطح یکسان و ثابت باشد، به آن همسانگرد گویند، اما در صورتی که پارامترهای زبری سطح وابسته به جهت گیری زبری ها باشند، غیرهمسانگرد نامیده می شود که این جهت گیری موازی، ممکن است در جهت طولی یا جهت عرضی باشد. این الگوها را به ترتیب الگوی سطح طولی<sup>2</sup> و عرضی<sup>3</sup> می نامند.

هدف از این قسمت ایجاد روند نمایی است که یک ماتریس از ارتفاع های زبری  $[\delta_{ij}]$  با ویژگی های آماری معین تولید کند.  $\delta_{ij}$  ارتفاع زبری در  $x=i\Delta x$  و  $y=j\Delta y$  است که  $i$  و  $j$  نشان دهنده موقعیت مکانی زبری است. در این تحلیل فرض می شود که ارتفاع زبری ها دارای توزیع نرمال یا گاوسی است تابع همبستگی خودکار سطح را می توان به صورت رابطه (8) نوشت.

$$R_{pq} = \begin{cases} \sigma^2 \left(1 - \frac{p}{n}\right) \left(1 - \frac{q}{m}\right) & \text{اگر } p \leq n \text{ و } q \leq m \\ 0 & \text{اگر } p > n \text{ یا } q > m \end{cases} \quad (8)$$

برای سادگی،  $n$  و  $m$  به عنوان طول های همبستگی استاندارد شده پروفیل های  $x$  و  $y$  تعریف می شوند. طول همبستگی یک پروفیل، طولی است که در آن تابع همبستگی خودکار صفر شود.  $n$  و  $m$  از طریق رابطه (9) به نیمی از طول همبستگی مرتبط می شوند. نیمی از طول همبستگی  $\lambda_{0.5}$  طولی است که در آن مقدار تابع همبستگی پروفیل، به 50 درصد مقدار آن در  $\lambda=0$  کاهش می یابد.

$$\begin{aligned} \lambda_{0.5x} &= \frac{n\Delta x}{2} \\ \lambda_{0.5y} &= \frac{m\Delta y}{2} \end{aligned} \quad (9)$$

- 1- Isotropic
- 2- Longitudinal
- 3- Transverse

می‌شوند. یک موج سطحی کوچک که یک آشفتگی را به سیستم اعمال می‌کند، در نظر گرفته می‌شود. موج سطحی در نظر گرفته شده، حتی بسیار کوچک، پروفیل سرعت در سیال و توزیع فشار و نیز تعادل حرارتی در فیلم روان کار را تحت تأثیر قرار می‌دهد. در نتیجه، تمام میدان تغییر شکل تحت تأثیر قرار می‌گیرد. به کمک این روابط پیش‌بینی می‌شود که آیا در یک سرعت عملکردی، ترکیب این رشد تغییر شکل‌ها مسبب شکست می‌شود یا این که میرا می‌شوند.

### 2-3-1- تغییر شکل سطح ناشی از فشار هیدرودینامیکی

دو سطح صیقلی که به وسیله یک روان کار با ضخامت  $h_0$  از یکدیگر جدا شده‌اند را در نظر بگیرید. یک موج سطحی کوچک (آشفتگی سینوسی) به صورت رابطه (12) که در جهت مثبت  $x$  و با سرعت  $c$  حرکت می‌کند بر سطح جسم رسانا تحمیل می‌شود [9].

$$h' = h_1 \sin \Omega(x-ct) + h_2 \cos \Omega(x-ct) \quad (12)$$

که  $\Omega$  عدد موج است. پس ضخامت کلی فیلم به صورت رابطه (13) می‌شود.

$$h = h_0 + h' \quad (13)$$

برای در نظر گرفتن زبری سطح، یک توزیع ارتفاع گاوسی فرض می‌شود. زبری بیشتر سطوح مهندسی را می‌توان به صورت توزیع گاوسی در نظر گرفت. اگر  $H = h/\sigma$  ضخامت فیلم نامی بدون بعد باشد، فاصله میانگین  $h_T$  به صورت رابطه (14) می‌شود [12,13].

$$h_T = \frac{\sigma}{2} H \left[ 1 + \operatorname{erf} \left( \frac{H}{\sqrt{2}} \right) \right] + \frac{\sigma}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}H^2} \quad (14)$$

برای مشخص کردن تغییر شکل ناشی از فشار هیدرودینامیکی، توزیع فشار باید مشخص شود. پروفیل فشار با استفاده از شکل اصلاح شده معادله رینولدز محاسبه می‌شود که تأثیر زبری را در نظر می‌گیرد. براساس کار پتیر [10]، معادله رینولدز اصلاحی به صورت رابطه (15) می‌شود.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\Phi_p h^3}{12\mu} \frac{\partial p'_h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\Phi_p h^3}{12\mu} \frac{\partial p'_h}{\partial z} \right) = -\frac{U}{2} \left( \Phi_c \frac{\partial h}{\partial x} + \sigma \frac{\partial \Phi_s}{\partial x} \right) \quad (15)$$

که در این معادله  $p'_h$  فشار هیدرودینامیکی ناشی از موج سطحی آشفتگی،  $\mu$  ویسکوزیته و  $U$  سرعت لغزش است.  $\Phi_p$ ،  $\Phi_s$  و  $\Phi_c$  به ترتیب ضرایب جریان فشار، جریان برشی و تماس است. ضرایب جریان و تماس از رابطه (16) حاصل می‌شوند [9].

$$\Phi_p = 1 - 0.9e^{-0.56H} \quad \text{برای } H > 0.5$$

$$\Phi_s = \begin{cases} 1.89H^{0.98}e^{-0.92H+0.05H^2} & \text{برای } 0.5 < H \leq 5 \\ 1.126e^{-0.25H} & \text{برای } H > 5 \end{cases}$$

$$\Phi_c = \frac{1}{2} \left[ 1 + \operatorname{erf} \left( \frac{H}{\sqrt{2}} \right) \right] \quad (16)$$

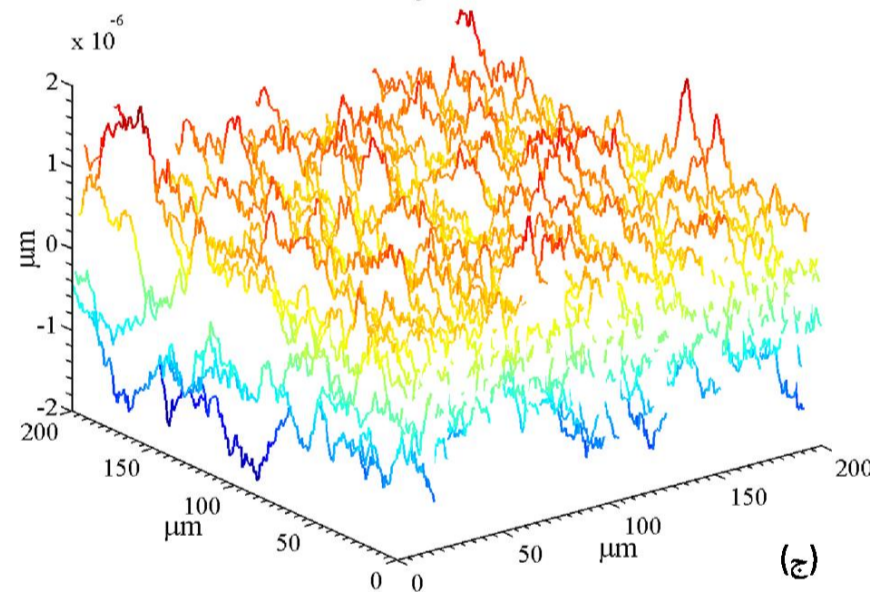
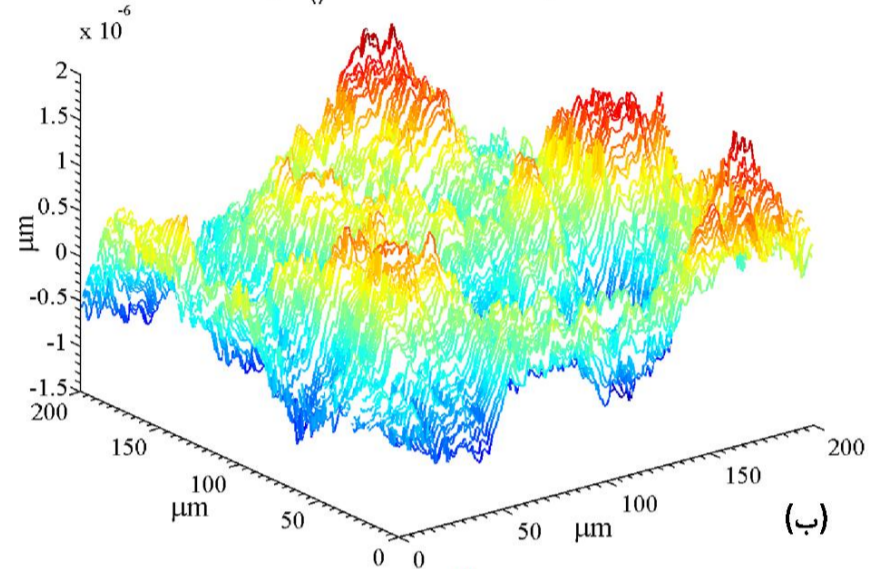
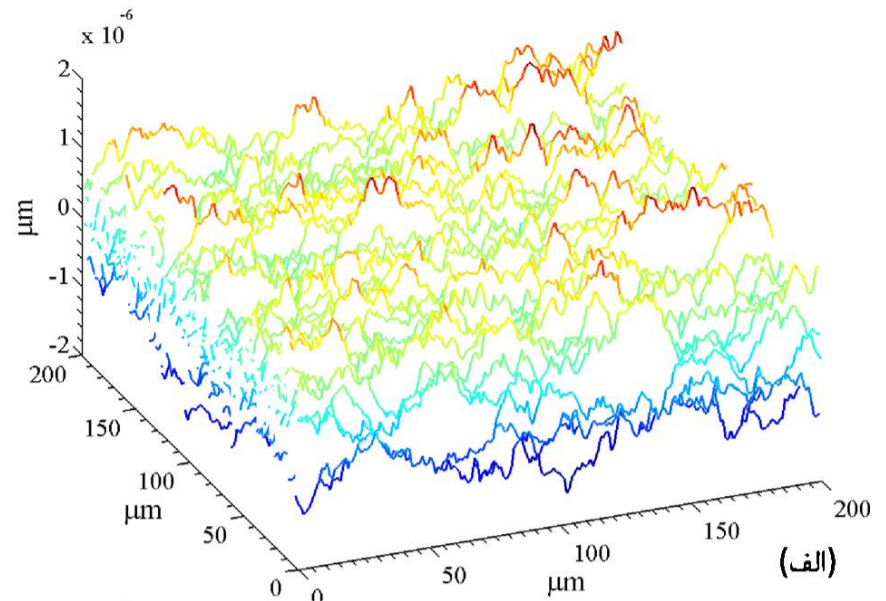
آشفتگی موج سطحی سبب تغییر در ضرایب جریان می‌شود. صرف نظر از جملات مرتبه بالا، ضرایب جریان و تماس آشفتگی در نتیجه یک موج سطحی کوچک، عبارتند از رابطه (17) [9].

$$\Phi_p = \Phi_{p0} + \Phi_p' \frac{h'}{h_0}$$

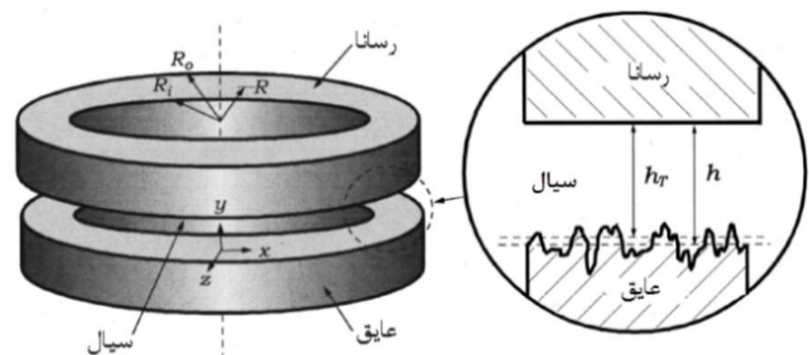
$$\Phi_s = \Phi_{s0} + \Phi_s' \frac{h'}{h_0}$$

$$\Phi_c = \Phi_{c0} + \Phi_c' \frac{h'}{h_0} \quad (17)$$

معادله (15) که تحت آشفتگی موج سطحی قرار دارد، با نادیده گرفتن نشت جانبی حل می‌شود. در این حالت از ترم دوم معادله رینولدز (15) صرف نظر می‌شود. این مورد برای سطوحی که عرض محوری بسیار بزرگتر از طول آن



شکل 4 الگوهای سطح تولیدشده: الف- عرضی با مقادیر ورودی،  $n=1$ ,  $m=50$ ,  $N=200$ ؛ ب- همسان گرد با مقادیر ورودی  $M=200$ ,  $n=50$ ,  $m=50$ ,  $N=200$ ؛ ج- طولی با مقادیر ورودی  $n=50$ ,  $m=1$ ,  $N=200$ ,  $M=200$



شکل 5 شماتیکی از مدل [9]

تغییر شکل مکانیکی شامل دو جزء است: تغییر شکل ناشی از فشار هیدرودینامیکی  $\delta'_h$  و تغییر شکل ناشی از فشار تماسی ناهموازی  $\delta'_c$ . تغییر شکل گرمایی  $\delta'_{th}$  حاصل از انبساط حرارتی جسم رساناست. در بسط تئوری که در ادامه می‌آید، هر کدام از این اجزاء تغییر شکل، مشخص



$$\nabla^2 \psi = (1+\nu)\alpha T' \quad (27)$$

که  $T'$  دمای آشفته شده در جسم رساناست. راه حل برای  $T'$  به صورت روابط (28,29) است [3]:

$$T' = T_0 e^{\beta t} e^{-\xi y} \sin(\Omega x + a y - \Omega c t) \quad (28)$$

$$\xi = \sqrt{\frac{1}{2} \left( \frac{\beta}{\kappa} + \Omega^2 \right) + \frac{1}{2} \sqrt{\left( \frac{\beta}{\kappa} + \Omega^2 \right)^2 + \frac{\Omega^2 c^2}{\kappa^2}}} \quad (28)$$

$$\alpha = \pm \sqrt{-\frac{1}{2} \left( \frac{\beta}{\kappa} + \Omega^2 \right) + \frac{1}{2} \sqrt{\left( \frac{\beta}{\kappa} + \Omega^2 \right)^2 + \frac{\Omega^2 c^2}{\kappa^2}}} \quad (29)$$

از آن جایی که  $\xi > 0$  است،  $a$  و  $c$  همیشه علامت مخالف یکدیگر دارند.  $\beta$  تابع نمایی رشد موج دما برحسب زمان است که در بخش های بعدی شرایط مختلف آن بررسی می شود. با استفاده از جابه جایی نرمال صفر سطح، پتانسیل جابه جایی  $\psi$  که معادله (27) را ارضا کند، به صورت روابط (30,31) می شود [8].

$$\psi = e^{\beta t} [e^{-\xi y} (C \cos X_s + D \sin X_s) + e^{-\xi y} (P \cos X_s + Q \sin X_s)] \quad (30)$$

$$P = \frac{(1+\nu)\alpha T_0 \kappa \Omega c}{\beta^2 + \Omega^2 c^2}, Q = \frac{(1+\nu)\alpha T_0 \kappa \beta}{\beta^2 + \Omega^2 c^2}, C = \frac{1}{\Omega} (-\xi P + a Q), \quad (31)$$

$$D = -\frac{1}{\Omega} (a P + \xi Q)$$

با استفاده از قانون هوک، تنش گرمایی سطح به صورت رابطه (32) می شود [8].

$$\tau_{yy}|_{y=0} = \frac{E \alpha \kappa \Omega}{\beta^2 + \Omega^2 c^2} T_0 e^{\beta t} \times \{ [a\beta + c\Omega(\Omega - \xi)] \cos X_s + \{(\Omega - \xi)\beta - ac\Omega\} \sin X_s \} \quad (32)$$

تغییر شکل الاستیک ناشی از تنش ترموالاستیک روی مرز به صورت رابطه (33) است [8].

$$\delta'_{th} = \frac{2\tau_{yy}|_{y=0}}{E\Omega} = \frac{2\alpha\kappa}{\beta^2 + \Omega^2 c^2} T_0 e^{\beta t} \times \{ [a\beta + c\Omega(\Omega - \xi)] \cos X_s + \{(\Omega - \xi)\beta - ac\Omega\} \sin X_s \} \quad (33)$$

### 2-3-3- تغییر شکل کلی

جمع تغییر شکل مکانیکی و تغییر شکل گرمایی به صورت رابطه (34) می شود.

$$\delta' = \delta'_E + \delta'_{th} \quad (34)$$

با استفاده از معادلات (25) و (33) نتیجه به صورت رابطه (35) می شود.

$$\delta' = [-A_1 h_1 - A_2 h_2 + A_3 A_4] \sin X_s + [A_2 h_1 - A_1 h_2 + A_3, A_4] \cos X_s \quad (35)$$

$$A_1 = \frac{2\chi\varphi_c}{E\Omega h_0}, A_2 = \frac{12m\mu U\varphi_h}{E\Omega^2 h_0^3}, A_3 = \frac{2\alpha\kappa}{\beta^2 + \Omega^2 c^2}, A_4 = \{(\Omega - \xi)\beta - ac\Omega\} T_0 e^{\beta t}$$

که  $h_1$  و  $h_2$  دامنه موج سطحی هستند. این دو پارامتر نامعین هستند و باید مشخص شوند. ارزیابی و تعیین این دو پارامتر نیازمند در نظر گرفتن گرمای تولیدی اصطکاکی در فیلم سیال است که در ادامه می آید.

توزیع سرعت در فیلم سیال که معادله رینولدز برای سطح زبر را ارضا کند عبارت است از رابطه (36) [9].

$$u = \left( \frac{h}{h_T} \right)^3 \frac{\varphi_p}{2\mu} (y^2 - h_T y) \frac{dP'_h}{dx} + U \frac{y}{h_T} \quad (36)$$

با وارد کردن معادله (13) و (18) در معادله (36) و صرف نظر از ترم های مرتبه بالا، معادله زیر برای گرمایی که در اثر اتلاف ناشی از ویسکوز در سیال به وجود می آید به صورت رابطه (37) به دست می آید.

$$q'_h = \mu \int_0^{h_T} \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 - \left( \frac{\partial u_0}{\partial y} \right)^2 \right] dy = -\frac{\sigma \mu U^2 \varphi_{th} h'}{h_0^2 h_0} \quad (37)$$

که  $u_0$  توزیع سرعت آشفته نشده در فیلم سیال است. در نتیجه، معادله (34) گرمای ویسکوز آشفته شده ناشی از آشفستگی را بیان می کند. پارامتر  $\varphi_{th}$  به صورت رابطه (38) است.

است. صحیح است که تحت عنوان فرض یاتاقان با عرض بی نهایت شناخته می شود. با وارد کردن معادله های (13)، (16) و (17) در معادله (15) و در نظر گرفتن جملات مرتبه اول و حل معادله حاصل برحسب فشار، معادله (18) و (19) به دست می آید [9].

$$\rho'_h = \frac{6\mu U \varphi_h}{\Omega^2 h_0^3} \frac{dh'}{dx} \quad (18)$$

$$\varphi_h = \frac{H_0 \varphi_{c0} + \varphi'_s}{H_0 \varphi_{p0}} \quad (19)$$

که  $H_0 = h_0/\sigma$  است. معادله (18) فشار هیدرودینامیکی ناشی از موج سطحی آشفته شده و تغییر در ضرایب جریان را نشان می دهد. پس از به دست آوردن فشار هیدرودینامیکی آشفته شده، می توان تغییر شکل الاستیکی را با استفاده از عبارت (20) محاسبه کرد [4].

$$\delta'_h = \frac{2\rho'_h}{E\Omega} = \frac{12\mu U \varphi_h}{E\Omega^3 h_0^3} \frac{dh'}{dx} \quad (20)$$

حال در ادامه به محاسبه تغییر شکل سطح ناشی از فشار تماسی پرداخته می شود. فشار متوسط ناشی از فشار تماسی  $P_c$  مستقیماً با نسبت سطح تماس واقعی به سطح تماس نامی، متناسب است. برای در نظر گرفتن این تأثیر از ضریب تناسب  $E_c$  استفاده می شود. این پارامتر که مدول الاستیک برای تماس نامیده می شود، با مساحت واقعی تماس به صورت  $P_c = E_c (A_r/A_n) = E_c A_c$  مرتبط می شود که  $A_r$  و  $A_n$  مساحت واقعی و مساحت نامی تماس و  $A_c$  مساحت واقعی تماس در واحد مساحت نامی است. مقدار  $E_c$  باید از طریق تجربی به دست آید. سطح واقعی تماس در واحد سطح نامی با استفاده از تئوری گرینوود و ویلیامسون به دست می آید [16] که نتیجه آن به صورت رابطه (21) است.

$$A_c = \pi \eta \gamma \sigma \left[ \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\left(\frac{H}{2}\right)^2} + \frac{1}{2} \left( \operatorname{erf} \left( \frac{H}{\sqrt{2}} \right) - 1 \right) \right] \quad (21)$$

معادله یاد شده برای سطح واقعی تماس یک میانگین آماری از توزیع گوسی ناهمواری ها در واحد سطح نامی می دهد. سطح واقعی آشفته شده تماس،  $A'_c$  به وسیله وارد کردن معادله (13) در (21) و صرف نظر کردن از جملات مرتبه بالا به صورت روابط (22,23) به دست می آید.

$$A'_c = -\pi \eta \gamma \sigma \varphi_c \frac{h'}{h_0} \quad (22)$$

$$\varphi_c = \frac{H_0^2}{\sqrt{2\pi}} e^{-\left(\frac{1}{2}\right)H_0^2} - \frac{1}{2} H_0 \left[ \operatorname{erf} \left( \frac{H_0}{\sqrt{2}} \right) + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^i}{i!} \left( \frac{H_0}{\sqrt{2}} \right)^{2i+1} - 1 \right] \quad (23)$$

تغییر شکل الاستیک ناشی از فشار تماسی بر اثر تغییر در ضخامت فیلم سطحی به صورت رابطه (24) است [16].

$$\delta'_c = \frac{2\rho'_c}{E\Omega} = -\frac{2\pi \eta \gamma \sigma E_c \varphi_c h'}{E\Omega h_0} \quad (24)$$

دو جزء تغییر شکل وجود دارد. یکی ناشی از عملکرد فشار هیدرودینامیکی آشفته شده  $\delta'_h$  و دیگری ناشی از فشار تماسی ناهمواری های توزیع شده در سطح تماس نامی  $\delta'_c$ . تغییر شکل کلی به صورت روابط (25,26) است.

$$\delta'_E = \delta'_h + \delta'_c = -\left[ \frac{2\chi\varphi_c}{E\Omega h_0} h_1 + \frac{12m\mu U\varphi_h}{E\Omega^2 h_0^3} h_2 \right] \sin X_s + \left[ \frac{12m\mu U\varphi_h}{E\Omega^2 h_0^3} h_1 - \frac{2\chi\varphi_c}{E\Omega h_0} h_2 \right] \cos X_s \quad (25)$$

$$\chi = \pi \eta \gamma \sigma E_c, X_s = \Omega(x - ct) \quad (26)$$

### 2-3-2- تغییر شکل سطحی گرمایی

تغییر شکل ترموالاستیک سطح ناشی از آشفستگی سطحی به وسیله حل معادله ترموالاستیک برای تنش صفحه ای به صورت رابطه (27) به دست می آید.

$$\vartheta_1 = 2 \frac{\alpha \sigma \mu \kappa^2}{k_s h_0 h_{0T}^2} \varphi_{th}, \vartheta_2 = \frac{2 f \alpha \kappa \chi}{\Omega h_0 k_s} \varphi_c$$

$$\vartheta_3 = \frac{12 m \mu \kappa}{E h_0^3 \Omega} \varphi_h, \vartheta_4 = \frac{2 \chi}{E \Omega h_0} \varphi_c \quad (46)$$

که  $\vartheta_1$  و  $\vartheta_2$  به ترتیب مربوط به تغییر شکل گرمایی ناشی از برش ویسکوز و فشار تماسی ناهمواری هاست به صورت مشابه  $\vartheta_3$  و  $\vartheta_4$  به ترتیب مربوط به تغییر شکل مکانیکی ناشی از فشار هیدرودینامیکی و فشار تماسی ناهمواری هاست.

معادلات (45) دو معادله برحسب  $U$  و  $c$  می دهند. با توجه به طبیعت پیچیده این معادلات، برای حل آن ها از تعدادی فرض های ساده سازی پاسخ موج ساکن استفاده می شود. موج ساکن ( $c=0$ ) یعنی موج آشفتگی با سرعتی برابر با سرعت جسم رسانا حرکت می کند. سرعت بحرانی بی بعد برای موج ثابت ساکن، به صورت رابطه (47) می شود [9].

$$\overline{U}_{cr} = -\frac{\vartheta_2}{2\vartheta_1} + \sqrt{\left(\frac{\vartheta_2}{2\vartheta_1}\right)^2 + \frac{2(1+\vartheta_4)}{\vartheta_1}} \quad (47)$$

و در صورتی که از تأثیر زبری صرف نظر شود ( $\vartheta_2 = \vartheta_4 = 0$  زیرا  $\chi=0$ )، سرعت بحرانی برای موج به صورت رابطه (48) ثابت می شود.

$$\overline{U}_{cr} = \sqrt{\frac{2}{\vartheta_1}} = \frac{h_0}{\kappa} \sqrt{\frac{k_s}{\alpha \mu}} \quad (48)$$

در هنگام بررسی هندسه های مدور که تناوب وجود دارد، مناسب تر این است که از تعداد اختلالات در سیستم  $n'$  به جای عدد موج  $\Omega$  استفاده شود. رابطه بین  $n'$  و  $\Omega$  به صورت  $n' = R\Omega$  است.

### 3- نتایج

در این قسمت ابتدا به محاسبه سرعت بحرانی پرداخته می شود و سپس سرعت بحرانی برای پرداخت سطح های مختلف بدست می آید. همانگونه که از معادله (47) مشخص است، موج ساکن مستقل از تغییر شکل مکانیکی ناشی از فشار هیدرودینامیکی است، زیرا در این معادله  $\vartheta_3$  که ضریبی مرتبط با تغییر شکل مکانیکی ناشی از فشار هیدرودینامیکی است، حضور ندارد.

جدول 2 حاوی اطلاعات مرتبط با مشخصات روان کار، جسم رسانا و جسم عایق استفاده شده جهت ترسیم نمودارها در این تحقیق است. با وارد کردن این اطلاعات در معادلات (47) و (48)، سرعت بحرانی  $U_{cr}$  به عنوان تابعی از ضخامت فیلم  $h_0$  مبتنی بر موج ساکن بدست می آید. شکل 6 تغییر سرعت بحرانی  $U_{cr}$  به عنوان تابعی از ضخامت فیلم  $h_0$  مبتنی بر موج ساکن را نشان می دهد.

خط چین ها نشان دهنده پیش بینی سرعت بحرانی برای سیستمی با جسم عایق زبر (معادله (47)) و خطوط پر نشان دهنده سرعت بحرانی برای سیستمی با جسم عایق صیقلی (معادله (48)) است.

جدول 2 اطلاعات ورودی [9]

روان کار، جسم رسانا و عایق	نماد	واحد	مقدار
ویسکوزیته	$\mu$	Pa.S	0/36
مدول یانگ	$E$	GPa	68/949
ضریب انبساط جسم رسانا	$A$	K <sup>-1</sup>	0/000022
ضریب پخش گرمایی	$K$	mm <sup>2</sup> /s	85/8
ضریب انتقال حرارت	$K_s$	W/mK	230/14
شعاع دیسک	$R$	$\mu$ m	0/055
زبری جسم عایق (rms)	$\sigma$	$\mu$ m	6
شعاع قله ناهمواری	$r_p$	$\mu$ m	500
تراکم ناهمواری	$\eta$	mm <sup>-2</sup>	30
مدول الاستیک تماس	$E_c$	MPa	31
ضریب اصطکاک	$F$	-	0/14

$$\varphi_{th} = -\varphi_c + H_0 \quad (38)$$

گرمای اصطکاکی آشفته شده ناشی از فشار تماسی ناهمواری ها در یک سطح تماس نامی به صورت رابطه (39) است [9].

$$q'_c = f P'_c = -\frac{f \chi U \varphi_c}{h_0} h' \quad (39)$$

که  $f$  ضریب اصطکاک تماس زبری هاست. تولید گرمای کلی، ترکیبی از اتلاف ناشی از لزجت سیال و گرمای اصطکاکی ناشی از تماس ناهمواری هاست. اگر فرض شود که تمام گرمای آشفته شده تولیدی به جسم رسانا منتقل شود، شرایط زیر باید در سطح جسم رسانا  $y=0$  به صورت رابطه (40) برقرار شود.

$$q'_h + q'_c = -k_s \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{y=0} \quad (40)$$

و در نهایت با وارد کردن معادلات (37) و (39) در معادله (40) و استفاده از معادله (28)، رابط (41،42) حاصل می شود:

$$h_1 = -R \xi T_0 e^{\beta t}, h_2 = Ra T_0 e^{\beta t} \quad (41)$$

$$R = \frac{k_s}{\frac{\alpha \mu U^2 \varphi_{th}}{h_0 h_{0T}^2} + \frac{f \chi U \varphi_c}{h_0}} \quad (42)$$

### 2-3-4- شرط ناپایداری ترموالاستیک

همان طور که گفته شد، موج سطحی اعمال شده  $h'$  مسبب سه تغییر شکل هیدرودینامیکی  $\delta'_h$ ، تماسی  $\delta'_c$  و انبساط گرمایی  $\delta'_{th}$  می شود. در نتیجه سیستم در صورتی می تواند آشفتگی اعمال شده را تحمل کند که رابطه (43) برقرار شود [9].

$$h' = \delta' = \delta'_h + \delta'_c + \delta'_{th} \quad (43)$$

در صورتی که جمع تغییر شکل ها در سمت راست کمتر از ضخامت فیلم آشفته شده  $h'$  باشد، سیستم می تواند موج سطحی آشفته شده را تحمل کند، اختلال از بین می رود و سیستم از نظر ترموالاستیکی پایدار است.

در صورتی که تغییر شکل کل، بیشتر از ضخامت فیلم آشفته شده باشد، ناپایداری ترموالاستیکی به وجود می آید. از نظر ریاضی، بدین معناست که پارامتر پایداری  $\beta > 0$  باشد که براساس معادله (28) بدین معناست که ناپایداری بدون مرز، همراه با زمان رشد کند و ناپایداری ترموالاستیک حتمی است.

آستانه ناپایداری (سرعت بحرانی) با حل معادله (43) و با شرط  $\beta=0$  به دست می آید. تحت شرایط لغزش خشک، اثر هیدرودینامیکی بر سیستم وجود ندارد. در نتیجه معادله  $h' = \delta'_c + \delta'_{th}$  برای آستانه ناپایداری حل می شود. در مورد اصطکاک خشک که شامل یک رساناست که بر یک عایق زبر لغزش دارد، یک فاصله جداسازی بین دو سطح وجود دارد. این فاصله (ضخامت فیلم برای سیستم اصطکاکی تر) تابعی از بار اعمال شده است. سرعت بحرانی برای سیستم خشک تابعی از فاصله جداسازی و در نتیجه تابعی از بار اعمالی است.

با استفاده از معادلات (35) و (41)، و قرار دادن  $\beta=0$ ، معادله بی بعد رابطه (44) استخراج می شود.

$$\bar{c} = \frac{c}{\Omega \kappa}, \bar{U} = \frac{U}{\Omega \kappa},$$

$$\bar{a} = \pm \sqrt{-\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{1 + \bar{c}^2}}, \bar{\xi} = \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{1 + \bar{c}^2}} \quad (44)$$

معادله بی بعد نهایی که برای مشخص کردن سرعت بحرانی باید حل شود، به صورت روابط (45،46) است [9].

$$\vartheta_1 \bar{a} \bar{U}_{cr}^2 + [\vartheta_2 \bar{a} + \vartheta_3 \bar{a} \bar{c}] \bar{U}_{cr} - [1 + \vartheta_4] \bar{\xi} \bar{c} = 0$$

$$\vartheta_1 (1 - \bar{\xi}) \bar{U}_{cr}^2 + [\vartheta_2 (1 - \bar{\xi}) - \vartheta_3 \bar{\xi} \bar{c}] \bar{U}_{cr} - [1 + \vartheta_4] \bar{a} \bar{c} = 0 \quad (45)$$

شکل 7 تغییر سرعت بحرانی  $U_{cr}$  را به عنوان تابعی از ضخامت فیلم  $h_0$  برای سه اختلال موج ( $n=3$ ) نشان می دهد. پاسخ ها براساس پاسخ کامل برای موج متحرک (رابطه 45)) محاسبه شده اند. در شکل 7 پاسخ موج متحرک با پاسخ موج ساکن (خط چین ها) مقایسه شده اند. در موج متحرک پارامتر مرتبط با تغییر شکل مکانیکی ناشی از فشار هیدرودینامیکی در فرمول ها ظاهر می شود. در نتیجه نسبت منطقی 1 به عنوان یک پارامتر در طول سرعت بحرانی موج ساکن کاهش می یابد. کاهش بیشتر ضخامت فیلم باعث می شود که مرز پایینی پاسخ موج متحرک از پاسخ موج ساکن منحرف شود. زیرا هنگامی که ضخامت فیلم کاهش می یابد، فشار هیدرودینامیکی نقش مهمی را بازی می کند. در نتیجه تغییر شکل مکانیکی بزرگ می شود.

متغیر  $m$  معرف پارامتر عرض است که به صورت  $m = \frac{1}{3} \Lambda^2 n^2$  تعریف می شود. برای سیستمی با عرض محدود ( $m \neq 1$ ) و در فیلم حالت نازک، به دلیل وجود فشار هیدرودینامیکی بالا، در صورتی که تعداد زیادی ناپایداری در سیستم اتفاق بیافتد، سیستم برای TEI مهیا نیست. در صورتی که در سیستم با عرض بی نهایت ( $m=1$ ) این روند عکس است.

تغییر شکل مکانیکی بزرگ سبب کاهش احتمال ناپایداری ترموالاستیک می شود. تئوری پیش بینی می کند که هنگامی که ضخامت فیلم به اندازه کافی کوچک شود به نحوی که تأثیر فشار هیدرودینامیکی بر تغییر شکل مکانیکی غالب شود، ناپایداری ترموالاستیک ناپدید می شود. پاسخ موج متحرک به شدت تحت تأثیر نسبت منطقی است. هنگامی که  $\Lambda$  افزایش می یابد، سیستم از نظر ترموالاستیکی در ضخامت های فیلم زیاد پایدارتر است زیرا تغییر شکل مکانیکی ناشی از فشار هیدرودینامیکی بزرگ می شود.

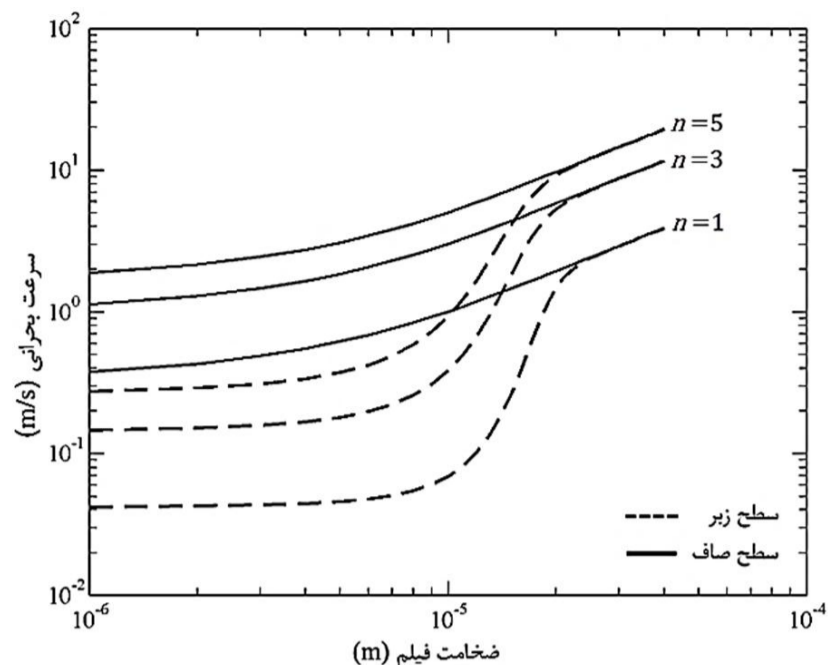
### 3-1- اثر الگوی سطح بر ناپایداری ترموالاستیک

در این قسمت، هدف تحقیق که بررسی اثر جهت گیری زبری ها بر ناپایداری ترموالاستیک است، مورد بررسی قرار می گیرد. هنگامی که ترم های معادله (43) مورد بررسی قرار می گیرد، مشخص می شود که تنها  $\delta_h$  یعنی تغییر شکل ناشی از فشار هیدرودینامیکی است که تابعی از جهت گیری زبری هاست و تغییر شکل های ناشی از فشار تماسی و گرما مستقل از جهت گیری زبری هاست. این استقلال را با بررسی پارامترهای دخیل در دو معادله (24) و (33) می توان دریافت. اما هنگامی که پارامترهای معادله (20) بررسی می شود، تنها  $\phi_h$  است که وابسته به جهت گیری زبری هاست. این وابستگی را با توجه به رابطه های (16) و (19) می توان دریافت. زیرا ضرایب جریان  $\phi_p$  و  $\phi_s$  با تغییر الگوی بافت سطح تغییر می کنند.

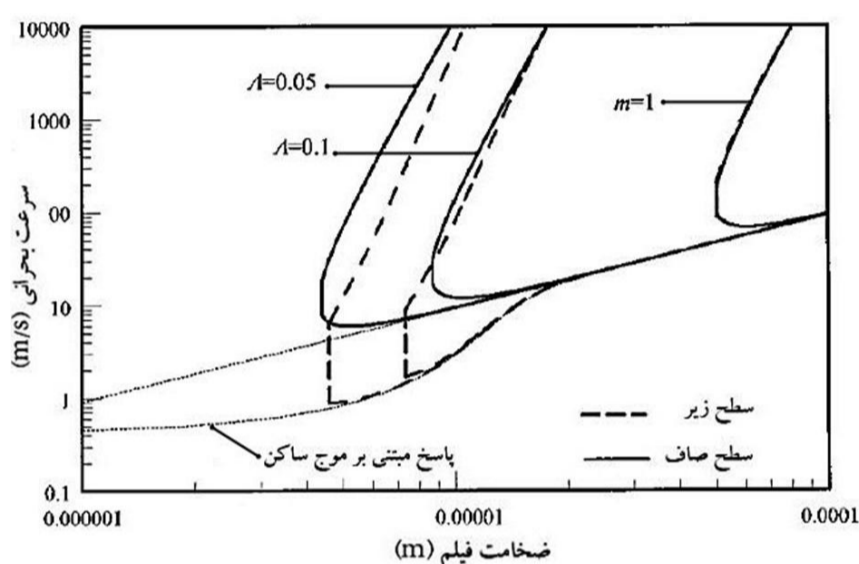
$\phi_h$  تأثیر خود را بر ضریب  $\theta_3$  در معادله (46) می گذارد.  $\theta_3$  نیز به تبع آن بر سرعت های بحرانی در معادله (45) تأثیر گذار است.

در رابطه (47)، که سرعت بحرانی برای حالت موج ساکن است،  $\theta_3$  تأثیری در سرعت بحرانی ندارد. پس می توان نتیجه گرفت که جهت گیری زبری ها در حالت موج ساکن اثری بر سرعت بحرانی نمی گذارد. در نتیجه برای بررسی اثر جهت گیری زبری بر سرعت بحرانی آستانه ناپایداری ترموالاستیک، باید حالت کلی مسئله یعنی حالت موج متحرک در معادله (45) مورد بررسی قرار گیرد.

نمودارهای سرعت بحرانی بر حسب ضخامت فیلم روان کار برای  $n$  ها و  $\Lambda$  های مختلف و برای سه دسته جهت گیری زبری در شکل های 8، 9 و 10 ترسیم گردیده است. همان گونه که در این نمودارها مشاهده می شود، صرف نظر از مقدار  $n$  و  $\Lambda$  محدوده سرعت بحرانی برای جهت گیری زبری طولی بالاتر از همسان گرد و همسان گرد بالاتر از حالت عرضی است.



شکل 6 تغییر سرعت بحرانی به عنوان تابعی از ضخامت فیلم مبتنی بر موج ساکن



شکل 7 تغییر سرعت بحرانی به عنوان تابعی از ضخامت فیلم مبتنی بر موج متحرک برای  $n=3$ .

پاسخ موج ساکن نقشه ی پایداری را به دو قسمت مجزا تقسیم می کند. تمام سرعت های کمتر از مرز نشان داده شده از نظر ترموالاستیکی پایدار هستند و سرعتی بیشتر از مقدار بحرانی باعث افزایش ناپایداری ترموالاستیکی پایدار می شود. بنابراین بنابر پاسخ موج ساکن، در یک ضخامت فیلم داده شده صرف نظر از اندازه آن، تنها یک سرعت بحرانی وجود دارد که فراتر از آن ناپایداری ترموالاستیک اتفاق می افتد. هرچند در واقعیت، در ضخامت های فیلم بسیار بالا احتمال رخ دادن ناپایداری ترموالاستیک وجود ندارد، زیرا تئوری بر این فرض بنا شده است که جریان سیال کاملاً توسعه یافته است و انتقال گرما در جهت شعاعی وجود ندارد.

پاسخ موج ساکن نشان می دهد که سرعت بحرانی با افزایش ضخامت فیلم افزایش می یابد. از نظر فیزیکی افزایش ضخامت فیلم باعث کاهش حرارت اصطکاکی و در نتیجه انبساط حرارتی کمتر جسم رسانا می شود. در حضور فیلم روان کار، تغییرات سرعت بسیار بیشتر از حالتی است که فیلم نازک است. این اتفاق منجر به مقدار بیشتر تولید حرارت در روان کار می شود. برعکس با افزایش ضخامت فیلم، میزان اتلاف ویسکوز کاهش می یابد؛ بنابراین فشار تماسی هنگامی که ضخامت فیلم زیاد باشد، کاهش می یابد.

سرعت بحرانی برای سطح زبر بسیار کمتر از سطح صیقلی است زیرا حرارت اصطکاکی بیشتری در فیلم تولید می شود. تئوری پیش بینی می کند که هرچه سطح زبرتر باشد، احتمالاً وقوع ناپایداری ترموالاستیک بیشتر است. با افزایش ضخامت فیلم، تأثیر زبری کاهش می یابد و فراتر از  $h_0=3\sigma$  تأثیر زبری از بین می رود به نحوی که پاسخ های سطوح صیقلی و زبر بر هم منطبق می شوند.



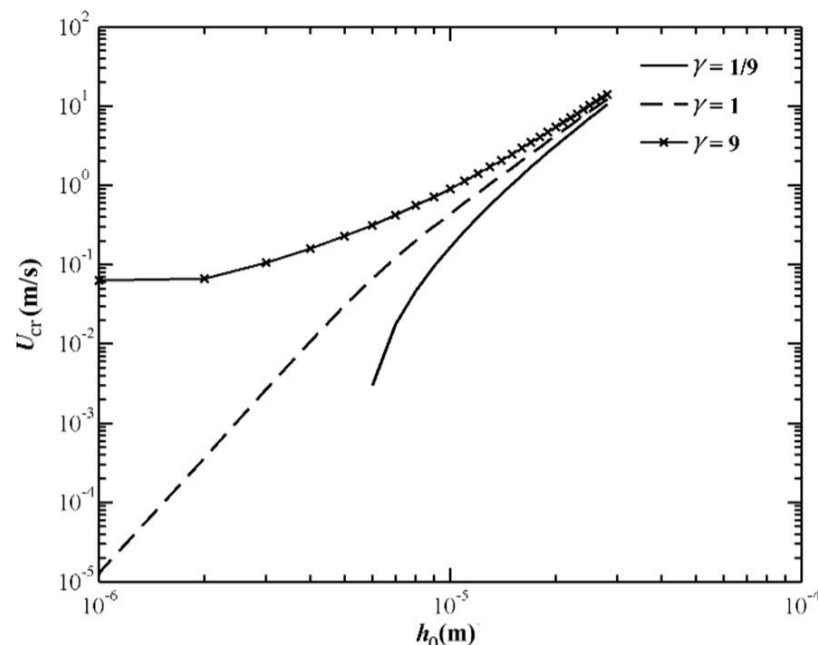
ارتفاع زبریها  $R_a$  در دو سطح شیپینگ شده و فرز انگشت شده، در حالت جهت گیری طولی زبریها نسبت به حالت هایی که عرضی است، بسیار کمتر است [17]. با کاهش ارتفاع زبریها، گرمای اصطکاکی و ضریب اصطکاک نیز کاهش می یابد و در نتیجه پدیده داغ دیدگی سطح در سرعت بالاتری اتفاق می افتد و آستانه سرعت بحرانی افزایش می یابد، همچنین در سطح سندبلاست شده ارتفاع زبریها در تمام جهتها تقریباً یکسان است [17] و در نتیجه سرعت وابسته به جهت کاربرد قطعه نیست.

#### 4- جمع بندی

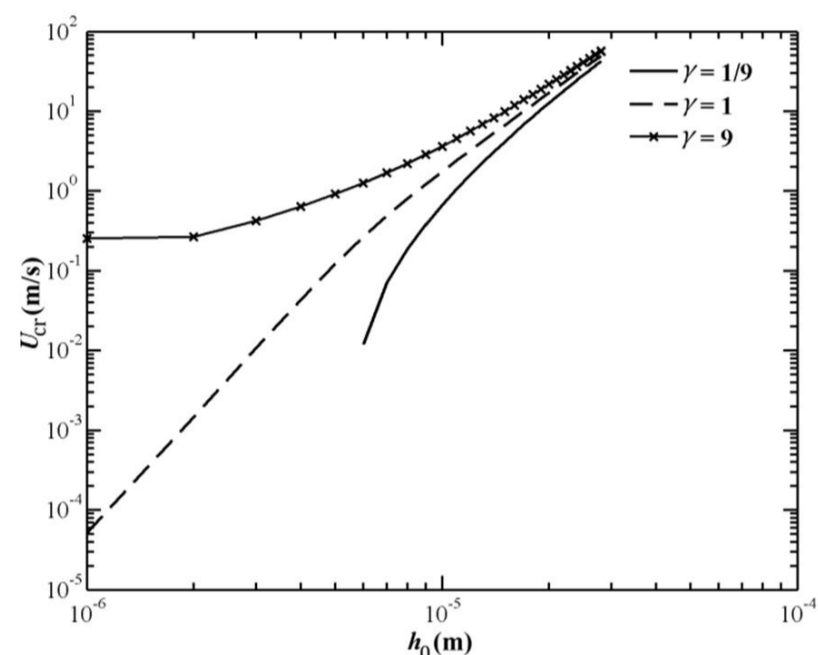
آنچه که در این پژوهش بدان پرداخته شد، لحاظ کردن بافت سطح در بررسی آستانه سرعت لغزشی است که از آن سرعت به بعد، ناپایداری ترموالاستیک اتفاق افتاده و منجر به بروز نقاط داغ دیده روی سطح می گردد. بدین منظور از مدلی که شامل یک سطح صیقلی با رسانایی حرارتی بالا و یک سطح زبر با رسانایی حرارتی بسیار پایین است، استفاده شد و سپس به کمک ضرایب جریان تأثیر بافت سطح بر ناپایداری ترموالاستیک لحاظ شد. جهت تحقق این امر از الگوریتمی استفاده شد که نتایج حاصل از آن نشان می دهند که الگوی سطح طولی، سرعت بحرانی بالاتری را نسبت به الگوی سطح همسان گرد و عرضی ایجاد خواهد کرد. در نتیجه در کاربردهای سطوح لغزشی باید به جهت قرارگیری بافت سطوح در مقابل یکدیگر تا حد امکان توجه کرد.

#### 5- مراجع

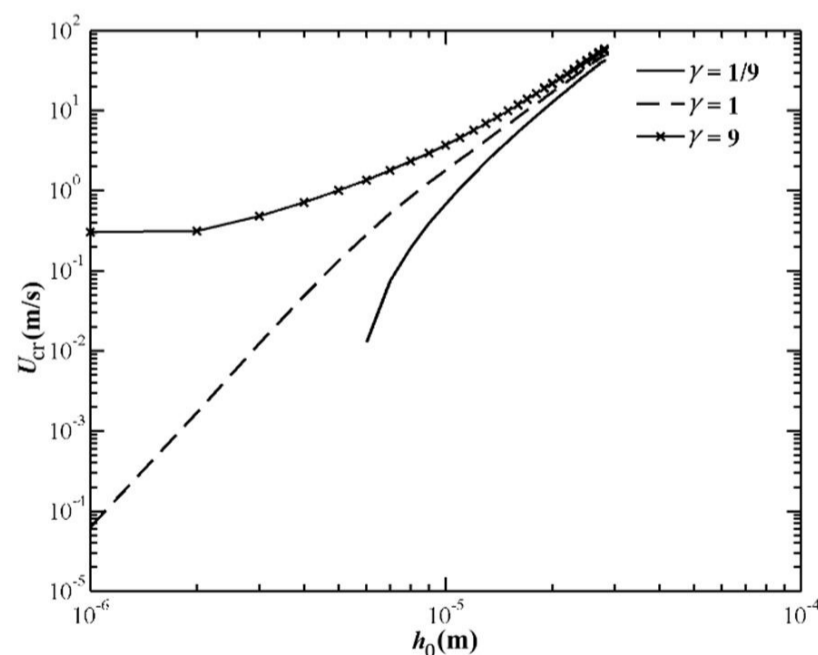
- [1] J.Y. Jang, M.M. Khonsari, *A generalized thermoelastic instability analysis*, Proc. R. Soc. London, Vol. 459, pp. 309-329, 2003.
- [2] K. Lee, J. R. Barber, Frictionally-Excited thermoelastic instability in Automotive Disk Brakes, *Journal of Lubrication Technology*, Vol. 115, pp. 607-614, 1993.
- [3] Z. C. Peng, M. M. Khonsari, M. D. Pascovici, On the Thermoelastic Instability of a Thin-Film-Lubricated Sliding Contact. *Journal of Engineering Tribology*, 217, 2003.
- [4] B. N. Banerjee, R. A. Burton, An Instability for Parallel Sliding of Solid Surfaces Separated by a Viscous Liquid Film. *Journal of Lubrication Technology*, Vol. 98, pp. 157-166, 1976.
- [5] J. R. Barber, Thermoelastic instabilities in the sliding of conforming solids. Proc. R. Soc. London, 322, pp. 381-394, 1969.
- [6] T. A. Dow, R. A. Burton, Thermoelastic instability of sliding contact in the absence of wear, *Wear*, Vol. 19, pp. 315-328, 1972.
- [7] R. A. Burton, V. Nerlikar, S. R. Kilaparti, Thermoelastic Instability in a Seal-Like Configuration, *Wear*, Vol. 24, pp. 177-188, 1973.
- [8] J. Y. Jang, M. M. Khonsari, Thermoelastic instability Including Surface Roughness Effects. *ASME Journal of Tribology*, Vol. 121, pp. 648-654, 1999.
- [9] J. Y. Jang, M. M. Khonsari, Thermoelastic Instability With Consideration of Surface Roughness and Hydrodynamic Lubrication. *Journal of Lubrication Technology*, Vol. 122, pp. 725-732, 2000.
- [10] N. Patir, *Effects of Surface Roughness on Partial Film Lubrication Using an Average Flow Model Based on Numerical Simulation*. Northwestern University, 1978.
- [11] A. Ebrahimi, S. Akbarzadeh, A. Vaezpour, effect of surface roughness pattern on the tribological performance of helical gears, *Journal of surface science and engineering*, Vol. 21, pp. 87-100, 2014. (In Persian)
- [12] N. Patir, H. S. Cheng, Application of Average Flow Model to Lubrication Between Rough Sliding Surfaces. *Journal of Lubrication Technology*, Vol. 101, pp. 220-229, 1979.
- [13] N. Patir, H. S. Cheng, An Average Flow Model for Determining Effects of Three-Dimensional Roughness on Partial Hydrodynamic Lubrication, *Journal of Lubrication Technology*, Vol. 100, pp. 12-17, 1978.
- [14] N. Patir, H. S. Cheng, Application of Average Flow Model to Lubrication Between Rough Sliding Surfaces. *Journal of Lubrication Technology*, Vol. 101, pp. 220-229, 1979.
- [15] J. Zhao, B. Ma, H. Li, Y. Yi, The Effect of Lubrication Film Thickness on Thermoelastic Instability under Fluid Lubricating Condition, *Wear*, Vol. 303, pp. 146-153, 2013.
- [16] J.A. Greenwood, J.B.P. Williamson, *Contact of nominally flat surfaces*, Proc. R. Soc. London Ser. A 295, pp. 300-319, 1966.
- [17] B. Griffiths, *Manufacturing Surface Technology*, London, Penton, 2001.



شکل 8 نمودار سرعت بحرانی برحسب ضخامت فیلم برای  $n=9$  و  $A=0.1$  و برای جهت گیری های زبری طولی، همسان گرد و عرضی



شکل 9 نمودار سرعت بحرانی برحسب ضخامت فیلم برای  $n=9$  و  $A=0.05$  و برای جهت گیری های زبری طولی، همسان گرد و عرضی



شکل 10 نمودار سرعت بحرانی برحسب ضخامت فیلم برای  $n=3$  و  $A=0.05$  و برای جهت گیری های زبری طولی، همسان گرد و عرضی

هنگامی که لغزش دو سطح بر یکدیگر مورد بررسی قرار می گیرد، حالت بهینه آن است که تا جایی که مقدور است دو سطح در راستای طولی جهت گیری زبریها با یکدیگر درگیر شوند. بدین منظور می توان به نوع جهت گیری زبری که هر فرآیند (برای نمونه سطوح شیپینگ شده، فرز انگشتی شده و سندبلاست شده) ایجاد می کند، توجه کرد [17].