



شناسایی محل تحریک و مسیرهای جریان انرژی در یک صفحه نازک مرتعش از طریق اندازه گیری های صوتی

حمیدرضا عنانی¹، سیروان فرهادی^{2*}

1- کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه کردستان، سنندج

2- استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه کردستان، سنندج

* سنندج، صندوق پستی 66177-15175، s.farhadi@uok.ac.ir

چکیده

صوتیک موج فشاری است که در یک محیط الاستیک یا تراکم پذیر منتشر می شود. این موج فشاری می تواند توسط ارتعاشات یک سازه الاستیک که در تماس با محیط است، ایجاد شده باشد. در نتیجه می توان از موج منتشر شده برای گردآوری داده های مفیدی از خصوصیات هندسی و فیزیکی منبع صوتی استفاده نمود. در این مقاله یک ورق مستطیلی با شرایط مرزی ساده در نظر گرفته شده است که با استفاده از یک نیروی هارمونیک تحریک می شود و همچنین به یک دمپر ویسکوز متصل است. معادلات حاکم بر ارتعاش صفحه با استفاده از روش لاگرانژ استخراج گردیده است. سپس با استفاده از روش انتگرال گیری هلمهولتز و تبدیل فوریه به حل معادلات دینامیکی سیستم پرداخته و فشار آکوستیک در میدان های دور و نزدیک حول صفحه به دست آمده است. در ادامه با فرض ناشناخته بودن محل دمپر و محل اعمال نیروی خروجی، به روش معکوس، از فشار آکوستیکی ثبت شده توسط یک دسته میکروفون برای شناسایی محل تحریک ورق، محل دمپر و مسیرهای انتشار انرژی استفاده شده است. شبیه سازی های انجام شده کارایی روش پیشنهادی را نشان می دهند. داده های به دست آمده می توانند برای پیشنهاد مکانیزم های مناسبی جهت جذب و میرانمودن انرژی ارتعاشی مورد استفاده قرار گیرند.

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 29 دی 1392

پذیرش: 18 اسفند 1392

ارائه در سایت: 06 مهر 1393

کلید واژگان:

آکوستیک

ارتعاشات ورق

مسیر انرژی

Identifying the vibration excitation location and energy stream-lines in a thin vibrating plate by using acoustical measurements

Hamid Reza Enani, Sirwan Farhadi*

Department of Mechanical Engineering, Kurdistan University, Sanandaj, Iran

*P.O.B. 66177-15175 Sanandaj, Iran, s.farhadi@uok.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 19 January 2014
Accepted 09 March 2014
Available Online 28 September 2014

Keywords:
Acoustic
plate Vibration
Stream Line

ABSTRACT

Sound is a wave pressure which propagates through an elastic or compressible medium. The pressure wave may be produced by vibrations of an elastic structure which is in contact with the medium. Therefore, the propagated wave may be used to collect some useful data about the geometrical and the physical characteristics of the sound source. In this study, a simply-supported rectangular plate stimulated by a harmonic force and attached to a viscous damper in specific locations, is considered. The governing equations of the plate are derived using Lagrange method. Then, these equations are solved employing Helmholtz-Kirchoff integral and Fourier transforms to measure near field and far-field scattered acoustic pressure. In the sequel, assuming the location of the damper and the applied force to be unknown, the sound recorded by a microphone array is used to identify the force and the damper locations and also to find vibration stream lines, in a reverse manner. Numerical simulations confirm the applicability of the proposed method. The obtained data may be used to suggest proper mechanisms for absorption and damping of the vibration energy.

1- مقدمه

شاخه بسیار مهم در علم مکانیک مطرح است، به بررسی امواج ساطع شده از اجسام مرتعش می پردازد. از کاربردهای بسیار مهم علم آکوستیک می توان به شناسایی خصوصیات دینامیکی منبع انتشار امواج با رصد موج فشاری منتشر شده، اشاره کرد. این موج فشاری، فشار آکوستیکی نام دارد که تابعی از شرایط مرزی جسم، فاصله جسم تا نقطه مورد بررسی (میدان نزدیک و یا دور) و خصوصیات سیال از قبیل لزجت، چگالی، سرعت و غیره است. برای محاسبه مقدار این کمیت می بایست از ترکیب معادلات حاکم بر ارتعاش جسم (از جمله

صفحات مستطیلی از عناصر ساختاری بسیار مهمی هستند که کاربرد بسیار گسترده ای در شاخه های مختلف تکنولوژی مدرن از جمله: مکانیک، هوافضا، الکترونیک، صنایع دریایی و نور دارند. اگرچه در مورد بررسی ساختار دینامیکی صفحات نازک و ضخیم نوشته های معتبری وجود دارد که از آن جمله می توان به مراجع [1 و 2] اشاره داشت، اما امواج آکوستیک تابش شده از این صفحات به - اندازه کافی مورد بررسی قرار نگرفته است. علم آکوستیک که به عنوان یک

Please cite this article using:

H.R. Enani, S. Farhadi, Identifying the vibration excitation location and energy stream-lines in a thin vibrating plate by using acoustical measurements, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 11, pp. 18-28, 2014 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

نویزکس [20]، از اولین پیشگامان بررسی جریان انرژی در اجسام بوده است که تلاش‌های وی توسط پویک [22,21] توسعه یافته است. چگالی انرژی ارتعاشی، مقدار و جهت جریان انرژی ارتعاشی را برای هر نقطه از ساختار، در فرکانس مورد نظر نشان می‌دهد. این تکنیک وابسته به شرایط مرزی جسم نیست و می‌تواند اثرات لبه‌ها را روی انتقال انرژی نشان دهد. خان و همکارانش [23] چگالی انرژی یک صفحه با توزیع چندین دمپر گسسته را به روش المان محدود بررسی کرده‌اند. سیسیلیکو همکارانش [24] به ارائه فرمولاسیونی برای محاسبه چگالی جریان انرژی یک ساختار به همراه نیرو و گشتاور خارجی، بر پایه آنالیز مودال و روش المان محدود پرداخته‌اند.

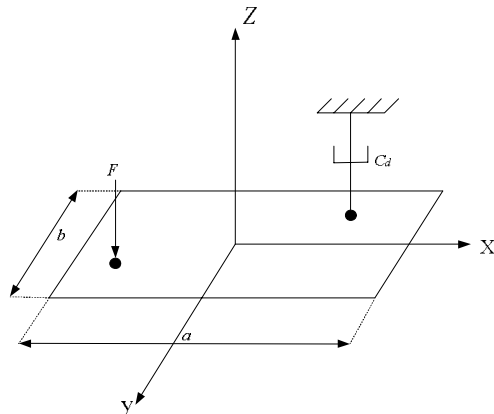
در این مطالعه سعی شده است با بهره‌گیری از معادلات حاکم و با استفاده از فشار آکوستیکی ثبت شده توسط چند میکروفون قرار گرفته در موقعیت‌های دلخواه در میدان‌های دور و نزدیک، محل تحریک ورق، محل میراکننده و مسیرهای انتشار انرژی مشخص گردند. انجام این امر سبب می‌شود تا بتوان بدون دسترسی مستقیم به اجسام، رفتار دینامیکی آن را تشخیص داد و از این اطلاعات در سیستم‌های عیب‌یابی بهره جست. برای این منظور ابتدا با استفاده از روش لاگرانژ معادلات ارتعاشی ورق استخراج شده‌اند. سپس با استفاده از این روابط و با بهره‌گیری از روابط مربوط به انتشار انرژی که در مراجع مختلف ارائه شده‌اند، نحوه انتشار انرژی در یک ورق با شرایط مرزی ساده و به‌زای میرایی و بسکوز نقطه‌ای و تحریک هارمونیک مشخص، شناسایی شده است. در گام بعد با استفاده از روابط ارائه شده در مراجع منتشر شده، فشار آکوستیکی در فضای اطراف ورق برحسب زمان محاسبه شده است. سپس با بهره‌گیری از فشار صوتی منتشر شده و به روش معکوس الگوهای انتشار انرژی استخراج گردیده‌اند. در نهایت با مقایسه الگوهای انتشار به‌دست آمده از روش مستقیم و روش معکوس، امکان شناسایی خطوط انتشار انرژی در ورق به‌وسیله رصد امواج آکوستیک مورد بحث قرار گرفته است.

2- معادلات حاکم بر ارتعاش ورق

برای استخراج معادلات دینامیکی حاکم بر مساله از روش لاگرانژ، رابطه (1)، استفاده شده است:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial}{\partial \dot{q}_i} (T+U) \right) - \frac{\partial}{\partial q} (T+U) = \{Q_i\} \quad (1)$$

که در آن T انرژی جنبشی، U انرژی پتانسیل، Q نیروهای تعمیم یافته غیرپایستار و $\{q\}$ بردار مختصات تعمیم یافته است. در این تحقیق برای مدل‌سازی ورق از تئوری ورق‌های نازک استفاده گردیده است. براساس این تئوری هر صفحه موازی با صفحه میانی، در زمان اعمال نیرو و ارتعاش نیز همچنان به‌صورت موازی باقی می‌ماند. بنابراین برای صفحه نشان داده شده در شکل 1 جابه‌جایی‌ها در راستاهای x ، y و z به‌صورت رابطه (2) بیان می‌گردد:



شکل 1 نمایش صفحه مستطیلی نازک

صفحه) و صوت منتشر شده بهره جست که قدمت مطالعات انجام گرفته شده در این زمینه به کارهای رایلی [3] باز می‌گردد. لوماس و هایک [4] به توسعه این امر پرداختند و روش حل تابع گرین را برای ارتعاشات پایدار یک صفحه مستطیلی با قیود الاستیک و در یک محیط آکوستیک نیمه بی‌نهایت ارائه کردند. آن‌ها فرض نمودند که اثرات متقابل سیال بر روی ورق غیر قابل صرف نظر باشد و معادلات حاکم بر ارتعاش ورق و انتشار صوت در سیال مجاور را به صورت همزمان حل نمودند. کرامر و هاگل [5] به بررسی صدای تابش شده از یک منبع مسطح با به‌کارگیری روش تبدیل فوریه پرداخته‌اند. ویلیامز [6] یک سری توانی برای محاسبه توان آکوستیک تابشی از یک منبع مسطح پیشنهاد نموده است. تائو و همکارانش [7] یک بسط ریاضی برای صدای تابش شده از یک صفحه نازک نامحدود ایزوتروپیک به همراه سیال سبک و سنگین را ارائه داده‌اند که از چندین نقطه مورد تحریک قرار گرفته است. لین [8,9] میدان آکوستیک دایروی و مستطیلی تابش شده در ارتعاشات خمشی را مورد ارزیابی قرار داده است. حسینی هاشمی و همکاران [10] و شوپو [11] این کار را برای یک صفحه مستطیلی با شرایط مرزی مختلف انجام داده‌اند. ژوو همکارانش [12] فشار صوت در میدان دور را برای یک صفحه نازک نامحدود در تماس با سیال لایه لایه غیرهمگن با تحریک نقطه‌ای را مورد بررسی قرار داده‌اند. موشا [13] یک روش محاسباتی عددی مبتنی بر روش انتگرال رایلی را به منظور به‌دست آوردن الگوی تابشی برای یک صفحه مستطیلی با به‌کارگیری موج هارمونیک، به‌دست آورده است. لی و سینگ [14] دو روش حل تحلیلی برای فشار صوت تابشی در حالت میدان دور را برای ساختارهای شعاعی شکل (دیسک حلقوی ضخیم) با شرایط مرزی کاملاً آزاد ارائه داده‌اند.

یک روش مناسب برای پیش‌گویی مشخصات منبع آکوستیک در میدان نزدیک روش تصویری است [15-17] که اندازه‌گیری فشار صوت به‌وسیله یک شبکه لیزر روی سطح داده شده انجام می‌گیرد. در این روش محاسبه میدان فشار در فضای فرکانسی به‌وسیله تبدیل فوریه دویعدی و به‌دست آوردن فشار بازتاب شده از طریق حل معکوس معادله موج در جهت عمود بر صفحه حاصل می‌شود. طی کارهای تجربی اثبات شده است که همانند روش‌های معکوس دیگر، روش تصویری اندازه‌گیری فشار آکوستیک نیز نسبت به خطاهای اندازه‌گیری حساس است. مشکل اصلی در این روش آن است که خطاهای کوچکی که در محدوده فرکانسی بالا قرار داشته باشند، در روند محاسباتی بزرگ‌نمایی می‌شوند. بنابراین استفاده از فیلتر پایین‌گذر عدد موج در بررسی مسائل به روش تصویری ضروری است. در این‌گونه مسائل به‌منظور محاسبه توزیع نیروی اعمالی بر روی یک ساختار با استفاده از میدان جابه‌جایی، از روش فیلتر کردن²، که اولین بار ده سال پیش توسط پیزارت [18,19] معرفی شد، استفاده می‌کنند و یا با استفاده از معادله ارتعاش دینامیکی که مشتقات فضایی میدان جابه‌جایی را می‌دهد و به‌کارگیری روش‌های اختلاف محدود، توزیع نیرو را استنباط می‌کنند.

در سال‌های گذشته کارهای زیادی در زمینه محاسبه مسیر جریان انرژی انجام شده است. به‌دست آوردن خطوط جریان انرژی دارای این مزیت است که علاوه بر شناسایی محل‌های ورود و جذب انرژی، اجازه می‌دهد مسیرهایی که بیشترین سهم را در انتقال این انرژی دارند، شناسایی شود تا با تکیه به این اطلاعات، اقدام به میرا کردن ارتعاشات سیستم کرد. عمل میرا کردن نیز می‌تواند از طریق اضافه نمودن وصله‌های ویسکوالاستیک در مسیرهای که از قبل شناسایی شده است، انجام گیرد.

1- Near Acoustic Holography (NAH)

2- Filtered window inverse resolution

سرانجام با ترکیب روابط فوق در معادله لاگرانژ، معادله دیفرانسیل حرکت به صورت رابطه (12) مشخص شده است:

$$[M]\{\ddot{q}\} + [C_d]\{\dot{q}\} + [K]\{q\} = \{F\} \quad (12\text{-الف})$$

که

$$[M] = \int_V \rho([N]^T [N]) dv, [K] = \int_V \{\varepsilon\}^T [C] \{\varepsilon\} dv$$

$$[C_d] = ([N]^T [N])_{(x_d, y_d)}, \{F\} = [N]^T_{(x_f, y_f)} \quad (12\text{-ب})$$

برای به دست آوردن فرکانس های طبیعی غیر میرای مجموعه باید ریشه های معادله مشخصه (13) را استخراج نمود:

$$|[K] - \omega^2 [M]| = 0 \quad (13)$$

3- جریان انرژی در صفحه

رابطه حاکم بر چگالی انرژی برای یک جسم در راستاهای مختلف به صورت معادله (14) است [22]:

$$I_k(t) = -\sum \sigma_{kl}(t) v_l(t) \quad l=1,2,3 \quad k=1,2,3 \quad (14)$$

که در آن مولفه بردار سرعت در راستای عمود بر صفحه و $\sigma_{kl}(t)$ مولفه تانسور تنش است.

با ترکیب روابط تنش، کرنش و جابه جایی و انتگرال گیری در راستای محور Z، معادلات جریان انرژی برای یک المان از ورق نازک به فرم معادلات (15) و (16) درآمده است:

$$I_x = -\left(-M_{xx} \frac{\partial \dot{w}}{\partial x} - M_{xy} \frac{\partial \dot{w}}{\partial y} + Q_x \dot{w}\right) \quad (15)$$

$$I_y = -\left(-M_{xy} \frac{\partial \dot{w}}{\partial x} - M_{yy} \frac{\partial \dot{w}}{\partial y} + Q_y \dot{w}\right) \quad (16)$$

که $M_{xx} = M_{yy}$ و $M_{xy} = M_{yx}$ گشتاورهای خمشی و پیچشی واحد عرض ورق، Q_x و Q_y نیروهای برشی واحد عرض ورق، w جابه جایی در راستای Z و θ_x و θ_y جابه جایی های زاویه ای حول محوره های X و Y هستند و به صورت رابطه (17) بیان می شوند:

$$M_{xx} = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right), Q_x = -D \left(\frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} \right)$$

$$M_{yy} = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right), M_{xy} = -D(1-\nu) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$$

$$Q_y = -D \left(\frac{\partial^3 w}{\partial y^3} + \frac{\partial^3 w}{\partial y \partial x^2} \right) \quad (17)$$

در رابطه فوق D مدول خمشی ورق است و برابر با $\frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$ است.

4- فشار آکوستیکی منتشر شده از ورق مرتعش

با فرض ارتعاشات جانبی ورق و با صرف نظر کردن از اثر متقابل سیال بر روی ورق (به دلیل چگالی کم هوا در مقایسه با ورق)، می توان فشار آکوستیکی ناشی از ارتعاش هر المان از ورق را به صورت جداگانه محاسبه نمود و سپس فشار آکوستیکی ناشی از جابه جایی های کل ورق را به دست آورد. با توجه به مختصات نشان داده شده در شکل 2 فشار آکوستیکی در نقطه P ناشی از ارتعاشات جانبی هر یک از المان های موجود بر روی صفحه است که هر یک از آنها مانند یک منبع تولیدکننده فشار عمل می کنند. مجموع فشار تولید شده به وسیله المان های مختلف ورق مطابق با روش انتگرال گیری ریلی به صورت رابطه (18) محاسبه می شود [3]:

$$w = w_0, v = v_0 + z\theta_y, u = u_0 + z\theta_x \quad (2)$$

که در آن u_0 و v_0 جابه جایی های درون صفحه ای است که برای ارتعاش جانبی ورق مساوی صفر در نظر گرفته می شوند، θ_x و θ_y نیز جابه جایی های خمشی حول محوره های X و Y هستند که به فرم رابطه (3) بیان می گردند:

$$\theta_x = -\frac{\partial w}{\partial x}, \theta_y = -\frac{\partial w}{\partial y} \quad (3)$$

برای تقریب میدان جابه جایی از روش ریتز استفاده شده است و میدان جابه جایی مطابق زیر به صورت یک سری محدود همانند رابطه (4) در نظر گرفته شده است:

$$w_0 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m q_k G(X, Y) \phi_i(x) \psi_j(y), \quad k = (i-1)m + j \quad (4)$$

که در آن $\phi_i(x)$ و $\psi_j(y)$ توابع اختیاری، $G(X, Y)$ توابع ضرب شده برای ارضای شرایط مرزی هستند. استفاده از تابع $G(X, Y)$ موجب می شود تا بتوان از روش لاگرانژ در هر نوع شرایط مرزی استفاده نمود. همچنین در روابط فوق ضرایب q_k تابع زمان بوده و مختصات عمومی سیستم نامیده می شوند. برای سهولت در تحلیل ها، روابط فوق را می توانیم مطابق روابط (5) و (6) در فرم ماتریسی بنویسیم:

$$w = w_0 = [N]\{q\} \quad (5)$$

که در آن

$$\{q\} = \{q_1 \quad q_2 \quad \dots \quad q_n\}^T, \quad (6\text{-الف})$$

$$[N] = [G\phi_1\psi_1 \quad G\phi_1\psi_2 \quad \dots \quad G\phi_n\psi_m] \quad (6\text{-ب})$$

در این رابطه $[N]$ ماتریس شکل مودها و $\{q\}$ بردار جابه جایی های تعمیم یافته نامیده می شود.

انرژی جنبشی ورق نیز از رابطه (7) به دست آمده است:

$$T = \frac{1}{2} \int_V \rho (\dot{u}^2 + \dot{v}^2 + \dot{w}^2) dv \quad (7)$$

برای به دست آوردن انرژی کرنشی ورق ابتدا رابطه انرژی کرنشی مطابق رابطه (8) نوشته شده است:

$$\{\sigma\} = [C]\{\varepsilon\}, U = \frac{1}{2} \int_V \{\varepsilon\}^T \{\sigma\} dv \quad (8)$$

که در آن $\{\varepsilon\}$ بردار مولفه های کرنش و $[C]$ ماتریس ضرایب الاستیک سازه است و به صورت رابطه (9) نمایش داده می شوند:

$$\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{xy} \end{Bmatrix}, [C] = \begin{bmatrix} \frac{E}{1-\nu^2} & \frac{E\nu}{1-\nu^2} & 0 \\ \frac{E\nu}{1-\nu^2} & \frac{E}{1-\nu^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{E}{2(1+\nu)} \end{bmatrix} \quad (9)$$

در این روابط E ، ρ و ν به ترتیب بیان کننده ضریب الاستیسیته، چگالی و ضریب پواسون هستند. مولفه های تانسور کرنش نیز با در نظر گرفتن فرضیات تئوری ورق نازک و خطی بودن تغییرات، مطابق رابطه (10) تعیین شده است:

$$\varepsilon_{xy} = -2z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}, \varepsilon_{yy} = -z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}, \varepsilon_{xx} = -z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (10)$$

کار نیروهای غیرپایستار میراکننده ویسکوز و نیروی تحریک خارجی نیز برابر با رابطه (11) است:

$$W_{\text{non-cons.}} = \dot{f}w(x_f, y_f) - c\dot{w}(x_d, y_d) \cdot w(x_d, y_d) \quad (11)$$

برای محاسبه فشار آکوستیکی در میدان نزدیک به دلیل اینکه $r < D_c$ است نمی‌توان شکل رابطه (19) را ساده نمود و از این رو می‌بایست این انتگرال به صورت عددی محاسبه شود که در این صورت شکل رابطه آن به صورت معادله (25) در آمده است:

$$P(x, y, z) = \frac{-\rho_0 c K \omega}{2\pi} e^{i\omega t} [Z'] \{ \bar{q} \} \quad (25)$$

$$[Z'] = \iint [N] \frac{e^{iK\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + z^2}}}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + z^2}} dx' dy' \quad (26)$$

که در آن پارامترهای x و y بیان‌کننده مختصات نقطه مد نظری است که فشار صوتی در آن اندازه‌گیری می‌شود. خاطر نشان می‌سازد که اگر تنها یک شکل مود ارتعاشی ورق در نظر گرفته شود ماتریس $[N]$ و در نتیجه ماتریس $[Z']$ دارای یک جمله خواهد بود و حاصل معادله (26) یک عدد خواهد بود که با توجه به رابطه (25) می‌توان آن را ضریبی از دامنه فشار آکوستیکی دانست.

5- استفاده از امواج آکوستیکی در میدان دور و نزدیک برای یافتن مسیرهای انرژی در ورق مرتعش

ارتعاش یک جسم باعث انتقال انرژی از جسم به محیط اطراف (ذرات هوا) می‌شود که این انرژی موجب جابه‌جایی ذرات هوا و ایجاد یک فشار صوتی می‌شود. این فشار با توجه به فرکانس ارتعاش و محیط مورد بررسی دارای یک طول موج خاص است. حال اگر ما در اطراف جسم خود سنسورهایی را تعبیه نماییم تا این اطلاعات را دریافت نمایند، از روی این اطلاعات دریافتی، مواردی از جمله اندازه فشار در زمان‌های مختلف و مدهای تحریک شده از صفحه مشخص می‌گردند.

به‌طور کلی در اطراف صفحه در حال ارتعاش، دو فضای مختلف وجود دارد که عبارت از اندازه میدان دور و نزدیک. برای به‌دست آوردن متغیرهای زمانی از روی امواج آکوستیک در میدان دور و رسم خطوط انرژی از معادله (23) استفاده شده است که می‌تواند به شکل رابطه (27) بازنویسی شود:

$$\{P\} = [\Gamma] \{ \bar{q} \}, \quad [\Gamma] = \frac{-\rho_0 c K \omega}{2\pi r} e^{i(\omega t - Kr)} \iint [N] e^{iK(\sin(\theta)\cos(\beta)y' + \sin(\theta)\sin(\beta)x')} dx' dy' \quad (27)$$

در روش مستقیم با توجه به تعداد جملات در نظر گرفته شده برای جابه‌جایی ورق، ماتریس شکل مدهای فرضی ورق $[N]$ به‌دست آمده و با حل زمانی معادله (12)، بردار مختصات تعمیم یافته $\{ \bar{q} \}$ مشخص شده است. بدین ترتیب فشار آکوستیکی در هر زمان برای هر نقطه در فضا (با توجه به مختصات آن در دستگاه استوانه‌ای) به‌وسیله رابطه (27) تعیین شده است.

در روش معکوس با فرض مشخص بودن فشار در اطراف ورق و با معکوس نمودن رابطه (27)، متغیرهای حالت ورق به شکل رابطه (28) به‌دست آمده‌اند:

$$\{q\} = [\Gamma]^{-1} \{P\} \quad (28)$$

$\{q\}$ متغیرهای زمانی هستند که از طریق اندازه‌گیری فشار آکوستیکی در چند نقطه به‌دست می‌آیند که حداقل تعداد این نقاط (و به عبارتی تعداد میکروفون‌های مورد نیاز) برابر با تعداد جملات در نظر گرفته شده برای تقریب میدان جابه‌جایی صفحه است.

سطرهای ماتریس $[\Gamma]$ با توجه به مکان و زمان‌های در نظر گرفته شده برای اندازه‌گیری فشار منتشر شده تعیین شده است و $\{p\}$ فشارهای ثبت شده در این نقاط است. با حل معادله (28) متغیرهای زمانی $\{q\}$ با این

$$P(x, y, z) = \frac{-i\rho_0 c K}{2\pi} \iint w(x', y', z') \frac{e^{-iK|\bar{r}-\bar{r}'|}}{|\bar{r}-\bar{r}'|} dx' dy' \quad (18)$$

که در آن C, K, ρ_0 به ترتیب، چگالی هوا، عدد موج و سرعت هوا هستند. با استفاده از رابطه (5) و با فرض هارمونیک بودن ارتعاش ورق ($\{q\} = \{ \bar{q} \} e^{i\omega t}$) رابطه فوق به فرم رابطه (19) بیان شده است:

$$P(x, y, z) = \frac{-i\rho_0 c K}{2\pi} \left(\iint [N] \frac{e^{i(\omega t - K|\bar{r}-\bar{r}'|)}}{|\bar{r}-\bar{r}'|} dx' dy' \right) \{ \bar{q} \} \quad (19)$$

که در آن بردار $\{ \bar{q} \}$ از حل زمانی معادله (11) حاصل شده است و ω نیز فرکانس تحریک ورق است. بنابراین معادله فوق بیان‌کننده کل فشار رسیده به نقطه P در اثر ارتعاش صفحه است که در حالت میدان دور می‌توان آن را به شکل ساده‌تری بیان کرد.

برای اندازه‌گیری فشار آکوستیکی حول صفحه، فاصله‌ای بحرانی تعریف می‌شود که مرز میان میدان نزدیک و دور را تعیین می‌کند. این مسافت بحرانی فقط وابسته به هندسه جسم ارتعاش‌کننده نیست، بلکه به فرکانس موج پراکنده شده و نیز فضایی که صوت در آن منتشر می‌شود، بستگی دارد [11]. برای تعریف فاصله شعاعی که مرز میدان دور و نزدیک را مشخص می‌کند، از رابطه (20) بهره گرفته می‌شود:

$$D_c = \frac{a^2}{\lambda}, \quad \lambda = \frac{C_M}{f} \quad (20)$$

در این رابطه f فرکانس صوت پراکنده شده، C_M سرعت صوت در فضا و a طول صفحه است، به‌گونه‌ای که اگر $r \geq D_c$ باشد، میدان دور در نظر گرفته می‌شود و به‌وسیله فرضیات ساده‌کننده (روابط (21) و (22)) می‌توان انتگرال ریلی را به‌صورت ساده‌تری نوشت:

$$\frac{1}{|r-r'|} = (r^2 - 2r \cdot r' - r'^2)^{-1/2} = \frac{1}{r} \left[1 - \frac{2r \cdot r'}{r^2} + \left(\frac{r'}{r} \right)^2 \right]^{-1/2} = \frac{1}{r} \quad (21)$$

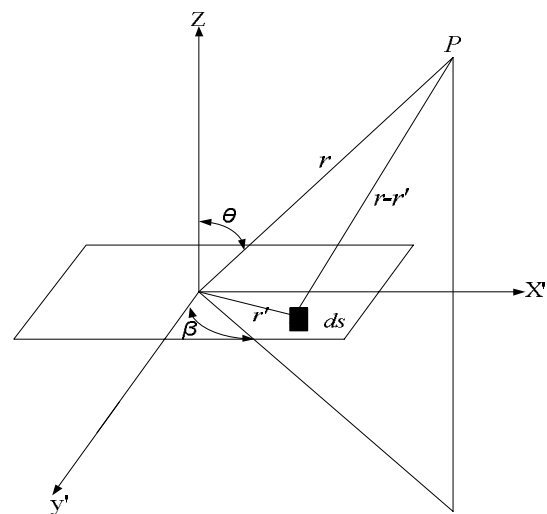
$$|r-r'| = (r^2 - 2r \cdot r' - r'^2)^{1/2} = r \left[1 - \frac{2r \cdot r'}{r^2} + \left(\frac{r'}{r} \right)^2 \right]^{1/2} = r - \frac{r \cdot r'}{r} \quad (22)$$

که با تبدیل بین دستگاه مختصات کروی و کارتزین، در نهایت معادلاتی به فرم رابطه (23) ایجاد شده است:

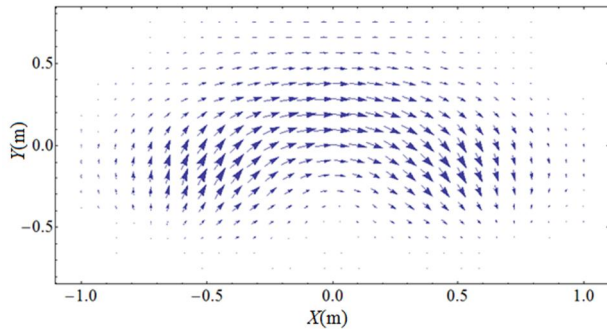
$$P(x, y, z) = \frac{-\rho_0 c K \omega}{2\pi r} e^{i(\omega t - Kr)} [Z] \{ \bar{q} \} \quad (23)$$

که در آن طبق رابطه (24):

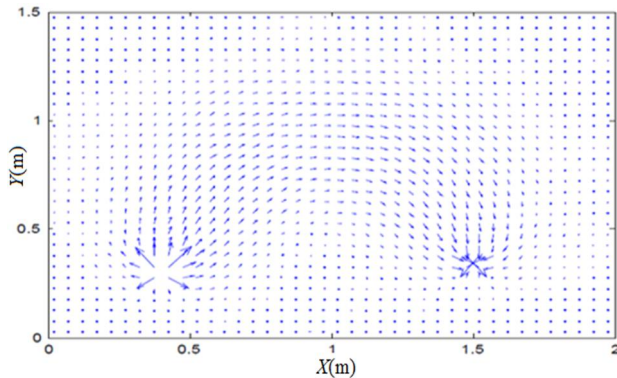
$$[Z] = \iint [N] e^{iK(\sin(\theta)\sin(\beta)y' + \sin(\theta)\cos(\beta)x')} dx' dy' \quad (24)$$



شکل 2 فشار آکوستیکی منتشر شده از یک المان ورق مستطیلی نازک



شکل 3 مسیر انتشار انرژی ارتعاشی در ورق برای یک نیروی هارمونیک با دامنه 10 نیوتن، فرکانس 17/36 هرتز و نقطه اثر $(x_f, y_f) = (-0/6, -0/45)$ ورق به یک میراکننده ویسکوز با ضریب 100Ns/m در مختصات $(x_g, y_g) = (0/5, -0/4)$ وصل شده است.



شکل 4 مسیر انتشار انرژی ارتعاشی در ورق برای یک نیروی هارمونیک با دامنه 10 نیوتن، فرکانس 17/36 هرتز و نقطه اثر $(x_f, y_f) = (-0/6, -0/45)$ نسبت به مرکز ورق، ورق به یک میراکننده ویسکوز با ضریب 100Ns/m در مختصات $(x_g, y_g) = (0/5, -0/4)$ نسبت به مرکز ورق وصل شده است (برگرفته شده از مرجع [25]).

شایان ذکر است که در این مرجع مبدا مختصات در لبه ورق قرار داده شده است، در حالی که در مطالعه پیش رو مبدا مختصات در وسط ورق لحاظ شده است. لذا بازه‌های مشخص شده در این دو شکل با یکدیگر از نظر ظاهری متفاوت به نظر می‌رسد. در مرجع [25] به منظور نمایش واضح‌تری از محل‌های تحریک و میراکننده، فلش‌های موجود در این نقاط کمی بزرگ‌تر از حد معمول آن ترسیم شده است. با مقایسه این دو شکل درستی معادلات به دست آمده و کدهای نرم‌افزاری تهیه شده برای خطوط انرژی مورد تایید قرار می‌گیرد.

جهت بررسی صحت محاسبات انجام شده برای فشار آکوستیکی، دامنه فشار آکوستیکی مربوط به مود دوم ارتعاش آزاد یک صفحه نازک با مشخصات فیزیکی $E=195 \text{GPa}$ ، $\rho=7800 \text{kg/m}^3$ و $\nu=0.28$ و مشخصات هندسی $a=0.24 \text{m}$ ، $b=0.16 \text{m}$ و $h=0.003 \text{m}$ به دست آمده و با مرجع [11] مقایسه شده است. شکل 5 از تحلیل‌های حاضر به دست آمده است، در حالی که نتیجه تئوریک برگرفته شده از مرجع [10] مطابق شکل 6 بوده است. در شکل‌های 5 و 6 عبارت $|z|$ از حل انتگرال رابطه (23) به دست آمده است که یک عدد بدون بعد است و ضریبی از فشار آکوستیکی است. در این دو شکل نتایج برحسب زوایای مختصات کروی و در یک شعاع یکسان از مرکز ورق ارائه شده اند. از آنجا که ارتعاش ورق در شماره موج طولی و عرضی $i=j=2$ صورت گرفته است، لذا انتظار می‌رود تا صوت تابش شده از ورق نیز بتواند گویای این شکل مود باشد، زیرا همان‌گونه که روابط نیز مشخص کرده‌اند صوت تابش شده تابعی از شکل جابه‌جایی ورق

روش به دست می‌آید و با به کارگیری آن در روابط (15) و (16) مسیرهای انرژی مشخص می‌گردند.

با توجه به مطالب بیان شده، برای اندازه‌گیری فشار آکوستیکی در میدان نزدیک می‌بایست از رابطه (25) استفاده کرد. از آنجا که در میدان نزدیک استفاده از فرض‌های ساده‌کننده مجاز نیست، می‌بایست انتگرال‌گیری موجود در این رابطه را به روش‌های عددی انجام داد.

6- نتایج عددی

برای ارزیابی صحت شبیه‌سازی انجام شده برای ارتعاشات ورق، مقایسه‌ای بین فرکانس‌های طبیعی به دست آمده از این روش با حل دقیق مسأله انجام گردیده است. به این منظور یک ورق باتکیه‌گاه ساده در نظر گرفته شده است. برای چنین ورقی می‌توان از توابع شکلی مطابق با رابطه (29) استفاده نمود که در واقع از حل دقیق معادله حرکت به دست می‌آیند:

$$\begin{aligned} \varphi_i(x) &= \sin\left(\frac{i\pi x}{a} + \frac{\pi}{2}\right), & \psi_j(y) &= \sin\left(\frac{j\pi y}{b} + \frac{\pi}{2}\right), \\ G(x, y) &= 1 \end{aligned} \quad (29)$$

در این حالت با توجه به دقیق بودن شکل مودهای فرضی، انتظار می‌رود که جواب‌های به دست آمده از روش لاگرانژ و روش حل دقیق یکسان باشند.

جدول 1 فرکانس‌های طبیعی تولید شده از روش حاضر (حل معادله 13)

را با حل دقیق مسأله مرجع [3] $\left[\left(\frac{n\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{m\pi}{b}\right)^2\right] \sqrt{\frac{D}{\rho h}}$ و برای یک

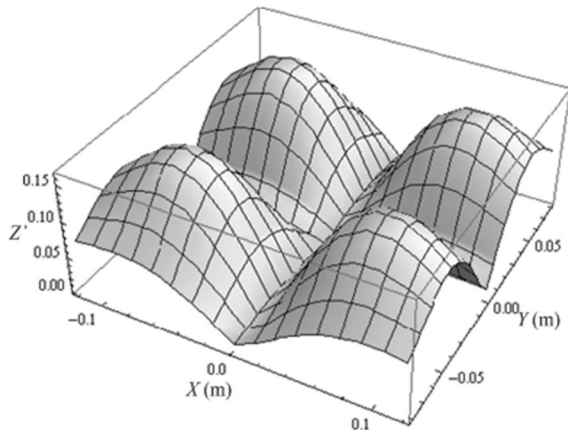
ورق با مشخصات فیزیکی $E=69 \text{GPa}$ ، $\rho=2700 \text{kg/m}^3$ و $\nu=0.33$ و مشخصات هندسی $a=2 \text{m}$ ، $b=0.184 \text{m}$ و $h=0.0003 \text{m}$ مقایسه می‌کند. نتایج به دست آمده نشان می‌دهد که مدل‌سازی عددی صورت گرفته دارای دقت مناسبی است.

حال به منظور بررسی درستی معادلات به دست آمده برای جریان انرژی، صفحه‌ای با مشخصات هندسی $a=0.515 \text{m}$ ، $b=1.5 \text{m}$ و $h=0.005 \text{m}$

و خصوصیات مکانیکی $E=200 \text{GPa}$ ، $\rho=7800 \text{kg/m}^3$ و $\nu=0.3$ در نظر گرفته شده است. این ورق توسط نیرویی به اندازه 10 نیوتن، در فرکانس 17/36 هرتز و در مکان $(x_f, y_f) = (-0/6, -0/45)$ ، به ارتعاش در آمده است و به یک میراکننده ویسکوز با ضریب میرایی 100Ns/m در نقطه‌ای به مختصات $(x_g, y_g) = (0/5, -0/4)$ متصل شده است. شکل 3 جریان انرژی را برای ورق مذکور نشان می‌دهد. نتایج تئوریک به دست آمده برای این فرکانس نیز مطابق مرجع [25] در شکل 4 نشان داده شده است.

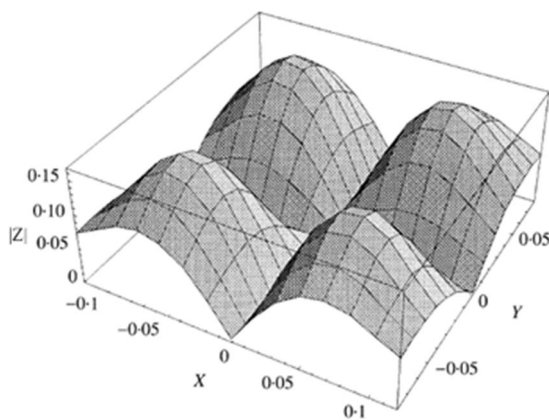
جدول 1 فرکانس‌های طبیعی به دست آمده از طریق روش انرژی و حل دقیق برای m

| موج طولی و n موج عرضی | | | | |
|-------------------------|-----|---------|-----------|-----------|
| m | n | حل دقیق | روش انرژی | میزان خطا |
| 1 | 1 | 24/2644 | 24/2644 | 0/00 |
| 2 | 2 | 88/8172 | 88/8172 | 0/00 |
| 3 | 1 | 196/405 | 196/405 | 0/00 |
| 4 | 4 | 347/029 | 347/029 | 0/00 |
| 5 | 5 | 540/687 | 540/687 | 0/00 |
| 1 | 1 | 32/5045 | 32/5045 | 0/00 |
| 2 | 2 | 97/0574 | 97/0574 | 0/00 |
| 3 | 2 | 204/646 | 204/646 | 0/00 |
| 4 | 4 | 355/269 | 355/269 | 0/00 |
| 5 | 5 | 548/927 | 548/927 | 0/00 |



شکل 7 دامنه تغییرات فشار آکوستیکی، از طریق محاسبات انجام گرفته در میدان

نزدیک برای فرکانس 1599/06 هرتز و $\frac{D}{\lambda} = 0.047$



شکل 8 دامنه تغییرات فشار آکوستیکی، از طریق محاسبات انجام گرفته در میدان

نزدیک برای فرکانس 1599/06 هرتز و $\frac{D}{\lambda} = 0.047$ مطابق مرجع [11]

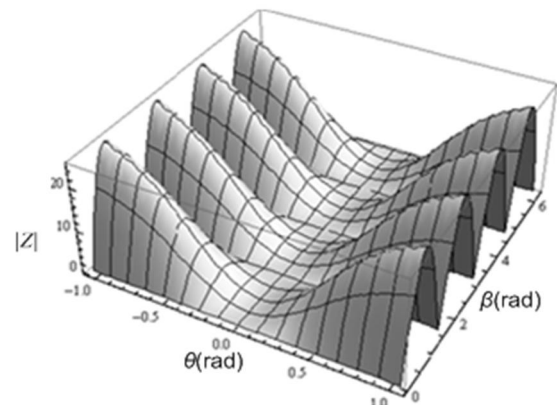
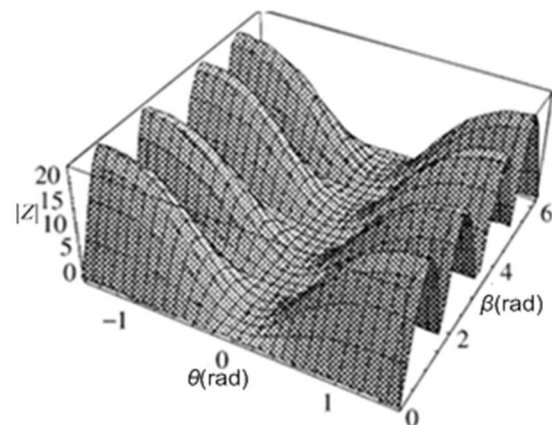
در ادامه یک صفحه با شرایط مرزی ساده، خصوصیات هندسی $a=2(m)$ ، $E=200GPa$ و $h=0.005(m)$ و $b=1.5(m)$ و خصوصیات مکانیکی $\rho=7800kg/m^3$ و $\nu=0.3$ در نظر گرفته شده است که توسط نیرویی به اندازه‌ی 10 نیوتن، در فرکانس‌های 8/35 و 17/36 هرتز در مکان $(-0/6, -0/6)$ به ارتعاش در آمده است و به یک میراکننده ویسکوز با ضریب $100Ns/m$ در نقطه‌ای به مختصات $(0/5, 0/35)$ متصل شده است. تغییرات فشار در میدان دور این ورق برای یک سیکل کامل مانند شکل‌های 9 و 10 است.

در میدان دور به دلیل اینکه تغییرات فشار بسیار اندک است و ممکن است هیچ اختلاف فشاری بین نقاط مختلف در این ناحیه احساس نشود، یک خطای عددی بسیار کوچک می‌تواند نتایج را تغییر دهد که وضوح آن در فرکانس‌های پایین بیشتر به چشم می‌آید. در شکل 9 از آنجا که فرکانس تحریک نزدیک به مود اول است، بنابراین انتظار می‌رود تا شکل حاکم بر تغییرات فشار اطراف آن نیز نزدیک به این شکل مود باشد و یک تقارن نسبی در آن دیده شود، ولی میزان خطایی که به هنگام فرض نمودن ناحیه دور و برای ساده‌سازی معادلات وارد شده است موجب گردیده است تا نتایجی بر خلاف انتظار به دست آید. علاوه بر این نزدیک شدن فشار بین نقاط مختلف در این ناحیه مشکلاتی را برای به دست آوردن مسیر انرژی فراهم آورده است که در ادامه مشاهده خواهد شد.

است. مقایسه شکل‌های 5 و 6 درستی کدهای نرم‌افزاری نوشته شده برای فشار آکوستیکی منتشر شده از ارتعاش ورق در میدان دور را مورد تایید قرار می‌دهد. شایان ذکر است از آنجا که فشارهای به دست آمده در این ناحیه بسیار نزدیک هستند، مقادیر به دست آمده در یک ضریب ثابت (در اینجا عدد 100) ضرب گردیده است تا نمایش واضح‌تری از تغییرات فشار ارائه شود. در تهیه این شکل‌ها فشار آکوستیکی در یک فاصله شعاعی یکسان از مرکز صفحه و در زوایای مختلف در دستگاه کروی اندازه‌گیری شده است.

شکل 7 فشار آکوستیکی منتشر شده از همان ورق را در میدان نزدیک و برای فرکانس تحریک 1599/06 هرتز و فاصله عمودی $\frac{D}{\lambda} = 0.047$ از سطح ورق نمایش می‌دهد. نتایج به دست آمده از مرجع [11] نیز در شکل 8 نشان داده شده است. مقایسه این دو شکل نشان می‌دهد که مدل سازی انجام شده برای میدان نزدیک نیز دارای دقت بسیار خوبی است.

اختلاف در نام‌گذاری محورهای اشکال 5 و 6 با اشکال 7 و 8 بدین دلیل بوده است که در اشکال 5 و 6 چون فشار در میدان دور به دست آمده است و با توجه به روابط فشار برای این ناحیه و فرضیاتی که می‌توان برای این حالت در نظر گرفت، یک تبدیل مختصات صورت گرفته است و مشخصات هر نقطه در این میدان به وسیله دستگاه مختصات کروی بیان شده است. در حالی که برای میدان نزدیک نمی‌توان از این فرضیات بهره جست و شکل معادلات به همان صورت اولیه خود باقی مانده است. بنابراین هر نقطه موجود در این ناحیه را می‌بایست برحسب مختصات کارتزین بیان نمود.

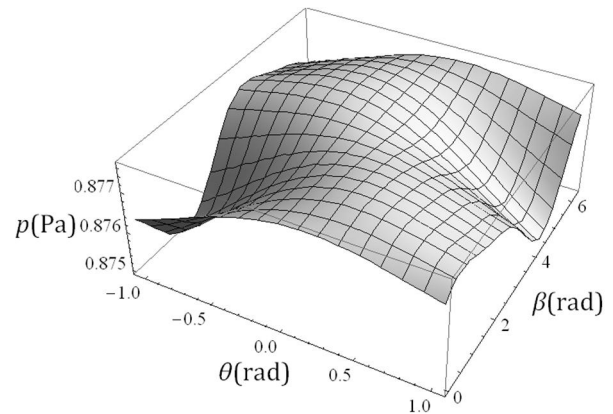
شکل 5 تغییرات فشار آکوستیکی در فرکانس 1599/06 هرتز (موج‌های طولی و عرضی $i=j=2$) از طریق محاسبات انجام گرفته در میدان دورشکل 6 تغییرات فشار آکوستیکی در فرکانس 1599/06 هرتز (موج‌های طولی و عرضی $i=j=2$) از طریق محاسبات انجام گرفته در میدان دور مطابق مرجع [10] (واحد های مربوط به زوایا به شکل اصلی افزوده شده است).

این اختلاف پدید آمده بیشتر به هنگام استفاده از نتایج حاصله در معادلات تشکیل دهنده مسیر انرژی خود را نشان می‌دهند، به‌گونه‌ای که اگر برای صفحه توصیف شده، جابه‌جایی نقطه‌ای به مختصات $(0/25)$ و (0) = $(y$ و $x)$ به دو روش مستقیم و معکوس به‌دست آورده شود، مطابق با شکل 13 ملاحظه می‌شود که اختلاف‌های ایجاد شده در متغیرهای زمانی به هنگام ایجاد این گراف‌ها تغییرات زیادی را به‌وجود نیاورده است. این در حالی است که این اختلافات خود را در تشکیل خطوط انرژی مطابق شکل 12 (ج) بروز داده و مسیر جریان را به‌طور کل تغییر داده است. بنابراین مشاهده می‌شود با افزایش تعداد جملات تابع تقریب میدان جابه‌جایی، استفاده از فرضیات میدان دور برای به‌دست خطوط انرژی از روش معکوس نتایج مناسبی را ارائه نمی‌دهد. از آنجایی که در فرکانس‌های تحریک بالا برای مدل‌سازی مناسب دینامیک ورق نیازمند تعداد جملات زیادی در تابع تقریب میدان جابه‌جایی می‌باشیم، استفاده از فرضیات میدان دور کارایی روش معکوس را به شدت کاهش می‌دهند.

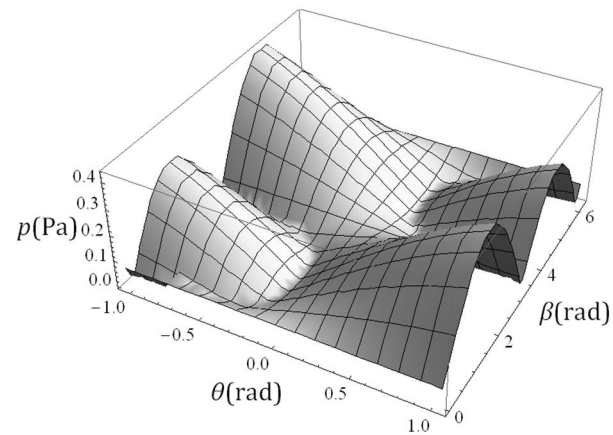
همان‌طور که در قسمت قبل بیان شد فشارهای به‌دست آمده در میدان دور به یکدیگر بسیار نزدیک‌اند. از طرفی فرضیات در نظر گرفته شده برای به‌دست آوردن فشار آکوستیک در میدان دور و ساده‌سازی‌های انجام گرفته، مقداری خطا وارد مسئله می‌نماید و از آنجا که تشکیل خطوط انرژی در روش معکوس به خصوص برای میدان جابه‌جایی‌های با جملات زیاد (فرکانس‌های بالا) به دقت بالایی از محاسبات نیاز دارد، استفاده از روابط مربوط به میدان دور دقت مناسبی در ترسیم خطوط جریان انرژی ارائه نمی‌دهند. بنابراین در ادامه کار با وجود قرار گرفتن محل‌های اندازه‌گیری فشار در میدان دور، اندازه‌گیری فشار با استفاده از رابط میدان نزدیک (بدون ساده‌سازی روابط فشار آکوستیکی) انجام گرفته است و با استفاده از این روابط، جریان انرژی برای میدان جابه‌جایی 4×4 رسم شده است. شکل 14 نتایج حاصله از این طریق را نشان می‌دهد که گویای بهبود یافتن مسیر انرژی است. ملاحظه می‌شود افزایش دقت محاسبات باعث بهبود بسیار زیادی در نتایج نهایی شده است و همین موضوع نشان می‌دهد که روش معکوس دارای حساسیت بسیار زیادی است و خطاهای عددی به ظاهر اندک می‌تواند نتیجه را به‌کلی تحت شعاع قرار دهد.

با افزایش فرکانس تحریک، مود غالب بر ارتعاش ورق نیز از مود اول به مودهای بالاتر انتقال می‌یابد و برای تحلیل ارتعاشی ورق لازم می‌شود در تابع تقریب میدان جابه‌جایی از تعداد جملات بیشتری استفاده شود. این بدان معنی است که در روش معکوس باید تعداد میکروفون‌ها را نیز افزایش داد تا بتوان تعداد متغیرهای زمانی بیشتری را تخمین زد. از سوی دیگر چنان‌که گفته شد، در میدان دور مقدار تغییرات فشار آکوستیکی در نقاط مختلف کوچک است و این موجب می‌شود استفاده از روش معکوس با دشواری‌های عددی بیشتری مواجه شود. در واقع ممکن است بعضی از معادلات به‌دست آمده از روش معکوس دارای استقلال خطی نباشند (به‌دلیل بدخیم شدن محاسبات عددی) و در نتیجه برای اطمینان از وجود معادلات کافی نیاز به نقاط اندازه‌گیری بیشتر (میکروفون‌های بیشتر) وجود داشته باشد.

شکل 15 مسیر انرژی به‌دست آمده از روش مستقیم برای فرکانس تحریک $17/36$ هرتز را برای نقطه تحریک، $(0/45)$ و $(-0/6)$ = $(y_f$ و $x_f)$ و نقطه میرایی $(0/4)$ و $(0/5)$ = $(y_h$ و $x_h)$ نشان می‌دهد. ملاحظه می‌شود که در این حالت برای شکل‌گیری مناسب خطوط انرژی در مقایسه با فرکانس اول نیاز به تعداد جملات بیشتری در تابع تقریب میدان جابه‌جایی وجود دارد (در فرکانس اول یک تابع تقریب 3×3 شمایی کلی از مسیر انرژی را نشان می‌داد در حالی که در این حالت حداقل به یک تابع تقریب 3×3 نیاز است).



شکل 9 دامنه تغییرات فشار آکوستیکی برای $m \times n = 3 \times 3$ در فرکانس $8/35$ هرتز (موج‌های طولی و عرضی $i = j = 1$) در یک سیکل حرکتی در میدان دور

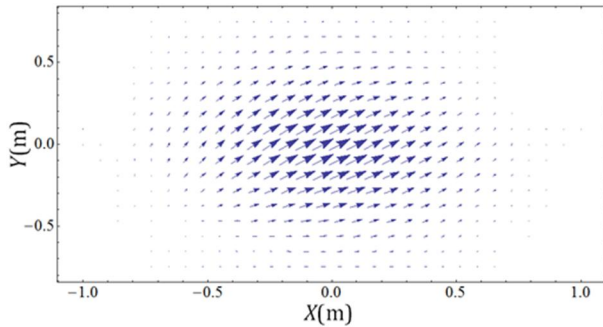


شکل 10 دامنه تغییرات فشار آکوستیکی برای $m \times n = 3 \times 3$ در فرکانس $17/36$ (موج‌های طولی و عرضی $i = 2$ و $j = 1$) هرتز در یک سیکل حرکتی در میدان دور

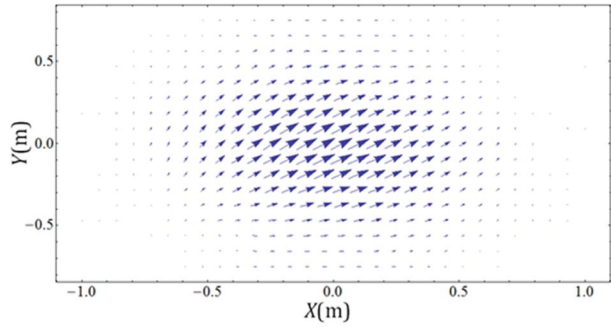
شکل‌های 11 و 12 مسیر انرژی به‌دست آمده از روش مستقیم و معکوس را به‌ازای تعداد جملات مختلف تابع تقریب میدان جابه‌جایی نشان می‌دهند. در تهیه نتایج عددی برای روش معکوس فرض شده است که یک آرایه میکروفون با توزیع یکنواخت در اطراف ورق چیده شده باشند. در محاسبات مربوط به روش معکوس از فشار آکوستیکی مربوط به میدان دور استفاده شده است. این اشکال برای فرکانس تحریک $8/35$ هرتز ترسیم شده‌اند که برابر با فرکانس مود اول صفحه است. بنابراین انتظار می‌رود که با تعداد محدودی از جملات تابع تقریب بتوان به همگرایی مناسبی دست یافت.

اگر در روش مستقیم برای تحلیل ارتعاش ورق، که منتج به ترسیم خطوط انرژی ایجاد شده در آن می‌شود. از تعداد جملات بیشتری در تقریب میدان جابه‌جایی استفاده شود، مسیرهای انرژی ایجاد شده در آن دارای شکل واضح‌تری می‌شوند.

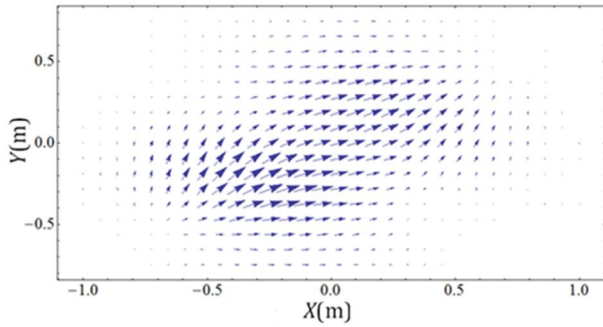
شکل 11 (ج) مسیر انرژی را برای میدان جابه‌جایی 4×4 نشان می‌دهد و در مقایسه با شکل 11 (الف) که برای همین حالت ولی با میدان جابه‌جایی 2×2 به‌دست آمده است، مشاهده می‌شود که مسیرهای انرژی با افزایش تعداد جملات میدان جابه‌جایی بهبود یافته‌اند. ولی مشکل به‌هنگام استفاده از روش معکوس ایجاد می‌شود، زیرا برای این امر لازم است تا سطرهای ماتریس $[\Gamma]$ و $\{p\}$ کاملاً مستقل از یکدیگر باشند و از آنجا که در این ناحیه فشارها به هم نزدیک هستند، ایجاد این تعداد معادله مستقل امری ناممکن است و موجب می‌شود تا درمینان ماتریس $[\Gamma]$ به سمت صفر میل کند و جواب‌های به‌دست آمده برای متغیرهای زمانی، از دقت مناسب برخوردار نباشند.



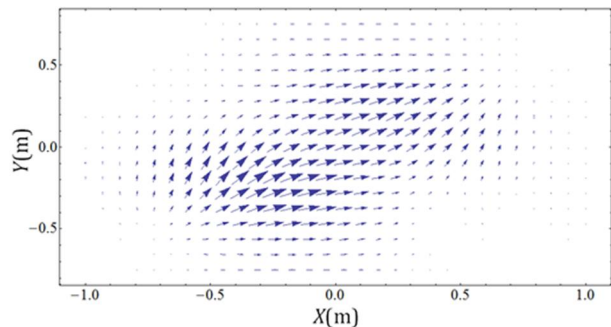
$n \times m = 2 \times 2$ (الف)



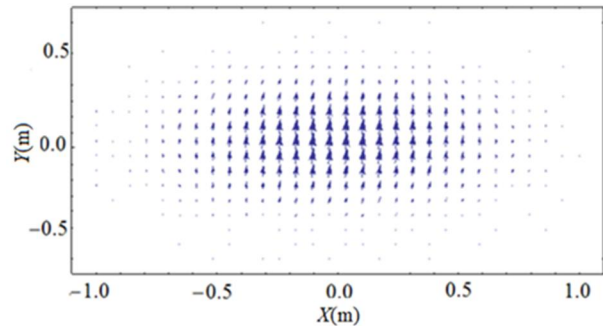
$n \times m = 2 \times 2$ (الف)



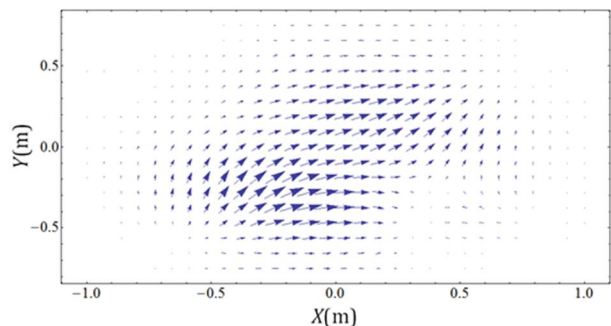
$n \times m = 3 \times 3$ (ب)



$n \times m = 3 \times 3$ (ب)



$n \times m = 4 \times 4$ (ج)

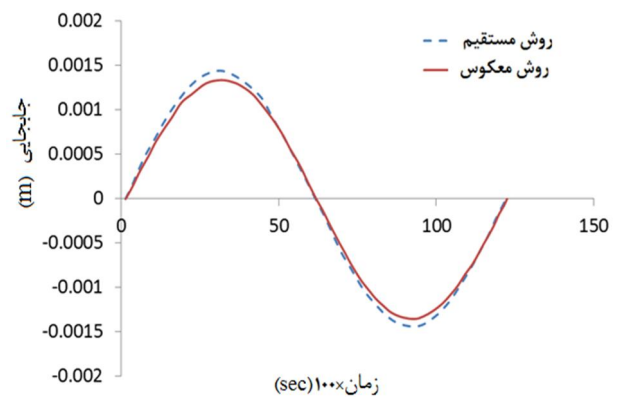


$n \times m = 4 \times 4$ (ج)

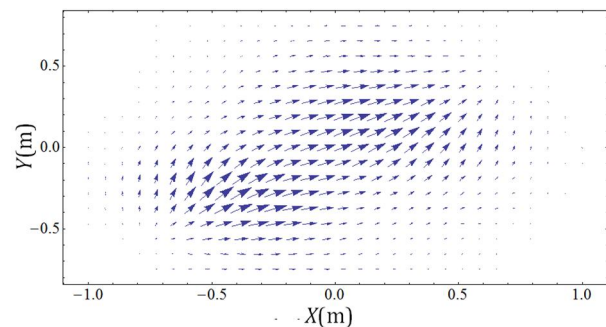
شکل 12 مسیر انرژی برای فرکانس تحریک 8/35 هرتز از طریق روش معکوس،
 $(x_f, y_f) = (-0/6, -0/45)$ و $(x_d, y_d) = (0/5, 0/35)$

شکل 11 مسیر انرژی برای فرکانس تحریک 8/35 هرتز از طریق روش مستقیم -
 $(x_f, y_f) = (-0/6, -0/45)$ و $(x_d, y_d) = (0/5, 0/35)$

شده است. ملاحظه می‌شود که نتایج به دست آمده مسیر انرژی را به درستی نشان نمی‌دهند. در شکل 17 برای حل مشکلات عددی و تولید معادلات مستقل بیشتر بر تعداد میکروفون‌ها اضافه شده است. در این حالت مسیر انرژی تا حدودی بهبود یافته است، اما همچنان به حالت واقعی خود نرسیده است.

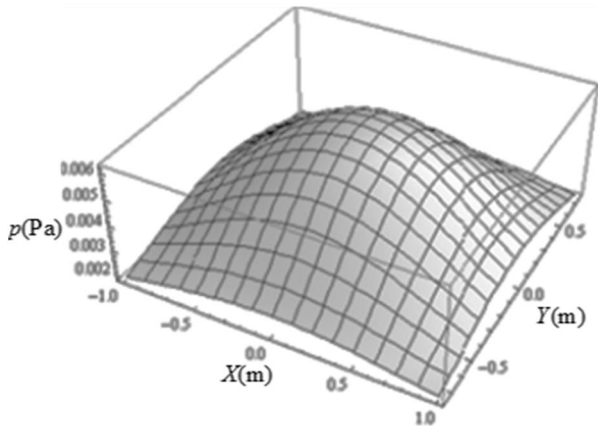


شکل 13 مقایسه جابه‌جایی نقطه‌ای از صفحه به مختصات $x = y = 0/5$ فرکانس تحریک 8/35 هرتز از طریق روش مستقیم و معکوس - $n \times m = 4 \times 4$ - $(x_f, y_f) = (-0/6, -0/45)$ و $(x_d, y_d) = (0/5, 0/35)$

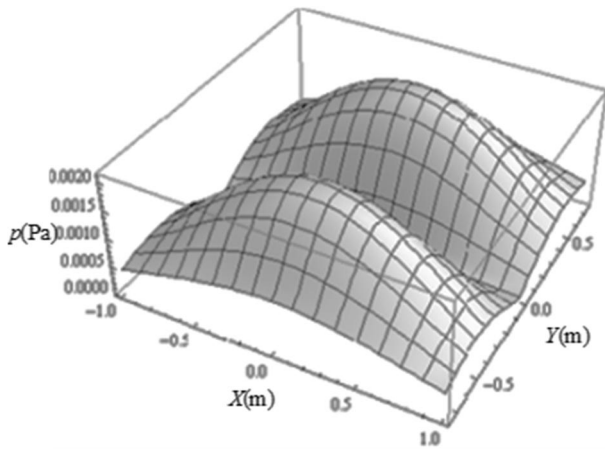


شکل 14 مسیر انرژی برای فرکانس تحریک 8/35 هرتز از طریق روش معکوس بدون فرضیات ساده کننده میدان دور برای تابع تقریب $n \times m = 4 \times 4$ ، $(x_f, y_f) = (-0/6, -0/45)$ و $(x_d, y_d) = (0/5, 0/35)$

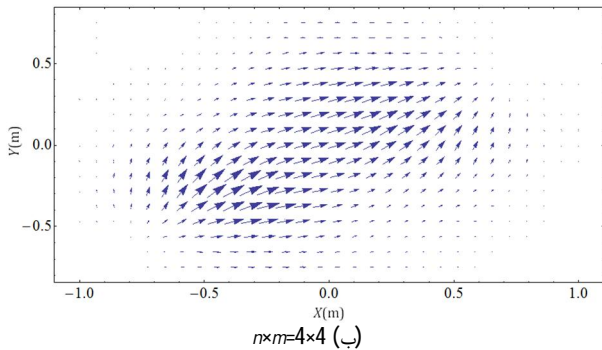
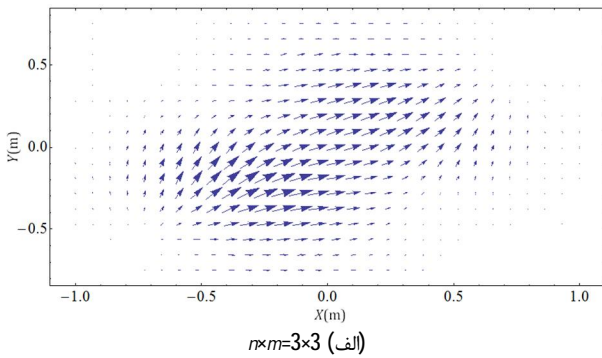
در شکل 16 مسیر انرژی با استفاده از روش معکوس و با بهره‌گیری از معادلات آکوستیکی ساده نشده (معادلات میدان نزدیک)، اندازه‌گیری فشار در میدان دور، تابع تقریب 3×3 و با همان تعداد میکروفون (9 عدد) رسم



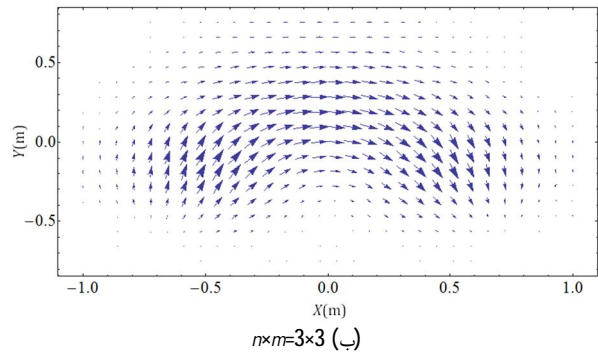
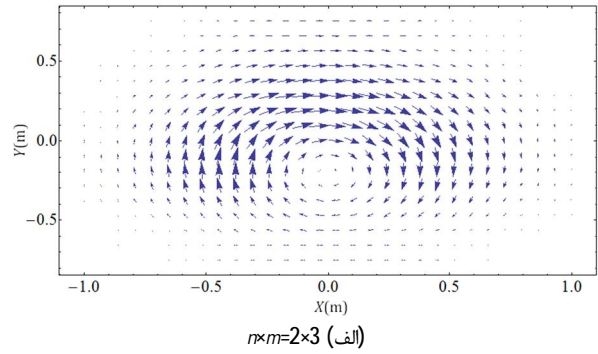
شکل 18 تغییرات فشار آکوستیکی برای میدان جابه‌جایی 3×3 در فرکانس $8/35$ هرتز و فاصله $D/\lambda = 0.04$ برای یک سیکل حرکتی در میدان نزدیک



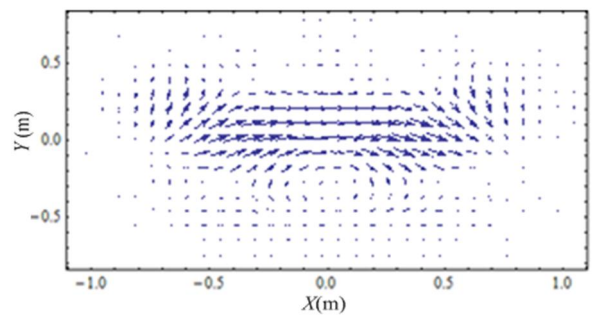
شکل 19 تغییرات فشار آکوستیکی برای میدان جابه‌جایی 3×3 در فرکانس $17/36$ هرتز و فاصله $D/\lambda = 0.04$ برای یک سیکل حرکتی در میدان نزدیک



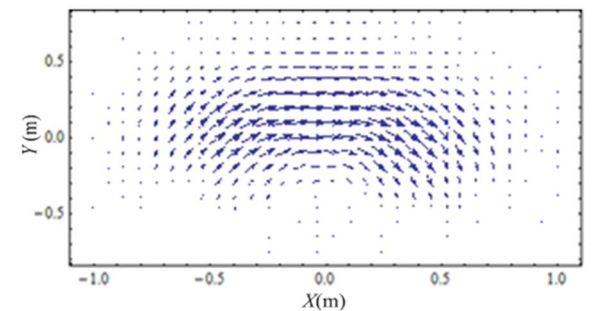
شکل 20 مسیر انرژی برای فرکانس تحریک $8/35$ هرتز از طریق روش معکوس، $(x_r, y_r) = (-0/6, -0/45)$ و $(x_d, y_d) = (0/5, 0/35)$



شکل 15 مسیر انرژی برای فرکانس تحریک $17/36$ هرتز از طریق روش مستقیم، $(x_d, y_d) = (0/5, -0/4)$ و $(x_r, y_r) = (-0/6, -0/45)$



شکل 16 مسیر انرژی برای فرکانس تحریک $17/36$ هرتز از طریق روش معکوس، $(x_d, y_d) = (0/5, -0/4)$ و $(x_r, y_r) = (-0/6, -0/45)$ ، $n \times m = 3 \times 3$



شکل 17 مسیر انرژی برای فرکانس تحریک $17/36$ هرتز از طریق روش معکوس و اندازه‌گیری فشار در تعداد نقاطی بیشتر از میدان جابه‌جایی به‌کار رفته، $n \times m = 3 \times 3$ و $(x_d, y_d) = (0/5, -0/4)$ و $(x_r, y_r) = (-0/6, -0/45)$

برای آنکه بتوان اثر محل اندازه‌گیری فشار آکوستیکی بر کیفیت نتایج نهایی را سنجید، در ادامه موضوع، اندازه‌گیری‌های فشار در میدان نزدیک انجام گردیده است. باید توجه داشت در میدان نزدیک تغییرات فشار آکوستیکی در نواحی پیرامونی ورق محسوس‌تر است و ممکن است این موضوع بر کیفیت محاسبات تأثیر بگذارد.

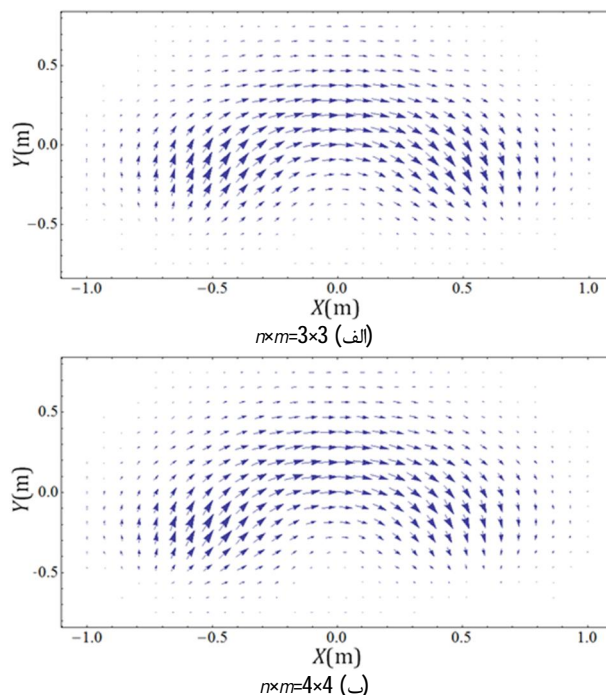
می‌توان با افزودن تعداد نقاط اندازه‌گیری (تعداد میکروفون‌ها) جهت کاهش مشکلات عددی تا حدودی کاهش داد.

2- در هنگام اندازه‌گیری فشار برای میدان دور یک سری فرضیات ساده کننده در نظر گرفته شده است که باعث وارد شدن یک خطای عددی در محاسبات می‌شوند. هرچند این اختلاف به هنگام اندازه‌گیری فشار یا تعیین مسیر انرژی برای فرکانس‌های کوچک مشکل زیادی را پدید نمی‌آورد ولی در فرکانس‌های بزرگ‌تر به سبب نیاز به اندازه‌گیری فشار در تعداد نقاط بیشتر و نزدیکی مابین فشارها در این ناحیه اختلاف زیادی را در مسیر انرژی سبب می‌شود که با حذف نمودن این فرضیات (به عبارتی با استفاده از فرضیات میدان نزدیک برای میدان دور) می‌توان این مشکل را تا حدودی حل نمود.

3- در میدان نزدیک چون اختلاف فشار بین نقاط مختلف محسوس‌تر می‌باشد، بنابراین می‌توان با دقت بیشتری جریان انرژی را حتی برای میدان‌های جابه‌جایی با تعداد جملات زیاد به‌دست آورد.

8- مراجع

- [1] A. W. Leissa, *Vibration of Plates*, Washington: NASA SP-169, Office of Technology Utilization, NASA, 1993.
- [2] M. Amabili, *Nonlinear Vibrations and Stability of Shells and Plates* New York: Cambridge University Press, Italy, 2008.
- [3] L. Rayleigh, *The Theory of Sound*, New York, 1945.
- [4] N. S. Lomas, S. I. Hayek, Vibration and acoustic radiation of elastically supported rectangular plates, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 2, pp. 1-25, 1977.
- [5] L. Cremer, M. Heckl, *Structure-Borne Sound*, New York: Springer, p. 573, 1987.
- [6] E. G. Williams, A series expansion of the acoustic power radiated from planar sources, *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 73, pp. 1520-1524, 1983.
- [7] J. S. Tao, G. R. Liu, K. Y. Lam, Sound radiation of a thin infinite plate in light and heavy fluids subject to multi-point excitation, *Applied Acoustics*, No. 62, pp. 573-587, 2001.
- [8] S. Lin, Acoustic field of flexural circular plates for air-coupled ultrasonic transducers, *Acustica* Vol. 86, pp. 388-391, 2000.
- [9] S. Lin, Study on the radiation acoustic field of rectangular radiators in flexural vibration, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 254, No. 3, pp. 469-479, 2002.
- [10] S. Hosseini Hashemi, K. Khorshidi, H. Rokni Damavandi Taher, Exact acoustical analysis of vibrating rectangular plates with two opposite edges simply supported via Mindlin plate theory, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 322 pp. 883-900, 2009.
- [11] L. Shuyu, study on the radiation acoustic field of rectangular radiators in flexural vibration, *Journal of Sound and vibration*, Vol. 254, No. 3, pp. 469-479, 2002.
- [12] L. Zhou, H. Zheng, K. C. Hung, Sound radiation from a thin infinite plate in contact with a layered inhomogeneous fluid, *Applied Acoustics*, Vol. 63, pp. 1177-1192, 2002.
- [13] T. Musha, Calculation of instantaneous radiation characteristics using the wavelet transform, *Applied Acoustics*, Vol. 65, pp. 705-718, 2004.
- [14] H. Lee, R. Singh, Comparison of two analytical methods used to calculate sound radiation from radial vibration modes of a thick annular disk, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 285 No. 4-5, pp. 1210-1216, 2005.
- [15] E. G. Williams, J. D. Maynard, E. Skudrzyk, Sound source reconstructions using a microphone array, *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 68, No. 4, pp. 340-344, 1980.
- [16] J. D. Maynard, E. G. Williams, Y. Lee, Nearfield acoustic holography: I. Theory of generalized holography and the development of NAH, *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 78, No. 4, pp. 1395-1413, 1985.
- [17] A. W. Veronesi, J. D. Maynard, Nearfield acoustic holography: II. Holographic reconstruction algorithms and computer implementation, *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 81, No. 5, pp. 1307-1322, 1987.
- [18] C. Pezerat, J. L. Guyader, Force analysis technique: reconstruction of force distribution on plates, *Acustica united with Acta Acustica*, Vol. 86, pp. 322-332, 2000.
- [19] C. Pezerat, J. L. Guyader, Two inverse methods for localization of external sources exciting a beam, *Acta Acustica*, Vol. 3, pp. 1-10, 1995.



شکل 21 مسیر انرژی برای فرکانس تحریک 17/36 هرتز از طریق روش معکوس:

$(x_f, y_f) = (-0/6, -0/45)$ و $(x_d, y_d) = (0/5, -0/4)$

شکل‌های 18 و 19 نحوه تغییرات دامنه فشار آکوستیکی را در میدان نزدیک ورق و در فرکانس‌های طبیعی 8/35 و 17/36 هرتز نشان می‌دهند. با توجه به این دو شکل ملاحظه می‌شود که در این ناحیه مقدار تغییرات فشار در نواحی مختلف محسوس‌تر است و شکل‌های به‌دست آمده دارای یک تقارن نسبی‌اند که گویای مد تحریک شده از صفحه نیز هستند.

شکل‌های 20 و 21 خطوط انرژی به‌دست آمده از اندازه‌گیری‌های انجام شده در میدان نزدیک را نشان می‌دهند. با توجه به این دو شکل ملاحظه می‌شود اگر از فشارهای اندازه‌گیری شده در میدان نزدیک ورق برای به‌دست آوردن جریان انرژی موجود در صفحه استفاده شود، به دلیل اختلاف فشار در این ناحیه محسوس‌تر بوده است، می‌توان با تعداد نقاط اندازه‌گیری (تعداد میکروفون) برابر با تعداد جملات تابع تقریب، به نتایج مطلوبی رسید. همچنین جواب‌های به‌دست آمده از روش معکوس در این ناحیه کاملاً مشابه نتایج روش مستقیم هستند.

7- نتیجه‌گیری

این مقاله روشی را برای به‌دست آوردن مسیرهای انرژی در یک صفحه بدون دسترسی مستقیم به آن و به‌وسیله اندازه‌گیری فشار آکوستیکی معرفی می‌کند که می‌تواند ملاکی باشد برای تعیین محل تحریک و میراگرهای خارجی و تعیین مسیرهایی که بیشترین سهم در انتقال این انرژی را دارند. اطلاعات به‌دست آمده در مورد مسیرهای انرژی می‌توانند برای کاربردهای مختلف مانند پیشنهاد محل‌های مناسب جهت تعبیه وصله‌های ویسکوالاستیک مورد استفاده قرار گیرند.

از آنجا که میدان اطراف صفحه به دو ناحیه دور و نزدیک تقسیم بندی می‌شود اقدام به بررسی این روش در هر دو ناحیه شده است که طی آن نتایج زیر حاصل شد:

1- به هنگام قرارگیری در میدان دور به سبب نزدیکی مابین فشارها در این ناحیه تعیین مسیر انرژی کمی با مشکل مواجه می‌شود که این مشکل را

- [23] M. S. Khun, H. P. Lee, S. P. Lim, Structural intensity in plates with multiple discrete and distributed spring-dashpot systems, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 276, No. 3, pp. 627-648, 2004.
- [24] J. Cieślak, W. Bochniak, Vibration energy flow in ribbed plates, *Mechanics*, Vol. 25, No. 3, pp. 119-123, 2006.
- [25] M. S. Khuna, H. P. Leeb, S. P. Lima, Structural intensity in plates with multiple discrete and distributed spring-dashpot systems, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 276, pp. 627-648, 2004.
- [20] D. U. Noiseux, Measurement of power flow in uniform beams and plates, *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 47, No. 1, pp. 238-247 1970.
- [21] G. Pavic, Measurement of structure borne wave intensity, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 49, No. 2, pp. 221-230 1976.
- [22] L. Gavric, G. PAVic, A finite element method for computation of structural intensity by the normal mode approach, *journal of sound and vibration*, Vol. 164, No. 1, pp. 29-43, 1993.