



یک روش تکامل یافته برای طراحی برمبنای قابلیت اطمینان به کمک مدل‌های جایگزین و کاربرد در طراحی سیستم‌های پیچیده

علی اصغر بطالبلو^۱, جعفر روشنی‌یان^{۲*}, بنیامین ابراهیمی^۳

۱- دانشجوی دکتری، مهندسی هوا فضا، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران

۲- استاد، مهندسی هوا فضا، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران

۳- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی هوا فضا، دانشگاه صنعتی خواجه نصیر الدین طوسی، تهران

* تهران، صندوق پستی ۸۳۹۱۱-۱۶۵۶۹

roshanian@kntu.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: ۰۹ شهریور ۱۳۹۶

پذیرش: ۱۴ بهمن ۱۳۹۶

ارائه در سایت: ۱۰ اسفند ۱۳۹۶

کلید واژگان:

بهینه‌سازی طراحی

طراحی بر مبنای قابلیت اطمینان

هوش محاسباتی

مدل جایگزین

شبکه عصبی

بهینه‌سازی طراحی بر مبنای قابلیت اطمینان (RBDO) برای بهینه‌سازی سیستم‌های مهندسی در حضور عدم‌قطعیت‌ها در متغیرهای طراحی، پارامترهای سیستم با هر دو آن‌ها مورد استفاده قرار گرفته است. RBDO دارای یک بخش تحلیل قابلیت اطمینان است که نیاز به مقادیر زیادی تلاش محاسباتی، به خصوص در ریاضیاتی با مسائل کاربردی دنیای واقعی دارد. برای تعديل این موضوع، یک روش جدید و کارآمد به کمک مدل‌های جایگزین در این مقاله ارائه شده است. هوش محاسباتی و روش‌های مبتنی بر تجزیه RBDO با یکدیگر ترکیب شده‌اند تا یک روش سریع برای RBDO توسعه یابد. این روش جدید مبتنی بر شبکه‌های عصبی مصنوعی به عنوان مدل جایگزین و روش بهینه‌سازی ترتیبی و ارزیابی قابلیت اطمینان (SORA) به عنوان روش RBDO است. در SORA، مسئله به یک حلقه بهینه‌سازی معین ترتیبی و یک حلقه ارزیابی قابلیت اطمینان تجزیه می‌شود به منظور بهبود کارایی محاسباتی و گسترش محدوده کاربرد روش SORA. یک نسخه تکامل یافته از آن در این مقاله پیشنهاد شده است. در روش توسعه یافته، از یک معیار برای شناسایی قیود احتمالاتی غیرفعال و جدا کردن قیود برآورده شده از حلقة ارزیابی قابلیت اطمینان استفاده شده است تا هزینه‌های محاسباتی مربوطه را کاهش یابد. بعلاوه، تغییرات بردارهای جابجایی به دست آمده برای قیود برآورده شده کنترل شده است تا در تکرار بعدی حلقة قابلیت اطمینان مقدار آن‌ها دقیقاً صفر باشد. به منظور نشان دادن کارایی و دقت روش ارائه شده، چند مثال ریاضی با سطوح پیچیدگی مقاومت و یک مثال کاربردی مهندسی حل شده و نتایج مورد بحث و بررسی قرار گرفته است.

An Augmented Surrogate-Assisted Reliability-based Design Approach and Application to Complex Systems Design

Ali Asghar Bataleblu, Jafar Roshanian*, Benyamin Ebrahimi

Aerospace Engineering Department, Khajeh Nasir Toosi University of Technology, Tehran, Iran

* P.O.B. 83911-16569 Tehran, Iran, roshanian@kntu.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper

Received 31 August 2017

Accepted 03 February 2018

Available Online 01 March 2018

Keywords:

Optimization

Reliability-based Design

Computational Intelligence

Surrogate Model

Neural Networks

ABSTRACT

Reliability-based design optimization (RBDO) has been used for optimizing engineering systems in presence of uncertainties in design variables, system parameters or both of them. RBDO involves reliability analysis, which requires a large amount of computational effort, especially in real-world application. To moderate this issue, a novel and efficient Surrogate-Assisted RBDO approach is proposed in this article. The computational intelligence and decomposition based RBDO procedures are combined to develop a fast RBDO method. This novel method is based on the artificial neural networks as a surrogate model and Sequential Optimization and Reliability Assessment (SORA) method as RBDO method. In SORA, the problem is decoupled into sequential deterministic optimization and reliability assessment. In order to improve the computational efficiency and extend the application of the original SORA method, an Augmented SORA (ASORA) method is proposed in this article. In developed method, A criterion is used for identification of inactive probabilistic constraints and refrain the satisfied constraints from reliability assessment to decrease computational costs associated with probabilistic constraints. Further, the variations of shifted vectors obtained for satisfied constraints are controlled to be exactly equal to zero for the next RBDO iteration. Several mathematical examples with different levels of complexity and a practical engineering example are solved and results are discussed to demonstrate efficiency and accuracy of the proposed methods.

ایجاد مصالحه بین افزایش قابلیت اطمینان و کاهش هزینه را فراهم می‌کند

[1]. روش‌هایی نظریه روش شاخص قابلیت اطمینان^۱ (RIA) و روش اندازه‌گیری عملکرد^۲ (PMA)، از مرسوم‌ترین روش‌های کلاسیک در این زمینه

بهینه‌سازی طراحی بر مبنای قابلیت اطمینان^۱ (RBDO) به منظور دستیابی به یک طرح بهینه با احتمال شکست مشخص است. این روش طراحی امکان

۱- مقدمه

² Reliability Index Approach

³ Performance Measure Approach

¹ Reliability based design optimization

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

A. A. Bataleblu, J. Roshanian, B. Ebrahimi, An Augmented Surrogate-Assisted Reliability-based Design Approach and Application to Complex Systems Design , *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 18, No. 03, pp. 247-258, 2018 (in Persian)

گسترش آن، هوانگ و همکارانش [10] روشی تحت عنوان SORA بهبود یافته^۶ (ESORA) و با فرض هر دو انحراف معیارهای ثابت و متغیر برای متغیرهای طراحی تصادفی و با حفظ ساختار ترتیبی ارائه نموده‌اند. در مقاله ارائه شده توسط هوانگ و همکارانش [11] نیز سعی شده است تا پایداری همگرایی به پاسخ بهینه در روش SORA با استفاده از یک استراتژی جابجایی افزایشی برای جابجایی مرز قیود SORA، تضمین گردد. بی و همکارانش [12] با هدف افزایش کارایی روش SORA و دستیابی به نتایج مقاومت توانستند تا یک روش تقریبی از SORA را برای مسائل RBDO ارائه نمایند. در روشی که آن‌ها ارائه نمودند با استفاده از تقریب زدن MPP و همچنین PPM در تحلیل قابلیت اطمینان بر روش SORA، دیگر نیازی به ارزیابی توابع عملکردی در بهینه‌سازی قطعی نخواهد بود. جیانگ و همکارانش [13] نیز یک روش RBDO به منظور طراحی بر مبنای قابلیت اطمینان مسائل زمان-متغیر ارائه نموده‌اند.

با وجود تلاش‌های فراوانی که در زمینه توسعه روش‌های RBDO صورت پذیرفته است، همچنان بهبود کارایی و کاهش هزینه‌های محاسباتی از چالش‌های مهم در این زمینه به شمار می‌روند. در این مقاله، به منظور بهبود هرچه بیشتر کارایی محاسباتی در روش SORA، یک نسخه تکامل یافته از آن تحت عنوان^۷ ASORA توسعه یافته است تا با جلوگیری از انجام تحلیل قابلیت اطمینان برای قیود احتمالاتی برآورده شده، هزینه محاسباتی کل فرایند RBDO را از طریق کاهش تعداد فراخوانی قیود احتمالاتی تا حد ممکن کاهش دهد. به علاوه، به منظور بهبود هر چه بیشتر کارایی محاسباتی، از روش‌های فرامدل‌سازی استفاده شده است تا با جایگزین نمودن قیود احتمالاتی سنگین با توابع تقریبی ساده، بار محاسباتی ناشی از محاسبه قیود احتمالاتی کاهش داده شوند. لازم به ذکر است که، کاربرد هوش محاسباتی در کنار روش‌های طراحی آزمایش‌ها و فرامدل‌سازی به منظور حل مسائل بهینه‌سازی پیچیده مانند RBDO، زمینه جدید و نوظهوری است که در دهه اخیر توجه سپیار زیادی را به خود جلب کرده است [14].

از جمله محبوب‌ترین روش‌های فرامدل‌سازی عبارتند از: چند جمله‌ای سطح پاسخ^۸، شبکه‌های عصبی^۹، کریگینگ^{۱۰} و برازش تابع پشتیبان^{۱۱}. جین و همکاران [15] اثربخشی استفاده از مدل‌های جایگزین را در مسائل بهینه‌سازی تحت نامعینی‌ها مورد بررسی قرار داده‌اند، که در آن از فرامدل کریگینگ به جای مدل اصلی استفاده شده است. آگاروال و ریناود [16] و یون و چوی [17] از جمله افراد فعال در این زمینه می‌باشند که فرامدل سطح پاسخ را برای RBDO به کار برده‌اند. هیون و چائی [18] استفاده از روش بهینه‌سازی تابع نامعینی‌ها مورد بررسی قرار داده‌اند، که در آن از فرامدل کریگینگ ارائه نموده‌اند. لیو و همکارانش [19] یک روش نمونه‌برداری تطبیقی برای RBDO با استفاده از برازش تابع پشتیبان و کریگینگ ارائه نموده‌اند. دای و کائو [20] با ترکیب برازش تابع پشتیبان و شبکه عصبی یک روش برای ارزیابی قابلیت اطمینان در طراحی سازه ارائه کرده‌اند. در این مقاله، با ترکیب فرامدل شبکه عصبی و روش ASORA، روشی ترکیبی تحت عنوان^{۱۲} SA-ASORA برای حل مسائل RBDO ارائه شده است. به علاوه، به منظور افزایش دقت فرامدل ساخته شده در طول فرایند همگرایی به نقطه قابل اطمینان، فرامدل از پیش

هستند. مشکل اساسی در به کارگیری این روش‌ها بر محاسباتی قبل توجه آن‌ها می‌باشد که ناشی از فرایند تحلیل نامعینی‌ها است. از این‌رو، همان‌طور که در بسیاری از مراجع بیان شده است، روش‌های کلاسیک به دلیل مشکلات بار محاسباتی متنج شده از محاسبه قیود قابلیت اطمینان، دارای سرعت همگرایی پایین و یا حتی عدم همگرایی هستند [2]. برای اولین بار، تو و همکارانش [3] مفهوم جدیدی را تحت عنوان روش PMA ارائه نمودند. در این روش، با استفاده از حل یک مسئله قابلیت اطمینان معکوس، شاخص احتمالاتی به شاخص عملکرد تبدیل می‌شود و سپس جستجو به دنبال نقطه‌ای با عملکرد پایین بر روی صفحه قابلیت اطمینان مطلوب صورت می‌گیرد [4]. به این دلیل که محاسبه شاخص قابلیت اطمینان در RIA و یا محاسبه شاخص عملکرد احتمالاتی^۱ (PPM) در PMA اساساً یک روش بهینه‌سازی می‌باشند، روش‌های کلاسیک برای حل مسائل RBDO به صورت یک بهینه‌سازی دو حلقه‌ای و براساس الگوریتم ارتباطی میان محاسبه احتمالاتی و بهینه‌سازی انجام می‌پذیرد. بنابراین، باید به این نکته توجه داشت که هزینه محاسباتی ساختارهای دو حلقه‌ای، به ویژه زمانی که مسئله دارای تعداد بسیار زیادی قیود احتمالاتی یا توابع عملکردی غیرخطی باشد، بسیار قابل توجه و طاقت‌فرسا خواهد بود. به منظور رفع یا تعدیل این مشکلات، روش‌های تقریبی مختلفی نظری روش‌های تک-حلقه‌ای و تفکیک شده، توسعه یافته‌اند. روش ترتیبی بهینه‌سازی و ارزیابی قابلیت اطمینان^۲ (SORA) از جمله روش‌هایی است که به منظور بهبود روش‌های RBDO توسعه یافته است.

در روش SORA که توسط دو و چن [5] ارائه گردید از یک استراتژی تک-حلقه شامل بهینه‌سازی و ارزیابی قابلیت اطمینان استفاده می‌گردد. از آن جایی که در روش SORA، تحلیل قابلیت اطمینان و بهینه‌سازی معین به صورت ترتیبی صورت می‌پذیرند، بهینه‌سازی معین نیازمند ارزیابی قیود جابه‌جا شده می‌باشد. همچنین با به کارگیری این روش، در روند یافتن اطلاعات قابلیت اطمینان که با استفاده از تحلیل قابلیت اطمینان معکوس صورت می‌پذیرد، حساسیت و مقدار توابع قیود احتمالاتی در MPP محاسبه می‌گردد. در طراحی برمبنای قابلیت اطمینان، همواره انتگرال‌گیری‌های مستقیم نیازمند محاسبات بسیار سنگین ریاضیاتی می‌باشند. به منظور رفع این مشکل، دو و همکارانش [6] مدلی از روش SORA را با هدف بهبود بهره‌وری در رویارویی با مسائل بهینه‌سازی طراحی چندموضعی^۳ (MDO) بر مبنای قابلیت اطمینان ارائه نموده‌اند. ایده اصلی به کار گرفته شده در این روش بر پایه تفکیک تحلیل قابلیت اطمینان از حلقة طراحی چندموضعی معین بوده است. به این صورت که، تحلیل قابلیت اطمینان و حلقة طراحی چندموضعی معین در قالب یک حلقة ترتیبی قابل اجرا خواهد بود. در ادامه، چو و همکارانش [7] با استفاده از روش‌های تقریب حرکت خط مجانبی^۴ (MMA) توانستند تا به یک روش SORA بهبود یافته دست یابند. هرچند که پس از آن، آقای چو و همکارانش [8] نیز با استفاده از خطی‌سازی محدب^۵ موفق به ارائه روشی بهبود یافته از روش SORA گردیدند. در مقاله‌ای که لی و همکارانش [9] ارائه داده‌اند، یک فرمول‌بندی متقاوت از طراحی برمبنای قابلیت اطمینان به روش SORA و در حضور نامعینی‌های فازی ارائه گردیده است. به منظور بهره‌وری هر چه بیشتر روش SORA و

⁶ Enhanced SORA⁷ Augmented SORA⁸ Polynomial response surface⁹ Neural Networks¹⁰ Kriging¹¹ Support Vector regression¹² Surrogate-Assisted ASORA¹ Probabilistic performance measure² Sequential Optimization and Reliability Assessment³ Multidisciplinary Design Optimization⁴ Methods of moving asymptotes⁵ Convex linearization

که P احتمال شکست و φ تابع چگالی احتمال می‌باشد. با این حال در این انتگرال، پیدا کردن یک بیان تحلیلی برای هر کدام از قیود غیرممکن است. بنابراین برای تخمین مقدار انتگرال معادله (4) می‌توان از یک تقریب آماری براساس نمونه‌برداری و یا روش‌های بهینه‌سازی بهره برد.

ایده اصلی به کار رفته در روش‌های قابلیت اطمینان برمبنای بهینه‌سازی بر پایه تعیین نقطه‌ای از مزقيود مسئله می‌باشد که کمترین فاصله را با پاسخ معین دارد. برای چنین روندی باید با استفاده از تبدیلات رزنبلاط [12]، دستگاه مختصات سیستم را از فضای حقیقی X به دستگاه مختصات در فضای نرمال U انتقال داد که در چنین فضایی متغیرهای تصادفی استاندار نرمال با استفاده از مقدار میانگین صفر و انحراف معیار واحد مشخص می‌گردد.

در این فضا سطح فوقانی $0 = g(\vec{X}, \vec{d}, \vec{p})$ و یا معادل آن $0 = g_j(\vec{U})$ با استفاده از تقریب مرتبه اول در MPP تقریب زده خواهد شد. به عبارت دیگر MPP مطابق با شاخص قابلیت اطمینان R می‌باشد که از تقریب مرتبه اول $R = \Phi(-\beta_j)$ به دست می‌آید. فرمول‌بندی رایج مسئله RBDO به صورت زیر بیان می‌گردد.

$$\begin{aligned} & \text{کمینه کردن} & f(\vec{X}, \vec{d}, \vec{p}) \\ & \text{نسبت به} & \Pr\{G_j(\vec{X}, \vec{d}, \vec{p}) \leq 0\} \geq \Phi(-\beta_j), \\ & & j = 1, \dots, n \\ & & \vec{X}^L \leq \vec{X} \leq \vec{X}^U \\ & & \vec{d}^L \leq \vec{d} \leq \vec{d}^U \end{aligned} \quad (5)$$

که $f(\cdot)$ تابع هدف، \vec{d} بردار متغیرهای طراحی معین، \vec{X} و \vec{p} به ترتیب بردار متغیرها و پارامترهای طراحی نامعین، \vec{p} تابع قیود احتمالاتی، $G_j(\vec{X}, \vec{d}, \vec{p})$ تابع توزیع تجمعی و β_j شاخص قابلیت اطمینان مد نظر برای قید احتمالاتی زیام می‌باشد.

روش‌های دو حلقه‌ای PMA و RIA از متداول‌ترین روش‌ها در حل مسائل RBDO می‌باشند. ولی با این حال در حل مسائل RBDO روش SORA روش کارآمدتری بوده و تبدیل ساختارهای دو حلقه‌ای به تک حلقه‌ای و یا یک حلقه سری موجب افزایش کارایی آن در مسائل RBDO شده است [23,22].

2- روشناسخ قابلیت اطمینان

ساختار روش RIA براساس تعیین این موضوع که آیا قیود احتمالاتی براساس شاخص قابلیت اطمینان برآورده می‌گرددند یا خیر می‌باشد [23]. در این روش حلقة خارجی مسئله RBDO به صورت زیر تعریف خواهد گردید.

$$\begin{aligned} & \text{کمینه کردن} & f(\vec{d}, \vec{p}) \\ & \text{نسبت به} & \beta_j(\vec{U}) \geq \beta_j^t, \quad j = 1, \dots, n \\ & & \vec{d}^L \leq \vec{d} \leq \vec{d}^U \end{aligned} \quad (6)$$

در این روش، مسئله بهینه‌سازی حلقة داخلی به منظور تحلیل قابلیت اطمینان به صورت زیر و در فضای استاندار نرمال تعریف می‌گردد.

$$\begin{aligned} & \text{کمینه کردن} & \| \vec{U} \| \\ & \text{نسبت به} & G_j(\vec{U}, \vec{d}) = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

که \vec{U} بردار متغیرهای نامعین با توزیع نرمال در فضای استاندار نرمال بوده و $G_j(\cdot)$ قید احتمالاتی می‌باشد که در فضای استاندار نرمال تعریف شده است. با حل معادله (7) می‌توان MPP را که به عنوان نقطه بهینه u^* در فضای استاندار نرمال و x^* در فضای اصلی (حقیقی) تعریف می‌گردد، به دست آورد.

ساخته شده در هر تکرار فرایند RBDO به روز رسانی می‌شود. به منظور نشان دادن کارایی و دقت روش ارائه شده، چند مسئله ریاضی با سطح پیچیدگی متفاوت و طراحی مسیر یک ماهواره‌بر به عنوان یک مثال کاربردی مهندسی با بار محاسباتی زیاد حل شده است. سپس، نتایج به ازای روش‌های مختلف مورد بحث و بررسی قرار گرفته است.

2- طراحی بهینه برمبنای قابلیت اطمینان

یک مسئله بهینه‌سازی معین در حالت معمول به صورت زیر بیان می‌گردد:

$$\begin{aligned} & \text{کمینه کردن} & f(\vec{d}, \vec{p}) \\ & \text{نسبت به} & g_j(\vec{d}, \vec{p}) \leq 0, \quad j = 1, \dots, n \\ & & \vec{d}^L \leq \vec{d} \leq \vec{d}^U \end{aligned} \quad (1)$$

که $f(\cdot)$ تابع هدف، \vec{d} بردار متغیرهای طراحی، \vec{p} بردار پارامترهای طراحی، (\cdot) g_j تابع قیود و \vec{d}^L و \vec{d}^U به ترتیب حد بالا و پایین بردار متغیرهای طراحی هستند. در مسئله بهینه‌سازی معین، نامعینی‌های موجود در سیستم به صورت مستقیم قابل لحاظ شدن نمی‌باشند. در مسئله بهینه‌سازی برمبنای قابلیت اطمینان که به شکل معادله (2) فرمول‌بندی می‌شود، متغیرها و پارامترهای طراحی معین و نامعین هر دو به صورت همزمان در مسئله بهینه‌سازی در نظر گرفته می‌شود.

$$\begin{aligned} & \text{کمینه کردن} & f(\vec{X}, \vec{d}, \vec{p}) \\ & \text{نسبت به} & g_j(\vec{X}, \vec{d}, \vec{p}) \leq 0, \quad j = 1, \dots, n \\ & & \vec{X}^L \leq \vec{X} \leq \vec{X}^U \\ & & \vec{d}^L \leq \vec{d} \leq \vec{d}^U \end{aligned} \quad (2)$$

در معادله فوق، \vec{X} بردار متغیرهای طراحی نامعین و \vec{p} مجموعه‌ای از پارامترهای نامعین می‌باشند که معمولاً با یک توزیع احتمالاتی نرمال با مقدار میانگین μ و ماتریس کوواریانس σ^2 معروفی می‌شوند. در این دست از مسائل، باید از نقطه طراحی حاصل از بهینه‌سازی معین در جهت فضای امکان‌پذیر مسئله به اندازه‌ای فاصله گرفت تا قابلیت اطمینان مدنظر فراهم شود. از سوی دیگر، هر چه از نقطه طراحی بهینه معین در جهت فضای امکان‌پذیر طراحی دورتر شویم قابلیت اطمینان سیستم افزایش می‌یابد ولی به همان اندازه سیستم از بهینگی دور می‌شود. از این‌رو، مسئله RBDO کمک می‌کند تا بین قابلیت اطمینان و بهینگی مصالحه قابل قبولی حاصل شود. به این صورت که، برای دستیابی به قابلیت اطمینان مطلوب R ، مطلوبست تا نقطه‌ای از فضای امکان‌پذیر را انتخاب گردد که تحت تأثیر نامعینی‌ها احتمال نقض قیود احتمالاتی کمتر از $R - 1$ شود.

به منظور محقق ساختن چنین نتایجی، مسئله بهینه‌سازی بیان شده در معادله (2) نیازمند تعریف جدیدی از مسائل بهینه‌سازی برمبنای قابلیت اطمینان می‌باشد. این دسته از مسائل به دلیل وجود متغیرهای و پارامترهای طراحی نامعین، تابع هدف و تابع قیود احتمالاتی به صورت یک مسئله نامعین تعریف می‌گرددند.

$$\begin{aligned} & \text{کمینه کردن} & f(\vec{X}, \vec{d}, \vec{p}) \\ & \text{نسبت به} & \Pr\{g_j(\vec{X}, \vec{d}, \vec{p}) \leq 0\} \geq R_j, \\ & & j = 1, \dots, n \\ & & \vec{X}^L \leq \vec{X} \leq \vec{X}^U \\ & & \vec{d}^L \leq \vec{d} \leq \vec{d}^U \end{aligned} \quad (3)$$

که R_j قابلیت اطمینان برآورده شدن قید j -ام بوده که می‌توان احتمال شکست قید زیام را به صورت P_j با فرمول ریاضی معادله (4) بیان نمود.

$$P_j(\vec{X}, \vec{d}, \vec{p}) = \int_{g_j(\vec{X}, \vec{d}, \vec{p})} \varphi(\vec{X}, \vec{p}) d\vec{X} d\vec{p} \quad (4)$$

3- بهینه‌سازی طراحی به کمک فرآمدل شبکه عصبی

یک مدل جایگزین، یک تخمین ریاضی از یک مدل هزینه‌بر محاسباتی یا یک شبیه‌سازی پیچیده است. به بیان دیگر، فرآمدل مدلی از یک مدل است [14]. فرمول‌بندی‌های ریاضی مختلفی برای مدل‌های جایگزین مورد استفاده قرار می‌گیرند. بعضی از این فرمول‌اسیون‌ها برای تخمین سراسری مناسب هستند، یعنی می‌توانند نماینده تمام فضای طراحی قرار گیرند. در حالی که برخی دیگر برای تخمین محلی (بخشی از فضای طراحی) مناسب هستند. از سوی دیگر دقت فرآمدل‌ها به عوامل مختلفی مانند ابعاد، فضای مسئله و تعداد نقاط نمونه‌برداری شده برای آموزش فرآمدل بستگی دارد. ساخت یک فرآمدل برای مسائل طراحی نامعین که در آن فضای مسئله با افزایش نامعینی‌ها و برهمن کنش‌های بین موضوعات دخیل در طراحی به شدت غیرخطی خواهد شد، پیچیدگی‌های خاص خود را داراست. از این رو راهبردهای متفاوتی برای به کارگیری فرآمدل‌ها مطرح می‌شود که از آن تحت عنوان مدیریت فرآمدل نام برده می‌شود [14]. روند نمای کلی ساخت یک فرآمدل در "شکل 2" نشان داده شده است.

فرآمدل شبکه عصبی چند لایه یکی از بهترین مدل‌های جایگزین است که در صورت تنظیم صحیح پارامترهای آن، در مقایسه با سایر فرآمدل‌ها برای تقریب فضاهای بسیار پیچیده بسیار مناسب است [25]. از این رو در این مقاله، فرآمدل شبکه عصبی به صورت تطبیقی مورد استفاده قرار گرفته است. بدین صورت که، در هر تکرار از فرایند بهینه‌سازی طراحی برمبنای قابلیت اطمینان به روش SORA، نقطه طراحی حاصل شده به نقاط از پیش تعیین شده برای آموزش فرآمدل اضافه شده و مجدد فرآمدل ساخته می‌شود و در تکرار بعدی از فرآمدل به روزرسانی شده در تحلیل قابلیت اطمینان استفاده می‌گردد.

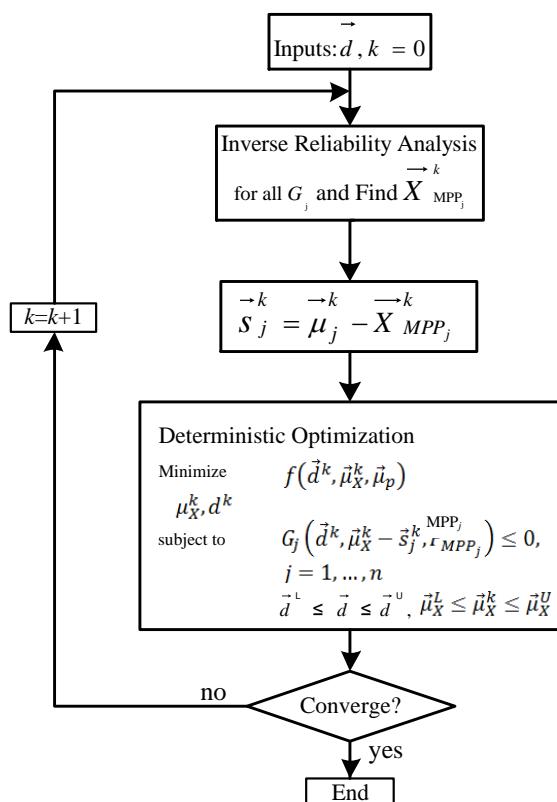


Fig. 1 Flowchart of SORA method [24]

[24] SORA شکل 1 فلوچارت روش

2- روش اندازه‌گیری عملکرد

روش PMA با استفاده از جستجوی حداقل مقدارتابع قید در شرایطی که شاخص قابلیت اطمینان هدف را برآورده نماید، به نتایج قابل اطمینان دست می‌یابد. مسئله RBDO بر پایه PMA به صورت زیر تعریف می‌گردد.

$$\begin{aligned} & f(\vec{d}, \vec{p}) \quad \text{کمینه کردن} \\ & G_{mj}(\vec{d}, \vec{p}) \leq 0, \quad j = 1, \dots, n \quad \text{نسبت به} \\ & \vec{d}^L \leq \vec{d} \leq \vec{d}^U \end{aligned} \quad (8)$$

که G_{mj} ماکریم مقدار قید ز-ام می‌باشد. در این روش مسئله بهینه‌سازی حلقه داخلی به منظور ارزیابی قابلیت اطمینان به صورت زیر و در فضای استاندارد نرمال تعریف می‌گردد.

$$\begin{aligned} & G_{mj} = \max G_j(\vec{U}) \quad (9) \\ & \|\vec{U}\| = \beta_j^t \quad \text{نسبت به} \end{aligned}$$

فرمول‌بندی تحلیل قابلیت اطمینان در روش PMA به صورت تحلیل قابلیت اطمینان معکوس نسبت به روش RIA بیان می‌گردد. بنابراین نتیجه به دست آمده از روش PMA تحت عنوان محتمل‌ترین نقطه معکوس (IMPP) بیان می‌گردد. بنابراین، در نقطه U^* حاصل شده در روش PMA، قید $G(U)$ کمترین مقدار ممکن را خواهد داشت.

2- روش بهینه‌سازی ترتیبی و ارزیابی قابلیت اطمینان (SORA)

در روش SORA از یک استراتژی تک حلقه بهره می‌برد که در آن بهینه‌سازی و ارزیابی قابلیت اطمینان به صورت سری انجام می‌شوند. در هر سیکل از روش SORA، بهینه‌سازی و تحلیل قابلیت اطمینان به صورت مجزا صورت می‌پذیرند. بنابراین نیازی به تحلیل قابلیت اطمینان درون ساختار بهینه‌سازی نبوده و موجب تسهیل فرایند طراحی می‌گردد [24].

مفهوم کلیدی در روش SORA انتقال و جایه‌جایی مرز قیود نقض شده در جهت امکان‌پذیر و ممانعت از جایه‌جایی مرز قیودی است که برآورده شده‌اند. در این روش با تحلیل قابلیت اطمینان براساس MPP و نقاط بهینه چرخه قابلی، MPP جدید به دست می‌آید. در نتیجه بردار انتقالی مشابه معادله (10) به دست می‌آید. باید توجه داشت که هر قید احتمالاتی بردار انتقال و در نتیجه MPP مختص به خود را داراست. زمانی که MPP جدید به دست آمده به قدر کافی نزدیک به نقطه بهینه حاصله از بهینه‌ساز در سیکل قبل باشد، تغییرات بردار انتقال در هر سیکل به سمت صفر میل خواهد نمود که موجب عدم جایه‌جایی مرز قیود می‌گردد. چنین روندی تا زمانی که تمامی قیود احتمالاتی برآورده نگردد مرتباً در هر سیکل تکرار خواهد شد.

$$\vec{s}_j^k = \vec{\mu}_X^k - \vec{X}_{MPP_j}^k \quad (10)$$

که $\vec{\mu}_X^k$ بردار مقدار میانگین متغیرهای نامعین و $X_{MPP_j}^k$ معرف MPP برای قید احتمالاتی ز-ام در هر سیکل می‌باشد. با استفاده از روش SORA، فرمول‌بندی مسئله بهینه‌سازی به صورت زیر بیان می‌گردد.

$$\begin{aligned} & f(\vec{d}^k, \vec{\mu}_X^k, \vec{\mu}_p^k) \quad \text{کمینه کردن} \\ & \vec{\mu}_X^k, d^k \quad \text{نسبت به} \\ & G_j(\vec{d}^k, \vec{\mu}_X^k - \vec{s}_j^k, \vec{P}_{MPP_j}^k) \leq 0, \quad (11) \\ & j = 1, \dots, n \\ & \vec{d}^L \leq \vec{d} \leq \vec{d}^U, \quad \vec{\mu}_X^L \leq \vec{\mu}_X^k \leq \vec{\mu}_X^U \end{aligned}$$

که \vec{d}^k بردار متغیرهای طراحی معین، $\vec{\mu}_X^k$ بردار مقدار میانگین متغیرهای طراحی نامعین و $\vec{\mu}_p^k$ مقدار میانگین پارامترهای طراحی نامعین می‌باشند. فلوچارت روش SORA در "شکل 1" نشان داده شده است.

آن است که قید احتمالاتی مربوطه برآورده گردیده است. بنابراین، مقدار تغییرات بردار انتقال قیود برآورده شده برابر صفر (معادله (13)) و MPP تکرار بعد برابر با MPP تکرار جاری خواهد بود (معادله (14)).

$$G \left(-\beta_t \left(\frac{\nabla G(u_{MPP}^{k-1})}{\|\nabla G(u_{MPP}^{k-1})\|} \right) \right) \geq 0 \quad (12)$$

که u_{MPP}^{k-1} معرف MPP تکرار قبل در فضای استاندارد نرمال، ∇G بردار گرادیان تابع عملکرد در نقطه u_{MPP}^{k-1} و k بیان کننده تکرار k -ام می‌باشد.

$$\vec{s}_j^k = \vec{s}_j^{k-1} + \Delta \vec{s}, \quad \Delta \vec{s} = 0 \quad (13)$$

$$\begin{aligned} u_{MPP,j}^k &= u_{MPP,j}^{k-1} \\ X_{MPP,j}^k &= X_{MPP,j}^{k-1} \end{aligned} \quad (14)$$

که $\Delta \vec{s}$ تغییرات بردار انتقال بوده که برای توابع عملکرد غیرفعال برابر صفر می‌باشد.

آنچه بیان شد، برای یک سیستم با دو متغیر طراحی نامعین و سه قید احتمالاتی در "شکل 3" نشان داده شده است. همان‌طور که در "شکل 3" دیده می‌شود، پس از انتقال مرز قیود، نقطه MPP قابل اعتماد بر روی مرز دو قید اول و دوم قرار گرفته است. با توجه به شکل می‌توان دریافت که تنها با انتقال قیود احتمالاتی اول و دوم، نقطه MPP موردنظر به دست می‌آید و انتقال مرز قید احتمالاتی سوم تأثیری در نتیجه نهایی خواهد داشت.

این روش موجب کاهش چشم‌گیر تعداد فراخوانی توابع در تحلیل قابلیت اطمینان می‌گردد. از طرفی اگر قیود احتمالاتی همچنان فعال باشند، بردار انتقال مربوطه براساس روش SORA و با استفاده از معادله (10) محاسبه می‌گردد.

به منظور تعدیل هر چه بیشتر بار محاسباتی در طراحی برمبنای قابلیت اطمینان، در روش پیشنهادی با نمونه‌برداری از فضای طراحی به روش لاتینی معکبی برای توابع هدف و قیود مسئله طراحی فرامدل‌هایی مجزا از نوع شبکه عصبی ساخته می‌شود. سپس، نقطه منتج شده در هر تکرار روش ASORA به مجموعه نقاط استخراج شده اولیه برای آموزش فرامدل‌ها اضافه شده و مجدد فرامدل‌ها ساخته شده و در تکرار بعد استفاده خواهد شد. فلوچارت روش ASORA به کمک مدل جایگزین (SA-ASORA) در "شکل 4" نشان داده شده است. در طراحی نامعین، محدوده در نظر گرفته شده برای نمونه-برداری از متغیرها و پارامترهای طراحی نامعین به صورت معادله (15) تعریف

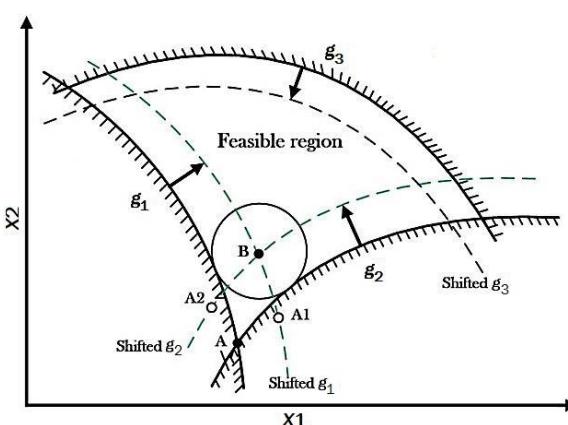


Fig. 3 Concept of the constraints boundary shift in ASORA method.

شکل 3 مفهوم جابجایی مرز قیود در روش ASORA

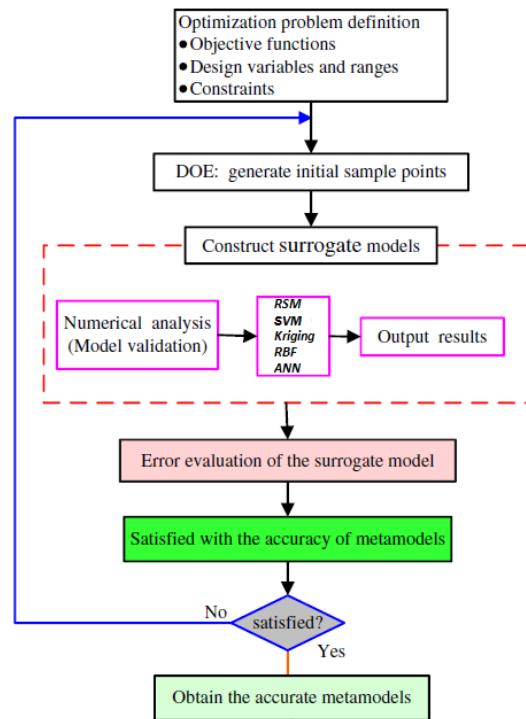


Fig. 2 General process of creating a metamodel.

شکل 2 روندnamای کلی ساخت یک فرآمدل

4-روش پیشنهاد شده

همان‌طور که در بخش مقدمه مقاله نیز بیان شد، روش پیشنهاد شده در این مقاله برمبنای ترکیب فرامدل شبکه عصبی به همراه یک روش جدید برای بهبود عملکرد روش SORA است که در این قسمت به معرفی آن پرداخته خواهد شد.

4-1-روش SORA تکامل یافته به کمک مدل جایگزین (SA-ASORA)

همان‌گونه که پیش‌تر بیان گردید، روش SORA با سری نمودن چرخه تحلیل قابلیت اطمینان و بهینه‌سازی موجب تکیک ساختارهای دو حلقه‌ای [24]. مفهوم کلیدی در ارتباط با روش SORA جابجایی مرز قیود احتمالاتی نقض شده و عدم جابجایی مرز قیودی احتمالاتی است که برآورده گردیده باشند. در روش SORA، اگرچه تغییرات بردار انتقال در هر سیکل برای قیودی که برآورده شده‌اند مقداری برابر یا نزدیک به صفر خواهد بود، اما تا زمانی که تمامی قیود احتمالاتی برآورده نگردد، تحلیل قابلیت اطمینان در هر تکرار برای تمامی قیود احتمالاتی صورت خواهد پذیرفت. اما باید توجه داشت که تحلیل قابلیت اطمینان برای قیودی که برآورده شده‌اند موجب تحمیل بار محاسباتی خواهد گردید. همچنین نمی‌توان انتظار داشت که تغییرات بردار انتقالی که در هر تکرار برای قیدهای احتمالاتی برآورده شده به دست می‌آیند دقیقاً برابر صفر باشد. زیرا که تحلیل‌های قابلیت اطمینان تنها با MPP صورت نخواهد پذیرفت و تحلیل قابلیت اطمینان علاوه بر MPP تکرار قبل نیازمند نقاط بهینه‌ای که در هر تکرار به دست می‌آیند نیز می‌باشد [22]. به منظور جلوگیری از تأثیر چنین عواملی و همچنین کاهش تعداد فراخوانی‌های توابع قیود احتمالاتی در تحلیل قابلیت اطمینان روش ASORA ارائه گردیده است. در روش ASORA با استفاده از معادله (12) می‌توان بررسی نمود که کدام یک از قیود احتمالاتی همچنان فعال و کدام یک از قیود احتمالاتی غیرفعال می‌باشند. غیرفعال بودن قیود احتمالاتی نشان‌دهنده

این نکته توجه شود که با افزایش نمونه‌برداری می‌توان دقت ساخت فرآمدل را افزایش داد ولی باید بین تعداد نمونه‌برداری و بار محاسباتی آن مصالحه برقرار شود. از سوی دیگر افزایش بیش از حد نمونه‌برداری باعث بروز خطای "طبیق بیش از حد" در برخی فرآمدل‌ها مانند شبکه عصبی می‌شود. به منظور پیش‌گیری از چنین رویدادی، باید فرآمدل ساخته شده قبل از استفاده در روند طراحی روی مجموعه‌ای از نقاط تصادفی از فضای مسئله تست شود تا از صحت کیفیت فرآمدل در کل فضای طراحی اطمینان حاصل شود.

قبل از استفاده از یک فرآمدل در روند طراحی کیفیت آن باید بررسی گردد. یکی از رایجترین معیارهای ارزیابی کیفیت فرآمدل‌ها "میانگین مربعات خطأ" است که در معادله (17) تعریف شده و در این مقاله نیز مورد استفاده قرار گرفته است.

$$MSE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (f(X_i) - y_i)^2 \quad (17)$$

که N تعداد نقاط به کار رفته برای تست فرآمدل، $f(\cdot)$ مقدارتابع اصلی و y مقدار پیش‌بینی شده به ازای نقاط ورودی می‌باشد.

5- مثال‌های ریاضی

در این بخش، استراتژی ارائه شده برای بهینه‌سازی طراحی برمبنای قابلیت اطمینان چند مسئله ریاضی تک-موضوعی، چند موضوعی و چند هدفه به کار رفته است. از آن جایی که مثال‌های ارائه شده در این قسمت توابعی ریاضی هستند که محاسبه آن‌ها با محاسباتی چندانی ندارد، به منظور مقایسه عملکرد روش‌های مختلف تعداد فراخوانی توابع هدف و قیود احتمالاتی در هر یک از روش‌ها ارائه شده است.

5-1- مسائل RBDO تک موضوعی

5-1-1- مسئله اول

این مسئله یک مسئله رایج در مطالعه بر روی روش‌های RBDO است و به صورت زیر تعریف گردیده است [27]:

$$\begin{aligned} f(\bar{d}) &= d_1 + d_2 \\ \Pr[G_i(\bar{X}) > 0] &\leq \Phi(-\beta_i^t), \quad i = 1, \dots, 8 \\ G_1(\bar{X}) &= \frac{X_1^2 X_2}{20} - 1, \\ G_2(\bar{X}) &= \frac{(X_1 + X_2 - 5)^2}{30} + \frac{(X_1 - X_2 - 12)^2}{120} - 1, \\ G_3(\bar{X}) &= \frac{80}{(X_1^2 + 8X_2 + 5)} - 1, \\ \beta_1^t &= \beta_2^t = \beta_3^t = 3 \\ 0 \leq d_i &\leq 10, \quad i = 1, 2 \\ X_i &\sim N(\mu_i, \sigma_i), \quad i = 1, 2 \\ \bar{d}^0 &= [3.1107, 2.0609] \end{aligned} \quad (18)$$

که در آن d_i و X_i به ترتیب متغیرهای طراحی معین و نامعین هستند. f تابع هدف و G_i قیود طراحی می‌باشدند. Φ تابع توزیع تجمعی و β شاخص قابلیت اطمینان است. μ_i و σ_i به ترتیب میانگین و انحراف معیار متغیرهای طراحی نامعین هستند. در این مسئله میانگین برابر مقدار متغیر طراحی معین مربوطه و انحراف معیار برابر ۰.۳ در نظر گرفته شده است. همچنین شاخص قابلیت اطمینان برای تمام قیود احتمالاتی برابر ۳ فرض شده است. تمامی متغیرهای تصادفی به صورت مستقل و دارای توزیع نرمال می‌باشند.

به منظور افزایش سرعت همگرایی و دست یافتن به پاسخ بهینه سراسری، برای تابع هدف و هر یک از قیود مسئله با استفاده از فرآمدل شبکه عصبی یک مدل جایگزین ساخته شده است و در روند طراحی به روزرسانی و مورد

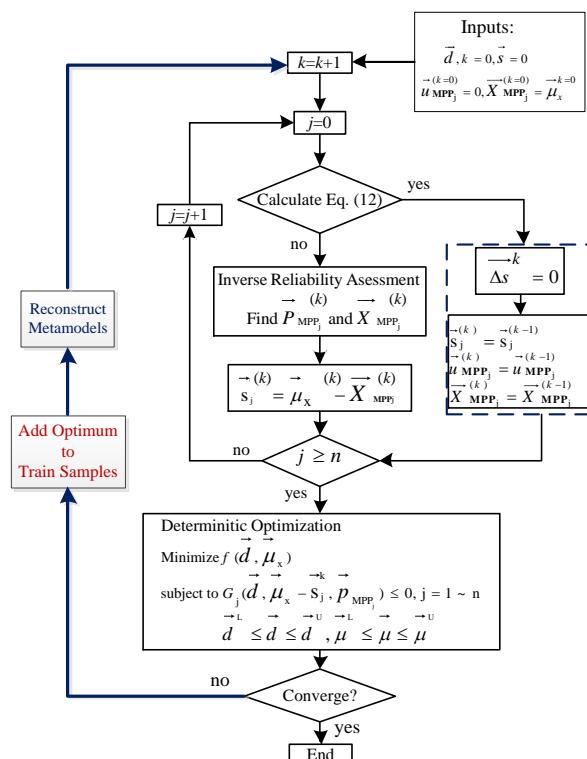
می‌شود و علاوه بر متغیرهای طراحی نامعین، پارامترهای طراحی نامعین نیز به عنوان ورودی مدل در نمونه‌برداری لحاظ می‌شوند [25].

$$\mu_i - 3\sigma_i \leq X_i \leq \mu_i + 3\sigma_i, \quad i = 1, \dots, n \quad (15)$$

"شکل 5" نقاط حاصل از نمونه‌برداری به روش لاتینی مکعبی را برای یک مسئله با دو متغیر طراحی نامعین نشان می‌دهد. به منظور تضمین دقت نمونه‌برداری به روش لاتینی مکعبی، حداقل تعداد نمونه موردنیاز برای یک مسئله با n متغیر طراحی برابر است با [26]:

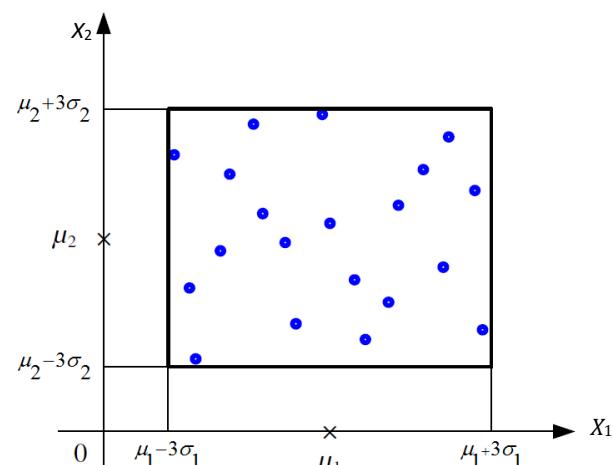
$$n_s = \frac{(n+1)(n+2)}{2} \quad (16)$$

که n_s تعداد حداقل نمونه‌برداری مورد نیاز از فضای مسئله می‌باشد. باید به



شکل 4 فلوچارت روش SA-ASORA

شکل 4 فلوچارت روش SA-ASORA



شکل 5 نمونه‌برداری برای یک مسئله دو متغیره

شکل 5 نمونه‌برداری برای یک مسئله دو متغیره

ریاضی مسئله در معادله (19) تعریف شده است. تمامی متغیرهای تصادفی به صورت مستقل و دارای توزیعی نرمال می‌باشند.

در کل فضای طراحی، 50 نقطه طراحی به روش نمونه‌برداری لاتینی مکعبی استخراج شده و براساس مقدار تابع هدف و قیود در هر یک از این نقاط مدل‌های جایگزین اولیه ساخته می‌شوند. این مجموعه نقاط به کار رفته برای آموزش فرامدل اولیه، در هر تکرار روش SA-ASORA به روزرسانی خواهد شد.

:کمینه کردن

$$f(\bar{d}) = d_1^2 + d_2^2 + d_1 d_2 - 14d_1 - 16d_2 + (d_3 - 10)^2 + 4(d_4 - 5)^2 + (d_5 - 3)^2 + 2(d_6 - 1)^2 + 5d_7^2 + 7(d_8 - 11)^2 + 2(d_9 - 10)^2 + (d_{10} - 7)^2 + 45$$

نسبت به

$$\Pr[G_i(\bar{X}) > 0] \leq \Phi(-\beta_i^t), i = 1, \dots, 8$$

$$G_1(\bar{X}) = \frac{4X_1 + 5X_2 - 3X_7 + 9X_8}{105} - 1,$$

$$G_2(\bar{X}) = \frac{10X_1 - 8X_2 - 17X_7 + 2X_8}{105} - 1,$$

$$G_3(\bar{X}) = \frac{-8X_1 + 2X_2 + 5X_9 - 2X_{10}}{12} - 1,$$

$$G_4(\bar{X}) = \frac{-8X_1 + 2X_2 + 5X_9 - 2X_{10}}{12} - 1,$$

$$G_5(\bar{X}) = \frac{5X_1^2 + 8X_2 + (X_3 - 6)^2 - 2X_4}{40} - 1,$$

$$G_6(\bar{X}) = \frac{0.5(X_1 - 8)^2 + 2(X_2 - 4)^2 + 3X_5^2 - X_6}{30} - 1,$$

$$G_7(\bar{X}) = X_1^2 + 2(X_2 - 2)^2 - 3X_1 X_2 + 14X_5 - 6X_6,$$

$$G_8(\bar{X}) = -3X_1 + 6X_2 + 12(X_9 - 8)^2 - 7X_{10},$$

$$\beta_1^t = \dots = \beta_8^t = 3$$

$$0 \leq d_i, i = 1, \dots, 10$$

$$X_i \sim N(d_i, 0.02), i = 1, \dots, 10$$

$$\bar{d}^0 = [2.17, 2.36, 8.77, 5.10, 0.99, 1.43, 1.32, 9.83, 8.28, 8.38]$$

(19)

با شروع از نقطه حاصل از طراحی معین ($d^{(0)}$ در فرمول‌بندی مسئله)، طراحی نامعین مسئله دوم به روش‌های مختلف انجام شده است. نتایج حاصل از طراحی به روش‌های مختلف در "جدول 2" ارائه شده است. نتایج حاصل از RIA، SORA و PMA با نتایج ارائه شده در مرجع [8] برابر می‌باشد. در تمامی نتایج ارائه شده قابلیت اطمینان خواسته شده برای هر یک از قیود احتمالاتی در نقطه بهینه تابع هدف و قیود در روش فراخوانی تابع هدف در هر دو روش SORA و SA-ASORA یکسان می‌باشد. همچنین می‌توان مشاهده نمود که تعداد فراخوانی تابع قیود در روش SA-ASORA کمتر از تعداد فراخوانی این تابع در روش SORA می‌باشد که نشان از بهبود عملکرد آن دارد. براساس نتایج "جدول 2" می‌توان چنین برداشت نمود که روش SA-ASORA در مقایسه با روش‌های PMA و SORA، عملکرد بهتری در حل مسائل طراحی بر مبنای

قابلیت اطمینان پیچیده‌تر از خود نشان خواهد داد.

5-3-3- مسئله سوم: کاهنده سرعت

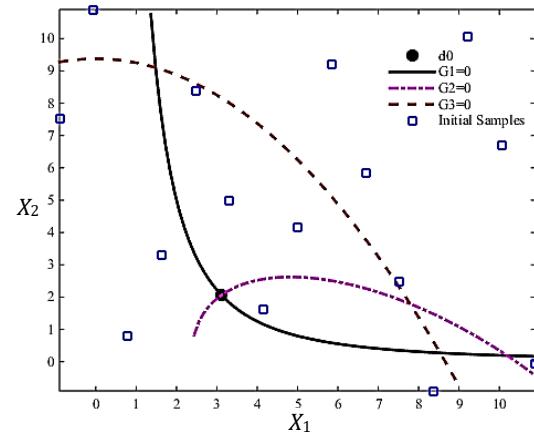
آخرین مثال از مسائل تکمیلوسی، مسئله مشهور کاهنده سرعت است که شماتیک آن در "شکل 7" نشان داده شده است [28]. این مسئله دارای 7 متغیر تصادفی و 11 قید احتمالاتی می‌باشد. تابع هدف به صورت حداقل نمودن وزن تعریف گردیده است و قیود مسئله مربوط به خمش و تنش ثابت، جابه‌جایی طولی، تنش شفت و هندسه می‌باشند. متغیرهای طراحی، عرض چرخ‌دنده (X_1 ، اندازه دندانه‌ها (X_2)، تعداد دندانه‌ها در چرخ‌دنده جناحی

استفاده قرار خواهد گرفت. به منظور ساخت فرامدل اولیه 15 نقطه طراحی در کل فضای طراحی به روش نمونه برداری لاتینی مکعبی استخراج شده و به ازای هر یک مقدار تابع هدف و قیود مربوطه محاسبه خواهد شد. سپس، مجموعه این نقاط طراحی قیود احتمالاتی و نقاط استخراج شده برای آموزش اولیه رفت. فضای طراحی قیود احتمالاتی و نقاط استخراج شده در هر تکرار روش فرامدل‌ها در "شکل 6" نشان داده شده است. در هر تکرار روش فرامدل‌ها، نقطه منتج شده از هر تکرار به نقاط بهینه آموزش جدید، فرامدل مجدد آموزش دیده و فرامدل جدید ساخته خواهد شد و در تکرار بعدی حلقه RBDO مورد استفاده قرار خواهد گرفت.

در حل این مسئله، نقطه بهینه حاصل از طراحی معین به عنوان نقطه شروع طراحی نامعین لحاظ شده است ($d^{(0)}$ در فرمول‌بندی مسئله). نتایج حاصل از طراحی مسئله تعريف شده به روش SA-ASORA در "جدول 1" آورده شده است. نتایج ارائه شده برای روش‌های RIA، PMA و SORA برابر با نتایج موجود در مرجع [4] می‌باشند که نشان از صحت عملکرد الگوریتم‌های طراحی بر مبنای قابلیت اطمینان تدوین شده می‌باشد. نتایج نشان می‌دهد که، تعداد فراخوانی‌های تابع هدف و قیود در روش SA-ASORA بیشتر از روش SORA است. این موضوع نشان‌دهنده آن است که در برخورد با مسائل ساده، روش SORA نسبت به روش SA-ASORA از عملکرد بهتری برخوردار است. اما به دلیل تعداد فراخوانی‌های کمتر مجموع تابع هدف و قیود در روش SA-ASORA نسبت به دو روش RIA و PMA، روش ارائه شده عملکرد بهتری را دارد.

5-2-1- مسئله دوم

این مسئله دارای ده متغیر تصادفی و هشت قید احتمالاتی می‌باشد که شاخص قابلیت اطمینان برای هر یک از آن‌ها برابر 3 می‌باشد [28]. مدل‌سازی



شکل 6 فضای طراحی قیود مسئله اول و نقاط اولیه برای آموزش فرامدل‌ها

جدول 1 مقایسه نتایج طراحی نامعین برای مسئله اول

Table 1 Comparative RBDO results for Example 1

	تعداد فراخوانی تابع هدف	متغیرهای طراحی	تعداد هدف تکرار	تعداد هدف تکرار	روش‌ها
2,805	30	(3.44, 3.28)	6.72	-	RIA
3,296	35	(3.44, 3.28)	6.72	-	PMA
368	60	(3.44, 3.28)	6.72	4	SORA
445	125	(3.44, 3.28)	6.72	4	SA-ASORA

جدول 2 مقایسه نتایج طراحی نامعین برای مسئله دوم

Table 2 Comparative RBDO results for Example 2

تعداد فراخوانی توابع		متغیرهای طراحی	تعداد تکرار	تابع هدف	روش‌ها
قیود	هدف				
-	-	-	-	-	RIA
40,450	240	(2.134, 2.33, 8.7, 5.102, 0.922, 1.445, 1.388, 9.809, 8.155, 8.475)	27.7465	-	PMA
1,307	347	(2.134, 2.33, 8.7, 5.102, 0.922, 1.445, 1.388, 9.809, 8.155, 8.475)	27.7465	2	SORA
1,223	347	(2.134, 2.33, 8.7, 5.102, 0.922, 1.445, 1.388, 9.809, 8.155, 8.475)	27.7465	2	SA-ASORA

کمینه کردن:

$$f(\bar{d}) = 0.7854d_1d_2^2(3.3333d_3^2 + 14.9334d_3 - 43.0934) - 1.508d_1(d_6^2 + d_7^2) + 7.477(d_6^3 + d_7^3) + 0.7854(d_4d_6^2 + d_5d_7^2)$$

نسبت به

$$\Pr[G_i(\bar{X}) > 0] \leq \Phi(-\beta_i), i = 1, \dots, 11$$

$$G_1(\bar{X}) = \frac{27}{X_1 X_2^2 X_3} - 1,$$

$$G_2(\bar{X}) = \frac{397.5}{X_1 X_2^2 X_4^2} - 1,$$

$$G_3(\bar{X}) = \frac{1.93 X_4^3}{X_2 X_3 X_6^2} - 1,$$

$$G_4(\bar{X}) = \frac{1.93 X_5^3}{X_2 X_3 X_7^2} - 1,$$

$$G_5(\bar{X}) = \sqrt{\frac{(745 X_4)^2 + 16.9 * 10^6}{0.1 X_6^3 - 1100}},$$

$$G_6(\bar{X}) = \sqrt{\frac{(745 X_5)^2 + 157.5 * 10^6}{0.1 X_7^3 - 850}},$$

$$G_7(\bar{X}) = X_2 X_3 - 40,$$

$$G_8(\bar{X}) = 5 - \left(\frac{X_1}{X_2}\right),$$

$$G_9(\bar{X}) = \left(\frac{X_1}{X_3}\right) - 12,$$

$$G_{10}(\bar{X}) = \frac{1.5 X_6 + 1.9}{X_4} - 1,$$

$$G_{11}(\bar{X}) = \frac{1.1 X_7 + 1.9}{X_5} - 1,$$

$$\beta_1 = \dots = \beta_7 = 3$$

$$2.6 \leq d_1 \leq 3.6$$

$$0.7 \leq d_2 \leq 0.8$$

$$17 \leq d_3 \leq 28$$

$$7.3 \leq d_4 \leq 8.3$$

$$7.3 \leq d_5 \leq 8.3$$

$$2.9 \leq d_6 \leq 3.9$$

$$5.0 \leq d_7 \leq 5.5$$

$$X_i \sim N(d_i, 0.005), i = 1, \dots, 7$$

$$\bar{d}^0 = [3.5, 0.7, 17, 7.3, 7.72, 3.35, 5.29] \quad (20)$$

همچنین، تعداد فراخوانی قیود احتمالاتی روش SA-ASORA کاهش قابل توجه‌ای داشته است که تأثیر مستقیم روی کاهش بار محاسباتی دارد. از سوی دیگر، اگرچه روش PMA تنها نیازمند 75 بار فراخوانی تابع هدف می‌باشد ولی تعداد فراخوانی‌های قیود احتمالاتی این روش بسیار بیشتر از سایر روش‌های دیگر می‌باشد. همچنین، در این مسئله روش RIA موفق به همگرایی به پاسخ بهینه نشده است.

5-2- مسئله RBDO چند هدفه

مسئله چند هدفه در نظر گرفته شده برای این قسمت طراحی بر مبنای قابلیت اطمینان یک خرپا است که شماتیک آن در "شکل 8" نشان داده شده است [29]. هدف از طرح این مسئله دو هدفه مشاهده‌ی میزان تأثیر مقدار

(X_3) ، فاصله بین یاتاقان‌ها (X_4 و X_5) و قطر محورها (X_6 و X_7) می‌باشد. متغیرهای طراحی به عنوان متغیرهای تصادفی و به صورت مستقل با انحراف معیار 0.005 در نظر گرفته شده‌اند. فرمول‌بندی این مسئله در معادله (20) ارائه شده است.

به روش لاتینی مکعبی 50 نقطه طراحی از فضای طراحی تعیین شده است تا برای ساخت فرآمدل اولیه با دقت مطلوب از قیود و تابع هدف مسئله به کار رود. سپس، به ازای هر یک از قیود و تابع هدف یک فرآمدل شبکه عصی چند لایه ساخته شده است. روند کاربرد فرآمدل‌های ساخته شده در طراحی RBDO به این صورت است که، نقطه منتج شده از هر تکرار روش SA-ASORA به نقاط به کار رفته برای آموزش فرآمدل‌ها اضافه می‌شود و براساس مجموعه نقاط جدید فرآمدل‌ها به روزرسانی شده و در تکرار بعدی حلقه RBDO مورد استفاده قرار خواهد گرفت.

نقطه بهینه حاصل از طراحی معین که در فرمول‌بندی مسئله با $d^{(0)}$ نشان داده شده است، بهمنظور نقطه شروع روند طراحی نامعین در نظر گرفته شده است. مقایسه نتایج حاصل از روش‌های مختلف برای حل این مسئله در "جدول 3" ارائه شده می‌باشد. در "جدول 3"، نتایج به دست آمده از روش‌های PMA و SORA با نتایجی است که توسط آقای هوانگ و همکارش [10] ارائه شده است. در نقاط بهینه ارائه شده قابلیت اطمینان تمامی قیود احتمالاتی برآورده شده است. با توجه به نتایج ارائه شده در "جدول 3" می‌توان مشاهده نمود که روش توسعه یافته در 2 تکرار حلقه RBDO همگرا شده است که نشان از بار محاسباتی کمتر آن نسبت به سایر روش‌های ارائه شده دارد. به دلیل استفاده از مدل‌های جایگزین به جای توابع اصلی هدف و قیود مسئله سرعت اجرای روش ارائه شده نیز بیشتر است اما به دلیل سادگی توابع قابل ملاحظه نیست.

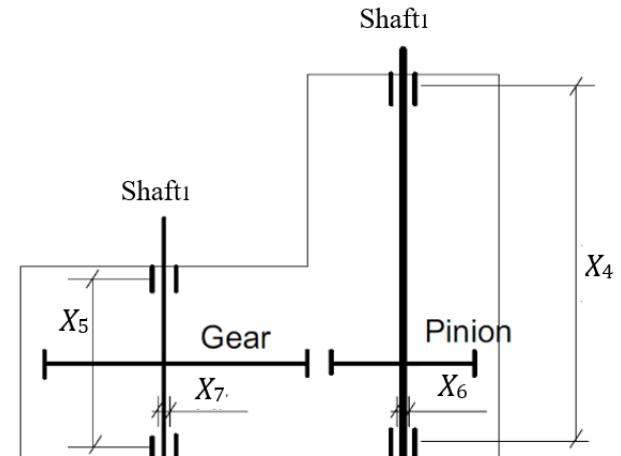


Fig. 7 Speed reducer [20]

شکل 7 شماتیک کاهنده سرعت [20]

جدول ۳ مقایسه نتایج طراحی نامعین برای مسئله سوم

Table 3. Comparative RBDO results for Example 3

تعداد فراخوانی توابع		متغیرهای طراحی	تابع هدف	تعداد تکرار	روش‌ها
قیود	هدف				
-	1,2450	(3.423, 0.7, 17.0, 7.3, 7.6765, 3.335, 5.271)	2950.107	-	RIA
75	1,506	(3.576, 0.7, 17.0, 7.3, 7.754, 3.365, 5.301)	3038.611	3	PMA
120	1,119	(3.500, 0.7, 17.0, 7.3, 7.720, 3.350, 5.290)	3038.612	2	SORA SA-ASORA

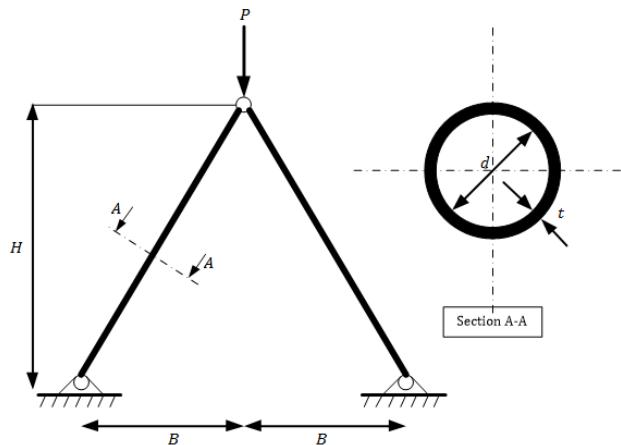


Fig. 8 Two-bar truss structure [8]

شکل 8 سازه خرپای دو میله‌ای [8]

همان‌طور که در "شکل 9" نشان داده شده است، با افزایش شاخص قابلیت اطمینان، جبهه پرتوی مربوطه نسبت به جبهه پرتوی حاصل از طراحی معین بیشتر فاصله می‌گیرد. این موضوع نشان می‌دهد که با افزایش قابلیت اطمینان دست طراح در انتخاب طرح‌های امکان‌پذیر بسته خواهد شد. بنابراین، دستیابی به یک طرح با قابلیت اطمینان بالا هزینه دور شدن از بهینگی را به همراه دارد که طراح را ملزم به مصالحه بین معیارهای بهینگی و قابلیت اطمینان می‌کند.

با توجه به آن که معیار توقف بهینه‌ساز الگوریتم ژنتیک مورد استفاده تعداد نسل بوده است، در نتیجه تعداد فراخوانی توابع هدف و قیود در بخش مربوط به بهینه‌سازی تمامی روش‌ها یکسان می‌باشد. از این‌رو، بهمنظور

قابلیت اطمینان روی مجموعه پاسخ‌های امکان‌پذیر است. از این‌رو، این مسئله به ازای شاخص قابلیت اطمینان‌های مختلف حل شده و مجموعه پاسخ‌های امکان‌پذیر از طریق رسم نتایج به صورت جبهه پرتو ارائه شده است. این موضوع به کاربر این امکان را می‌دهد تا بتواند بین میزان قابلیت اطمینان و مجموعه پاسخ‌های امکان‌پذیر مصالحه لازم را به انجام رساند.

در این مسئله متغیرهای طراحی شامل قطر سطح مقطع (d) و ارتفاع سازه (H) می‌باشند. پارامترهای در نظر گرفته شده در این مسئله شامل نیروی عمودی P عرض سازه B ، مدول الاستیسیته E و ضخامت t می‌باشد. اهداف اصلی از این مسئله حداقل نمودن حجم و جابه‌جایی عمودی سازه تحت قیدهای تشیی و خمی بوده که فرمول‌بندی آن در معادله (21) ارائه شده است.

به منظور ساخت مدل‌های جایگزین برای توابع هدف و قیود احتمالاتی، روزدی‌ها و خروجی‌های موردنیاز برای آموزش اولیه فرامدل‌ها از طریق 30 نمونه‌برداری از فضای مسئله فراهم شده است. سپس، فرامدل‌های ساخته شده نقش تابع هدف و قیود احتمالاتی را در روش توسعه یافته SA-ASORA برای طراحی نامعین ایفا می‌کنند. مجموعه نقاط به کار رفته برای آموزش اولیه فرامدل‌ها، براساس نقطه بهینه منتاج شده از هر تکرار حلقة RBDO به روزرسانی خواهد شد و مجدد فرامدل‌ها برای تکرار بعدی ساخته خواهند شد. در حل این مسئله از الگوریتم ژنتیک چند هدفه NSGA-II به عنوان بهینه‌ساز استفاده شده است. جبهه پرتو حاصل از طراحی برمبنای قابلیت اطمینان برای سه شاخص قابلیت اطمینان 2، 2.6 و 3 به روش‌های مختلف به دست آمده و در "شکل 9" نشان داده شده است.

کمینه کردن:

$$f_1(d, H) = 2\pi dt \sqrt{B^2 + H^2}$$

$$f_2(d, H) = \frac{P(B^2 + H^2)^{\frac{3}{2}}}{(2\pi EdH)^2}$$

نسبت به

$$\Pr[G_j(\bar{X}) > 0] \leq \Phi(-\beta_{t_j}), \quad j = 1, 2$$

$$P \sim N(150, 5) \text{ kN},$$

$$B \sim N(750, 10) \text{ mm},$$

$$E \sim N(2.1e5, 5e3) \frac{\text{N}}{\text{mm}^2},$$

$$t \sim N(2., 0.4) \text{ mm}$$

$$G_1(\bar{X}): S \leq S_{\max}$$

$$G_2(\bar{X}): S \leq S_{\text{crit}}$$

$$20 \leq d \leq 80$$

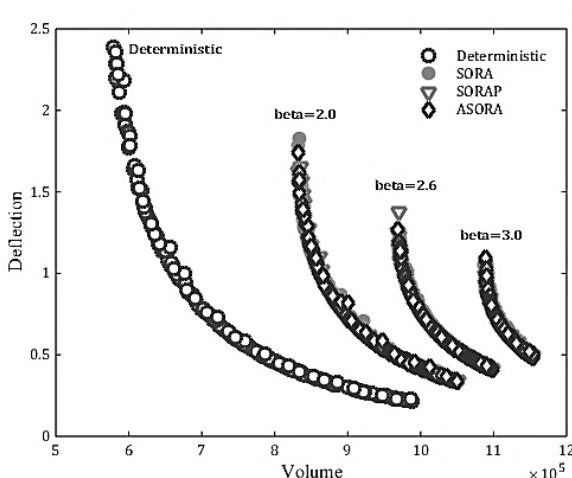
$$200 \leq H \leq 1000$$

$$S = \frac{P\sqrt{B^2 + H^2}}{2\pi tdH}$$

$$S_{\text{crit}} = \frac{\pi^2 E(t^2 + d^2)}{8(B^2 + H^2)}$$

$$S_{\max} = 400 \text{ MPa}$$

(21)

Fig. 9 Feasible and reliable design points for multi-objective Example 3
شکل 9 مجموعه پاسخ‌های امکان‌پذیر و قبل اطمینان برای مسئله چند هدفه

جدول 4 مقایسه تعداد فراخوانی قیود احتمالاتی در مسئله چند هدفه

تعداد فراخوانی قیود			تعداد تکرار	روش‌ها
$\beta = 3$	$\beta = 2.6$	$\beta = 2$		
208	120	112	2	SORA
120	102	84	2	SA-ASORA

هستند. و مقدار مطلوب ارتفاع و سرعت مداری هستند. خطای در تراست مرحله اول و دوم ($T_{1\text{st}\text{S}}$ و $T_{2\text{nd}\text{S}}$) و خطای در جرم خشک مرحله اول و دوم ($\text{Dry Mass}_{1\text{st}\text{S}}$ و $\text{Dry Mass}_{2\text{nd}\text{S}}$) به عنوان نامعینی‌های در نظر گرفته شده در این مسئله با توزیع نرمال هستند.

طراحی مسیر ماهواره‌برها براساس تنظیم پارامتری زاویه فراز وسیله در طول پرواز می‌باشد. از این‌رو در این مسئله یک پروفایل نرخ زاویه فراز نمونه مشابه "شکل 10" فرض شده و پارامترهای آن که در "جدول 5" نشان داده شده است به عنوان متغیرهای طراحی مسئله در نظر گرفته شده است. متغیرهای طراحی پروفایل نرخ زاویه فراز برای مرحله اول سامانه، ضرایب یک چند جمله‌ای مرتبه 3 هستند که حد بالا و پایین آن‌ها از طریق براش منحنی به یک برنامه زاویه فراز نمونه به دست آمده است. زمان سوزش هر مرحله از سامانه و مدت زمان خاموش بودن موتور مرحله دوم بعد از جدایش مرحله اول (فاز سرش بعد از جدایش مرحله اول از دوم) از دیگر متغیرهای طراحی در نظر گرفته شده در این مسئله طراحی مسیر قابل اطمینان هستند. با نمونه‌برداری از فضای طراحی مسئله به روش لاتینی مکعبی با وجود 9 متغیر طراحی معین و 4 پارامتر طراحی نامعین، ورودی‌ها و خروجی‌های موردنیاز برای آموزش اولیه فرامدل‌های شبکه عصبی ازتابع هدف و قیود مسئله فراهم شده است. بدین منظور 2000 نمونه‌برداری صورت گرفته است و دقت فرامدل‌های ساخته شده از طریق 1000 نقطه طراحی تصادفی در سراسر فضای مسئله چک شده است. در حل این مسئله از الگوریتم ژنتیک چند هدفه NSGA-II به عنوان بهینه‌ساز استفاده شده است. بدین ترتیب، مجموعه

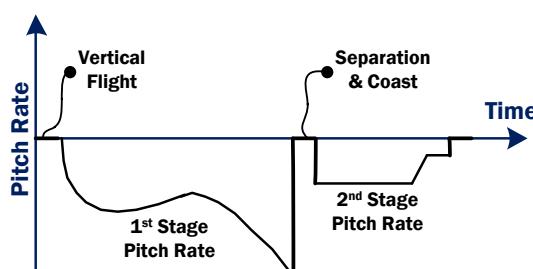


Fig. 10 Typical illustration of launch vehicle's pitch rate program

شکل 10 نمونه‌ای از پروفایل نرخ زاویه فراز یک ماهواره‌بر

جدول 5 متغیرهای طراحی مسئله طراحی مسیر ماهواره‌بر

متغیرهای طراحی			
حد پایین	حد بالا	واحد	
150	100	s	زمان سوزش مرحله اول
250	200	s	زمان سوزش مرحله دوم
60	0	s	زمان خاموشی بین مرحله
-1.0e-8	-2.5e-8		
6.0e-6	3.0e-6	rad/s	ضرایب پروفایل نرخ زاویه فراز مرحله اول
-2.0e-4	-5.0e-4		
3.0e-3	1.0e-3		
-0.002	-0.006	rad/s	ضرایب پروفایل نرخ زاویه فراز مرحله دوم
-0.0005	-0.002		

مقایسه عملکرد روش‌های مختلف، تنها تعداد فراخوانی قیود احتمالاتی در بخش تحلیل قابلیت اطمینان در "جدول 4" ارائه شده است. با توجه به آن که روش‌های RIA و PMA روش‌هایی دو حلقه‌ای بوده و در آن تحلیل قابلیت اطمینان در هر تکرار بهینه‌سازی صورت می‌پذیرد، تعداد فراخوانی‌های قیود احتمالاتی در این روش با سایر روش‌ها که روش‌های تربیتی می‌باشند قابل مقایسه نبوده و در "جدول 4" ذکر نگردیده است. همچنان، نتایج ارائه شده در "جدول 4" نشان می‌دهد که تعداد فراخوانی‌های قیود احتمالاتی در روند تحلیل قابلیت اطمینان در روش توسعه یافته‌ی SA-ASORA در مقایسه با سایر روش‌ها کمتر است. در نتیجه در مسائل RBDO چند هدفه نیز روش توسعه یافته عملکرد بهتری را در کاهش بار محاسباتی از خود نشان می‌دهد.

6-مثال کاربردی مهندسی

در این بخش، مسئله طراحی مسیر یک ماهواره‌بر به عنوان یک مثال کاربردی مهندسی با بار محاسباتی قابل توجه تعریف شده است [25]. این مسئله، در قالب یک مسئله RBDO فرمول‌بندی شده و به روش توسعه یافته ASORA حل شده است.

ماهواره‌بر در نظر گرفته شده یک ماهواره‌بر دو مرحله‌ای سوخت مایع است که در طراحی مسیر آن دو موضوع آبرودینامیک و شبیه‌سازی مسیر با یکدیگر در حال تبادل اطلاعات هستند. شرایط پروازی شامل ارتفاع، ماخ و زاویه حمله و ضرایب آبرودینامیکی از مواردی هستند که بین این دو موضوع رد و بدل می‌شود. ضرایب آبرودینامیکی از طریق وارد کردن شرایط پروازی و پیکره‌بندی سامانه به نرم‌افزار میسایل دت‌کام¹ استخراج می‌شوند. به منظور تحلیل عملکرد سامانه، یک نرم‌افزار شبیه‌سازی پرواز سه درجه آزادی تدوین شده است که در آن معادلات حرکت انتقالی وسیله در دستگاه بدنی فرمول‌بندی شده و سپس با انتگرال‌گیری از آن‌ها و تبدیلات مختصات مورد نیاز پارامترهای عملکردی مورد نیاز به دست خواهد آمد. در این شبیه‌سازی، از مدل استاندار اتمسفر 1976 و مدل زمین بیضوی استفاده شده است. دستیابی به اهداف مأموریتی نیز از طریق طراحی مسیر به شکل هدایت آفلاین صورت پذیرفته است.

مأموریت ماهواره‌بر مدنظر قرار دادن محموله‌ای مشخص در یک مدار دایری به ارتفاع 200 کیلومتر با قابلیت اطمینان 90٪ برای انحراف از ارتفاع مداری در حضور نامعینی‌هایی چون تراست و جرم خشک هر مرحله از سامانه است. فرمول‌بندی مسئله در قالب یک مسئله RBDO در معادله (22) ارائه شده است.

$$\text{جرم کل} = f \quad \text{کمینه کردن}$$

نسبت به

$$\Pr[|H_t - H_d| \leq \%5 H_d] \leq \Phi(-\beta)$$

$$\beta = 1.28$$

$$|V_t - V_d| \leq 10 \text{ ms}^{-1}$$

$$|\gamma_t| \leq 1 \text{ deg}$$

: نامعینی‌ها

$$T_{1\text{st}\text{S}} \sim \mathcal{N}(0, 1000) \text{ N}$$

$$T_{2\text{nd}\text{S}} \sim \mathcal{N}(0, 100) \text{ N}$$

$$\text{جرم خشک مرحله اول} \sim \mathcal{N}(0, 70) \text{ kg}$$

$$\text{جرم خشک مرحله دوم} \sim \mathcal{N}(0, 10) \text{ kg} \quad (22)$$

که در معادله فوق، تابع هدف جرم کل سامانه در لحظه پرتاب است. V_t ، H_t و γ_t به ترتیب ارتفاع، سرعت و زاویه مسیر در لحظه تزریق محموله در مدار

¹ Missile Datcom

جدول ۶ مقایسه نتایج طراحی نامعین مسئله طراحی مسیر ماهواره‌بر

Table 6. Comparative RBDO results for launch vehicle trajectory design problem

		تعداد فراخوانی قیود	زمان اجرا (ساعت)	متغیرهای طراحی	جرم کل سامانه (کیلوگرم)	تعداد تکرار	روش‌ها
7	1960	(127.7, 202.6, 2.0, -1.9e-8, 4.3e-6, -3.55e-4, 0.0019, -0.0052, -9.64e-4)	21886	57	SORA		
1	159	(123.8, 208.6, 2.0, -1.3e-8, 4.0e-6, -3.66e-4, 0.0012, -0.0052, -9.95e-4)	21607	7	SA-ASORA		

بهبود عملکرد قابل توجه روش توسعه یافته بخصوص در رویارویی با مسائل پیچیده و سنگین مهندسی می‌باشد. همچنین، با مشاهده نتایج حاصل از حل مسائل پیچیده کاربردی مانند طراحی مسیر ماهواره‌بر که در این مقاله ارائه شده است، می‌توان کاهش بیش از 50 درصدی بار محاسباتی را ملاحظه نمود. این موضوع اهمیت هر چه بیشتر روش توسعه یافته را در به کارگیری این روش در حل مسائل چندموضعی که در آن‌ها هر موضوع به تنها و حتی در حالت طراحی معین دارای بار محاسباتی قابل توجه است به وجود نشان می‌دهد.

بسط و گسترش روش ارائه شده در مسائل RBDO با ابعاد بزرگتر، چندین هدف و همچنین دارای مدل‌های تحلیلی سطح بالا از اهداف تبیین شده برای آینده می‌باشند. از سوی دیگر مدیریت صحیح فرامدل‌ها در راهنمایی به سمت بهینه سازی و افزایش دقت آن‌ها در کنار استفاده از مدل‌های اصلی از مواردی است که چالش تحقیقاتی امروزی در این زمینه به حساب می‌آیند و در ادامه فعالیت‌های نوین‌گان این مقاله قرار گرفته است.

۸- فهرست عالیم

عرض سازه (mm)	B
بردار متغیرهای طراحی معین	d
مدول الاستیسیته (Nmm ⁻²)	E
تابع هدف	f
بردار قیود طراحی	G
ارتفاع (m)	H
نیروی عمودی (kN)	P
بردار پارامترهای طراحی	p
ترتاست (N)	T
ضخامت (mm)	t
بردار متغیرهای طراحی در فضای نرمال	u
سرعت (ms ⁻¹)	V
بردار متغیرهای طراحی نامعین	X
بردار متغیرهای طراحی در فضای واقعی	x
عالیم یونانی	
شاخص قابلیت اطمینان	β
زاویه مسیر (deg)	γ
میانگین	μ
انحراف معیار	σ
تابع توزیع تجمعی	Φ
تابع چگالی احتمال	φ
بالانویس‌ها	
حد پایین	L

نقاط به کار رفته برای آموزش اولیه فرامدل‌ها، براساس نقطه بهینه منتج شده از بهینه‌ساز در هر تکرار حلقه RBDO به روزرسانی خواهند شد و مجدد فرامدل‌ها برای تکرار بعدی ساخته خواهند شد.

مشابه مسئله RBDO چند هدفه، چونکه معیار توقف برای بهینه‌سازی سیستم تعداد نسل بوده است، در نتیجه تعداد فراخوانی توابع هدف و قیود در بخش مربوط به بهینه‌سازی برای تمامی روش‌ها یکسان می‌باشد. از این‌رو در حل این مسئله نیز، معیار مقایسه عملکرد روش‌های مختلف فقط تعداد فراخوانی قیود احتمالاتی در بخش تحلیل قابلیت اطمینان است. از سوی دیگر، در حل مثال‌های ریاضی ارائه شده در بخش قبل مشاهده شد که عملکرد روش‌های SORA و SA-ASORA در مقایسه با روش‌های RIA و PMA بخصوص در مسائل پیچیده‌تر و به ویژه از منظر بار محاسباتی بسیار بهتر است. از این‌رو، مسئله طراحی مسیر اطمینان مسیر ماهواره‌بر حل شده است و نتایج حاصل از آن در "جدول 6" ارائه شده است. نتایج "جدول 6" کاهش قابل توجه تعداد دفعات فراخوانی قید احتمالاتی مسئله طراحی مسیر را در روش SA-ASORA مقایسه با روش SORA نشان می‌دهد. بعلاوه، این موضوع در کنار استفاده از مدل‌های SORA جایگزین به جای توابع اصلی مدت زمان اجرای روند طراحی RBDO را در مقایسه با حالتی که فقط از مدل اصلی استفاده شود از چند روز به چند ساعت کاهش می‌دهد.

7- نتیجه‌گیری و کارهای آینده

از روش‌های طراحی نامعین در زمینه طراحی برمبنای قابلیت اطمینان، روش SORA یکی از موثرترین روش‌های تک حلقه‌ای در دست‌یابی به پاسخ‌های بهینه در مسائل RBDO می‌باشد. در این مقاله، با ارائه یک نسخه تکامل یافته از روش SORA تحت عنوان ASORA و استفاده از مدل‌های جایگزین به جای توابع اصلی روشی جدید تحت عنوان SA-ASORA معرفی شده است. این روش با عدم فراخوانی مجدد توابع قیود احتمالاتی برآورده شده در روند تحلیل قابلیت اطمینان و تسریع اجرای توابع به کمک مدل‌های جایگزین منجر به کاهش بار محاسباتی قابل ملاحظه‌ای در مسائل RBDO شده است. همچنین، از آن جایی که در روش پیشنهاد شده نقطه بهینه منتج شده از هر تکرار RBDO به نقاط آموزش فرامدل اضافه می‌گردد و فرامدل مجدد به روز رسانی می‌شود، بنابراین در صورت عدم دقت کافی فرامدل اولیه که منجر به همگرایی بهینه‌ساز به آن نقطه شده است، مقدار توابع هدف و قیود در نقطه مذکور اصلاح می‌گردد و در تکرار بعدی فرایند RBDO از همگرایی اشتباه بهینه‌ساز به آن نقطه خودداری می‌گردد. به این ترتیب، از همگرایی بهینه‌ساز به نقاطی که ناشی از عدم دقت کافی فرامدل در آن نقطه است خودداری می‌گردد و امکان دستیابی به بهینه سراسری افزایش می‌یابد.

کارایی و قابلیت روش توسعه یافته از طریق حل چندین مسئله با سطح پیچیدگی متفاوت مورد بحث و بررسی قرار گرفته است و نتایج حاکی از

- [13] C. Jiang, T. Fang, Z. X. Wang, X. P. Wei, Z. L. Huang, A general solution framework for time-variant reliability based design optimization, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 323, pp. 330-352, 2017.
- [14] Y. Tenne C. K. Goh, *Computational Intelligence in Expensive Optimization Problems*, Vol. 2, No. 1, pp. 3-54, Springer Science & Business Media, 2010.
- [15] R. Jin, X. Du, W. Chen, The use of metamodeling techniques for optimization under uncertainty, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 25, No. 2, pp. 99–116, 2003.
- [16] H. Agarwal, J. E. Renaud, Reliability based design optimization using response surfaces in application to multidisciplinary systems, *Engineering Optimization*, Vol. 36, No. 3, pp. 291–311, 2004.
- [17] B. D. Youn, K. K. Choi, Selecting probabilistic approaches for reliability-based design optimization, *AIAA Journal*, Vol. 42, No. 1, pp. 124–131, 2004.
- [18] J. B. Hyeon, L. B. Chai, Reliability-based design optimization using a moment method and a kriging metamodel, *Engineering Optimization*, Vol. 40, No. 5, pp. 421–438, 2008.
- [19] X. Liu, Y. Wu, B. Wang, J. Ding, H. Jie, An adaptive local range sampling method for reliability-based design optimization using support vector machine and Kriging model, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 55, No. 6, pp. 2285–2304, 2017.
- [20] H. Dai, Z. Cao, A wavelet support vector machine-based neural network metamodel for structural reliability assessment, *Computer Aided Civil and Infrastructure Engineering*, Vol. 32, No. 4, pp. 344–357, 2017.
- [21] W. Yao, X. Chen, W. Luo, M. Tooren, J. Guo, Review of uncertainty-based multidisciplinary design optimization methods for aerospace vehicles, *Progress in Aerospace Sciences*, Vol. 47, No. 6, pp. 450–479, 2011.
- [22] B. Ebrahimi, *Multidisciplinary General Aviation Aircraft Design Optimization Under Uncertainties*, M.Sc. Thesis, Department of Aerospace Engineering, Khaje Nasir University of Technology, Tehran, 2010. (in Persian)
- [23] K. Deb, S. Gupta, D. Daum, J. Branke, A. K. Mall, D. Padmanabhan, Reliability-based optimization using evolutionary algorithms, *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, Vol. 13, No. 5, pp. 1054–1074, 2009.
- [24] T. M. Cho, B. C. Lee, Reliability-based design optimization using a family of methods of moving asymptotes, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 42, No. 2, pp. 255–268, 2010.
- [25] Ali A. Bataleblu, J. Roshanian, Robust trajectory optimization of space launch vehicle using computational intelligence, *IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC)*, pp. 3418–3425. IEEE, 2015.
- [26] C. Lin, F. Gao, Y. Bai, An intelligent sampling approach for metamodel-based multi-objective optimization with guidance of the adaptive weighted-sum method, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, pp. 1–14, 2017.
- [27] R. J. Yang, L. Gu, Experience with approximate reliability-based optimization methods, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 26, No. 1-2, pp. 152–159, 2004.
- [28] J. J. Lee, B.C. Lee, Efficient evaluation of probabilistic constraints using an envelope function, *Engineering Optimization*, Vol. 37, No. 2, pp. 185–200, 2005.
- [29] E. J. Martinez-Frutos, P. Martí-Montrull, Metamodel-based multi-objective robust design optimization of structures, *Computer Aided Optimum Design in Engineering XII*, 125, pp. 35–45, 2012.

حد بالا	<i>U</i>
زیرنویس‌ها	
مرحله اول	1st S.
مرحله دوم	2nd S.
مطلوب	d
هدف	t

۹- مراجع

- [1] T. W. Lee, B. M. Kwak, A reliability-based optimal design using advanced first order second moment method, *Journal of Structural Mechanics*, Vol. 15, No. 4, pp. 523–542, 1987.
- [2] H. Agarwal, *Reliability Based Design Optimization: Formulations and Methodologies*, PhD Thesis, University of Notre Dame, 2004.
- [3] J. Tu, K. K. Choi, Y. H. Park, A new study on reliability-based design optimization, *ASME Journal of Mechanical Design*, Vol. 121, No. 4, pp. 557–564, 1999.
- [4] Y. Aoues, A. Chateauneuf, Benchmark study of numerical methods for reliability-based design optimization, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 41 , No. 2, pp. 277–294, 2010.
- [5] X. Du, W. Chen, Sequential optimization and reliability assessment method for efficient probabilistic design, *Journal of Mechanical Design*, Vol. 126, No. 2, pp. 225–233, 2004.
- [6] X. Du, J. Guo, H. Beoram, Sequential optimization and reliability assessment for multidisciplinary systems design, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 35, No. 2, pp. 117–130, 2008.
- [7] T. M. Cho, B.C Lee, Reliability-based design optimization using a family of methods of moving asymptotes, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 42, No. 2, pp. 255–268, 2010.
- [8] T. M. Cho, B. C Lee, Reliability-based design optimization using convex linearization and sequential optimization and reliability assessment method, *Structural Safety*, Vol. 33, No. 1, pp. 42–50, 2011.
- [9] Y. Li, P. Jiang, L. Gao, X. Shao, Sequential optimisation and reliability assessment for multidisciplinary design optimisation under hybrid uncertainty of randomness and fuzziness, *Journal of Engineering Design*, Vol. 24, No. 5, pp. 363–382, 2013.
- [10] H. Z. Huang, X. Zhang, D. B. Meng, Z. Wang, Y. Liu, An efficient approach to reliability-based design optimization within the enhanced sequential optimization and reliability assessment framework, *Journal of Mechanical Science and Technology*, Vol. 27, No. 6, pp. 1781–1789, 2013.
- [11] Z. L. Huang, C. Jiang, Y. S. Zhou, Z. Luo, Z. Zhang, An incremental shifting vector approach for reliability-based design optimization, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 53, No. 3, pp. 523–543, 2016.
- [12] P. Yi, Z. Zhu, J. Gong, An approximate sequential optimization and reliability assessment method for reliability-based design optimization, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 54, No. 6, pp. 1367–1378, 2016.