



## بررسی تغییر شکل استاتیکی و ولتاژ ناپایداری میکروسوییچ‌های تغییر دهنده فاز با استفاده از مدل غیر خطی میکروتیر و تئوری الاستیسیته غیر موضعی

عبدالرضا قره‌خانی<sup>1</sup>، ابراهیم عباسپور ثانی<sup>2\*</sup>

1- دانشجوی دکتری، مهندسی برق، دانشگاه ارومیه، ارومیه

2- دانشیار، مهندسی برق، دانشگاه ارومیه، ارومیه

\* ارومیه، صندوق پستی 5756151818، e.abbaspour@urmia.ac.ir

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل  
دریافت: 20 تیر 1396  
پذیرش: 13 شهریور 1396  
ارائه در سایت: 13 مهر 1396

کلید واژگان:

میکروسوییچ شیفتر دهنده فاز  
میدان الکترواستاتیک موضعی  
غیرخطی شعاع انحناء  
خیز استاتیکی

### چکیده

با توسعه روز افزون تغییر دهنده‌های فاز میکروالکترومکانیکی، بررسی تغییر شکل و ناپایداری میکروسوییچ‌ها حائز اهمیت فراوانی می‌باشد. بر این اساس در مقاله حاضر، رفتار استاتیکی و ناپایداری پولین میکروتیر دوسرگردار تحت تأثیر میدان الکترواستاتیکی موضعی که در طراحی و ساخت تغییر دهنده‌های فاز میکروالکترومکانیکی توزیع شده کاربرد دارد، بررسی می‌شود. با در نظر گرفتن اثرات غیرخطی ناشی از شعاع انحناء برای اولین بار، معادله دیفرانسیل غیرخطی حاکم بر سیستم با استفاده از تئوری تیر اویلر-برنولی و اثرات اندازه‌های کوچک با به کارگیری اصل کار مجازی استخراج شده است. با استفاده از روش گالرکین و با فرض ولتاژ استاتیکی اعمال شده به ناحیه مشخصی از میکروتیر، اثر پارامترهای مختلف بر روی تغییر شکل استاتیکی و ولتاژ پولین مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج این تحقیق نشان می‌دهد که در نظر گرفتن اثرات غیرخطی ناشی از شعاع انحناء تأثیر قابل ملاحظه‌ای بر رفتار مکانیکی سیستم دارد و با افزایش این پارامتر رفتار سخت‌شوندگی میکروسوییچ افزایش یافته و در نتیجه آن خیز استاتیکی میکروسوییچ نسبت به تئوری خطی کمتر می‌شود. همچنین، با افزایش ولتاژ اعمالی به میکروسوییچ، کرنش‌های غیرخطی ایجاد شده افزایش یافته و اثرات غیرخطی ناشی از شعاع انحناء قابل ملاحظه خواهد بود. به عنوان مثال با افزایش پارامتر بی‌بعد سفتی خمشی از مقدار 0 به 10، حداکثر خیز میکروسوییچ به ازای ولتاژهای 1V، 2V و 3V به ترتیب در حدود 7.7%، 35.8% و 48.6% کاهش می‌یابد.

## Study of Static Deflection and Instability Voltage of Phase Shifter Micro-Switches Using a Nonlinear Beam Model and Non-localized elasticity theory

Abdolreza Gharehkhani, Ebrahim Abbaspoure-Sani\*

Department of Electrical Engineering, Urmia University, Urmia, Iran

\* P.O.B. 5756151818, Urmia, Iran, e.abbaspour@urmia.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 11 July 2017  
Accepted 04 September 2017  
Available Online 05 October 2017

#### Keywords:

Phase Shifter Micro-Switches  
Local Electrostatic Loads  
Curvature Nonlinearity  
Static Deflection

### ABSTRACT

With development of micro-electromechanical phase shifter, the study of deformation and instability of micro-switches is very important. The static behavior and pull-in instability of the clamped-clamped micro-beam subjected to local electrostatic loads which is used in DMTL phase shifter is investigated. Taking into account nonlinear effects caused by radius of curvature for the first time, the nonlinear differential equation of the system is obtained using Euler-Bernoulli beam theory and effects of small sizes by employing the principle of virtual work. By considering the local electrostatic static voltage applied on the micro-beam, the governing partial differential equation is further discretized with the aid of Galerkin's method, and the effect of system parameters on static deflection and pull-in voltage of the micro-switches are investigated. It is found that curvature nonlinearity has a great effect on the mechanical behavior of the micro-switches. Increasing this parameter leads to hardening behavior in the micro-switches, and also static deflection is decreased with respect to linear beam theory. The results also indicate that with an increase in the applied voltage, nonlinear strains increase and nonlinear effects caused by radius of curvature will be significant. For instance, when the stiffness parameter is increased from 0 to 10, maximum deflections of the micro-switches for applied voltages of 1V, 2V and 3V decrease about 7.7%, 35.8% and 48.6%, respectively.

### 1-مقدمه

صنایع نظامی، ارتباطات راه دور و راداری، بهبود مشخصات این قطعات و طراحی یک تغییر دهنده فاز با بهترین رفتار پراکندگی و حداقل اندازه که در چند باند فرکانسی عملکرد خوبی داشته باشد، حائز اهمیت فراوانی است [1-5]. تغییر دهنده‌های فاز میکروالکترومکانیکی خط انتقال توزیع شده<sup>2</sup>

تغییر دهنده‌های فاز<sup>1</sup> یکی از مهمترین اجزای تشکیل دهنده آنتن‌های آرایه فازی می‌باشند. با توجه به کاربردهای بسیار گسترده‌ی این سیستم‌ها در

<sup>2</sup> Distributed MEMS Transmission Line

<sup>1</sup> Phase Shifters

#### Please cite this article using:

A. Gharehkhani, E. Abbaspoure-Sani, Study of Static Deflection and Instability Voltage of Phase Shifter Micro-Switches Using a Nonlinear Beam Model and Non-localized elasticity theory, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 10, pp. 93-100, 2017 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

درجه حرارت محیط تأثیر قابل ملاحظه‌ای بر ولتاژ پولین و تنش‌های به وجود آمده دارد و با کاهش دما تا 40- درجه سانتی‌گراد ولتاژ پولین در حدود 30 درصد افزایش می‌یابد.

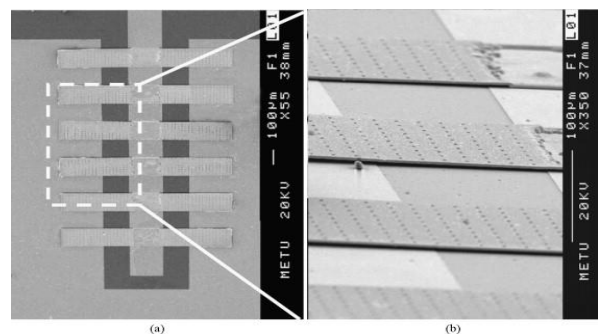
زانگ و همکاران [9] در مطالعه مروری خود به بررسی مطالعات انجام شده در زمینه ناپایداری پولین میکروساختارها و همچنین شکست‌های ایجاد شده ناشی از این نوع ناپایداری‌ها پرداخته‌اند. صدیقی و همکاران [10] رفتار دینامیکی غیرخطی و ناپایداری میکروتیر تحت تأثیر میدان الکترواستاتیکی را مورد مطالعه قرار دادند. آن‌ها با در نظر گرفتن اثرات میدان‌های حاشیه‌ای<sup>6</sup> و غیرخطی‌های ناشی از کشش محوری معادلات دیفرانسیل غیرخطی حاکم بر سیستم را استخراج کرده و با استفاده از روش بسط پارامتریک<sup>7</sup> معادلات را حل کرده‌اند. مایدا و بینچی با استفاده از روش شبه طیفی<sup>8</sup> به بررسی ناپایداری پولین در میکرو سوئیچ‌ها پرداختند. زنگ و همکاران [11] با در نظر گرفتن شرایط مرزی غیر ایده‌آل، به بررسی رفتار تغییر شکل استاتیکی میکروتیرهای دوسرگردار تحت تأثیر میدان الکترواستاتیکی پرداختند. آن‌ها با در نظر گرفتن شرایط تکیه‌گاهی غیرقائم و با استفاده از قانون دوم نیوتن معادلات دیفرانسیل حاکم را استخراج و به بررسی تأثیر پارامترهای مختلفی مانند تنش‌های پسماند، نیروی محوری و ولتاژ اعمالی بر خیز استاتیکی میکروتیر پرداختند. دنگ و همکاران [12] اقدام به طراحی و تحلیل سوئیچ‌های میکروالکترومکانیکی با ولتاژهای پولین پایین به منظور کاربرد در فرکانس‌های رادیویی<sup>9</sup> (RF) کردند. نتایج آن‌ها نشان می‌دهد که ولتاژ پولین سیستم طراحی شده توسط آن‌ها در حدود 16V است در حالی که در اکثر سیستم‌ها این مقدار در حدود 38V می‌باشد.

مطالعات انجام شده در مقیاس‌های کوچک نشان می‌دهند که در این ساختارها، رفتار وابسته به اندازه<sup>10</sup> در رفتار مکانیکی مواد اتفاق می‌افتد [13]-[16]. رفتار وابسته به اندازه که از ویژگی‌های ذاتی ماده می‌باشد زمانی قابل ملاحظه می‌شود که اندازه ضخامت یا قطر ماده قابل مقایسه با پارامتر مشخصه طولی<sup>11</sup> ماده باشد [17]. تئوری‌های کلاسیک الاستیسیته به دلیل در نظر نگرفتن این پارامتر قادر به تفسیر این رفتار نمی‌باشند و باید از تئوری‌های غیرکلاسیک استفاده نمود. طادی بنی و همکاران [18] ناپایداری پولین میکروتیر یک‌سرگردار تحت اثر نیروی الکترواستاتیکی و با استفاده از تئوری گرادیان کرنش را مورد مطالعه قرار دادند. نتایج نشان می‌دهد که نیروهای بین مولکولی باعث کاهش ولتاژ پولین شده و اثر اندازه در مقیاس نانو و میکرو پارامترهای کششی را افزایش می‌دهد. رضازاده و همکاران [19] وابستگی به اندازه رفتار استاتیکی و دینامیکی میکروتیرها تحت تحریک الکترواستاتیکی را با استفاده از روش‌های عددی مورد مطالعه قرار دادند. نتایج تحقیق آن‌ها نشان می‌دهد که با استفاده از تئوری تنش کوپل، اختلاف نتایج تئوری و تجربی به میزان قابل توجهی کاهش می‌یابد و در مدل‌سازی این سیستم‌ها می‌بایست اثرات اندازه در نظر گرفته شود. رحمان و همکاران [20] اثر وابستگی به اندازه را بر روی رفتار استاتیکی و دینامیکی میکروتیرهای با تحریک الکترواستاتیکی را مطالعه کردند. نتایج مطالعه آن‌ها نشان می‌دهد که به ازای یک ولتاژ استاتیکی مشخص، اختلاف قابل توجهی بین نقاط تعادلی میکروتیرهای به‌دست آمده با استفاده از تئوری‌های کلاسیک و تنش کوپل اصلاح شده وجود دارد.

(DMTL) یکی از پرکاربردترین شیفت دهنده‌های فاز هستند که از سوئیچ‌های خازنی میکروالکترومکانیکی<sup>1</sup> (MEMS) که به‌صورت متناوب در روی خطوط انتقال میکرواستریپ<sup>2</sup> یا موج بر هم‌صفحه<sup>3</sup> (CPW) قرار می‌گیرند، ساخته می‌شوند. در "شکل 1" نمونه‌ای از تغییر دهنده‌های فاز میکروالکترومکانیکی نشان داده شده است.

در تغییر دهنده‌های فاز میکروالکترومکانیکی توزیع شده، با اعمال ولتاژ بایاس به مجموعه سوئیچ‌های هر بیت یا بیت‌های انتخاب شده و تغییر شکل سوئیچ‌ها، می‌توان ظرفیت مؤثر خط را به میزان دلخواه تغییر داد و بدین روش سرعت انتشار و در نتیجه فاز سیگنال کنترل خواهد شد.

اعمال اختلاف ولتاژ بایاس DC بین الکتروود و میکروسوئیچ باعث تغییر شکل میکروسوئیچ به سمت الکتروود می‌شود که این عمل به علت وجود نیروی الکترواستاتیکی می‌باشد. با افزایش بیشتر ولتاژ اعمالی تا مقدار مشخصی، نیروی الکترواستاتیکی بیشتر از ممان خمشی الاستیک قابل تحمل در میکروتیر شده و تماس ناگهانی بین میکروتیر و الکتروود بوجود می‌آید. در این حالت سیستم ناپایدار می‌شود و به ولتاژ متناظر، ولتاژ ناپایداری پولین<sup>4</sup> گفته می‌شود. همان‌طور که مشاهده می‌شود عملکرد عمده این سیستم‌ها براساس تغییر شکل یک میکروتیر می‌باشد. از این‌رو، در سال‌های اخیر مطالعه مشخصات ناپایداری در سیستم‌های میکروالکترواستاتیکی توسط محققان مختلفی بررسی شده است اما این مطالعات برای میکروسوئیچ‌های شیفت دهنده‌ای که در آن‌ها الکتروودها به صورت موضعی به میکروتیر نیرو وارد می‌کنند، صورت نپذیرفته است. داس و باترا [7] به بررسی ناپایداری‌های پولین و فروجهش دینامیک<sup>5</sup> در سیستم‌های میکروالکترومکانیکی پرداخته‌اند. آن‌ها میکروتیر را با استفاده از تئوری تیر اویلر-برنولی و با در نظر گرفتن غیرخطی‌های مادی و هندسی مدل‌سازی کرده و با استفاده از روش حل عددی و المان محدود به بررسی انواع ناپایداری اتفاق افتاده در این نوع سیستم‌ها پرداختند. پاشاپور و همکاران [8] به بررسی تأثیر درجه حرارت بر روی ظرفیت و ناپایداری پولین میکروسوئیچ‌ها پرداختند. آن‌ها معادلات غیرخطی حاکم بر خیز میکروتیر را با استفاده از تئوری تیر اویلر-برنولی به دست آورده و با استفاده از روش‌های عددی به بررسی تأثیر پارامترهای مختلف بر روی رفتار سیستم پرداختند. نتایج مطالعات آن‌ها نشان می‌دهد که



**Fig. 1** SEM photographs of the loading section of rectangular slot antenna with clamped-clamped type MEMS capacitors: (a) top view and (b) the detailed view of the MEMS [6]

شکل 1 تصویر SEM از سطح مقطع آنتن مستطیلی شکل با خازن‌های MEMS دوسرگردار: (الف) نمای بالایی و (ب) جزئیات میکروتیرها [6]

<sup>6</sup> Fringing Field Effect

<sup>7</sup> Parameter Expansion Method

<sup>8</sup> Pseudo-Spectral Method

<sup>9</sup> Radio Frequency

<sup>10</sup> Size Dependence

<sup>11</sup> Length Scale Parameter

<sup>1</sup> Micro Electro Mechanical System

<sup>2</sup> Micro Strip

<sup>3</sup> Coplanar Wave Guide

<sup>4</sup> Pull-In Voltage

<sup>5</sup> Dynamic Snap-Through

## 2- تغییردهنده فاز توزیع شده شش بیتی

تغییر دهنده‌های فاز توزیع شده، روی یک زیربنای نیمه هادی مثل سیلیکون یا کوارتز ساخته می‌شوند. براساس مطالعات انجام شده جهت ساخت تغییردهنده فاز توزیع شده شش بیتی، از 63 سوئیچ یکسان با قابلیت شیفت فاز  $5.625^\circ$  استفاده می‌شود ( $1 \times 5.625^\circ / 2 \times 5.625^\circ / 4 \times 5.625^\circ / 8 \times 5.625^\circ / 16 \times 5.625^\circ / 32 \times 5.625^\circ$ )، که این امر با توجه به تعداد زیاد سوئیچ‌ها در عمل مشکلاتی را به همراه دارد. افزایش در تعداد سوئیچ‌های به کار رفته در تغییر دهنده فاز، باعث افزایش طول تغییردهنده فاز شده و در نتیجه میزان تلفات و هزینه‌های ساخت را افزایش می‌دهد. از این رو در راستای کاهش تعداد سوئیچ‌های به کار رفته می‌توان با در نظر گرفتن تمام ملاحظات طراحی جهت داشتن تطبیق امپدانس، سه نوع سوئیچ با قابلیت شیفت فازهای  $5.625^\circ$ ،  $11.25^\circ$  و  $12.857^\circ$  طراحی کرد که فقط عرض پل این سوئیچ‌ها با یکدیگر متفاوت است. این کار باعث می‌شود که تعداد سوئیچ‌های مورد استفاده در شیفت دهنده از 63 به 29 سوئیچ کاهش یابد، ( $1 \times 11.25^\circ / 2 \times 11.25^\circ / 4 \times 11.25^\circ / 7 \times 12.857^\circ / 14 \times 12.857^\circ$ ). در "شکل 2" ساختار تغییردهنده فاز توزیع شده شش بیتی پیشنهادی به همراه سوئیچ‌های مربوط به بیت‌های اول تا ششم نشان داده شده است. ولتاژ بایاس فراهم شده بین پل سوئیچ‌های انتخابی و خط مرکزی موج بر، تغییر فاصله‌ی هوایی بین پل سوئیچ‌ها و خط مرکزی موج بر را سبب می‌شود که این خود باعث تغییر ظرفیت خازنی هر سوئیچ می‌شود. این قضیه، تغییر امپدانس و سرعت فاز را سبب می‌شود که در نهایت باعث شیفت فاز می‌گردد. در "شکل 3" هر سه نوع سوئیچ طراحی شده در حالت‌های بالا و پایین نشان داده شده‌اند. با توجه به این که ظرفیت خازنی سوئیچ‌ها به مشخصات هندسی و مکانیکی میکروتیرها و فاصله هوایی بین میکروتیر و خط مرکزی موج بر وابسته است، بنابراین مطالعه رفتار مکانیکی میکروتیرها و بررسی تأثیر ابعاد هندسی آن‌ها بر ولتاژ ناپایداری پولین و تغییر فاصله هوایی برحسب ولتاژ استاتیکی اعمالی

در میکروسوئیچ‌های به کار رفته در تغییردهنده‌های فاز توزیع شده، الکتروود پایین به صورت موضعی و به قسمت میانی میکروتیر نیرو وارد می‌سازد. با بررسی مطالعات انجام شده در این زمینه مشاهده می‌شود که در اکثر مطالعات انجام شده در زمینه رفتار پایداری پولین میکروتیرها، نیروی الکترواستاتیکی به کل ناحیه میکروتیر اعمال شده و این فرضیات برای مطالعه سوئیچ‌های به کار رفته در تغییردهنده‌های فاز غیرواقع بینانه می‌باشد. علاوه بر این در برخی از تحقیقات انجام شده با فرض اعمال موضعی نیروی الکترواستاتیکی از مدل‌های المان محدود استفاده شده است و تاکنون مطالعه تحلیلی در این زمینه صورت نپذیرفته است.

بر این اساس، در تحقیق حاضر میکروسوئیچ تغییر دهنده فاز با استفاده از تئوری تیر اویلر-برنولی به صورت یک میکروتیر دوسرگیردار که تحت تأثیر نیروی الکترواستاتیکی موضعی در قسمت میانی تیر قرار دارد، مدل‌سازی شده است. با توجه به این که در نواحی ولتاژ پولین رفتار سیستم به شدت غیرخطی می‌شود بنابراین در تحقیق حاضر برخلاف مطالعات قبلی، به منظور مدنظر قرار دادن فرضیات واقع بینانه‌تر اثر غیرخطی‌های ناشی از شعاع انحناء در معادلات در نظر گرفته شده و با استفاده از نظریه تنش کوپل اصلاح معادله دیفرانسیل غیرخطی حاکم بر سیستم با به کارگیری از اصل کارمجازی استخراج شده است. بنابراین می‌توان گفت این تحقیق برای اولین بار اثرات غیرخطی شعاع انحناء و نیروی الکترواستاتیکی موضعی را در حل مسائل رفتار مکانیکی میکروسوئیچ‌ها به کار می‌گیرد. با اعمال روش گالرکین و مدنظر قرار دادن شکل مودهای ارتعاشی تیر با تکیه‌گاه‌های گیردار در دو انتها به عنوان توابع مقایسه‌ای معادلات حرکت گسسته‌سازی شده و در ادامه به بررسی تأثیر پارامترهای مختلف بر تغییرشکل استاتیکی و ولتاژ پولین میکروسوئیچ‌های به کار رفته در تغییردهنده فاز ارائه شده پرداخته می‌شود. صحت نتایج مدل ارائه شده با استفاده از نتایج موجود در ادبیات فن به اثبات می‌رسد.

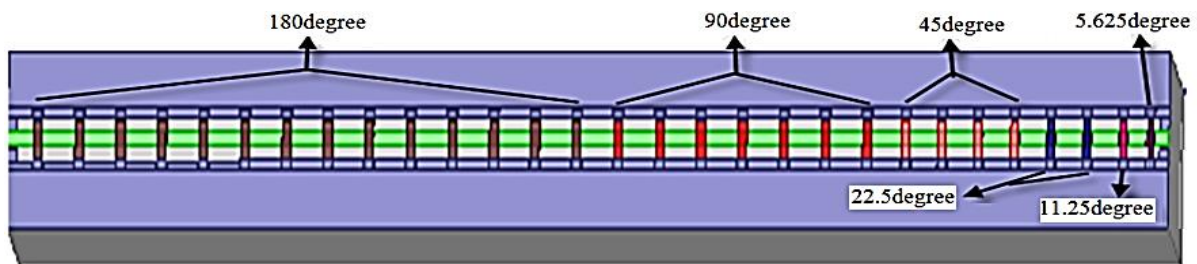


Fig. 2 proposed structure of 6 bit DMTL phase shifter

شکل 2 ساختار پیشنهادی از تغییر دهنده فاز توزیع شده شش بیتی

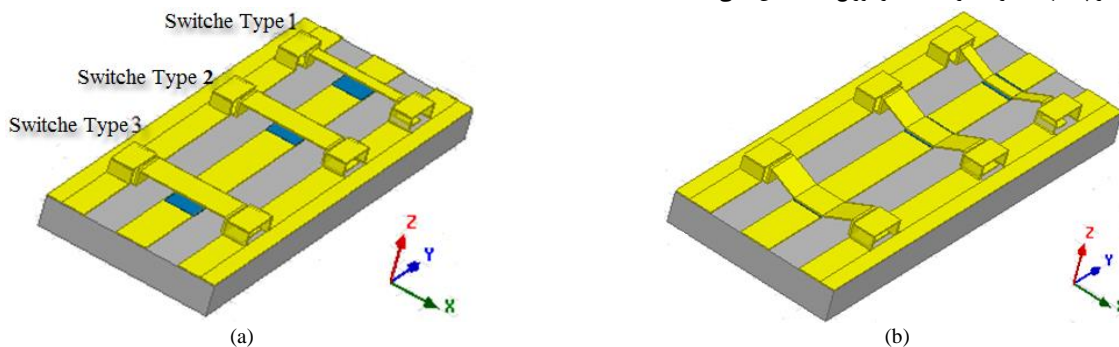


Fig. 3 3D view of switches used in proposed phase shifter (a) up state, (b) down state

شکل 3 نمای سه بعدی از سوئیچ‌های به کار رفته در تغییر دهنده فاز پیشنهادی (الف) حالت بالا (ب) حالت پایین

با اعمال عملگر تغییرات و ثابت در نظر گرفتن سطح مقطع و خواص مکانیکی میکروتیر، رابطه (5) حاصل می‌شود:

$$\delta U_m = (EI + GA\ell^2) \int_0^L w'' \delta w'' + w'' w'^2 \delta w'' + w''^2 w' \delta w' dx \quad (5)$$

با انجام انتگرال‌گیری جزء به جزء رابطه (6) به‌دست می‌آید:

$$\delta U_m = (EI + GA\ell^2) \int_0^L (w^{(4)} + 4w'' w'' w') - w''^2 + w^{(4)} w'^2 \delta w dx \quad (6)$$

انرژی ذخیره شده در میکروتیر تحت اثر نیروهای محوری به‌صورت رابطه (7) به‌دست می‌آید [24]:

$$U_s = \frac{1}{4} \int_0^L (2N_0 + N_s) \left( \frac{dw}{dx} \right)^2 dx \quad (7)$$

که در آن  $N_0$  و  $N_s$  به ترتیب نشان‌دهنده نیروی محوری اعمالی بر میکروتیر و نیروی محوری اضافی ایجاد شده در تیر تحت اثر تغییر شکل محوری می‌باشد.

نیروی محوری  $N_0$  می‌تواند تحت تأثیر دو عامل اعمال نیروی خارجی و تنش‌های پسماند ایجاد شود. با توجه به اینکه در اغلب کاربردها، سطح میکروتیر به‌وسیله کریستال‌هایی پوشش‌دهی می‌شوند بنابراین به علت گیریکسان بودن ضریب انتقال حرارت لایه پوششی و ساختار میکروتیر، جلوگیری از ایجاد تنش پسماند در میکروساختارها تقریباً غیراجتناب‌پذیر می‌باشد. بنابراین، به‌منظور طراحی دقیق و قابل اعتماد سیستم‌های میکروالکترومکانیکی می‌بایست اثر تنش‌های پسماند در معادلات لحاظ شوند. نیروهای پسماند را می‌توان به‌صورت رابطه (8) بیان نمود:

$$N_0 = \sigma A \quad (8)$$

که در آن  $\sigma$  تنش‌های پسماند فشاری بوده و برای میکروتیر با تکیه‌گاه‌های گیردار در دو انتها برابر  $\sigma_0(1 - \nu)$  می‌باشد که  $\sigma_0$  و  $\nu$  به‌ترتیب نشان‌دهنده تنش پسماند دو محوری و ضریب پواسون هستند [25]. اگر تنش‌های پسماند فشاری باشند در این‌صورت  $N_0$  مثبت خواهد بود و در غیر این صورت برای تنش‌های پسماند کششی  $N_0$  منفی می‌باشد.

به ازای شرایط مرزی تکیه‌گاه‌های گیردار در دو انتها، خمش میکروتیر باعث بروز کشیدگی<sup>3</sup> در میکروتیر می‌شود. هنگامی که حداکثر خیز میکروتیر بسیار کمتر از ضخامت باشد در این صورت می‌توان از فرضیات جابجایی‌های کوچک استفاده نمود و از اثرات کشیدگی صرف‌نظر نمود. هنگامی که حداکثر جابجایی از ضخامت میکروتیر بیشتر باشد در این صورت به‌منظور افزایش دقت مدل و نتایج محاسباتی می‌بایست اثر تنش‌های محوری ایجاد شده در میکروتیر در نظر گرفته شود. نیروی محوری ایجاد شده در میکروتیر تحت اثر تغییر طول به صورت رابطه (9) قابل بیان است [26]:

$$N_s = \frac{EA}{2L} \int_0^L \left( \frac{dw}{dx} \right)^2 dx \quad (9)$$

همان‌طور که مشاهده می‌شود،  $N_s$  نشان‌دهنده نیروهای غیرخطی ناشی از کشیدگی محوری می‌باشد که وابسته به خیز میکروتیر است.

نیروی جذب الکترواستاتیکی به صورت بار گسترده خارجی در واحد طول،  $f_{elec}$ ، براساس رابطه (10) محاسبه می‌شود [28,27]:

$$f_{elec} = \frac{1}{2} V^2 \frac{dc}{dg} \quad (10)$$

که در آن  $V$  اختلاف ولتاژ اعمالی بین میکروتیر و سطح پایه،  $C$  ظرفیت خازنی واحد طول خازن متشکل از میکروتیر و الکتروود  $g$  فاصله بین میکروتیر و الکتروود می‌باشد که به صورت رابطه (11) بیان می‌شود:

اهمیت فراوانی دارد. از این رو در تحقیق حاضر به بررسی رفتار مکانیکی این نوع میکروتیرها که نیروی الکترواستاتیکی فقط به ناحیه مشخصی از میکروتیر اعمال می‌شود پرداخته می‌شود.

### 3- استخراج معادله خیز استاتیکی

در "شکل 4"، مدل ریاضی از میکروسوئیچ که به‌صورت یک میکروتیر دوسرگیردار اوپلر-برنولی تحت تأثیر میدان الکترواستاتیکی موضعی می‌باشد، نشان داده شده است. زمانی که ولتاژ بین میکروتیر بالا و الکتروود پایین اعمال گردد، نیروی الکترواستاتیکی حاصل، تیر متحرک بالایی را به سمت پایین منحرف کرده و باعث تغییر در ظرفیت خازنی و عملکرد شیفت دهنده فازی می‌شود. بر این اساس، با توجه به ولتاژ اعمالی به تعداد سوئیچ مشخص می‌توان قابلیت شیفت فازهای مختلفی را ایجاد نمود.

معادله دیفرانسیل غیرخطی حاکم بر خیز میکروتیر و شرایط مرزی متناظر را می‌توان با استفاده از اصل کار مجازی به‌دست آورد [21]:

$$\delta(-U_m - U_s + W) = 0 \quad (1)$$

که در آن  $U_m$  و  $U_s$  به ترتیب نشان‌دهنده انرژی کرنشی ناشی از گشتاور خمشی و انرژی کرنشی ناشی از نیروی محوری،  $W$  کار کل انجام شده توسط نیروهای خارجی و  $\delta$  عملگر تغییرات است. انرژی کرنشی ناشی از گشتاور خمشی وابسته به اندازه<sup>1</sup>  $U_m$ ، که به مشخصات هندسی و مکانیکی میکروتیر وابسته است در حالت کلی به صورت رابطه (2) بیان می‌شود [22]:

$$\delta U_m = \frac{1}{2} \int_0^L (EI + GA\ell^2) \kappa^2 dx \quad (2)$$

که در آن  $E$  مدول یانگ،  $I$  ممان اینرسی،  $G$  مدول برشی و  $GA\ell^2$  در ارتباط با نظریه تنش کوپل اصلاح شده می‌باشد [16]. در این رابطه پارامتر مشخصه طولی ( $\ell^2$ )، بیانگر رفتار وابسته به اندازه میکروتیر می‌باشد. واضح است که اگر از اثر میکرو ساختار صرف‌نظر شود یعنی  $\ell = 0$ ، تنش کوپل اصلاح شده به تئوری کلاسیک تبدیل می‌شود. در رابطه (2) انحنا  $\kappa$  تیر می‌باشد. همان‌طور که بیان شد با توجه به اینکه در ولتاژهای نزدیک ولتاژ پولین رفتار سیستم به شدت غیرخطی می‌شود بنابراین در مقاله حاضر به منظور در نظر گرفتن شرایط واقع‌بینانه‌تر، فرم کلی شعاع انحنا تیر در نظر گرفته می‌شود. بر این اساس با در نظر گرفتن شرایط کشش‌ناپذیری<sup>2</sup> طبق رابطه (3) خواهیم داشت [23]:

$$\kappa^2 = \frac{w''^2(x, t)}{1 - w'^2(x, t)} \cong w''^2(x, t) [1 + w'^2(x, t)] + O(\varepsilon^5) \quad (3)$$

با جایگذاری رابطه (3) در معادله (2) خواهیم داشت:

$$\delta U_m = \frac{1}{2} \int_0^L (EI + GA\ell^2) \delta \kappa^2 dx = \frac{1}{2} \int_0^L (EI + GA\ell^2) \delta w''^2 (1 + w'^2) dx \quad (4)$$

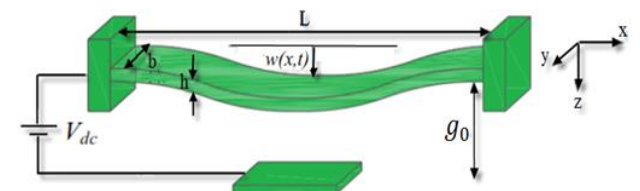


Fig. 4 Schematic view of the micro beam with clamped-clamped ends under local electrostatic force

شکل 4 میکروتیر با تکیه‌گاه‌های گیردار در دو انتها و تحت تأثیر میدان الکترواستاتیکی موضعی

<sup>3</sup>Stretching

<sup>1</sup> Size-Dependent Strain Energy

<sup>2</sup> Extensibility Condition

#### 4- روش کاهش مرتبه به منظور حل معادله خیز استاتیکی

با توجه به این که معادله دیفرانسیل حاکم بر تغییر شکل استاتیکی میکروتیر به صورت غیرخطی می‌باشد بنابراین امکان ارائه روش حل تحلیلی برای استخراج پاسخ آن وجود ندارد. بر این اساس، معادله دیفرانسیل غیرخطی با استفاده از روش گالرکین گسسته‌سازی می‌شود. براساس روش گالرکین، خیز استاتیکی میکروتیر به صورت رابطه (20) در نظر گرفته می‌شود:

$$\eta(\xi) = \sum_{k=1}^n q_k \phi_k(\xi) \quad (20)$$

که در آن  $\phi_k(k=1,2,\dots,n)$  توابع مقایسه‌ای می‌باشد و  $q_k$  مختصه‌های تعمیم یافته می‌باشد. در تحقیق حاضر توابع مقایسه‌ای مورد استفاده به‌عنوان شکل مودهای خطی کماتش میکروتیر در نظر گرفته می‌شوند. برای میکروتیر با شرایط مرزی گیردار در دو انتها شکل مودهای خطی، از رابطه (21) تعیین می‌شود:

$$\phi_k(\xi) = A_k [\cosh(\lambda_k \xi) - \cos(\lambda_k \xi) - \frac{\sinh(\lambda_k) + \sin(\lambda_k)}{\cosh(\lambda_k) + \cos(\lambda_k)} (\sinh(\lambda_k \xi) - \sin(\lambda_k \xi))] \quad (21)$$

که در آن  $A_k$  ثابت شکل مود بوده و از رابطه  $|\phi_k(\xi)| = 1$  به دست می‌آید و پارامتر  $\lambda_k$  از معادله مشخصه  $\cosh(\lambda_k) + \cos(\lambda_k) = 1$  تعیین می‌شود. با توجه به پیکربندی سیستم مورد مطالعه، خیز اولیه میکروتیر مشابه مود اول کماتش می‌باشد، بنابراین اثر مود اول در پاسخ سهم غالبی را خواهد داشت. بر این اساس، در تحقیق حاضر از تقریب مود اول سیستم استفاده شده و در روش گالرکین فقط مود اول در نظر گرفته می‌شود، بنابراین جواب فرضی معادله دیفرانسیل به صورت رابطه (22) بیان می‌شود:

$$\eta(\xi) = q_1 \phi_1(\xi) \quad (22)$$

با جایگذاری رابطه (22) در معادله (19) و ضرب طرفین رابطه در  $\phi_1(\xi)$  و انتگرال‌گیری در بازه  $[0,1]$  می‌توان رابطه (23) را نوشت:

$$s_1 q_1 + s_2 q_1^3 = I_1(q_1) \quad (23)$$

که در آن

$$\begin{aligned} s_1 &= \int_0^1 (\phi_1^{(4)} + \alpha_1 \phi_1'') \phi_1 d\xi, \\ s_2 &= \alpha \int_0^1 (4\phi_1''' \phi_1' \phi_1' - \phi_1'^3 + \phi_1^{(4)} \phi_1'^2) \phi_1 d\xi \\ &\quad + \alpha_2 \left( \int_0^1 \phi_1^2 d\xi \right) \left( \int_0^1 \phi_1'' \phi_1 d\xi \right), \\ I_1(q_1) &= \int_{\xi_1}^{\xi_2} \frac{SV^2}{(1-q_1 \phi_1)^2} [1 + 0.265\beta^{-0.75}(1 - \\ &\quad q_1 \phi_1)^{0.75} + 0.53\beta^{-1}(1 - q_1 \phi_1)^{0.5}] \phi_1 d\xi \end{aligned} \quad (24)$$

با حل عددی معادله (23) و جایگذاری آن در رابطه (22) می‌توان تأثیر پارامترهای مؤثر بر خیز میکروتیر و ولتاژ پولین را مورد مطالعه قرار داد.

#### 5- بررسی نتایج

در این قسمت ابتدا قبل از مطالعه تأثیر پارامترها و رفتار سیستم، برای اطمینان از صحت روش ارائه شده برای حل معادله استاتیکی، میکروتیر سیلیکونی با مشخصات هندسی و مکانیکی مورد بررسی در مرجع [30] در نظر گرفته می‌شود. لازم به ذکر است که با توجه به این که تاکنون مطالعه رفتار مکانیکی میکروتیر با در نظر گرفتن اثرات غیرخطی شمع انحناء و نیروی الکترواستاتیک موضعی انجام نپذیرفته است بنابراین به منظور فراهم آوردن امکان مقایسه، از این اثرات صرف‌نظر می‌شود. در جدول 1 ولتاژ پولین محاسبه شده در تحقیق حاضر با نتایج تئوری و تجربی موجود در تحقیقات پیشین مقایسه شده است. همان‌گونه که مشاهده می‌شود نتایج به دست آمده تطابق بسیار خوبی با نتایج ارائه شده در ادبیات فن دارند.

پس از تأیید صحت نتایج، تأثیر پارامترهای مختلف بر تغییر شکل میکروتیر تحت تأثیر نیروی الکترواستاتیک موضعی مطالعه می‌شود. در

$$g(x) = g_0 - w(x) \quad (11)$$

که در آن  $g_0$  فاصله اولیه بین میکروتیر و الکتروود می‌باشد. با تصحیح اثرات لبه‌ای برای تیر نازک، ظرفیت خازنی  $C$  با استفاده از رابطه میجس- فوکما به صورت معادله (12) محاسبه می‌شود [29]:

$$C(g) = \epsilon_0 \left[ \frac{b}{g} + 0.77 + 1.06 \left( \frac{b}{g} \right)^{0.25} + 1.06 \left( \frac{b}{g} \right)^{0.5} \right] \quad (12)$$

که در آن  $\epsilon_0 (= 8.85 \times 10^{-12} \text{C}^2 \text{N}^{-1} \text{m}^{-2})$  واحد اندازه‌گیری الکتروسیسته در خلأ می‌باشد. با جایگذاری روابط (11) و (12) در معادله (10) و پس از انجام ساده‌سازی‌های ریاضی، نیروی الکترواستاتیک اعمال شده بر میکروتیر به صورت معادله (13) به دست می‌آید:

$$f_{elec} = -\frac{1}{2} \frac{\epsilon_0 b V^2}{(g_0 - w)^2} \left[ 1 + 0.265 \left( \frac{b}{h} \right)^{-0.75} \left( \frac{g_0 - w}{h} \right)^{-0.75} + 0.53 \left( \frac{b}{h} \right)^{-1} \left( \frac{g_0 - w}{h} \right)^{-0.5} \right] \quad (13)$$

با توجه به اینکه در میکروسوئیچ تحت بررسی الکتروود به صورت موضعی بر میکروتیر نیرو وارد می‌کند، بنابراین با استفاده از تعریف تابع پله واحد، کار مجازی انجام شده توسط نیروی خارجی بر روی میکروتیر به صورت رابطه (14) محاسبه می‌شود:

$$\delta W = f_{elec} [H(x - x_1) - H(x - x_2)] \delta w \quad (14)$$

با جایگذاری روابط (6)، (7)، (9) و (13) در رابطه (1) خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \int_0^L \{ (EI + GA\ell^2)(w^{(4)} + 4w'''w''w' - w''^2 \\ + w^{(4)}w'^2) \delta w + \left( N_0 + \frac{EA}{2L} \int_0^L \left( \frac{dw}{dx} \right)^2 dx \right) \frac{d^2w}{dx^2} \delta w \\ + f_{elec} [H(x - x_1) - H(x - x_2)] \delta w \} dx = 0 \end{aligned} \quad (15)$$

معادله تغییرات بدست آمده در رابطه (15) بیان می‌کند که ضرایب  $\delta W$  بایستی برابر صفر باشد. در نتیجه معادله دیفرانسیل غیرخطی حاکم بر تغییر شکل استاتیکی میکروتیر به صورت رابطه (16) به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} (EI + GA\ell^2)(w^{(4)} + 4w'''w''w' - w''^2 + w^{(4)}w'^2) \\ + \left( N_0 + \frac{EA}{2L} \int_0^L \left( \frac{dw}{dx} \right)^2 dx \right) \frac{d^2w}{dx^2} \\ = -f_{elec} [H(x - x_1) - H(x - x_2)] \end{aligned} \quad (16)$$

با تعریف متغیرهای بی‌بعد به صورت روابط (17)

$$\begin{aligned} \xi = \frac{x}{L}, \quad \xi_1 = \frac{x_1}{L}, \quad \xi_2 = \frac{x_2}{L}, \quad \xi_p = \frac{x_1 - x_2}{L}, \\ \eta = \frac{W}{g_0}, \quad \beta = \frac{b}{h}, \quad S = 12 \frac{\epsilon_0 b L^4}{EI g_0^3}, \\ \mu = 12 \frac{G}{E} \left( \frac{1}{(h/\ell)^2} \right), \quad \alpha_0 = \frac{g_0^2}{L^2}, \\ \alpha_1 = \frac{N_0 L^2}{EI}, \quad \alpha_2 = \frac{A g_0^2}{2I} \end{aligned} \quad (17)$$

به صورت رابطه (18) بیان می‌شود

$$\frac{d^n w}{dx^n} = \frac{g_0}{L^n} \frac{d^n \eta}{d\xi^n} \quad (18)$$

با استفاده از رابطه (18) و با جایگذاری پارامترهای بی‌بعد در معادله (16)، معادله حرکت غیرخطی برحسب پارامترهای بی‌بعد به صورت معادله (19) به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} (1 + \mu)\eta^{(4)} + \alpha_0(1 + \mu)(4\eta'''\eta''\eta' - (\eta'')^3 + \eta^{(4)}(\eta')^2) \\ + \left( \alpha_1 + \alpha_2 \int_0^1 (\eta')^2 d\xi \right) \eta'' = \frac{SV^2}{(1-\eta)^2} [1 + \\ + 0.265\beta^{-0.75}(1 - \eta)^{0.75} + 0.53\beta^{-1}(1 - \\ \eta)^{0.5}] [H(1 - \xi_1) - H(1 - \xi_2)] \end{aligned} \quad (19)$$

با توجه به رابطه اخیر مشاهده می‌شود که ضرایب  $\alpha_2$  و  $\alpha_0$  مربوط به بخش‌های غیرخطی معادله می‌باشند که به ترتیب پارامتر بی‌بعد غیرخطی انحناء و غیرخطی نیروهای محوری نامیده می‌شوند.

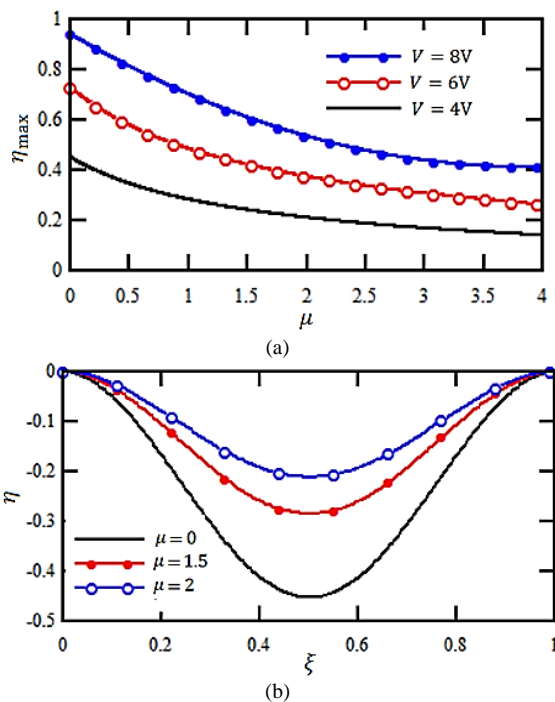
جدول 2 مشخصات هندسی و فیزیکی سه نوع میکروسوییچ به کار رفته در تغییر دهنده فاز توزیع شده پیشنهادی که در "شکل 3" نشان داده شده، ارائه شده است. در ادامه به بررسی تأثیر پارامترهای مختلف بر روی خیز استاتیکی و ناپایداری پولین این نوع میکروسوییچ‌ها پرداخته خواهد شد. اگر تنها ولتاژ DC به میکروسوییچ اعمال شود، در این حالت می‌تواند رفتار پولین استاتیکی ایجاد شود که با توجه به رابطه (19) مشاهده می‌شود پارامترهای مختلفی در رفتار استاتیکی و ولتاژ پولین تأثیرگذار هستند. یکی از مؤثرترین پارامترها در مقیاس میکرو، پارامتر اندازه می‌باشد که با تغییر در صلبیت خمشی سازه‌ها باعث تغییر در مشخصه‌های مکانیکی آن‌ها می‌شود. در "شکل 5" تأثیر پارامتر اندازه بی‌بعد،  $\mu$ ، بر روی تغییرات خیز و حداکثر خیز میکروسوییچ به ازای مقادیر  $i = 0, 1, 2$ ،  $\alpha_i = 0$ ،  $\xi_p = 0.34$  و  $S = 34$  و همچنین مقادیر مختلف ولتاژ اعمالی نشان داده شده است. نتایج نشان می‌دهد که با افزایش پارامتر  $\mu$  که معادل افزایش اثر اندازه است،

جدول 1 مقایسه ولتاژ پولین استاتیکی برای میکروتیر دو سرگیردار

**Table 1** Comparison between the static Pull-in voltage of the clamped-clamped micro-beam

طول میکرو تیر ( $\mu\text{m}$ )	تنش پسماند (MPa)	MEMCAD [30]	روش عددی [30]	نتایج تحقیق حاضر
350	0	20.3 V	20.1 V	19.9 V
	100	35.8 V	35.3 V	33.8 V
250	0	40.1 V	39.5 V	39.2 V
	100	57.6 V	57.3 V	54.2 V

همان‌طور که مشاهده می‌شود نیروهای محوری و تنش‌های پسماند ایجاد شده در میکروسوییچ‌ها تأثیر قابل ملاحظه‌ای بر تغییرات خیز دارد. نتایج نشان می‌دهد که به ازای شرایط یکسان به علت تغییرات سفتی معادل سازه تحت تأثیر نیروهای محوری و تنش‌های پسماند، نیروهای کششی ( $\alpha_1 < 0$ ) باعث کاهش خیز و نیروهای فشاری ( $\alpha_1 > 0$ ) باعث افزایش خیز میکروسوییچ‌ها می‌شوند. اگر در ساخت و مونتاژ میکروسوییچ‌ها به اندازه کافی دقت نشود در این صورت با توجه به اندازه‌های بسیار کوچک این تجهیزات، اجتناب از بروز تنش‌های پسماند و نیروی محوری تقریباً غیرممکن خواهد بود



**Fig. 5** The effect of size parameter,  $\mu$ , on (a) Maximum deflection and (b) Deflection of the micro-switches

شکل 5 تأثیر پارامتر اندازه بی‌بعد،  $\mu$ ، بر روی (الف) حداکثر خیز و (ب) تغییرات خیز میکروسوییچ

جدول 2 مشخصات هندسی و فیزیکی سه نوع سوئیچ به کار رفته در شیفت دهنده فاز پیشنهادی

**Table 2** The material and geometrical parameters for the three types of switches used in the proposed phase shifter

پارامتر	سوئیچ نوع 1	سوئیچ نوع 2	سوئیچ نوع 3
مدول الاستیسیته، $E$ (GPa)	79	79	79
مدول برشی، $G$ (GPa)	27.7	27.7	27.7
ضریب پواسون ( $\nu$ )	0.43	0.43	0.43
طول پل سوئیچ، $L$ ( $\mu\text{m}$ )	350	350	350
ضخامت پل سوئیچ، $h$ ( $\mu\text{m}$ )	1.2	1.2	1.2
عرض پل سوئیچ، $b$ ( $\mu\text{m}$ )	56	115	132
فاصله اولیه پل، $g_0$ ( $\mu\text{m}$ )	1.6	1.6	1.6
طول موضع میانی پل جهت اعمال نیرو، $[x_1 - x_2]$ ( $\mu\text{m}$ )	120	120	120

جدول 2 مشخصات هندسی و فیزیکی سه نوع سوئیچ به کار رفته در شیفت دهنده فاز پیشنهادی

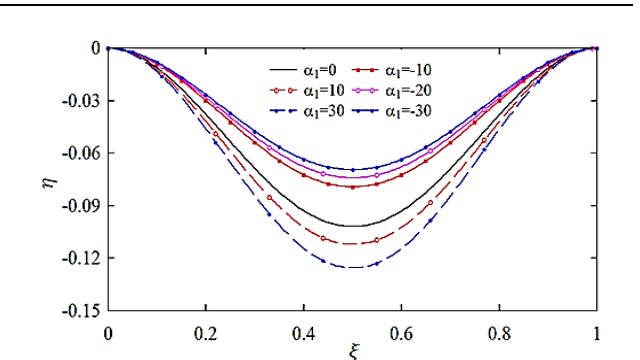
**Table 2** The material and geometrical parameters for the three types of switches used in the proposed phase shifter

پارامتر	سوئیچ نوع 1	سوئیچ نوع 2	سوئیچ نوع 3
مدول الاستیسیته، $E$ (GPa)	79	79	79
مدول برشی، $G$ (GPa)	27.7	27.7	27.7
ضریب پواسون ( $\nu$ )	0.43	0.43	0.43
طول پل سوئیچ، $L$ ( $\mu\text{m}$ )	350	350	350
ضخامت پل سوئیچ، $h$ ( $\mu\text{m}$ )	1.2	1.2	1.2
عرض پل سوئیچ، $b$ ( $\mu\text{m}$ )	56	115	132
فاصله اولیه پل، $g_0$ ( $\mu\text{m}$ )	1.6	1.6	1.6
طول موضع میانی پل جهت اعمال نیرو، $[x_1 - x_2]$ ( $\mu\text{m}$ )	120	120	120

جدول 2 مشخصات هندسی و فیزیکی سه نوع سوئیچ به کار رفته در شیفت دهنده فاز پیشنهادی

**Table 2** The material and geometrical parameters for the three types of switches used in the proposed phase shifter

پارامتر	سوئیچ نوع 1	سوئیچ نوع 2	سوئیچ نوع 3
مدول الاستیسیته، $E$ (GPa)	79	79	79
مدول برشی، $G$ (GPa)	27.7	27.7	27.7
ضریب پواسون ( $\nu$ )	0.43	0.43	0.43
طول پل سوئیچ، $L$ ( $\mu\text{m}$ )	350	350	350
ضخامت پل سوئیچ، $h$ ( $\mu\text{m}$ )	1.2	1.2	1.2
عرض پل سوئیچ، $b$ ( $\mu\text{m}$ )	56	115	132
فاصله اولیه پل، $g_0$ ( $\mu\text{m}$ )	1.6	1.6	1.6
طول موضع میانی پل جهت اعمال نیرو، $[x_1 - x_2]$ ( $\mu\text{m}$ )	120	120	120



**Fig. 6** The effect of residual stress on static deflection of the micro-switch under an applied local DC voltage

شکل 6 اثر تنش‌های پسماند بر روی تغییر شکل استاتیکی میکروسوییچ تحت ولتاژ DC موضعی

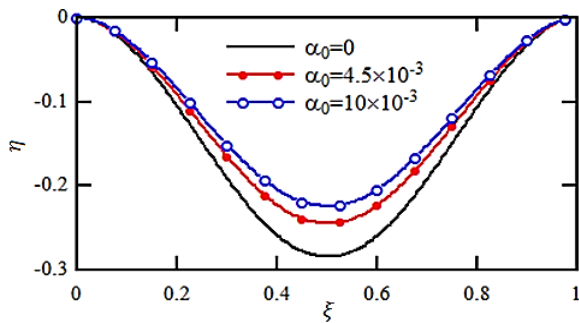


Fig. 7 The effect of curvature nonlinearity on the static deflection of the micro-switch under load electrostatic forces with  $V=4V$

شکل 7 تأثیر غیرخطی سفتی خمشی بر خیز استاتیکی میکروسوییچ تحت تأثیر میدان الکترواستاتیکی موضعی به ازای  $V=4V$

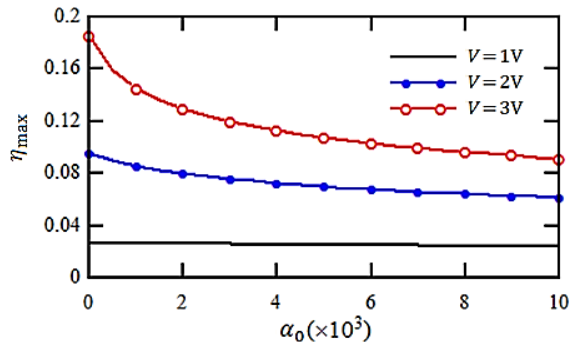


Fig. 8 The effect of curvature nonlinearity on the maximum static deflection of the micro-switch under load electrostatic forces with different applied voltage

شکل 8 تأثیر پارامتر غیرخطی سفتی خمشی بر حداکثر خیز میکروسوییچ تحت تأثیر میدان الکترواستاتیکی موضعی به ازای مقادیر مختلف ولتاژ اعمالی

است. برای مدل‌سازی میکروسوییچ از تئوری تیر اولبر - برنولی با شرایط مرزی تکیه‌گاه‌های دوسرگیردار استفاده شده است. معادله دیفرانسیل غیرخطی حاکم بر خیز استاتیکی با در نظر گرفتن اثرات غیرخطی سفتی خمشی و مقیاس کوچک استخراج شده است. در ادامه معادله مشخصه حاکم بر سیستم با روش کاهش مرتبه گالرکین و با در نظر گرفتن شکل مود اول میکروتیر به عنوان توابع مقایسه‌ای به دست آمده و اثر پارامترهای مختلف بر تغییر شکل استاتیکی میکروسوییچ مورد بررسی قرار گرفت. نتایج حاصل نشان می‌دهند که در نظر گرفتن عبارت غیرخطی ناشی از سفتی خمشی باعث پیش‌بینی مقدار بیشتری برای سفتی سیستم شده و در نتیجه کاهش خیز استاتیکی میکروسوییچ باعث کاهش ظرفیت خازنی میکروسوییچ خواهد شد. با افزایش پارامتر بی‌بعد سفتی خمشی از مقدار 0 به 10، حداکثر خیز میکروسوییچ به ازای ولتاژهای 1V، 2V و 3V در حدود 7.7%، 35.8% و 48.6% کاهش می‌یابد. بر این اساس می‌توان نتیجه گرفت که اثرات ناشی از تنش‌های پسماند، اثرات اندازه‌های کوچک و همچنین اثرات غیرخطی ناشی از سفتی خمشی از مهمترین پارامترهای طراحی و ساخت میکروسوییچ‌های تغییر دهنده‌های فاز می‌باشند که تأثیرات قابل ملاحظه‌ای بر رفتار مکانیکی آن‌ها دارند. نتایج ارائه شده در تحقیق حاضر می‌تواند گامی در راستای طراحی دقیق‌تر میکروسوییچ‌های تغییر دهنده‌های فاز تحت تأثیر نیروی الکترواستاتیکی موضعی باشد.

#### 7- فهرست علائم

$A_k$	ثابت شکل مود
$b$	عرض پل میکروسوییچ

#### 6- نتیجه‌گیری

در تحقیق حاضر، تغییر شکل استاتیکی میکروسوییچ تغییردهنده فاز تحت تأثیر نیروی الکترواستاتیکی موضعی در قسمت میانی مورد بررسی قرار گرفته

بنابراین می‌بایست در طراحی میکروسوییچ‌های شیفته دهنده‌های فاز به این نکته توجه داشت. با توجه به نتایج مشاهده می‌شود که به ازای پارامترهای بی‌بعد تنش پسماند،  $\alpha_1 = 30$  و  $\alpha_2 = -30$  خیز میکروسوییچ به ترتیب 27.3% افزایش و 36.4% کاهش می‌یابد. لازم به ذکر است که این مقادیر برای میکروسوییچ‌های مورد استفاده با مشخصات جدول 2 تقریباً معادل تنش پسماند 5MPa می‌باشد که براساس مطالعات انجام شده در زمینه میکروسازه‌ها، این مقدار تنش پسماند در ساخت میکروسازه‌ها معمولاً وجود دارد.

با توجه به این‌که به ازای ولتاژهای نزدیک ولتاژ پولین، تغییر شکل‌های میکروسوییچ‌ها بیشتر می‌شود بنابراین از اثرات غیرخطی ناشی از تغییر شکل‌های بزرگ نمی‌توان صرف‌نظر کرد. در تمام مطالعات انجام شده در زمینه رفتار غیرخطی میکروتیرها از اثرات غیرخطی ناشی از شعاع انحناء صرف‌نظر شده است و در معادلات تنها اثر غیرخطی ناشی از تغییر طول محوری لحاظ شده است. به منظور بررسی اثر غیرخطی ناشی از انحناء میکروسوییچ در تغییر شکل‌های بزرگ، که باعث غیرخطی شدن سفتی خمشی می‌شود، در "شکل 7" تغییرات خیز میکروسوییچ به ازای مقادیر مختلف پارامتر بی‌بعد غیرخطی انحناء،  $\alpha_0$ ، نشان داده شده است. به منظور استخراج این نتایج پارامترهای بی‌بعد به صورت  $\mu = 1$ ،  $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$ ،  $\xi_p = 0.34$  و  $V = 4V$  در نظر گرفته شده‌اند. نتایج نشان می‌دهد که اثرات غیرخطی ناشی از شعاع انحناء بر تغییرات خیز میکروسوییچ‌ها تأثیر قابل ملاحظه‌ای دارد و میزان خیز میکروسوییچ در تئوری خطی بیشتر از تئوری در نظر گرفتن اثرات غیرخطی سفتی خمشی می‌باشد. با افزایش پارامتر بی‌بعد غیرخطی انحناء از 0 به مقدار 2.5، حداکثر خیز میکروسوییچ در حدود 25% کاهش می‌یابد که مقدار قابل ملاحظه‌ای است و در طراحی میکروسوییچ‌های تغییر دهنده‌ها باید مدنظر گرفته شود. دلیل این پدیده، وجود پارامتر مربوط به غیرخطی هندسی هست که در قسمت سفتی خمشی میکروسوییچ وجود دارد و باعث رفتار سخت‌شوندگی در میکروسوییچ می‌شود. این عامل باعث می‌شود در یک ولتاژ معین، میکروسوییچ خیز کمتری نسبت به تئوری خطی داشته باشد و حساسیت خیز و یا ظرفیت خازنی میکروسوییچ به رفتار غیرخطی شعاع انحناء قابل ملاحظه خواهد بود. در نتیجه در طراحی شیفته دهنده‌های فازی که ظرفیت خازنی هر میکروسوییچ بسیار حائز اهمیت می‌باشد، در نظر نگرفتن این نوع رفتار غیرخطی خطاهای زیادی را بین نتایج شبیه‌سازی و نتایج تجربی به دنبال خواهد داشت. به منظور بررسی دقیق‌تر اثرات غیرخطی سفتی خمشی، در "شکل 8" تغییرات حداکثر خیز میکروسوییچ برحسب پارامتر غیرخطی سفتی خمشی و به ازای مقادیر مختلف ولتاژ اعمالی نشان داده شده است. نتایج نشان می‌دهد با افزایش ولتاژ اعمالی به میکروسوییچ، خیز میکروسوییچ بیشتر شده و در نتیجه آن کرنش‌های غیرخطی ایجاد شده افزایش و اثرات غیرخطی ناشی از در نظر گرفتن غیرخطی شعاع انحناء قابل ملاحظه خواهد بود. همچنین، با توجه به "شکل 8" مشاهده می‌شود که حداکثر خیز میکروسوییچ با افزایش اثرات غیرخطی و ولتاژهای اعمالی، بیشتر و تأثیرگذارتر می‌باشد. با افزایش پارامتر بی‌بعد سفتی خمشی از مقدار 0 به 10، حداکثر خیز میکروسوییچ به ازای ولتاژهای 1V، 2V و 3V به ترتیب در حدود 7.7%، 35.8% و 48.6% کاهش می‌یابد.

- [6] K. Topalli, E. Erdil, O. A. Civi, S. Demir, S. Koc, T. Akin, Tunable dual-frequency RF MEMS rectangular slot ring antenna, *Sensors and Actuators A: Physical*, Vol. 156, No. 2, pp. 373-380, 2009.
- [7] K. Das, R. C. Batra, Pull-in and snap-through instabilities in transient deformations of microelectromechanical systems, *Journal of Micromechanics and Microengineering*, Vol. 19, No. 3, pp. 35-46, 2009.
- [8] M. Pashapour, S. M. Pesteii, G. Rezazadeh, S. Kouravand, Thermo-Mechanical behavior of a bilayer microbeam subjected to nonlinear electrostatic pressure, *Sensors & Transducers*, Vol. 103, No. 4, pp. 161-169, 2009.
- [9] W. M. Zhang, H. Yan, Z. K. Peng, G. Meng, Electrostatic pull-in instability in MEMS/NEMS: A review, *Sensors and Actuators A: Physical*, Vol. 214, No. 22, pp. 187-218, 2014.
- [10] H. M. Sedighi, F. Daneshmand, J. Zare, The influence of dispersion forces on the dynamic pull-in behavior of vibrating nano-cantilever based NEMS including fringing field effect, *Archives of Civil and Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 4, pp. 766-775, 2014.
- [11] J. Zeng, A. Garg, A. Kovacs, A. K. Bajaj, D. Peroulis, An equation-based nonlinear model for non-flat MEMS fixed-fixed beams with non-vertical anchoring supports, *Journal of Micromechanics and Microengineering*, Vol. 25, No. 5, pp. 55-67, 2015.
- [12] Z. Deng, H. Wei, S. Fan, J. Gan, Design and analysis a novel RF MEMS switched capacitor for low pull-in voltage application, *Microsystem Technologies*, Vol. 22, No. 8, pp. 2141-2149, 2016.
- [13] A. Khanchehgardan, A. Amiri, G. Rezazadeh, Thermo-diffusive coupling effect on the damping ratio based on modified couple stress theory in micro-beam resonators, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 9, pp. 116-124, 2015. (in Persian فارسی)
- [14] M. Rezaee, V. A. Maleki, An analytical solution for vibration analysis of carbon nanotube conveying viscose fluid embedded in visco-elastic medium, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, Vol. 229, No. 4, pp. 644-650, 2015.
- [15] H. Alizade, R. Ansari, Bending analysis of micro cantilevers based on the Chen-Wang strain gradient plasticity theory, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 2, pp. 198-204, 2015. (in Persian فارسی)
- [16] V. A. Maleki, N. Mohammadi, Buckling analysis of cracked functionally graded material column with piezoelectric patches, *Smart Materials and Structures*, Vol. 26, No. 3, pp. 35-48, 2017.
- [17] M. Fathalilou, G. Rezazadeh, Effects of the length scale parameter on the thermoelastic damping of a microbeam considering the couple stress theory, *International Journal of Applied Mechanics*, Vol. 8, No. 06, pp. 1650083, 2016.
- [18] B. Y. Tadi, I. Karimipour, Static pull-in instability analysis of beam type NEMS under molecular force using strain gradient theory, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 12, No. 3, pp. 37-49, 2012. (in Persian فارسی)
- [19] G. Rezazadeh, m. sadeghi, M. Fathalilou, Study on the size dependent behavior of a micro-beam subjected to a nonlinear electrostatic pressure, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 15, pp. 137-144, 2014. (in Persian فارسی)
- [20] E. M. Abdel-Rahman, M. I. Younis, A. H. Nayfeh, Characterization of the mechanical behavior of an electrically actuated microbeam, *Journal of Micromechanics and Microengineering*, Vol. 12, No. 6, pp. 759, 2002.
- [21] S. Kong, S. Zhou, Z. Nie, K. Wang, Static and dynamic analysis of micro beams based on strain gradient elasticity theory, *International Journal of Engineering Science*, Vol. 47, No. 4, pp. 487-498, 2009.
- [22] S. Kong, S. Zhou, Z. Nie, K. Wang, The size-dependent natural frequency of Bernoulli-Euler micro-beams, *International Journal of Engineering Science*, Vol. 46, No. 5, pp. 427-437, 2008.
- [23] D. G. Fertis, Nonlinear structural engineering: with unique theories and methods to solve effectively complex nonlinear problems, pp. 1-61, Berlin, Springer-Verlag, 2006
- [24] S. S. Rao, *Vibration of Continuous Systems*, John Wiley & Sons, pp. 345-348, 2007.
- [25] A. S. Vahdat, G. Rezazadeh, Effects of axial and residual stresses on thermoelastic damping in capacitive micro-beam resonators, *Journal of the Franklin Institute*, Vol. 348, No. 4, pp. 622-639, 2011.
- [26] J. Qian, C. Liu, D. Zhang, Y. Zhao, Residual stresses in micro-electromechanical systems, *Journal of Mechanical Strength*, Vol. 23, No. 4, pp. 393-401, 2001.
- [27] R. C. Batra, M. Porfiri, D. Spinello, Electromechanical model of electrically actuated narrow microbeams, *Journal of Microelectromechanical Systems*, Vol. 15, No. 5, pp. 1175-1189, 2006.
- [28] M. Dequesnes, S. Rotkin, N. Aluru, Calculation of pull-in voltages for carbon-nanotube-based nanoelectromechanical switches, *Nanotechnology*, Vol. 13, No. 1, pp. 120, 2002.
- [29] N. Van Der Meijs, J. Fokkema, VLSI circuit reconstruction from mask topology, *VLSI Journal*, Vol. 2, No. 2, pp. 85-119, 1984.
- [30] M. Fathalilou, M. Sadeghi, G. Rezazadeh, M. Jalilpour, A. Naghiloo, S. Ahouighazvin, Study on the pull-in instability of gold micro-switches using variable length scale parameter, *Journal of Solid Mechanics*, Vol. 3, No. 2, pp. 114-123, 2011.

$C$	ظرفیت خازنی
$E$	مدول الاستیسیته
$f_{elec}$	نیروی الکترواستاتیک اعمال شده بر میکروتیر
$g$	فاصله بین میکروتیر و الکتروود
$g_0$	فاصله اولیه بین میکروتیر و الکتروود
$G$	مدول برشی
$h$	ضخامت پل میکروسوئیچ
$I$	ممان اینرسی
$L$	طول پل سوئیچ
$\ell$	پارامتر مشخصه طولی
$N_0$	نیروی محوری اعمالی بر میکروتیر
$N_s$	نیروی محوری اضافی ایجاد شده در تیر تحت اثر تغییر شکل محوری
$q_k$	مختصه‌های تعمیم یافته
$U_m$	انرژی کرنشی ناشی از گشتاور خمشی
$U_s$	انرژی کرنشی ناشی از نیروی محوری
$V$	اختلاف ولتاژ اعمالی بین میکروتیر و سطح پایه (V)
$W$	کار کل انجام شده توسط نیروهای خارجی
$w$	خیز بی‌بعد
<b>علائم یونانی</b>	
$\alpha_0$	پارامتر بی‌بعد غیرخطی انحناء
$\alpha_1$	پارامتر بی‌بعد تنش پسماند
$\alpha_2$	پارامتر بی‌بعد غیرخطی نیروهای محوری
$\beta$	نسبت عرض به ضخامت میکروتیر
$\delta$	عملگر تغییرات
$\varepsilon_0$	واحد اندازه‌گیری الکترواستاتیسیته در خلأ
$\xi$	طول بی‌بعد
$\eta$	پارامتر بی‌بعد تغییرات خیز میکروسوئیچ
$\kappa$	انحنای تیر
$\mu$	پارامتر بی‌بعد اثر اندازه
$\nu$	ضریب پواسون
$\hat{\sigma}$	تنش‌های پسماند
$\sigma_0$	تنش پسماند دو محوری
$\phi_k$	توابع مقایسه‌ای

**8- مراجع**

- [1] S. Afrang, K. Samandari, G. Rezazadeh, A small size Ka band six-bit DMTL phase shifter using new design of MEMS switch, *Microsystem Technologies*, Vol. 23, No. 3, pp. 1-14, 2016.
- [2] M. Angira, K. Rangra, A novel design for low insertion loss, multi-band RF-MEMS switch with low pull-in voltage, *Engineering Science and Technology, an International Journal*, Vol. 19, No. 1, pp. 171-177, 2016.
- [3] R. R. Benoit, N. Barker, Superconducting tunable microstrip gap resonators using low stress RF MEMS fabrication process, *IEEE Journal of the Electron Devices Society*, Vol. 43, No. 1, pp. 239-243, 2017.
- [4] Z. Chen, W. Tian, X. Zhang, Effect of surface asperities on the capacitances of capacitive RF MEMS switches, *Journal of Micromechanics and Microengineering*, Vol. 27, No. 3, pp. 38-62, 2017.
- [5] S. J. Basha, M. H. S. Krishna, C. A. Praharsha, P. H. Babu, V. Karthikeya, Y. Srinivas, D. R. Lakshmi, S. Rao, Microcantilever based RF MEMS switch for wireless communication, *Microelectronics and Solid State Electronics*, Vol. 5, No. 1, pp. 1-6, 2016.