



## مقایسه مدل‌های دو سیالی و حجم سیال در شبیه‌سازی عددی جریان دوفازی سرریزهای پلکانی در شرایط باهوادهی و بدون هوادهی

محمدرضا انصاری<sup>1\*</sup>، مهدی اسماعیل پور<sup>2</sup>

1- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

2- دانشجوی دکترا، مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

\* تهران، صندوق پستی 14115-111، mra\_1330@modares.ac.ir

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل  
دریافت: 12 شهریور 1396  
پذیرش: 29 مهر 1396  
ارائه در سایت: 24 آذر 1396

کلید واژگان:

هوادهی سرریز پلکانی  
مدل‌سازی عددی  
جریان دوفازی  
مدل دو سیالی  
مدل حجم سیال (VOF)

### چکیده

سرریز یک سازه هیدرولیکی است که برای تخلیه آب اضافی پشت سد استفاده می‌شود تا از رسیدن آسیب به سد و فرسایش پایین دست جلوگیری شود. در مقاله حاضر جریان دوفازی آب و هوا روی سرریز پلکانی در حالت دو بعدی شبیه‌سازی شده است. به منظور شبیه‌سازی عددی از دو نوع مدل حجم سیال (VOF) و مدل دو سیالی استفاده شده است و نتایج حاصل از این دو مدل با یکدیگر مقایسه شده‌اند. به منظور مطالعه تأثیر هوادهی در سرریز پلکانی، دو هندسه مختلف بررسی شد. در هندسه اول هیچ‌گونه مکش هوا از طریق پلکان انجام نمی‌گیرد و در هندسه دوم با تعبیه حفره‌هایی در لبه بالایی پله‌ها و قرار دادن فشار برابر با فشار اتمسفر برای این نواحی، مکش هوا و تأثیر آن بر توزیع جریان بر روی سرریز محاسبه و مورد مطالعه قرار گرفت. نتایج به دست آمده نشان می‌دهد در دبی‌های کم جریان، مدل VOF نسبت به مدل دو سیالی نتایج دقیق‌تری ارائه می‌دهد. در شرایطی که هوادهی در نظر گرفته شود به دلیل اختلاط فازهای آب و هوا، این مدل به خوبی مدل دو سیالی، قادر به شبیه‌سازی جریان سیال نمی‌باشد و خطای محاسبات زیاد است. به عبارت دیگر در حالت هوادهی، مدل دو سیالی به واسطه حل معادلات برای هر دو فاز، مدلی مناسب برای شبیه‌سازی جریان می‌باشد. نتایج حل عددی حاضر با مقادیر تجربی دیگر محققان مقایسه شده و مشخص گردید مدل عددی دو سیالی با خطایی کمتر از 10% قادر به پیش‌بینی میزان افت انرژی کل جریان در اثر عبور از سرریز پلکانی در مقایسه با مقادیر اندازه‌گیری شده تجربی می‌باشد.

## Comparison of the VOF and the two-fluid models for the numerical simulation of aeration and non aeration stepped spillway

Mohammad Reza Ansari\*, Mahdi Esmailpour

Department of Mechanical Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran

\* P.O.B. 14115-111, Tehran Iran, mra\_1330@modares.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 03 September 2017  
Accepted 21 October 2017  
Available Online 15 December 2017

#### Keywords:

Aeration Stepped Spillway  
Numerical Simulation  
Two Phase Flow  
Two Fluid Model  
Volume of Fluid Model (VOF)

### ABSTRACT

A spillway is a hydraulic structure that is provided at storage and detention dams to release surplus or flood water that cannot be safely stored in the reservoir. In this paper, two-dimensional simulation of gas-liquid two-phase flow on stepped spillway in different discharge rate is studied. The VOF model and the two-fluid model are used in order to simulate numerically and then the results of the two models are compared. In order to study the influence of aeration in stepped spillway, two different physics are proposed. In the first geometry it is assumed that there is no air intake via stairs and in second geometry air intake and its effect on the flow over the spillway is studied by embedding hole in the top edge of stair. The air pressure is assumed to be atmospheric. The results showed that VOF model provide more accurate result than that of two-fluid model in low discharge rate. However, in cases where aeration is studied, because of mixing phases, this model is not able to simulate fluid flow as well as two-fluid model. The two-fluid model is more accurate due to solving equations for both phases (air and water). For verification, numerical results have been compared with experimental values and determined that numerical models are able to predict the total energy loss within an error range of 10% compared with the measured experimental data.

### 1- مقدمه

در مخزن سد ذخیره کردند، استفاده می‌شود تا از رسیدن آسیب به سد جلوگیری گردد. هنگامی که ظرفیت مخزن بیش از حد مجاز گردد، آب از بالای سرریز جریان پیدا کرده و با رسیدن به پای سد سرعت آن به شدت افزایش می‌یابد. این افزایش سرعت ممکن است آسیب‌های کابوتاسیونی

سازه‌های هیدرولیکی و سدهای مدرن با ابعاد عظیم، کنترل حجم زیادی از آب تحت فشار بالا را بر عهده دارند. سرریز یک سازه هیدرولیکی است که جهت آزاد نمودن آب‌های اضافی و یا سیلاب‌هایی که نمی‌توانند بطور ایمن

Please cite this article using:

M. R. Ansari, M. Esmailpour, Comparison of the VOF and the two-fluid models for the numerical simulation of aeration and non aeration stepped spillway, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 12, pp. 255-265, 2018 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

سازی جریان روی سرریز پلکانی به همراه مدل آشفتگی فوق استفاده نمودند که از نظر آنها برای مسایل دارای سطح مشترک پیچیده متد مؤثری جهت تعقیب سطح مشترک می‌باشد. آنها برای شبیه‌سازی مرزهای نامنظم، از شبکه ساختار نیافته<sup>2</sup> استفاده کردند.

چنگ و همکاران [15] نیز کسر تهی<sup>3</sup> جریان دوفازی آب-هوا را روی سرریزها با مدل آشفتگی k-ε شبیه‌سازی کردند. دانگ ژی [16] شبیه‌سازی عددی رژیم‌های مختلف جریان روی کانال پلکانی با شیب متوسط را انجام داده است. کانال از 40 پله با زاویه رمپ<sup>4</sup> (خط شیب پله) 10 و 20 درجه تشکیل شده بود. همه مرزها به عنوان مرزهای فشاری با فشار صفر تعریف شده بودند. همچنین آنها جهت مقایسه مشخصه‌های هیدرولیکی جریان روی کانال پلکانی با کانال صاف، جریان روی کانال صاف را نیز شبیه‌سازی کردند.

بومباردلی و همکاران [17] به بررسی مشخصات جریان در ناحیه هوا دهی نشده روی سرریز پلکانی پرداختند. بنمار و همکاران [18] یک مدل عددی را که بر اساس طرح تفاضل محدود ضمنی<sup>5</sup> می‌باشد، برای جریان لایه مرزی دو بعدی در کانال پلکانی با شیب تند توسعه داده‌اند. آنها تست‌های آزمایشگاهی را در آزمایشگاه ملی مهندسی عمران در پرتغال و شبیه‌سازی عددی را با کد CFD با نرم‌افزار تجاری فلو تری دی<sup>6</sup> انجام دادند. کوان و همکاران [19] از مدل جریان چند فازی مخلوط<sup>7</sup> برای شبیه‌سازی جریان روی سرریز پلکانی استفاده کردند. مدل آشفتگی مورد استفاده آنها مدل k-ε، مدل SST k-ω<sup>8</sup> و مدل LES<sup>9</sup> بوده است. از میان 40 پله موجود با ارتفاع 5cm، پله‌های ششم تا دوازدهم، دامنه حل را تشکیل می‌دادند. آنها ادعا کردند مدل k-ε بهترین انطباق را در شبیه‌سازی جریان روی سرریز پلکانی داراست.

استفاده از مدل دو سیالی و همچنین ترکیب این مدل با روش‌های تعقیب سطح مشترک از جمله روش‌های نوین در مدل‌سازی جریان دو فازی است. یکی از این کارها، مطالعه عیسی و بونیزی [19] در مورد جریان دوفازی درون کانال بوده است. آنها از یک مدل دو سیالی یک بعدی دینامیکی برای شروع و توسعه اسلاگ بدون در نظر گرفتن نیروهای بویانسی و اغتشاشی، استفاده نمودند. آنها بیان داشتند که مدل دو سیالی قادر به تعقیب جریان سطح مشترک در کانال‌های افقی بطور اتوماتیک<sup>10</sup> می‌باشد. آنها در مطالعه دیگری [20] با پیشنهاد یک مدل ریاضی جهت اصلاح ترم نفوذ در معادلات دو سیالی، باعث افزایش دقت در تخمین کسر تهی شدند. شن و همکاران [21] نیز از یک مدل دو سیالی و مدل آشفتگی k-ε دو فازی برای مدل‌سازی جریان جدا شده<sup>11</sup> درهم استفاده نمودند. تبادل جرم، مومنتم و انرژی بین دوفاز به‌طور کامل در شبیه‌سازی آنها محاسبه شده بود. امام زاده و عیسی [22] با استفاده از مدل دو سیالی یک بعدی شبیه‌سازی عددی جریان حلقوی<sup>12</sup> در لوله‌های افقی و عمودی را انجام داده و در کار دیگری با استفاده از همین مدل به پیش‌بینی انتقال جریان از جریان جدا شده به جریان حلقوی در لوله‌های افقی پرداختند [23]. عیسی و البورا [24] با استفاده از یک مدل دو سیالی سه بعدی، مدل آشفتگی k-ε و شبکه غیر جابجا شده<sup>13</sup> در

جدی به سطح کانال وارد نماید. یک راه حل ممکن، استفاده از سرریز پلکانی به جای سرریز صاف می‌باشد که موجب ایجاد اتلافات از بالای سرریز تا پای سد می‌گردد. یک سازه هیدرولیکی باید طوری طراحی گردد که آب‌های اضافی را بدون هرگونه آسیبی به سازه سد و محیط اطراف تخلیه نماید. طراحی سرریز پلکانی پیچیده بوده و مطالعات آزمایشگاهی فراوانی در مراکز تحقیقاتی دنیا صورت گرفته است. این مطالعات، تعاریف اولیه از الگوی جریان<sup>1</sup>، فرایند اتلاف انرژی و طراحی سرریز پلکانی فراهم کرده و همچنین فهم بهتری از نفوذ هوا، شناخت جریان‌های دوفازی سرعت بالا و قابلیت اتلاف انرژی ارائه می‌دهد.

تحقیقات آزمایشگاهی انجام گرفته، پارامترهایی نظیر غلظت هوا، توزیع سرعت و میدان فشار روی پله‌ها را مطالعه نمودند. ماتوز [1]، میرلس [2]، و اتسو و همکاران [3] مدل‌های تجربی را برای پیش‌بینی خواص جریان دوفازی آب-هوا در طول کانال توسعه داده‌اند. در مورد خواص جریان در ناحیه هوا دهی نشده سرریز پلکانی، آمادور و همکاران [4]، میرلس و همکاران [5]، گونزالس و چانسون [6] و کاروالهو و آمادور [7] کار نموده‌اند. در جریان مغشوش دوفازی آب-هوا روی سرریز پلکانی، نیروهای وزن، ویسکوزیته و کشش سطحی نقش مهمی بازی می‌کنند، بنابراین برای مطالعه جریان روی سرریز پلکانی، علاوه بر تشابه فرود (که در آن نیروهای اینرسی و وزن مهم می‌باشند)، عدد وبر و عدد رینولدز (که به ترتیب نسبت نیروهای اینرسی به کشش سطحی و نسبت نیروی اینرسی به لزجت است)، باید در نظر گرفته شوند. تشابه فرود زمانی می‌تواند استفاده شود که ارتفاع پله بزرگتر از دو سانتی‌متر، عدد رینولدز بزرگتر از 105 و عدد وبر بزرگتر از 100 باشد [6].

چانسون [8] در کار خود مفهوم نفوذ و انتقال هوا را بر روی سرریز پلکانی بزرگ مقیاس به صورت تجربی بررسی نموده است. او معتقد بود بیشتر کارهای آزمایشگاهی انجام شده بر روی سرریزهایی با شیب تند (حدود 50 درجه) صورت گرفته، به همین دلیل در کار خود از سرریزی به شیب 22 درجه استفاده نمود. او از وجود الگوی جریان گذرا برای نرخ جریان متوسط آب خبر داد. ویلهلم و گالیور [9]، بر اساس انجام اقدامات آزمایشگاهی و اندازه‌گیری سطح آب، به بررسی میزان هوای نفوذ یافته و محبوس در جریان درهم توسعه یافته روی سرریز، پرداخته‌اند. آنها یک سطح نامنظم جریان، شبیه سطح آزاد جریان اطراف موج‌شکن، که شامل فراز و نشیب‌های نامنظم است (به علت درهمی جریان) مشاهده نمودند. سانچز و همکاران [10] میدان فشار را در جریان درهم مطالعه کردند. همچنین نتیجه مطالعه آزمایشگاهی چمنی و همکاران [11] نشان داده است که جریان روی سرریز پلکانی به دو ناحیه بالایی و پایینی تقسیم می‌گردد. آنها معادلاتی را برای توزیع غلظت هوا در این دو ناحیه استخراج نمودند.

با ظهور رایانه‌هایی با عملکرد بالا و توسعه نرم‌افزار دینامیک سیالات محاسباتی زمینه مساعدتری برای محققان فراهم شده است. اسی [12] از روش تفاضل محدود و بهره‌گیری از شرط مرزی نیومن، شبیه‌سازی جریان روی سرریز را انجام داده است. سانگ و ژو [13] با شبیه‌سازی عددی به مطالعه اثرات هندسه روی جریان سطح آزاد سرریز در حالت بدون هوا دهی پرداختند. آنها معادلات حاکم را با استفاده از روش صریح حجم محدود حل نمودند و نتایج خود را که شامل پروفیل سطح آزاد، توزیع فشار و توزیع سرعت بود، با داده آزمایشگاهی مقایسه کردند.

چن و همکاران [14] نیز مدل آشفتگی k-ε را جهت شبیه‌سازی جریان درهم روی سرریز بکار بردند. آنها روش کسر حجمی سیال را جهت شبیه

<sup>1</sup> Flow pattern

<sup>2</sup> Unstructured grid

<sup>3</sup> Void fraction

<sup>4</sup> Ramp angle

<sup>5</sup> Implicit

<sup>6</sup> FLOW-3D

<sup>7</sup> Mixture Multiphase Flow model

<sup>8</sup> Shear Stress Transport k-ε

<sup>9</sup> Large Eddy Simulation

<sup>10</sup> Automatically

<sup>11</sup> Stratified flow

<sup>12</sup> Annular flow

<sup>13</sup> Non-staggered

هیچ‌گونه مکش هوا از طریق پلکان تعبیه شده به عنوان سرریز انجام نمی‌گیرد و در هندسه دوم با تعبیه حفره‌هایی در لبه بالایی پله‌ها و قرار دادن فشار برابر با فشار اتمسفر برای این نواحی، مکش هوا و تأثیر آن بر توزیع جریان بر روی سرریز مورد مطالعه قرار گرفت. پیش‌بینی می‌گردد گام‌های زیر در حل عددی این مسئله صورت پذیرد:

- حل دوبعدی جریان دوفازی با روش VOF (بدون هواهی)
- حل دوبعدی جریان دوفازی با روش دوسیالی (بدون هواهی)
- حل دوبعدی جریان دوفازی با روش VOF (با هواهی)
- حل دوبعدی جریان دوفازی با روش دوسیالی (با هواهی)

شایان ذکر است گام‌های فوق در سه دبی مختلف انجام شده و نتایج حاصله شامل کانتورهای کسر حجمی و کانتورهای فشار استاتیکی و خطوط جریان خواهد بود.

## 2- معادلات حاکم

در ادامه معادلات مربوط به مدل حجم سیال (VOF) و مدل دو سیالی و همچنین مدل آشفتگی استفاده شده، آمده است.

### 1-2- معادلات روش VOF

مدلی بر پایه روش VOF برای حل مسائل جریان دوفازی که در آنها مقیاس طولی سطح مشترک بزرگتر از ابعاد شبکه باشد، مناسب است [25]. این مدل جریان دوفازی را با معادلات ناویر-استوکس متشکل از یک معادله پیوستگی و یک معادله مومنتم و معادله‌ای برای تعقیب سطح مشترک (معادله کسر حجمی) حل می‌نماید. معادلات برای سیال لزج تراکم‌ناپذیر در حالت سه بعدی به صورت روابط (2,1) هستند [26]:

معادله پیوستگی:

$$\nabla \cdot \vec{V} = 0 \quad (1)$$

معادله مومنتم:

$$\rho \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \rho \vec{V} \cdot (\nabla \vec{V}) = -\nabla P + \frac{1}{2} \nabla \cdot (\mu (\nabla \vec{V} + \nabla \vec{V}^T)) + \rho \vec{g} + \vec{M} \quad (2)$$

معادله نفوذ نیز برای تعقیب سطح مشترک به صورت رابطه (3) اعمال می‌شود:

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \vec{V} \cdot \nabla \alpha = 0 \quad (3)$$

تابع کسر حجمی برای محاسبه خواص سیال در نقاط شبکه بصورت روابط (5,4) استفاده می‌شود:

$$\rho_{i,j} = \alpha_{i,j} \rho_1 + (1 - \alpha_{i,j}) \rho_2 \quad (4)$$

$$\mu_{i,j} = \alpha_{i,j} \mu_1 + (1 - \alpha_{i,j}) \mu_2 \quad (5)$$

### 2-2- معادلات روش دو سیالی

این مدل برای حل مسائل جریان دوفازی که در آنها مقیاس طولی سطح مشترک کوچکتر از ابعاد شبکه است، مناسب‌تر است [25]. معادلات این مدل بر اساس روش‌های متوسط‌گیری مکانی و یا زمانی بدست می‌آید و برای هر کدام از سیالات به صورت جداگانه نوشته می‌شود. ترم‌های انتقال با استفاده از روابط ساختاری<sup>5</sup> برای انتقال جرم، مومنتم و انرژی جایگزین گشته و این روابط تجربی عمدتاً از آزمایش‌ها بدست می‌آیند (روابط 7,6) [27].

معادله پیوستگی برای هر فاز:

یک جریان دو فازی، اثرات درگ سطح مشترک، توربولانس و قطر حباب را بررسی کردند. آنها با در نظر گرفتن حباب‌ها به عنوان ذرات کروی با قطر یکسان و حل عددی معادلات حاکم با بهره‌گیری از تکنیک حجم محدود و الگوریتم سیمپل<sup>1</sup>، به استخراج کانتور کسر تهی<sup>2</sup> و دیگر پارامترها نظیر فشار پرداختند.

با توجه به پیشینه موضوع و مروری بر کارهای صورت گرفته در این زمینه، مشاهده می‌شود در بیشتر این کارها حل معادلات ناویر استوکس تک‌فاز با روش‌های گسسته‌سازی مختلف در نرم‌افزارهای متفاوت انجام شده است. ولی به جنبه دوفازی این پدیده و حل دو معادله برای دوفاز بطور جداگانه، برای معادلات پیوستگی و مومنتم، پرداخته نشده است. از طرفی هواهی جریان، جز در چند کار آزمایشگاهی کوچک مقیاس، صورت نگرفته است و محققان در کارهای آزمایشگاهی نشان داده‌اند در نرخ تخلیه بالا، باید هواهی جریان جهت جلوگیری از کاویتاسیون صورت پذیرد. دقت گردد ورود هوا به داخل جریان در اثر کاهش فشار بوده و این امر بطور طبیعی و بدون استفاده از کمپرسور یا دستگاه تزریق هوا صورت می‌پذیرد. هدف از قرار دادن حفره‌ها آنست که ورود هوا به داخل جریان موجب جلوگیری از ایجاد کاویتاسیون روی سرریز پلکانی و در نتیجه محافظت سطح آن می‌گردد. همچنین این عمل موجب کف‌آلود شدن آب و کاهش انرژی آن در پای سرریز می‌گردد که خود منجر به کاهش ابعاد حوضچه پای سد و حفاظت محیط اطراف در پای سرریز می‌شود. با مطالعه کارهای عددی انجام شده مشخص گردید که مدل‌سازی سطح مشترک از دقت پایینی برخوردار بوده چرا که تطابق خوبی با نمونه‌های آزمایشگاهی موجود ندارد. از طرفی تا به امروز تنها تعداد اندکی کار جهت مطالعه رفتار فشار در ناحیه جریان هواهی شده در سرریزهایی با شیب متوسط صورت گرفته است. بنابراین اهداف این مقاله عبارتند از:

- مدل‌سازی دقیق سطح مشترک آب و هوا و تطبیق آن با نتایج تجربی موجود

- شناخت الگوی فشاری بر روی وجوه پله‌ها در ناحیه جریان هواهی شده

- مقایسه نتایج حاصل از مدل حجم سیال و دوسیالی و ارائه تفاوت‌ها به موارد زیر می‌توان به عنوان نوآوری مقاله حاضر اشاره نمود:

- مقایسه مدل‌های دو سیالی و حجم سیال در شبیه‌سازی عددی جریان دوفازی سرریزهای پلکانی

- هواهی کردن سرریز پلکانی با ایجاد سوراخ‌هایی در فاصله مشخص از بالای پلکان

از جمله چالش‌های پیش رو در خلال حل، می‌توان به تعیین موقعیت دقیق سوراخ جهت مکش بیشترین میزان هوا (بطور طبیعی) به داخل جریان اشاره کرد.

در مقاله حاضر شبیه‌سازی دوبعدی جریان آب در دبی‌های مختلف از سرریز پلکانی مورد بررسی قرار گرفته است. در تحقیق حاضر به منظور شبیه‌سازی عددی از دو نوع مدل حجم سیال (VOF<sup>3</sup>) و مدل دو سیالی به کمک نرم‌افزار فلوئنت<sup>4</sup> استفاده شده است و نتایج حاصل از این دو مدل با یکدیگر مقایسه شده‌اند. به منظور بررسی تأثیر هواهی در سرریز پلکانی، دو هندسه مختلف مورد بررسی قرار گرفت. در هندسه اول فرض شد که

<sup>1</sup> SIMPLE

<sup>2</sup> Void fraction

<sup>3</sup> Volume of Fluid

<sup>4</sup> FLUENT

<sup>5</sup> Closure relationship

توربولانس از روش مرتبه دوم پیش‌رو<sup>2</sup> استفاده شد و برای گسسته‌سازی معادلات کسر حجمی جریان دوفاز به منظور تخمین دقیق فصل مشترک بین آب و هوا از روش بازسازی هندسی<sup>3</sup> استفاده گردید.

در این مقاله از مدل‌های حجم سیال (VOF) و دو سیالی به منظور شبیه‌سازی جریان استفاده شد. در مدل دو سیالی امکان نفوذ و برهم‌کنش بین فازهای مختلف برای انتقال جرم، مومنتم و انرژی در یکدیگر در نظر گرفته شده و با استفاده از مفهوم سرعت لغزشی، امکان حرکت دوفاز با سرعت‌های مختلف وجود دارد. معادلات دوسیالی براساس روش‌های متوسط‌گیری مکانی بدست آمده‌اند. بنابراین برای حل جریانهای دوفازی که مقیاس طولی سطح مشترک آنها از ابعاد شبکه بزرگتر است، دقت بالایی ندارند [25]، اما برای جریانهای مخلوطی مانند جریان حبابی که مقیاس طولی سطح مشترک آنها یا به عبارتی ابعاد حباب در آن جریان کوچکتر از ابعاد شبکه باشد دقت قابل قبولی از خود ارائه می‌دهند. اصلی‌ترین دلیل کاهش دقت این مدل‌ها لزوم استفاده از روابط تجربی برای تخمین ترمهای انتقال مومنتم در معادلات مومنتم می‌باشد. از طرفی معادلات ناویر-استوکس به همراه روش VOF برای جریان‌هایی با مقیاس طولی سطح مشترک بزرگتر از ابعاد شبکه دقت بسیار بالایی از خود نشان می‌دهند. بنابراین ترکیب این دو مدل با یکدیگر می‌تواند به حل هرچه بهتر جریان کمک کند، که این امر در مطالعه بعدی در دست بررسی می‌باشد. در این مطالعه هر یک از روش‌ها به تنهایی روی سرریز پلکانی در رژیم‌های آرام و درهم و در دو حالت باهواهی و بدون هواهی بررسی گشته‌اند.

### 1-3- مشخصات مساله فیزیکی

با توجه به بررسی کارهای تجربی انجام شده توسط محققین پیشین، نتایج کار چافی و همکاران [28] برای صحت سنجی مدل عددی پیشنهادی مورد استفاده قرار گرفته است. مشخصات مساله مورد نظر برای انجام محاسبات مربوط به مدل‌سازی عددی جهت سهولت صحت‌سنجی، همانند بررسی ایشان به قرار زیر انتخاب می‌گردد: ارتفاع پله‌ها 7 سانتی‌متر در نظر گرفته شده است که عرض پله‌ها 11.5 سانتی‌متر بوده و عمق آنها نیز برابر با 24 سانتی‌متر است. با توجه به مشخصات هندسی در نظر گرفته شده برای پله‌ها، شیب سرریز تقریباً برابر با 32 درجه می‌باشد.

### 2-3- تولید هندسه حل و شبکه‌بندی

به منظور شبیه‌سازی عددی سرریز پلکانی، در ابتدا می‌بایستی هندسه سرریز در نرم‌افزار گمبیت<sup>4</sup> ترسیم شود. به همین دلیل در قدم اول با توجه به ابعاد هندسی موجود، هندسه‌ای دوبعدی از سرریز پلکانی ایجاد گردید. به منظور سهولت در تولید شبکه محاسباتی سازمان‌یافته با کیفیت بالا، هندسه تولید شده به نواحی داخلی کوچکتری تقسیم شد. از طرف دیگر حفره‌هایی نیز در ارتفاع پله‌ها به منظور مکش هوا به داخل سرریز در هندسه تولید شده در نظر گرفته شد. ارتفاع این حفره‌ها برابر با 0.5 سانتی‌متر می‌باشد که مرکز آن از قسمت بالایی پله، 0.75 سانتی‌متر فاصله دارد.

بعد از تولید هندسه در نرم‌افزار گمبیت، به منظور شبیه‌سازی عددی جریان بر روی سرریز پلکانی، نیاز به تولید شبکه محاسباتی می‌باشد. در کار حاضر با انجام تقسیم‌بندی داخلی شبکه حل، به منظور بررسی استقلال جواب از نوع شبکه، سه نوع شبکه محاسباتی با سازمان، با ابعاد نامی درشت،

$$\frac{\partial(\alpha_k \rho_k)}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_k \rho_k \vec{V}_k) = 0 \quad (6)$$

معادله مومنتم برای هر فاز:

$$\frac{\partial(\alpha_k \rho_k \vec{V}_k)}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_k \rho_k \vec{V}_k \vec{V}_k) = -\alpha_k \nabla P + \frac{1}{2} \nabla \cdot (\alpha_k \mu_k (\nabla \vec{V}_k + \nabla \vec{V}_k^T)) + \vec{M}_k + \alpha_k \rho_k \vec{g} \quad (7)$$

که در این معادلات اندیس  $k$  برای هر سیال است؛ به عبارتی  $k = 1$  برای سیال 1 و  $k = 2$  برای سیال 2.

### 2-3- مدلسازی اغتشاشات

با توجه به ماهیت اغتشاشی جریان روی سرریز پلکانی، که در آن انرژی جنبشی اغتشاشی یکی از پارامترهای اصلی برای تعیین این کمیت است، باید از یک مدل اغتشاشی نیز در کنار مدل‌های دوفازی استفاده نمود. انتخاب مدل اغتشاشی مناسب در این جریان می‌تواند تاثیر بسزایی بر دقت نتایج حل داشته باشد. در این رابطه بررسی‌هایی با انواع مختلف مدل‌های اغتشاشی انجام شد، که از بین آنها با توجه به مزایا و معایب هر یک و نوع جریان، مدل RNG<sup>1</sup> به عنوان بهترین مدل انتخاب گردید. در مسائلی که جریان تحت کرنش کم یا ملایم قرار دارد، تغییرات چندانی بین مدل RNG و مدل استاندارد وجود ندارد، اما در نواحی که جریان به شدت تحت کرنش قرار دارد با محاسبه مقادیر کمتری برای  $k$  و  $\varepsilon$  و به تبع آن لزجت مؤثر، باعث رشد زودتر اغتشاشات شده و دقت مدل RNG را نسبت به مدل استاندارد افزایش می‌دهد. بنابراین این مدل برای شرایطی که جریان به شدت تحت کرنش (کشیدگی) قرار دارد و یا انحنای خطوط جریان شدید است نتایج بهتری نسبت به مدل  $k-\varepsilon$  استاندارد ارائه می‌کند [26]. با توجه به اینکه در مساله سرریز پلکانی، جریان درون حفره پله‌ها، تحت کرنش زیاد قرار داد؛ به عبارتی انحنای خطوط جریان زیاد است، این مدل با توجه به ترم اضافی موجود در معادله  $\varepsilon$  که مربوط به کشیدگی جریان است، نتایج بهتری را ارائه می‌نماید و در نتیجه نتایج دقت بالاتری نسبت به مدل استاندارد دارند.

معادلات مدل اغتشاشی RNG  $k-\varepsilon$  به صورت روابط (8,9) است:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho k u_i)}{\partial x_i} = \frac{\partial(\alpha_k \mu_{eff} \frac{\partial k}{\partial x_i})}{\partial x_i} + G_k - \rho \varepsilon \quad (8)$$

$$\frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \varepsilon u_i)}{\partial x_i} = \frac{\partial(\alpha_\varepsilon \mu_{eff} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i})}{\partial x_i} + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} G_k - \rho C_{2\varepsilon} \frac{\varepsilon^2}{k} - R_\varepsilon \quad (9)$$

که در آن روابط (10) برقرارند:

$$R_\varepsilon = \frac{C_{\mu} \rho \eta^3 (1 - \frac{\eta}{\eta_0}) \varepsilon^2}{1 + \beta \eta^3} \frac{1}{k}, \quad \eta = \frac{Sk}{\varepsilon} \quad (10)$$

$$G_k = \mu_t S^2, \quad \mu_t = \rho C_{\mu} \frac{k^2}{\varepsilon}$$

در روابط فوق  $G_k$  تولید  $k$  به دلیل وجود نیروهای لزجی،  $\mu_t$  لزجت گردابه‌ای،  $S$  نرخ کرنش و  $\varepsilon$  نرخ اتلاف اغتشاشات است.  $C_{1\varepsilon}$ ،  $C_{2\varepsilon}$  و  $C_{\mu}$  اعداد ثابت و به ترتیب برابر 0.92، 1.44، 1.92 در نظر گرفته شده است.

### 3- روش حل عددی

به منظور حل معادلات جریان سیال از فرم متوسط‌گیری شده معادله ناویر-استوکس استفاده شد. به منظور کوپل کردن معادلات سرعت و فشار از الگوریتم سیمپل استفاده شد. به منظور گسسته‌سازی معادلات مومنتم و

<sup>2</sup> Second order upwind

<sup>3</sup> Geo-Reconstruct

<sup>4</sup> Gambit

<sup>1</sup> ReNormalization Group  $k-\varepsilon$

جدول 1 تعداد شبکه مورد استفاده در شبکه‌های محاسباتی مختلف

نوع شبکه	درشت	متوسط	ریز
تعداد شبکه محاسباتی	4260	10300	47924

### 3-3- شرایط مرزی

شرایط مرزی مورد استفاده در کار حاضر برای هندسه مورد مطالعه برای حالت بدون مکش هوا در شکل 3 آورده شده است. همان‌گونه که در شکل 3 مشاهده می‌شود، جریان ورودی به سرریز از طریق مجرای در نظر گرفته شده وارد سرریز شده و بعد از عبور از پله‌های سرریز در قسمت انتهایی از فضای حل خارج می‌گردد. با وارد کردن دبی آب ورودی در نرم‌افزار، شرایط مرزی ورودی تعیین می‌شود و در خروجی نیز فشار هوا برابر با فشار اتمسفر در نظر گرفته شده است. فشار هوا در قسمت بالایی ناحیه حل نیز برابر با فشار اتمسفر در نظر گرفته شده است. در این حل حفره‌های تعبیه شده در دیواره عمودی پله‌ها، بسته شده است و از شرط مرزی دیواره برای این نواحی استفاده شده است.

شرایط مرزی مورد استفاده برای هندسه با مکش هوا نیز در ادامه آورده شده است. تنها تفاوت این حل با شرایط بدون مکش، اعمال شرط مرزی فشاری در حفره‌های تعبیه شده در دیواره عمودی پله‌ها می‌باشد. با توجه به اتصال این حفره‌ها به هوای آزاد، فشار این حفره‌ها برابر فشار اتمسفر فرض شده است.

در حل مسائل با سطح آزاد، بهترین روش برای رسیدن به همگرایی مطلوب، استفاده از حل گذرا می‌باشد. در این حل در ابتدا به عنوان شرایط اولیه، سطح تراز آب به نرم‌افزار معرفی می‌گردد. در ادامه با شروع فرایند حل، با خروج آب از قسمت انتهایی محیط حل، سطح آزاد آب به شرایط پایدار خود می‌رسد. به همین دلیل در کار حاضر نیز از حل گذرا استفاده شد و این حل تا زمانی که پروفیل شده در بخش‌های بعد مربوط به حل نهایی است که پروفیل سطح آزاد با گذر زمان دچار تغییر نمی‌شود و اصطلاحاً حل به حالت پایا رسیده است. در شکل 4 شرایط مرزی مورد استفاده برای هندسه با مکش هوا نیز آورده شده است.

### 3-4- استقلال جواب از نوع شبکه

به منظور بررسی استقلال جواب از نوع شبکه، جریان آب از سرریز پلکانی با استفاده از مدل VOF برای دبی 30 lit/s.m برای سه نوع شبکه ایجاد شده مورد بررسی قرار گرفت. به منظور شبیه‌سازی عددی جریان آشفته، از مدل توربولانس  $k - \epsilon$  RNG استفاده شد. نتایج به دست آمده برای کسر حجمی

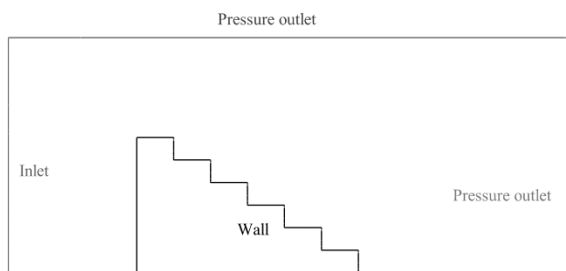


Fig. 3 The boundary conditions used in stepped spillway geometry without air intake

شکل 3 شرایط مرزی مورد استفاده در هندسه سرریز پلکانی بدون مکش هوا

متوسط و ریز تولید شد. شماتیکی از هندسه تولید شده در نرم‌افزار گمبیت در شکل 1 آورده شده است.

شبکه درشت، متوسط و ریز تولید شده در سرریز پلکانی نیز در شکل 2 آورده شده است.

همان‌گونه که در شکل 2 مشاهده می‌شود، در نزدیکی دیواره پله‌های سرریز از شبکه محاسباتی با ابعاد کوچکتری استفاده شده است تا بتوان گرادین‌های سرعت ایجاد شده در این نواحی را با دقت بالایی محاسبه کرد. تعداد شبکه‌های مورد استفاده در سه نوع شبکه مورد بررسی در جدول 1 آورده شده است.

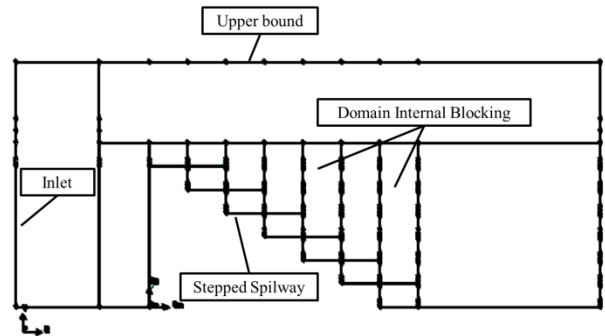


Fig. 1 Generated geometry in Gambit software with division of its inner domain

شکل 1 هندسه تولید شده در نرم‌افزار گمبیت به همراه تقسیم‌بندی نواحی داخلی آن

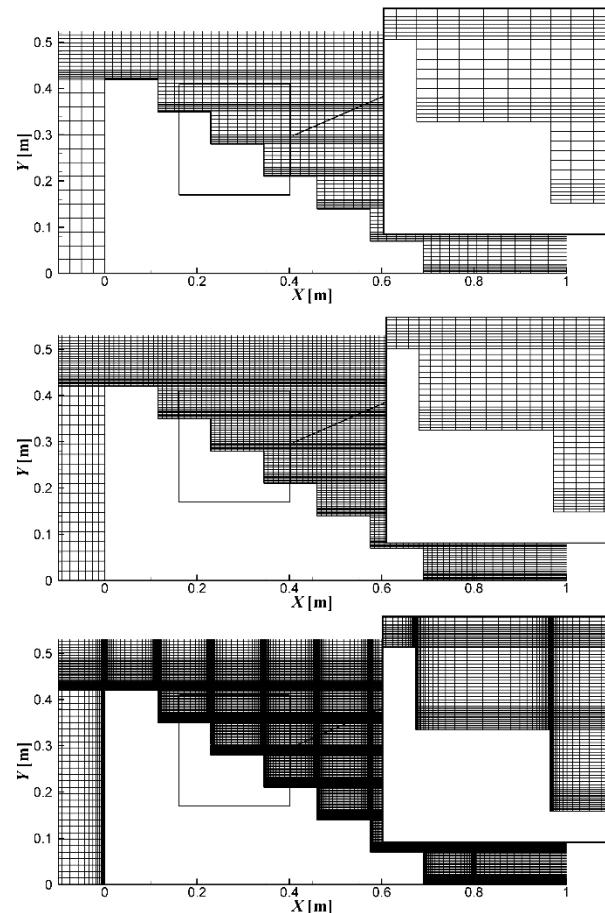


Fig. 2 The coarse grid, The intermediate grid, The fine grid

شکل 2 شبکه محاسباتی درشت، شبکه محاسباتی متوسط، شبکه محاسباتی ریز

نتایج عددی به خوبی نحوه تغییرات افت انرژی کل جریان در اثر افزایش دبی را پیش‌بینی می‌کند. به عبارت دیگر شیب تغییرات افت انرژی نسبت به دبی سرریز در روش عددی با روش آزمایشگاهی انطباق قابل قبولی دارد. شایان ذکر است در مطالعات آزمایشگاهی صورت گرفته، تغییرات جریان در عمق سرریزهای با مقیاس کوچک ناچیز گزارش شده است. از آنجاییکه عمق سرریز مورد مطالعه نیز کوچک است، بنابراین از تغییرات جریان در راستای عمق چشم‌پوشی می‌گردد و جریان در حالت دو بعدی شبیه‌سازی می‌گردد.

از جمله مهمترین عوامل پیش‌بینی پایین تلفات جریان در این شبیه‌سازی نسبت به نتایج آزمایشگاهی، می‌توان به در نظر نگرفتن اثرات سه‌بعدی جریان و همچنین لحاظ نمودن تلفات صفحات جانبی سرریز اشاره کرد؛ بطوریکه در مدل آزمایشگاهی طول پله‌ها 24 سانتی‌متر می‌باشد که در مدل حاضر به واسطه فرض دوبعدی جریان اثرات آن دیده نشده است.

#### 2-4- نتایج به دست آمده برای هندسه بدون مکش هوا

در این بخش نتایج به دست آمده برای سرریز پلکانی برای دبی‌های مختلف با استفاده از مدل‌های دوفاز VOF و دو سیالی مورد بررسی قرار می‌گیرد. در هر دو قسمت به منظور بررسی جریان آشفته، نتایج به دست آمده برای دبی 45 لیتر در ثانیه به ازای یک متر عرض پله مورد مقایسه قرار می‌گیرد.

#### 1-2-4 مدل VOF

مقایسه‌ای از نتایج به دست آمده برای کسر حجمی آب با استفاده از مدل VOF در شکل 7 آورده شده است. با دقت در این شکل می‌توان سطح مشترک و ورتیسیته ایجاد شده درون حفره پله در جریان دوفازی آب-هوا را مشاهده نمود.

نحوه توزیع فشار در قسمت‌های مختلف سرریز برای هندسه بدون مکش هوا با استفاده از مدل VOF در شکل 8 آورده شده است.

به منظور بررسی دقیق‌تر نحوه توزیع فشار بر روی پلکان، نحوه توزیع فشار بر روی پله سوم از نمایی نزدیکتر در شکل 8 آورده شده است. با دقت در شکل 8 مشاهده می‌شود که به واسطه افزایش سرعت جریان در نواحی نزدیک به لبه بالایی پله، فشار جریان در این نواحی از فشار اتمسفر پایین‌تر می‌باشد. بنابراین در صورت قرار دادن حفره‌ای در این ناحیه و اتصال آن به هوای اتمسفر امکان مکش هوا به داخل جریان سرریز وجود خواهد داشت. ورود هوا به داخل جریان موجب پیشگیری از ایجاد کاونتاسیون و جلوگیری از آسیب به پای سد می‌گردد. توضیحات این مطلب در بخش مربوط به نتایج حالت با هوادهی ارائه خواهد شد.

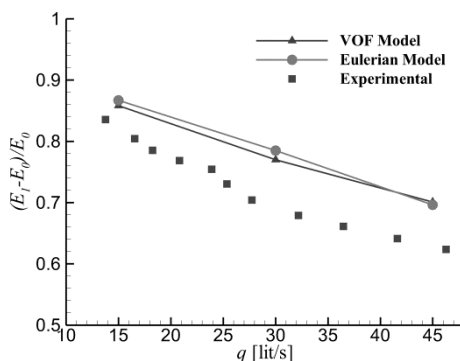


Fig. 6 Comparison of numerical result with experimental [28] data

شکل 6 مقایسه نتایج عددی با نتایج آزمایشگاهی [28]

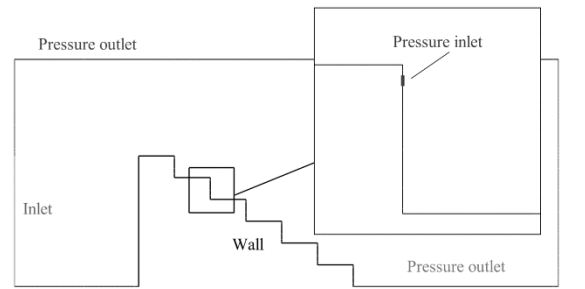


Fig. 4 The boundary conditions used in stepped spillway geometry with air intake

شکل 4 شرایط مرزی مورد استفاده در هندسه سرریز پلکانی با مکش هوا

آب برای شبکه‌های محاسباتی مختلف در شکل 5 آورده شده است.

با دقت در شکل 5 مشاهده می‌شود که با تغییر ابعاد شبکه از شبکه متوسط به شبکه ریز تغییر محسوسی در ارتفاع سطح آزاد آب به دست نمی‌آید. با این حال به منظور بررسی کمی‌تر نتایج، منحنی سطح آزاد آب برای شبکه‌های مختلف نیز مورد مقایسه قرار گرفت.

در این مطالعه می‌توان نتیجه گرفت که با تغییر ابعاد شبکه محاسباتی از شبکه محاسباتی متوسط به ریز، تغییر محسوسی در منحنی سطح آزاد آب در سرریز پلکانی مشاهده نمی‌شود. بنابراین می‌توان از استقلال نتایج به دست آمده از شبکه محاسباتی متوسط نسبت به ابعاد شبکه اطمینان حاصل کرد. با توجه به توضیحات فوق، در ادامه این مقاله به منظور شبیه‌سازی عددی جریان سیال از روی سرریز پلکانی، از شبکه محاسباتی متوسط استفاده شده است.

#### 4- نتایج

در این بخش ابتدا صحت‌سنجی مدل عددی مورد بررسی قرار گرفت و پس از آن نتایج مربوط به حالت بدون هوادهی و با هوادهی برای مدل‌های VOF و دو سیالی به ترتیب ارائه شده است.

#### 1-4- صحت‌سنجی مدل عددی

به منظور بررسی صحت مدل عددی، نتایج به دست آمده برای افت سطح تراز انرژی برای دبی‌های مختلف با استفاده از مدل‌های دوفاز VOF و دو سیالی استخراج شد که مقایسه نتایج به دست آمده با نتایج آزمایشگاهی ارائه شده در مرجع [28]، در شکل 6 آورده شده است. با دقت در شکل 6 مشاهده می‌شود که مدل عددی دو سیالی با خطایی کمتر از 10% قادر به پیش‌بینی میزان افت انرژی کل جریان در اثر عبور از سرریز می‌باشد. از طرف دیگر

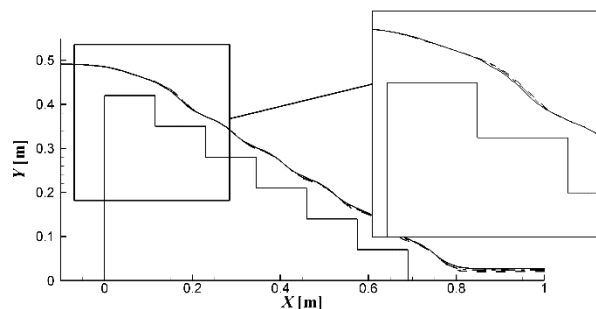


Fig. 5 The free surface obtained for coarse grid, intermediate grid and fine grid on stepped spillway

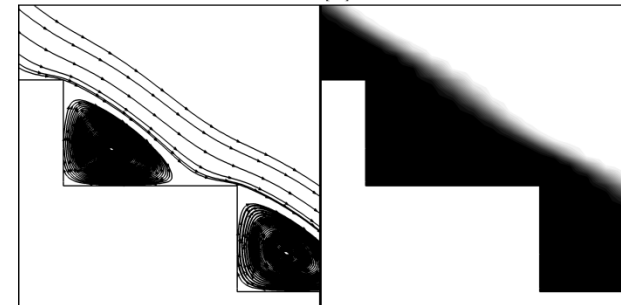
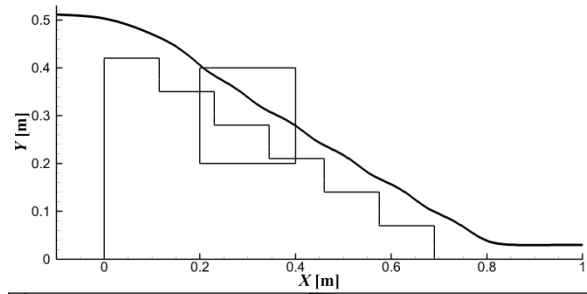
شکل 5 منحنی سطح آزاد آب به دست آمده برای شبکه‌های درشت، متوسط و ریز در روی سرریز پلکانی

به منظور درک بهتر خطوط جریان بر روی پلکان، این خطوط بر روی پله سوم از نمایی نزدیکتر در شکل 9 آورده شده است. در ادامه نتایج مربوط به مدل دوسیالی در حالت بدون هوادهی ارائه می‌شود.

**2-2-4- مدل دو سیالی**

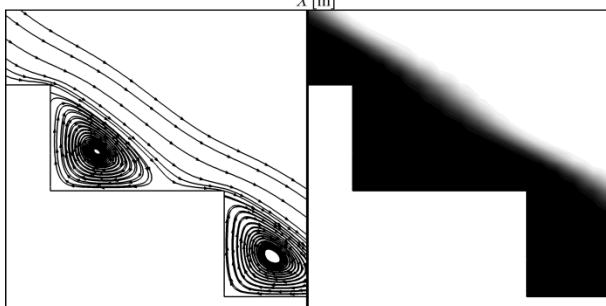
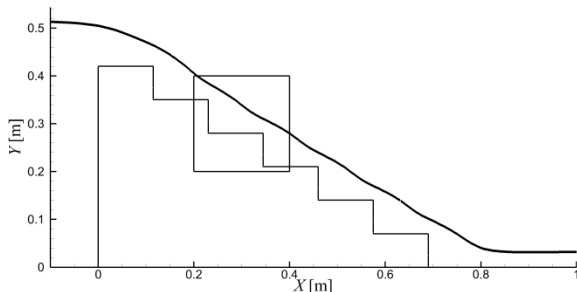
مقایسه‌ای از نتایج به دست آمده برای کسر حجمی آب با استفاده از مدل دو سیالی برای هندسه بدون مکش هوا در شکل 10 آورده شده است. با مقایسه جزئیات شکل 10 با شکل 7 درک بهتری از تفاوت دو مدل حجم سیال و دوسیالی در شبیه‌سازی سرریز پلکانی در حالت بدون هوادهی حاصل می‌گردد. نحوه توزیع فشار در قسمت‌های مختلف سرریز برای هندسه بدون مکش هوا با استفاده از مدل دو سیالی در شکل 11 آورده شده است. همانند آنچه در شبیه‌سازی با استفاده از مدل VOF مشاهده شد، با دقت در شکل 11 نیز دیده می‌شود که به واسطه افزایش سرعت جریان در نواحی نزدیک به لبه بالایی پله، فشار جریان در این نواحی از فشار اتمسفر

خطوط جریان در قسمت‌های مختلف سرریز برای هندسه بدون مکش هوا با استفاده از مدل VOF در شکل 9 آورده شده است.



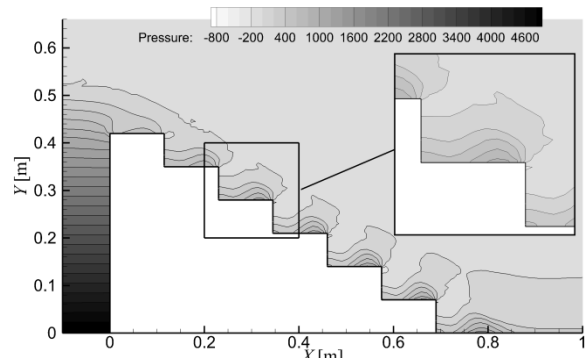
**Fig. 7** The contour lines of liquid fraction obtained with VOF model for no air intake geometry for  $Q=45\text{lit/s.m}$

شکل 7 خطوط هم‌تراز کسر حجمی آب در شرایط بدون مکش هوا و با استفاده از مدل VOF با دبی  $45\text{lit/s.m}$



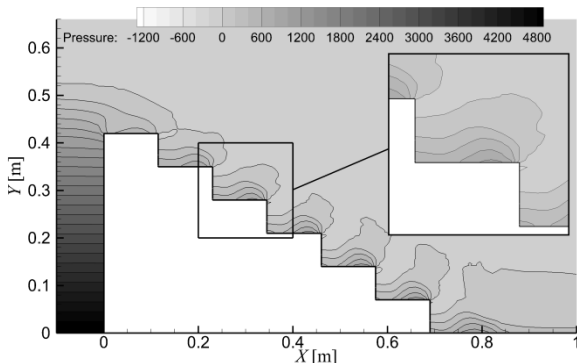
**Fig. 10** The contour lines of liquid fraction obtained with two fluid model for no air intake geometry  $Q=45\text{lit/s.m}$

شکل 10 خطوط هم‌تراز کسر حجمی آب در شرایط بدون مکش هوا و با استفاده از مدل دو سیالی با دبی  $45\text{lit/s.m}$



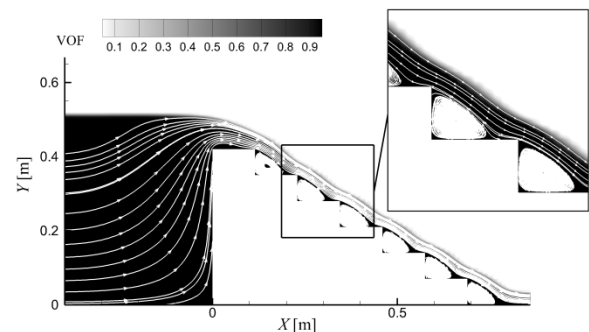
**Fig. 8** The contour lines of static pressure (Pa) obtained with VOF model for no air intake geometry  $Q=45\text{lit/s.m}$

شکل 8 خطوط هم‌تراز فشار استاتیکی (پاسکال) در شرایط بدون مکش هوا و با استفاده از مدل VOF با دبی  $45\text{lit/s.m}$



**Fig. 11** The contour lines of static pressure (Pa) obtained with two fluid model for no air intake geometry  $Q=45\text{lit/s.m}$

شکل 11 خطوط هم‌تراز فشار استاتیکی (پاسکال) در شرایط بدون مکش هوا و با استفاده از مدل دو سیالی با دبی  $45\text{lit/s.m}$



**Fig. 9** The stream lines obtained with VOF model for no air intake geometry  $Q=45\text{lit/s.m}$

شکل 9 خطوط جریان بدست آمده در شرایط بدون مکش هوا و با استفاده از مدل VOF با دبی  $45\text{lit/s.m}$

اتمسفر پایین‌تر می‌باشد. بنابراین با توجه به نتایج به دست آمده با مدل دو سیالی نیز، در صورت قرار دادن حفره‌ای در این ناحیه و اتصال آن به هوای اتمسفر امکان مکش هوا به داخل جریان سرریز وجود خواهد داشت. هرچه فاصله حفره از لبه بالایی پلکان افزایش یابد، به واسطه افزایش فشار هیدرواستاتیکی، امکان استفاده از این ویژگی مکش طبیعی هوا کاهش یافته و در صورت قرار گرفتن حفره در نواحی نزدیک به قسمت انتهایی پله، به جای مکش هوا به داخل جریان سرریز، ورود آب به داخل حفره‌ها مشاهده می‌شود. بنابراین یکی از چالش‌های پیش‌رو، محل مناسب قرارگیری حفره جهت مکش بیشترین میزان هوا به داخل جریان می‌باشد. انتخاب بهترین فاصله جهت قرارگیری حفره، با بررسی کانتورهای فشار در دی‌های مختلف (در حالت بدون هوادهی) و همچنین بررسی کانتورهای سرعت (در حالت با هوادهی) و آزمون و خطا حاصل شد. در این مطالعه حفره‌ها در نواحی نزدیک به لبه بالایی پله در نظر گرفته شد. ارتفاع این حفره‌ها برابر با 0.5 سانتی‌متر می‌باشد که مرکز آن از قسمت بالایی پله، 0.75 سانتی‌متر فاصله دارد. در ادامه نتایج مربوط به دو مدل حجم سیال و دوسیالی در حالت باهوادی آمده و با هم مقایسه شده‌اند.

#### 1-3-4- مدل VOF

مدل VOF، مدلی بسیار مناسب برای شبیه‌سازی جریان سطح آزاد می‌باشد و در مواردی که اختلاطی بین دو فاز مورد مطالعه وجود نداشته باشد، نتایج بسیار دقیقی را ارائه می‌کند. اما این مدل در مواردی که دوفاز با یکدیگر مخلوط می‌شود نقاط ضعف فراوانی داشته و همگرایی مدل در این مسائل با مشکلات فراوانی همراه است.

در هندسه مربوط به مکش هوا، با توجه به ورود هوا از فضای حفره‌های تعبیه شده، امکان مخلوط شدن هوا با آب و تولید مخلوطی از آب و هوا وجود دارد. بنابراین مدل VOF برای پیش‌بینی رفتار جریان اختلاطی آب و هوا مدل مناسبی نبوده و همگرایی این مدل برای این حالت با چالش اساسی مواجه می‌باشد. با این حال نمونه‌ای از نتایج به دست آمده برای دی 45 lit/s.m با استفاده از مدل VOF در شکل 14 آورده شده است.

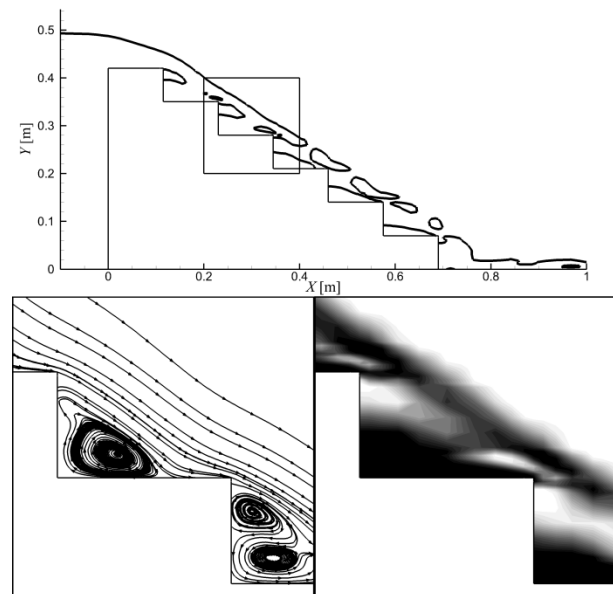


Fig. 14 The contour lines of liquid fraction obtained with VOF model for air intake geometry  $Q=45\text{lit/s.m}$

شکل 14 خطوط هم‌تراز کسر حجمی آب در شرایط با مکش هوا و با استفاده از مدل VOF با دی 45lit/s.m

پایین‌تر می‌باشد. بنابراین با توجه به نتایج به دست آمده با مدل دو سیالی نیز، در صورت قرار دادن حفره‌ای در این ناحیه و اتصال آن به هوای اتمسفر امکان مکش هوا به داخل جریان سرریز وجود خواهد داشت که نتایج مربوط به آن در بخش بعد آورده شده است.

با توجه به کاربرد صنعتی این مقاله و با توجه به اهمیت محل قرارگیری حفره، علاوه بر کانتور فشار، نموداری شامل توزیع فشار در ارتفاع پله مطابق شکل 12 رسم شده است.

همان‌گونه که در شکل 12 قابل مشاهده است، در سراسر ارتفاع پله دوم فشار از فشار اتمسفری بالاتر بوده و هیچ گونه فشار منفی وجود ندارد اما با رسیدن سیال به پله‌های پایین‌تر و افزایش سرعت جریان، فشار منفی در نزدیکی لبه بالایی پله مشاهده می‌شود که بیشترین مقدار فشار منفی در فاصله ارتفاعی بین 6 و 7 سانتی‌متر از کف پله می‌باشد. نکته قابل توجه دیگر آنست که به طرف پله‌های پایین‌تر، میزان فشار نسبی سیال کمتر می‌گردد؛ که دلیل این امر می‌تواند کف‌آلود شدن جریان و کاهش کسر حجمی آب باشد.

خطوط جریان در قسمت‌های مختلف سرریز برای هندسه بدون مکش هوا با استفاده از مدل دوسیالی در شکل 13 آورده شده است.

#### 3-4- نتایج به دست آمده برای هندسه در حالت هوادهی

با دقت در شکل‌های 8 و 11 مشاهده می‌شود که به دلیل افزایش سرعت جریان در نواحی نزدیک به لبه بالایی پله، فشار جریان در این نواحی از فشار

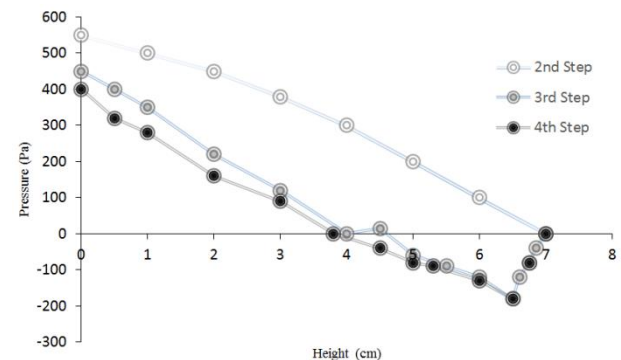


Fig. 12 Distribution of static pressure (Pa) in steps height obtained with two fluid model for no air intake geometry  $Q=45\text{lit/s.m}$

شکل 12 توزیع فشار استاتیکی (پاسکال) در ارتفاع پله در شرایط بدون مکش هوا و با استفاده از مدل دو سیالی با دی 45lit/s.m

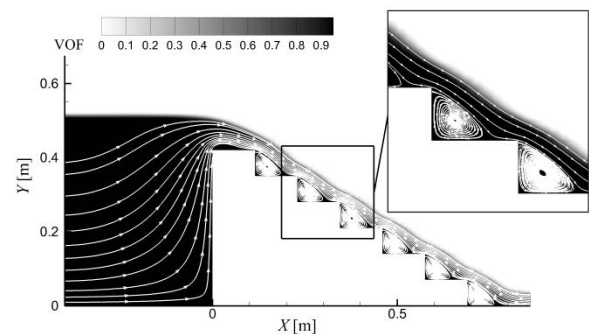
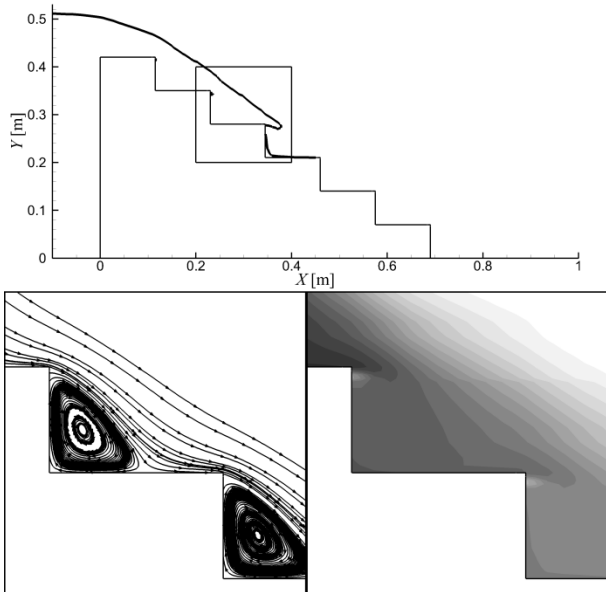


Fig. 13 The stream lines obtained with two fluid model for no air intake geometry  $Q=45\text{lit/s.m}$

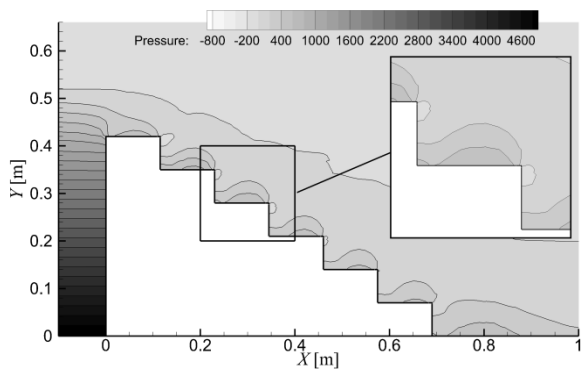
شکل 13 خطوط جریان بدست آمده در شرایط بدون مکش هوا و با استفاده از مدل دو سیالی با دی 45lit/s.m





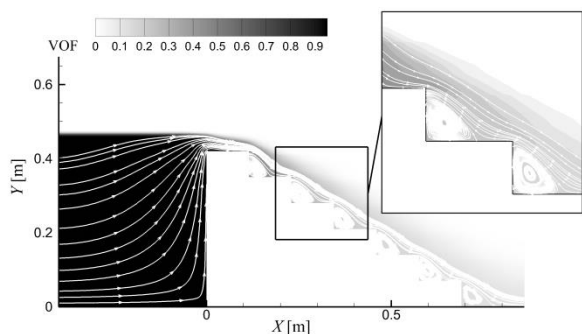
**Fig. 16** The contour lines of liquid fraction obtained with two fluid model for air intake geometry  $Q=45\text{lit/s.m}$

شکل 16 خطوط هم‌تراز کسر حجمی آب در شرایط با مکش هوا و با استفاده از مدل دو سیالی با دبی  $45\text{lit/s.m}$



**Fig. 17** The contour lines of static pressure (Pa) obtained with two fluid model for air intake geometry  $Q=45\text{lit/s.m}$

شکل 17 خطوط هم‌تراز فشار استاتیکی (پاسکال) در شرایط با مکش هوا و با استفاده از مدل دو سیالی با دبی  $45\text{lit/s.m}$



**Fig. 18** The stream lines obtained with two fluid model for air intake geometry  $Q=15\text{lit/s.m}$

شکل 18 خطوط جریان بدست آمده در شرایط با مکش هوا و با استفاده از مدل دو سیالی در دبی  $15\text{lit/s.m}$

دقت گردد همانطور که پیش‌تر اشاره شد ورود هوا به داخل جریان در اثر کاهش فشار بطور طبیعی و بدون استفاده از کمپرسور یا دستگاه تزریق هوا

نحوه توزیع فشار در قسمت‌های مختلف سرریز در حالت با هوادهی و بکارگیری مدل VOF در شکل 15 آورده شده است.

با مقایسه شکل 15 مشاهده می‌شود با ایجاد حفره‌ای در قسمت بالایی پلکان، فشار در این ناحیه در مقایسه با حالت بدون هوادهی میزان بیشتری خواهد داشت که این پدیده خود موجب کاهش وقوع پدیده کاویتاسیون می‌شود.

#### 2-3-4- مدل دو سیالی

مدل دو سیالی، بر خلاف مدل VOF قادر به شبیه‌سازی جریان‌های مخلوط شونده می‌باشد و همگرایی معادلات در این روش برای هندسه با مکش هوا به خوبی انجام گرفت. در مدل دو سیالی امکان نفوذ و برهم‌کنش بین فازهای مختلف برای انتقال جرم، مومنتم و انرژی در یکدیگر در نظر گرفته شده و با استفاده از مفهوم سرعت لغزشی، امکان حرکت دوفاز با سرعت‌های مختلف وجود دارد.

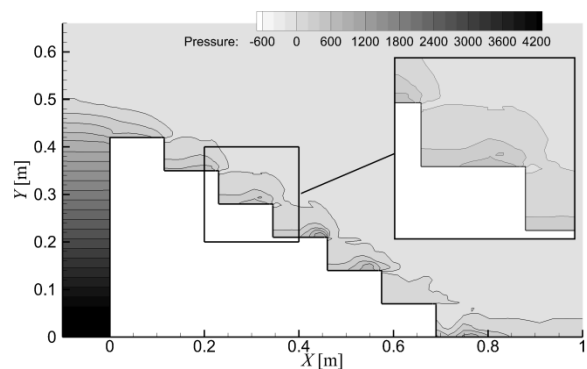
مقایسه‌ای از نتایج به دست آمده برای کسر حجمی آب با استفاده از مدل دو سیالی برای هندسه با مکش هوا در شکل 16 آورده شده است. با دقت در شکل 16 مشاهده می‌شود که با ورود هوا از مجاری تعبیه شده در ارتفاع پله‌ها، کسر حجمی آب در طول سرریز کاهش می‌یابد و جریان از یک نقطه به بعد کاملاً کف‌آلود می‌گردد.

در شرایطی که هوادهی در نظر گرفته شود به دلیل اختلاط فازهای آب و هوا، مدل حجم سیال به خوبی مدل دو سیالی، قادر به شبیه‌سازی جریان سیال نمی‌باشد و خطای محاسبات زیاد است. به عبارت دیگر در حالت هوادهی، مدل دو سیالی به واسطه حل معادلات برای هر دو فاز، مدلی مناسب برای شبیه‌سازی جریان می‌باشد.

نحوه توزیع فشار در قسمت‌های مختلف سرریز با استفاده از مدل دو سیالی در حالت با هوادهی نیز در شکل 17 آورده شده است.

با مقایسه شکل 17 با شکل 11 می‌توان به ورود طبیعی هوا به داخل سرریز و کاهش میزان فشار منفی پی برد. یعنی به واسطه افزایش سرعت جریان در نواحی نزدیک به لبه بالایی پله، فشار جریان در این نواحی از فشار اتمسفر پایین‌تر می‌باشد و با قرار دادن حفره‌ای در این ناحیه و اتصال آن به هوای اتمسفر مکش هوا به داخل جریان سرریز وجود خواهد داشت.

خطوط جریان در قسمت‌های مختلف سرریز برای هندسه با مکش هوا با استفاده از مدل دوسیالی در دو دبی مختلف در شکل‌های 18 و 19 آورده شده است.



**Fig. 15** The contour lines of static pressure (Pa) obtained with VOF model for air intake geometry  $Q=45\text{lit/s.m}$

شکل 15 خطوط هم‌تراز فشار استاتیکی (پاسکال) در شرایط با مکش هوا و با استفاده از مدل VOF با دبی  $45\text{lit/s.m}$

پلکانی دارای هفت پله با ارتفاع پله‌ها 7 سانتی‌متر و عرض پله‌ها 11.5 سانتی‌متر بوده که با استفاده از دو مدل VOF و مدل دو سیالی و در دو هندسه مختلف شبیه‌سازی شده است. در هندسه اول شرایط بدون هوادهی و در هندسه دوم شرایط با هوادهی با تعبیه حفره‌هایی در لبه بالایی پله‌ها، لحاظ گردید و مکش هوا و تأثیر آن بر توزیع جریان بر روی سرریز مورد مطالعه قرار گرفت. در مدل دو سیالی امکان نفوذ و برهم‌کنش بین فازهای مختلف برای انتقال جرم، مومنتم و انرژی در یکدیگر در نظر گرفته شده و با استفاده از مفهوم سرعت لغزشی، امکان حرکت دوفاز با سرعت‌های مختلف وجود دارد. نتایج حل عددی حاضر با مقادیر تجربی چافی [28] مقایسه شده و مشخص گردید مدل عددی دو سیالی با خطایی کمتر از 10% قادر به پیش‌بینی میزان افت انرژی کل جریان در اثر عبور از سرریز پلکانی می‌باشد. نتایج به دست آمده نشان می‌دهد در دبی‌های کم جریان سرریز، مدل VOF نسبت به مدل دو سیالی نتایج دقیق‌تری برای شبیه‌سازی جریان سرریز ارائه می‌دهد. در شرایطی که هوادهی در نظر گرفته شود به دلیل اختلاط فازهای آب و هوا، این مدل به خوبی مدل دو سیالی، قادر به شبیه‌سازی جریان سیال نمی‌باشد و خطای محاسبات زیاد است. به عبارت دیگر در حالت هوادهی، مدل دو سیالی به واسطه حل معادلات برای هر دو فاز، مدلی مناسب برای شبیه‌سازی جریان می‌باشد.

#### 6- فهرست علائم

عدد فرود	Fr
گرانش ( $\text{ms}^{-2}$ )	$g$
انرژی جنبشی آشفتگی ( $\text{kgm}^2\text{s}^{-2}$ )	$k$
فشار ( $\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-2}$ )	$P$
عدد رینولدز	Re
زمان (s)	$t$
سرعت ( $\text{ms}^{-1}$ )	$V$
عدد وبر	We
مکان (m)	$x$

#### علائم یونانی

لزجت دینامیکی ( $\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-1}$ )	$\mu$
ویسکوزیته آشفتگی ( $\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-1}$ )	$\mu_{eff}$
چگالی ( $\text{kgm}^{-3}$ )	$\rho$
کسر حجمی ( $\text{kgm}^{-3}$ )	$\alpha$
اتلاف آشفتگی ( $\text{kgm}^2\text{s}^{-3}$ )	$\varepsilon$

#### زیرنویس‌ها

شماره سلول محاسباتی	$i, j$
سیال شماره 1 و 2	1, 2

#### 7- مراجع

- [1] J. Matos, K. W. Frizell, Air concentration and velocity measurements on self-aerated flow down stepped chutes, *Proceedings of the American Society of Civil Engineers Conference*, Minneapolis, USA, 2000.
- [2] I. Meireles, J. Matos, Skimming flow in the non aerated region of stepped spillways over embankment dams, *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol. 135, No. 8, pp. 685-689, 2009.
- [3] I. Ohtsu, Y. Yasuda, M. Takahashi, Flow characteristics of skimming flows in stepped channels, *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol. 130, No. 9, pp. 860-869, 2004.
- [4] A. Amador, M. Sanchez, J. Dolz, Characterization of the non-aerated flow region in a stepped spillway by PIV, *International Journal of Fluids Engineering*, Vol. 128, No. 6, pp. 1266-1273, 2006.

صورت می‌پذیرد. هدف از قرار دادن حفره‌ها، ورود هوا به داخل جریان و در نتیجه جلوگیری از ایجاد کاویتاسیون روی سرریز پلکانی و محافظت سطح و همچنین کف‌آلود شدن آب و کاهش انرژی آن در پای سرریز می‌باشد که خود منجر به کاهش ابعاد حوضچه پای سد و حفاظت محیط اطراف در پای سرریز می‌شود.

به منظور مشاهده نحوه مکش هوا از مجاری تعبیه شده، خط جریان مربوط به مکش هوا از پله سوم سرریز در دبی 30 lit/s.m در شکل 20 آورده شده است.

همان‌گونه که در شکل 20 مشاهده می‌شود، هوای ورودی از حفره مکش هوا از روی گردابه تشکیل شده در پایین پله عبور کرده و با اختلاط با آب، منجر به کاهش کسر حجمی آب می‌گردد که این موضوع با مقایسه شکل 7 با شکل 14 مشخص می‌شود.

در این بخش نتایج به دست آمده برای سرریز پلکانی با استفاده از مدل‌های دوفاز VOF و دو سیالی و با در نظر گرفتن مکش هوا در ناحیه نزدیک به لبه بالایی پله، مورد بررسی قرار گرفته است.

#### 5- نتیجه‌گیری

در مقاله حاضر جریان دوفازی آب و هوا در دبی‌های مختلف از روی سرریز

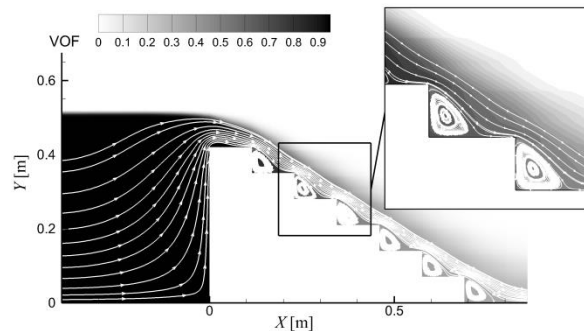


Fig. 19 The stream lines obtained with two fluid model for air intake geometry  $Q=45\text{lit/s.m}$

شکل 19 خطوط جریان بدست آمده در شرایط با مکش هوا و با استفاده از مدل دو سیالی در دبی 45lit/s.m

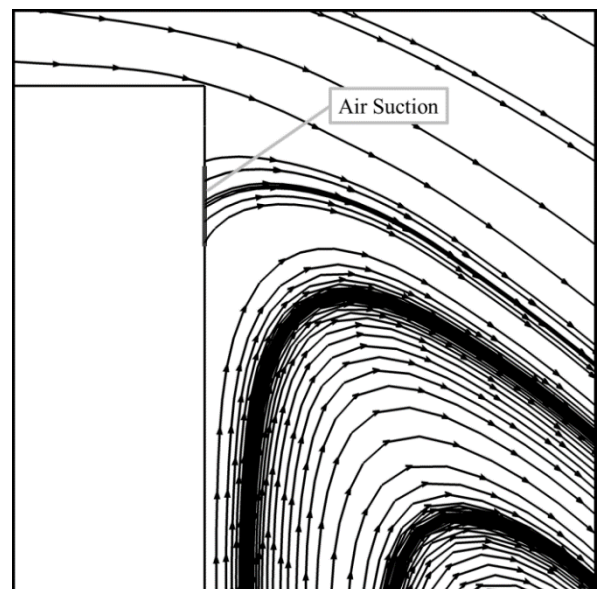


Fig. 20 The stream lines of air into the water flow in stepped spillway

شکل 20 خطوط جریان مربوط به مکش هوا به داخل جریان در سرریز پلکانی

- design of canoe chutes, *Proceedings of the 4th International Association for Hydro-Environment Engineering and Research (IAHR)*, Iowa City, IA, USA, 2000.
- [18] S. Benmamar, A. Kettab, C. Thirriot, Numerical simulation of turbulent flow upstream of the inception point in a stepped channel, *Proceedings of the 30th International Association for Hydro-Environment Engineering and Research (IAHR)*, Thessaloniki, Greece, pp. 679-686, 2003.
- [19] M. Bonizzi, R. Issa, A model for simulating gas bubble entrainment in two-phase horizontal slug flow, *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 29, No. 5, pp. 1685-1717, 2003.
- [20] R. I. Issa, M. Bonizzi, S. Barbeau, Improved closure models for gas entrainment and interfacial shear for slug flow modelling in horizontal pipes, *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 32, No. 10, pp. 1287-1293, 2006.
- [21] Y. M. Shen, C. O. Ng, A.T. Chwang, A two-fluid model of turbulent two-phase flow for simulating turbulent stratified flows, *Journal of Ocean Engineering*, Vol. 30, No. 3, pp. 153-161, 2003.
- [22] M. Emamzadeh, R. I. Issa, One-dimensional model for numerical simulation of annular flow in horizontal and vertical pipes, *Multiphase Science and Technology*, Vol. 25, No. 1, pp. 25-56, 2013.
- [23] M. Emamzadeh, I. Raad Issa, A model for predicting the transition between stratified and annular flow in horizontal pipes, *Multiphase Science and Technology*, Vol. 25, No. 1, pp. 79-100, 2013.
- [24] R. I. Issa, P. J. Oliveira, Numerical prediction of phase separated in two phase flow through T-junction, *Computers & Fluids*, Vol. 23, No. 2, pp. 347-372, 1994.
- [25] G. Cerme, S. Petelin, I. Tiselj, Coupling of the interface tracking and the two-fluid models for the simulation of incompressible two-phase flow, *Journal of Computational Physics*, Vol. 171, No. 2, pp. 776-804, 2001.
- [26] M. Zeynalabedini, M. R. Ansari, Evaluation of the slug flow parameters in a horizontal two-dimensional duct, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 4, pp. 349-358, 2017. (in Persian فارسی)
- [27] M. Zeynalabedini, M. R. Ansari, Numerical modeling of air bubbles entrainment in liquid slug body at Horizontal duct, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 4, pp. 177-187, 2017. (in Persian فارسی)
- [28] C. Chafi A. Hazzab, Study of flow and energy dissipation in spillways, *Journal of Civil Engineering*, Vol. 4, No. 1, pp.78-88, 2010.
- [5] I. Meireles, J. Matos, J. F. Melo, Skimming flow properties upstream of air entrainment inception on steeply sloping stepped chutes, *Proceedings of the International Symposium on Hydraulic Structures*, Ciudad Guayana, Venezuela, 2006.
- [6] C. Gonzalez, H. Chanson, Hydraulic design of stepped spillways and downstream energy dissipators for embankment dams, *Journal of Dam Engineering*, Vol. 17, No. 4, pp. 223-244, 2007.
- [7] R. Carvalho, A. Amador, Physical and numerical investigation of the skimming flow over a stepped spillway, *Proceedings of the 3rd International Association for Hydro-Environment Engineering and Research (IAHR)*, Nanjing, China, pp. 1767-1772, 2008.
- [8] H. Chanson, L. Toombes, Air-water flows down stepped chutes: turbulence and flow structure observations, *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 28, No. 11, pp. 167-173, 2002.
- [9] S. C. Wilhelms, J. S. Gulliver, Bubbles and waves description of self-aerated spillway flow, *Journal of Hydraulic Research*, Vol. 43, No. 5, pp. 522-531, 2005.
- [10] J. Sanchez, E. Blade, J. Dolz, Pressures on a stepped spillway, *Journal of Hydraulic Research*, Vol. 45, No. 4, pp. 505-511, 2007.
- [11] M. R. Chamani, N. Rajaratnam, Characteristics of skimming flow over stepped spillways, *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol. 125, No. 4, pp. 361-368, 1999.
- [12] T. M. Assy, Solution for spillway flow by finite difference method, *Journal of Hydraulic Research*, Vol. 39, No. 3, pp. 241-247, 2001.
- [13] C. Song, F. Zhou, Simulation of free surface flow over spillway, *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol. 125, No. 9, pp. 959-967, 1999.
- [14] Q. Chen, D. Guang-qing, Three-dimensional turbulence numerical simulation of a stepped spillway overflow, *Journal of Hydrodynamics*, Vol. 16, No. 1, pp. 74-79, 2004.
- [15] X. Cheng, L. Luo, W. Zhao, Numerical simulation of characteristics of free surface aeration on stepped spillway, *Journal of Hydrodynamics*, Vol. 19, No. 2, pp. 152-157, 2004.
- [16] Z. Dong, J. Lee, *Numerical Simulation of Stepped Channel Flow Based on the VOF Technique*, Technical Report, Hong Kong, China, The University of Hong Kong, 2004.
- [17] F. A. Bombardelli, M. H. García, M. Caisley, 2-D and 3-D numerical simulation of abrupt transitions in open-channel flows. Application to the