مجله مهندسی مکانیک مدرس، اردیبهشت 1397، دوره 18، شماره 02، ص‌ص 170-178

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

بررسی و ارائه حل‌های تحلیلی و نیمه تحلیلی برای جریان یک سیال غیر نیوتنی ریزقطبی در سه مسئله مختلف

رامین قربانی[1]، سید مصطفی حسینعلی‌پور[2*]

1- دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف، تهران

2- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران

* تهران، صندوق پستی 13114-16846، alipour@iust.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 08 آذر 1396

پذیرش: 18 دی 1396

ارائه در سایت: 05 بهمن 1396

کلید واژگان:

سیال غیرنیوتنی

فیلم نازک

حل تحلیلی

چکیده

در این مقاله، هدف ارائه حل‌های دقیق برای جریان فیلم نازک یک سیال غیر نیوتنی در هندسه‌ها و شرایط مرزی متفاوت است. حل تحلیلی معادلات برای سیالات غیر نیوتنی از موارد مهم و چالش برانگیز است که به فهم هرچه بیشتر فیزیک این دسته از سیالات کمک شایانی می‌کند. برای این منظور از تئوری سیالات ریز قطبی استفاده شده است. فیلم نازک در سه هندسه خاص شامل: جریان به سمت پایین روی یک سطح شیب‌دار، جریان روی یک تسمه در حال حرکت به سمت بالا و جریان به سمت پایین روی یک استوانه عمودی مد نظر قرار گرفته است. برای حل معادلات حاکم و بدست آوردن میدان‌های سرعت و چرخش، در دو هندسه اول از روش تمام تحلیلی و در هندسه سوم با توجه به پیچیدگی معادلات از ترکیب روش‌های تحلیلی و عددی استفاده شده است. میدان چرخش و سرعت برای هر سه حالت ترسیم شده و نتایج برای مقادیر مختلف پارامترهای مربوط به یک سیال ریز قطبی مورد بحث قرار گرفته‌اند. همچنین تأثیر غلظت میکرو المان‌های موجود در سیال مورد مطالعه و بررسی قرار گرفته است. مشاهده شد که با افزایش مقدار پارامتر مربوط به سیال ریزقطبی، اندازه میدان سرعت و چرخش کاهش پیدا می‌کند.

Analytical and semi-analytical investigation and solutions for non-Newtonian micropolar fluid flows in three different cases

Ramin Ghorbani[1], Seyed Mostafa Hosseinalipour[2*]

1- Department of Mechanical Engineering, Sharif University of Technology, Tehran, Iran.

2- Department of Mechanical Engineering, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran

* P.O.B. 16846-13114 Tehran, Iran, alipour@iust.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 29 November 2017
Accepted 08 January 2018
Available Online 25 January 2018

Keywords:
Non-Newtonian Fluid
Thin Film
Analytical Solution

ABSTRACT

In this paper, the goal is to provide analytical solutions for the thin film flow of a non-Newtonian fluid in different geometries and boundary conditions. An analytical solution for the non-Newtonian fluids is one of the most important and challenging issues that helps in understanding the physics of these fluids. For this purpose, the theory of micropolar fluids has been used. Thin film in three specific geometries, including flow downward on an inclined surface, flow on a moving ribbon, and flow downward on a vertical cylinder is considered. In order to solve the governing equations and obtaining the velocity and rotational fields, in the first two geometries, an analytical methods and in the third geometry a combined analytic and numerical methods are used with respect to the complexity of the equations. The rotational and velocity fields are plotted for all three cases and the results are discussed for different values of the parameters of a micropolar fluid. Also, the effect of the concentration of microelements in the fluid has been studied. It was observed that with the increase of the micropolar fluid parameter, the magnitude of velocity and rotation decreases.

1- مقدمه

مطالعه سیالات غیرنیوتنی از جنبه‌های بنیادی و تجربی توجه زیادی را به خود جلب کرده است. فهم فیزیک این جریان‌ها تأثیر فراوانی در شناخت فرایندهای مختلف نظیر پلیمریزاسیون، پوشش دهی، چاپگرهای جوهر افشان، جریان‌های درونی کره زمین و غیره دارد [1]. به همین منظور تحقیقات و مطالعات تحلیلی و عددی فراوانی در این زمینه انجام شده است که در منابع موجود است. علی رغم اهمیت موضوع در مورد سیالات غیر نیوتنی، باید اعتراف نمود که امکان دستیابی به یک تئوری جامع در مورد این دسته از سیالات، حداقل در آینده نزدیک، دور از تصور است. مشکل عمده در این رابطه، تنوع معادلات اساسی در مورد سیالات غیر نیوتنی است. این امر پذیرفته شده است که در حالت کلی معادلات حاکم بر سیالات غیر نیوتنی نسبت به معادلات ناویر استوکس، غیر خطی‌تر و از مرتبه بالاتر هستند. به دلیل غیر خطی بودن و به دنبال آن عدم امکان استفاده از اصل جمع آثار، به دست آوردن حل دقیق معادلات برای سیال نیوتنی بسیار مشکل است. حال این مشکل زمانی که سیال مورد استفاده غیر نیوتنی است چند برابر می‌شود. در بسیاری از کارهایی که تا به حال انجام شده است حل تحلیلی برای

Please cite this article using:

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

R. Ghorbani, S. M. Hosseinalipour, Analytical and semi-analytical investigation and solutions for non-Newtonian micropolar fluid flows in three different cases, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 18, No. 02, pp. 170-178, 2018 (in Persian)

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-20]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1397.18.2.52.1]

حالاتی بدست آمده است که دستگاه معادلات، خطی شده و در نتیجه معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی به معادلات دیفرانسیل معمولی تبدیل شده‌اند.

همان طور که گفته شد به دلیل پیچیدگی سیالات غیرنیوتنی یک معادله ساختاری واحد که توانایی مدلسازی تمامی این نوع سیالات را داشته باشد وجود ندارد. به همین خاطر تا به حال مدل‌های مختلفی که هرکدام برای دسته خاصی از سیالات مورد استفاده هستند ارائه شده است. یکی از این مدل‌ها، مدل سیال ریزقطبی[1] است که توسط ارینگن [2,3] معرفی شده است. این مدل برای سیالاتی از قبیل محلول‌های سوسپانسیون، مایعات با مواد افزودنی، سیالات کلوئیدی و خون کاربرد دارد. در این مدل علاوه بر اثر نیروها، اثر کوپل نیز بر یک المان مادی در نظر گرفته می‌شود. در نتیجه این گروه از سیالات علاوه بر تانسور تنش نیرو، دارای تانسور تنش کوپل نیز هستند و می‌توانند اعمال ممان‌های وارد بر سیال را پشتیبانی کنند. در حالت کلی تانسورهای تنش نیرو و کوپل، نامتقارن هستند. بنابراین در این تئوری، دو کمیت سینماتیکی وجود دارد. یکی میدان برداری سرعت و دیگری میدان برداری چرخش که مستقل از سرعت است و دیگر مانند تئوری کلاسیک برابر با کرل میدان سرعت نیست. به خاطر فرض چرخش‌های بی نهایت کوچک، می توان میدان چرخشی را یک میدان برداری در نظر گرفت.

بررسی فیلم نازک[2] سیال نیز به دلیل کاربردهای فراوان آن در علوم بیوفیزیک، فیزیک، مهندسی و همچنین پدیده‌های طبیعی، جالب توجه و از اهمیت ویژه‌ای برخوردار بوده است. در سال‌های اخیر، مطالعات زیادی در رابطه با جریان فیلم نازک یک سیال غیرنیوتنی انجام شده است. پیچی و همکاران در سال 2017 [4] به حل تحلیلی جریان فیلم نازک سیال غیر نیوتنی مرتبه سوم[3] درون کانال افقی و شیب‌دار پرداختند. ابوزید در سال 2016 [5] حرکت نانوسیال‌های غیر نیوتنی غیر قابل تراکم را با در نظر گرفتن انتقال حرارت در یک کانال نامتقارن دو بعدی بررسی کرد و راه حل‌های تحلیلی برای معادلات ارائه داد. او از روش هموتوپی[4] برای حل معادلات استفاده کرد. مطالعات او شامل اثرات تشعشع و اضمحلال ویسکوز و همچنین همه پارامترهای موثر درسیال ریزقطبی بود. در این مقاله معادلات اساسی که این جریان را کنترل می کنند، بر پایه طول موج طولانی[5] مدل سازی شدند و معادلات سرعت و چرخش میکروسکوپی به فرم بسته بدست آمدند. همچنین اصطکاک پوسته[6]، عددنوسلت[7] و عدد شروود[8] در دیواره‌های پایین و بالا محاسبه شدند.

ساجید و همکاران در سال 2009 [6] به مطالعه جریان لایه مرزی یک سیال ریزقطبی درون یک کانال متخلخل پرداختند. در مطالعه آن‌ها جریان به دلیل مکش و دهش در دیواره های کانال رخ می‌داد و سیال ریزقطبی فضای داخل کانال را پر می‌کرد. در این مقاله معادلات دیفرانسیل غیر خطی حاکم با استفاده از تبدیل‌های تشابهی[9] به فرم معادلات دیفرانسیل معمولی تبدیل شدند و روش تجزیه و تحلیل هموتوپی برای به دست آوردن عبارات سرعت و چرخش میکروسکوپی مورد استفاده قرار گرفت. آنها در مقاله جواب-ها را به صورت سری بدست آوردند و نتایج به صورت گرافیکی ارائه شد و نقش پارامترهای مربوط به سرعت و چرخش میکروسکوپیک مورد بحث قرار گرفت.

رضا و عمر در سال 2016 [7] یک مطالعه عددی را به منظور بررسی راه حل‌های چندگانه جریان سیال ریز قطبی در یک کانال با در نظر گرفتن جابجایی دیواره‌ها انجام دادند. مدل سازی ریاضی قوانین بقای جرم، مومنتم خطی و زاویه‌ای و انرژی توسط آن‌ها انجام شده و معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزیی غیر خطی با استفاده از تبدیلات تشابه به معادلات دیفرانسیل معمولی تبدیل شدند. سپس از روش شوتینگ[10] برای حل معادلات استفاده کردند. آن‌ها با استفاده از این روش به راه حل‌های جدیدی برای حل معادلات دست پیدا کردند و نتایج را برای مقادیر مختلف پارامترها به صورت گرافیکی و عددی ارائه کردند.

اورنگزیب و همکاران در سال 2016 [8]، به بررسی جریان و انتقال حرارت یک سیال ریزقطبی بر روی یک صفحه نفوذ پذیر پرداختند. آن‌ها برای حل معادلات از روش تشابهی استفاده کردند و معادلات غیرخطی را از این طریق به معادلات خطی تبدیل کردند و سپس از روش شوتینگ برای حل معادلات استفاده کردند. آن‌ها میدان‌های سرعت و چرخش را برای مقادیر مختلف پارامتر سیال ریزقطبی رسم کرده و نشان دادند که با افزایش این پارامتر، اندازه میران سرعت و چرخش برای آن هندسه کاهش می‌یابد.

خان و همکاران در سال 2017 [9]، به مطالعه جریان پایا و غیر قابل تراکم یک سیال ریزقطبی بر روی یک دیسک چرخان پرداختند. آن‌ها برای حل معادلات حاکم از روش آنالیز هموتوپی استفاده کردند و به بررسی تأثیر پارامترهای چرخش، نسبت ویسکوزیته و میکرو اینرسی[11]بر روی میدان سرعت پرداختند. آن‌ها نشان دادند که با افزایش پارامتر سیال ریز قطبی و پارامتر چرخشی و میکرو اینرسی اندازه میدان سرعت کاهش می‌یابد.

حقیقی و همکاران [10]، به شبیه‌سازی عددی جریان سیال ریزقطبی در رگ گرفته شده نامتقارن پرداختند. آن‌ها جریان خون را به صورت تراکم ناپذیر، آرام و کاملا گسترش یافته فرض کردند. نتایج آن‌ها نشان داد پارامتر سیال ریزقطبی تأثیر بسزایی در مشخصه‌های دینامیکی مانند سرعت محوری و چرخشی، دبی حجمی و تنش برشی دیواره دارد. آن‌ها نشان دادند با افزایش پارامتر سیال ریزقطبی سرعت محوری، سرعت چرخشی و دبی حجمی کاهش و تنش برشی دیواره افزایش می‌یابد.

کومار و همکاران در سال 2010 [11]، به بررسی جریان آرام کاملا توسعه یافته در یک کانال عمودی پرداختند. در مسئله آن‌ها نیمی از کانال از یک سیال ریزقطبی و نیمی دیگر از یک سیال ویسکوز پر شده بود. آن‌ها نشان دادند که افزایش نسبت عدد گراشف[12] به عدد رینولدز موجب افزایش اندازه سرعت و افزایش پارامتر سیال ریزقطبی موجب کاهش اندازه سرعت می‌شود.

ژنگ و همکاران در سال 2012 [12] در مقاله‌ای اثرات تماس و چرخش دیسک‌ها را بر روی سیال ویسکوز بین دو دیسک چرخان در معرض انتقال حرارت بررسی کردند. در مطالعات آن‌ها دو مورد در نظر گرفته شده است. در حالت اول، از اثرات اضمحلال انرژی صرف نظر شده و با استفاده از تبدیلات ون کارمن[13] معادلات ناویر استوکس و انرژی به معادلات معمولی غیر خطی تبدیل شده اند. در این مقاله اثرات پارامترهای مختلف فیزیکی مانند میزان انبساط، عدد پرانتل[14]، عدد رینولدز و نسبت چرخش بر روی توزیع سرعت و

[1] Micropolar fluid
[2] Thin film
[3] Third grade
[4] Homotopy
[5] Long-Wavelength
[6] Skin friction
[7] Nusselt number
[8] Sherwood number
[9] Similarity transforms

[10] Shooting method
[11] Micro inertia
[12] Grashof
[13] Von Karman
[14] Prandtl

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-20]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1397.18.2.52.1]

درجه حرارت به طور مفصل مورد بحث قرار گرفته است. دومین و عمومی ترین مورد این است که اثرات اضمحلال انرژی در معادلات در نظر گرفته شده‌اند. تحت این فرض، معادله انرژی به یک معادله دیفرانسیل معمولی کاهش یافته که شامل عدد اکرت[1] است، که حل آن نیز توسط آنالیز هموتوپی انجام شده‌است.

در مقاله حاضر سعی شده است تا با استفاده از روش‌های تحلیلی و نیمه تحلیلی حلی با دقت بالا برای معادلات حاکم بر جریان فیلم نازک سیال ریز قطبی، در سه مسئله مختلف بدست آید. این سه مسئله به ترتیب عبارتند از: جریان به سمت پایین روی یک سطح شیب‌دار، جریان روی یک تسمه در حال حرکت به سمت بالا و جریان به سمت پایین روی یک استوانه عمودی. به علاوه تأثیر مهمترین پارامتر یک سیال ریز قطبی بر روی میدان‌های سرعت و فشار مورد مطالعه قرار گرفته است. در این مقاله شدت و میزان تأثیرگذاری این پارامتر در سه هندسه خاص از طریق حل تحلیلی معادلات حاکم مورد ارزیابی قرار می‌گیرد.

مطالب موجود در مقاله را می‌توان به این ترتیب تقسیم‌بندی کرد: ابتدا مطالبی در رابطه با روابط موجود و معادلات حاکم بر یک سیال ریزقطبی آورده شده است. تحلیل جریان فیلم نازک سیال ریز قطبی روی یک سطح شیب‌دار در قسمت بعد مورد بررسی قرار گرفته است. سپس این تحلیل در رابطه با حرکت سیال روی تسمه متحرک و در نهایت در رابطه با حرکت به سمت پایین روی یک استوانه عمودی انجام شده است. در نهایت به بررسی نتایج و نتیجه‌گیری پرداخته شده است.

2- مدل‌سازی ریاضی

معادلات حاکم بر رفتار یک سیال ریزقطبی تراکم ناپذیر در غیاب نیرو و کوپل حجمی به صورت معادلات (1) تا (3) است:

$$\nabla \cdot V = 0 \tag{1}$$

$$\rho \frac{DV}{Dt} = -\nabla p + (\mu + k)\nabla^2 V + k\nabla \times \Omega \tag{2}$$

$$\rho j \frac{D\Omega}{Dt} = (\alpha + \beta + \lambda)\nabla(\nabla \cdot \Omega) - \gamma \nabla \times (\nabla \times \Omega) + k\nabla \times V - 2k\Omega \tag{3}$$

که به همراه شرایط مرزی و اولیه مناسب معادلات حاکم را تشکیل می‌دهند. در این معادلات V و Ω بردارهای سرعت و چرخش، ρ و j نشان دهنده چگالی و پارامتر گردش[2] سیال، p فشار و μ، k، α، β و γ پارامترهای مربوط به سیال می‌باشند. اگر مؤلفه‌های سرعت و چرخش به ترتیب به صورت $(u, v, 0)$ و $(0, 0, N)$ در نظر گرفته شوند، در این صورت معادلات برای جریان پایای دو بعدی و تراکم ناپذیر از یک سیال ریز قطبی در غیاب گرادیان فشار به فرم معادلات (4) تا (7) در می‌آیند:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \tag{4}$$

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} = \left(\upsilon + \frac{k}{\rho}\right)\left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right] + \frac{k}{\rho}\frac{\partial N}{\partial y} \tag{5}$$

$$u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} = \left(\upsilon + \frac{k}{\rho}\right)\left[\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right] + \frac{k}{\rho}\frac{\partial N}{\partial x} \tag{6}$$

$$u\frac{\partial N}{\partial x} + v\frac{\partial N}{\partial y} = \frac{\gamma}{\rho j}\left[\frac{\partial^2 N}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 N}{\partial y^2}\right] - \frac{k}{\rho j}\left(2N - \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}\right) \tag{7}$$

در معادلات ذکر شده، u و v مؤلفه‌های سرعت در جهت x و y، و N مؤلفه چرخش یا سرعت زاویه‌ای است که در صفحه xy قرار دارد. ρ چگالی، υ ویسکوزیته سینماتیکی و j، γ و k به ترتیب میکرو اینرسی بر واحد جرم، ویسکوزیته گرادیانی چرخش[3] و ویسکوزیته گردابه را نشان می‌دهند. در اینجا γ بر اساس رابطه (8) تعریف می‌شود:

$$\gamma = \left(\mu + \frac{k}{2}\right) j \tag{8}$$

که در این رابطه μ ویسکوزیته دینامیکی است. همان طور که احمدی [13] به آن اشاره کرده است، برقراری رابطه (8) سبب می‌شود تا در حالتی که تأثیر میکرو ساختارها ناچیز است و بردار چرخش به بردار سرعت زاویه ای تبدیل می‌شود، معادلات (4) تا (7) به درستی رفتار سیال را پیشبینی کنند. پارامتر چرخش N بر روی دیواره از طریق رابطه (9) با تنش برشی روی دیواره مرتبط است:

$$N_w = -n\tau_w \tag{9}$$

که N_w و τ_w مؤلفه چرخش و تنش برشی روی دیواره و n یک عدد ثابت و به صورت $0 \le n \le 1$ است. حالت $n = 0$ نشان دهنده $N_w = 0$ است که بیان کننده حالت جریان ذرات متمرکز[4] است که در آن میکرو المان‌های نزدیک دیوار توانایی چرخیدن ندارند. این حالت زمانی اتفاق می‌افتد که تمرکز شدیدی از ذرات وجود داشته باشد. $n = 1/2$ نیز حالتی را نشان می‌دهد که قسمت پادمتقارن تانسور تنش از بین رفته و زمانی اتفاق می‌افتد که تمرکز ضعیفی از میکرو المان‌ها وجود داشته باشد [1].

3- جریان فیلم نازک روی سطح شیب‌دار به سمت پایین

در این قسمت به تحلیل جریان فیلم نازک سیال ریزقطبی تراکم ناپذیر روی یک سطح شیب دار به سمت پایین مطابق شکل 1 پرداخته می‌شود. هوای محیط ثابت در نظر گرفته می‌شود و در نتیجه جریان تنها تحت تأثیر نیروی جاذبه قرار دارد. همچنین کشش سطحی ناچیز و ضخامت فیلم یکنواخت فرض می‌شود.

میدان سرعت V و چرخش N به فرم (10) نوشته می‌شوند:

$$V = [u(y), 0, 0]\,, N[0, 0, N(y)] \tag{10}$$

با تعریف رابطه (10) برای میدان سرعت، معادلات (4) و (6) خود به خود ارضاء شده و معادلات (5) و (7) به صورت معادلات (11) و (12) در می‌آیند.

$$\left(\upsilon + \frac{k}{\rho}\right)\frac{d^2 u}{dy^2} + \frac{k}{\rho}\frac{dN}{dy} + g_1 \sin\alpha = 0 \tag{11}$$

$$\left(\upsilon + \frac{k}{2\rho}\right)\frac{d^2 N}{dy^2} - \frac{k}{\rho j}\left(2N + \frac{du}{dy}\right) = 0 \tag{12}$$

شرایط مرزی هم به صورت روابط (13) هستند:

$$u = 0, N = -n\frac{du}{dy}\ at\ y = 0, \frac{du}{dy} = N = 0\ at\ y = \delta \tag{13}$$

اعداد بی بعد به این صورت تعریف می‌شوند:

$$\bar{y} = \frac{y}{\delta};\ \bar{u} = \frac{\delta}{\upsilon}u;\ \bar{N} = \frac{\delta^2}{\upsilon}N;\ K = \frac{k}{\mu};\ m_1 = \frac{\delta^3 g_1 \sin\alpha}{\upsilon^2}$$

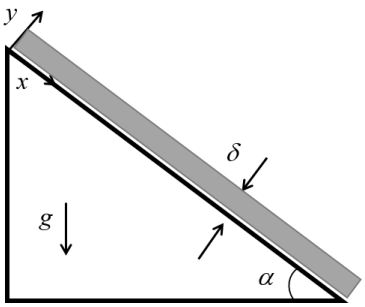

Fig. 1 Schematic of thin film flow down an inclined surface

شکل 1 شماتیک جریان فیلم نازک روی سطح شیب‌دار

[1] Eckert
[2] Gyration
[3] Spin gradient viscosity
[4] Concentrated particle flows

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-20]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1397.18.2.52.1]

که j برابر δ^2 است. در این صورت معادلات (11) تا (13) به صورت معادلات (14) تا (16) در می‌آیند:

$$(1+K)u''+KN'+m_1=0 \tag{14}$$

$$\left(1+\frac{K}{2}\right)N''-K(2N+u')=0 \tag{15}$$

$$u(0)=u'(1)=N(1), N(0)=-nu'(0) \tag{16}$$

در معادلات برای ساده سازی علامت ‾ حذف شده و پرایم مشتق نسبت به y را نشان می‌دهد. با انتگرال‌گیری از معادله (14) و استفاده از معادله (16) معادله (17) بدست می‌آید:

$$(1+K)u'+KN+m_1(y-1)=0 \tag{17}$$

با حذف u' از معادلات (15) و (17) معادله (18) حاصل می‌شود:

$$\left(1+\frac{K}{2}\right)N''-\frac{K(K+2)}{K+1}N+\frac{m_1K}{K+1}(y-1)=0 \tag{18}$$

همچنین معادله (17) روی دیواره به صورت رابطه (19) در می‌آید:

$$(1+K)u'(0)+KN(0)+m_1=0 \tag{19}$$

از معادلات (16) و (19) نتیجه می‌شود:

$$N(0)=\frac{m_1n}{K(n-1)-1}; N(1)=0 \tag{20}$$

حال معادله (18) به همراه شرط مرزی آن یعنی معادله (20) به کمک نرم‌افزار میپل[1] حل تحلیلی شده و $N(y)$ به صورت صریح بدست می‌آید و سپس با جایگذاری آن در معادله (17)، $u(y)$ بدست می‌آید.

$$N(y)=\frac{m_1e^{-\sqrt{\frac{2K}{K+1}}y}\left\{\coth\left(\sqrt{\frac{2K}{K+1}}\right)-1\right\}}{2(K+2)\{K(n-1)-1\}}\times[(K+1)\times (2n-1)\left\{e^{2\sqrt{\frac{2K}{K+1}}}-e^{2\sqrt{\frac{2K}{K+1}}y}\right\}+(y-1)\{K(n-1)-1\}e^{2\sqrt{\frac{2K}{K+1}}y}\left\{e^{2\sqrt{\frac{2K}{K+1}}}-1\right\}] \tag{21}$$

$$u(y)=\frac{m_1\sqrt{K+1}\,e^{-\sqrt{\frac{2K}{K+1}}y}\left\{\coth\left(\sqrt{\frac{2K}{K+1}}\right)-1\right\}}{4\sqrt{K}(K+2)\{K(n-1)-1\}}\times[K\sqrt{2}\times (2n-1)\left\{\left(e^{2\sqrt{\frac{2K}{K+1}}}-e^{2\sqrt{\frac{2K}{K+1}}y}+e^{2\sqrt{\frac{2K}{K+1}}y}\right)-e^{\sqrt{\frac{2K}{K+1}}(y+2)}\right\} -2e^{2\sqrt{\frac{2K}{K+1}}y}\left(e^{2\sqrt{\frac{2K}{K+1}}}-1\right)\sqrt{\frac{K}{K+1}}\{K(n-1)-1\}\times (y-2)y] \tag{22}$$

در قسمت نتایج $N(y)$ و $u(y)$ به ازای پارامترهای مختلف رسم شده‌اند.

4- جریان فیلم نازک روی تسمه متحرک

یک منبع حاوی سیال ریزقطبی وجود دارد که در آن یک تسمه عریض مطابق شکل 2 در حال حرکت است. تسمه در جهت عمودی و به سمت بالا و با سرعت U_0 حرکت می‌کند. تسمه یک فیلم نازک با ضخامت δ از سیال را با خود به حرکت در می‌آورد.

سیال چسبیده به تسمه تحت تأثیر جاذبه به سمت پایین متمایل می‌شود. فرض می‌شود جریان آرام، پایا و با ضخامت ثابت باشد. محور x در جهت عمود بر تسمه در نظر گرفته شده و در نتیجه بردار سرعت V به صورت رابطه (23) در می‌آید:

$$V=[0,v(x),0] \tag{23}$$

با این تعریف معادلات (4) و (5) خود به خود ارضا می‌شوند و معادلات (6) و (7) به صورت معادلات (24) و (25) در می‌آیند:

$$\left(v+\frac{k}{\rho}\right)\frac{d^2v}{dx^2}-\frac{k}{\rho}\frac{dN}{dx}-g_1=0 \tag{24}$$

$$\left(v+\frac{k}{2\rho}\right)\frac{d^2N}{dx^2}-\frac{k}{\rho j}\left(2N-\frac{dv}{dx}\right)=0 \tag{25}$$

[1] Maple

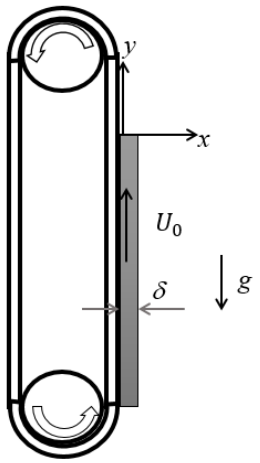

Fig. 2 Schematic of thin film flow on a moving ribbon

شکل 2 شماتیک جریان فیلم نازک روی تسمه متحرک

برای مسئله در نظر گرفته شده شرایط مرزی به صورت روابط (26) در می‌آید:

$$v=U_0,\ \ N=-n\frac{dv}{dx}\ at\ x=0,\ \ \frac{dv}{dx}=N=0\ at\ x=\delta \tag{26}$$

با تعریف:

$$\bar{x}=\frac{x}{\delta};\ \ \bar{v}=\frac{v}{U_0};\ \ \bar{N}=\frac{\delta}{U_0}N;\ \ m_2=\frac{\rho g_1\delta^2}{\mu U_0}$$

معادلات (24) تا (26) به صورت معادلات (27) تا (29) در می‌آیند:

$$(1+K)v''-KN'-m_1=0 \tag{27}$$

$$\left(1+\frac{K}{2}\right)N''-K(2N-v')=0 \tag{28}$$

$$v(0)=v'(1)=N(1), N(0)=-mv'(0) \tag{29}$$

که در این معادلات پرایم نشان دهنده مشتق نسبت به x است. با حل تحلیلی این دستگاه معادلات به کمک نرم‌افزار میپل، $N(x)$ و $v(x)$ بدست می‌آیند.

$$N(x)=\frac{m_2e^{-\sqrt{\frac{2K}{K+1}}x}\left\{\coth\left(\sqrt{\frac{2K}{K+1}}\right)-1\right\}}{2(K+2)\{K(n-1)-1\}}\times[(K+1)\times (2n-1)\left\{e^{2\sqrt{\frac{2K}{K+1}}}-e^{2\sqrt{\frac{2K}{K+1}}x}\right\}+(y-1)\{K(n-1)-1\}e^{2\sqrt{\frac{2K}{K+1}}x}\left\{e^{2\sqrt{\frac{2K}{K+1}}}-1\right\}] \tag{30}$$

$$v(x)=\frac{\coth\left(\sqrt{\frac{2K}{K+1}}\right)-1}{2(K+2)\{K(n+1)+1\}}\times[\left(e^{2\sqrt{\frac{2K}{K+1}}}-1\right)\{K+2+m_2(x-2)x\}\times\{K(n+1)+1\}-2m_2\sqrt{2K(K+1)}(2n+1)e^{2\sqrt{\frac{2K}{K+1}}}\times\sinh\left\{\sqrt{\frac{K}{2(K+1)}(x-2)}\right\}\times sinh\left\{\frac{K}{2(K+1)}x\right\}] \tag{31}$$

در قسمت نتایج $N(x)$ و $v(x)$ به ازای پارامترهای مختلف رسم شده‌اند.

5- جریان فیلم نازک روی یک استوانه عمودی به سمت پایین

در این بخش، جریان یک سیال ریزقطبی که از روی یک استوانه با طول بی نهایت رو به پایین در حال حرکت است، مطابق شکل 3 بررسی می‌شود. جریان با تقارن محوری و به شکل یک فیلم باریک و با ضخامت δ در نظر گرفته می‌شود که در تقابل با هوای ساکن قرار دارد.

معادلات حاکم با صرف نظر از گرادیان فشار به صورت معادلات (32) تا (36) در می‌آیند:

$$\frac{\partial u}{\partial r}+\frac{u}{r}+\frac{\partial w}{\partial z}=0 \tag{32}$$

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-20]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1397.18.2.52.1]

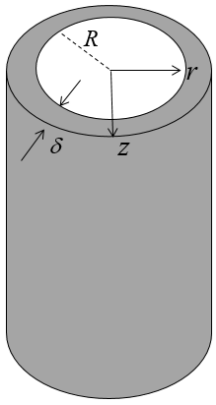

Fig. 3 Schematic of thin film flow down a vertical cylinder

شکل 3 شماتیک جریان فیلم نازک روی یک استوانه عمودی به سمت پایین

$$\rho\left(u\frac{\partial u}{\partial r}+w\frac{\partial u}{\partial z}\right)=(\mu+k)\left[\frac{\partial^2 u}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial r}-\frac{u}{r^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right]-k\frac{\partial N}{\partial z} \tag{33}$$

$$\rho\left(u\frac{\partial w}{\partial r}+w\frac{\partial w}{\partial z}\right)=(\mu+k)\left[\frac{\partial^2 w}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial w}{\partial r}+\frac{\partial^2 w}{\partial z^2}\right]+k\times\left(\frac{\partial N}{\partial r}+\frac{N}{r}\right)+\rho g_1 \tag{34}$$

$$\rho j\left(u\frac{\partial N}{\partial r}+w\frac{\partial N}{\partial z}\right)=\gamma\left[\frac{\partial^2 N}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial N}{\partial r}-\frac{N}{r^2}+\frac{\partial^2 N}{\partial z^2}\right]-k\left(2N+\frac{\partial w}{\partial r}-\frac{\partial u}{\partial z}\right) \tag{35}$$

در این معادلات u وw مؤلفه‌های سرعت در جهت r و z هستند.

در این حالت بردارهای سرعت و چرخش به فرم رابطه (36) هستند:

$$V=[0,0,w(r)]\quad,\quad N=N(r) \tag{36}$$

مشخص است که با این تعریف معادلات (32) و (33) خود به خود ارضاء می شوند و معادلات (34) و (35) به فرم معادلات (37) و (38) ساده می‌شوند:

$$(\mu+k)\left[\frac{d^2 w}{dr^2}+\frac{1}{r}\frac{dw}{dr}\right]+k\left(\frac{dN}{dr}+\frac{N}{r}\right)+\rho g_1=0 \tag{37}$$

$$\left(\mu+\frac{k}{2}\right)j\left[\frac{d^2 N}{dr^2}+\frac{1}{r}\frac{dN}{dr}-\frac{N}{r^2}\right]-k\left(2N+\frac{dw}{dr}\right)=0 \tag{38}$$

شرایط مرزی مناسب برای این جریان به صورت روابط (39) نوشته می‌شوند:

$$u(R)=u'(R+\delta)=N(R+\delta)=0,\ \ N(R)=-nu'(R) \tag{39}$$

با تعریف:

$$\eta=\frac{r}{R};\ \ f=\frac{R}{\upsilon}w;\ \ g=\frac{R^2}{\upsilon}N;\ \ m_3=\frac{g_1R^3}{\upsilon^2}$$

معادلات (37) تا (39) به فرم معادلات (40) تا (42) در می‌آیند:

$$(1+K)(\eta f''+f')+K(\eta g'+g)+m_3\eta=0 \tag{40}$$

$$\left(1+\frac{K}{2}\right)(\eta^2 g''+\eta g'-g)-K\eta^2(2g+f')=0 \tag{41}$$

$$f(1)=f'(d)=g(d)=0, g(1)=-nf'(1) \tag{42}$$

در این معادلات پرایم مشتق نسبت به متغیر η را نشان می‌دهد. با انتگرال گیری از معادله (40) و سپس استفاده از معادله (42)، رابطه (43) حاصل می شود:

$$(1+K)\eta f'+K\eta g+\frac{m_3}{2}(\eta^2-d^2)=0 \tag{43}$$

با حذف f' از ترکیب معادلات (41) و (43)، نتیجه می‌شود:

$$\eta^2 g''+\eta g'-(1+L_1\eta^2)g=L_3\eta-L_2\eta^3 \tag{44}$$

معادله (43) روی سطح استوانه به فرم معادله (45) در می‌آید:

$$(1+K)f'(1)+Kg(1)+\frac{m_3}{2}(1-d^2)=0 \tag{45}$$

با استفاده از معادلات (42) و (45) نتیجه می‌شود:

$$g(1)=A\,;g(d)=0 \tag{46}$$

ضرایب معادله (44) به این فرم تعریف می‌شوند:

$$L_1=\frac{2K}{K+1};L_2=\frac{mK}{(K+1)(K+2)};L_3=d^2L_2;$$
$$A=\frac{m_3n(d^2-1)}{2(K(n-1)-1)}$$

جواب معادله (41) با شرط مرزی (42) عبارت است از:

$$\begin{aligned}g(\eta)=&\,C_1\mathrm{I}_1(\sqrt{L_1}\eta)+C_2\mathrm{K}_1(\sqrt{L_1}\eta)\\&+\mathrm{I}_1(\sqrt{L_1}\eta)\left(-\frac{L_3\mathrm{K}_0(\sqrt{L_1}\eta)}{\sqrt{L_1}}\right)\\&+\mathrm{K}_1(\sqrt{L_1}\eta)\left(\frac{L_3-L_3\mathrm{I}_0(\sqrt{L_1}\eta)+L_2\eta^2\mathrm{I}_2(\sqrt{L_1}\eta)}{\sqrt{L_1}}\right)\\&-\frac{1}{4}L_2\eta^3G_{1,3}^{2,1}\left(\frac{\sqrt{L_1}\eta}{2},\frac{1}{2}\middle|\begin{matrix}-\frac{1}{2}\\-\frac{1}{2},\frac{1}{2},-\frac{3}{2}\end{matrix}\right)\end{aligned} \tag{47}$$

که در آن I_1 و I_0 توابع بسل[1] نوع اول مرتبه یک و صفر هستند. K_1 و K_0 نیز توابع بسل نوع دوم مرتبه یک و صفر هستند. همین طور $G_{1,3}^{2,1}$ تابع میر[2] است. ثوابت معادله (47) عبارتند از:

$$\begin{aligned}C_1=&\frac{1}{4\sqrt{L_1}\{\mathrm{I}_1(\sqrt{L_1}d)\mathrm{K}_1(\sqrt{L_1})-\mathrm{I}_1(\sqrt{L_1})\mathrm{K}_1(\sqrt{L_1}d)\}}\times\\&[4L_3\mathrm{I}_1(\sqrt{L_1}d)\mathrm{K}_0(\sqrt{L_1}d)\mathrm{K}_1(\sqrt{L_1})-4\{A\sqrt{L_1}+\\&L_3\mathrm{I}_1(\sqrt{L_1})\mathrm{K}_0(\sqrt{L_1})+L_3\mathrm{I}_0(\sqrt{L_1})\mathrm{K}_1(\sqrt{L_1})-\\&L_3\mathrm{I}_0(\sqrt{L_1}d)\mathrm{K}_1(\sqrt{L_1})-L_2\mathrm{I}_2(\sqrt{L_1})\mathrm{K}_1(\sqrt{L_1})+\\&d^2L_2\mathrm{I}_2(\sqrt{L_1}d)\mathrm{K}_1(\sqrt{L_1})\}\mathrm{K}_1(\sqrt{L_1}d)+\\&d^3\sqrt{L_1}L_2\mathrm{I}_1(\sqrt{L_1}d)\mathrm{K}_1(\sqrt{L_1})\times\\&G_{1,3}^{2,1}\left(\frac{\sqrt{L_1}d}{2},\frac{1}{2}\middle|\begin{matrix}-\frac{1}{2}\\-\frac{1}{2},\frac{1}{2},-\frac{3}{2}\end{matrix}\right)-2L_2\mathrm{I}_1(\sqrt{L_1})\times\\&\mathrm{I}_1(\sqrt{L_1}d)G_{1,3}^{2,1}\left(\frac{\sqrt{L_1}}{2},\frac{1}{2}\middle|\begin{matrix}0\\0,1,-1\end{matrix}\right)]\end{aligned} \tag{48}$$

$$\begin{aligned}C_2=&\frac{1}{4\sqrt{L_1}\{\mathrm{I}_1(\sqrt{L_1}d)\mathrm{K}_1(\sqrt{L_1})-\mathrm{I}_1(\sqrt{L_1})\mathrm{K}_1(\sqrt{L_1}d)\}}\times[4\{L_3-\\&L_3\mathrm{I}_0(\sqrt{L_1}d)+d^2L_2\mathrm{I}_2(\sqrt{L_1}d)\}\mathrm{I}_1(\sqrt{L_1})+4\{A\sqrt{L_1}+\\&L_3\mathrm{I}_1(\sqrt{L_1})\mathrm{K}_0(\sqrt{L_1})-L_3\mathrm{I}_1(\sqrt{L_1})\mathrm{K}_0(\sqrt{L_1}d)+\\&L_3\mathrm{I}_0(\sqrt{L_1})\mathrm{K}_1(\sqrt{L_1})-L_2\mathrm{I}_2(\sqrt{L_1})\mathrm{K}_1(\sqrt{L_1})-\\&L_3\mathrm{K}_1(\sqrt{L_1})\mathrm{I}_1(\sqrt{L_1}d)-d^3\sqrt{L_1}L_2\mathrm{I}_1(\sqrt{L_1})\mathrm{I}_1(\sqrt{L_1}d)\times\\&G_{1,3}^{2,1}\left(\frac{\sqrt{L_1}d}{2},\frac{1}{2}\middle|\begin{matrix}-\frac{1}{2}\\-\frac{1}{2},\frac{1}{2},-\frac{3}{2}\end{matrix}\right)-2L_2\mathrm{I}_1(\sqrt{L_1})\times\\&\mathrm{I}_1(\sqrt{L_1}d)G_{1,3}^{2,1}\left(\frac{\sqrt{L_1}}{2},\frac{1}{2}\middle|\begin{matrix}0\\0,1,-1\end{matrix}\right)]\end{aligned} \tag{49}$$

با در نظر گرفتن رابطه (47)، رابطه (43) به صورت عددی حل می‌گردد.

6- تحلیل نتایج

در ابتدا و به منظور اعتبارسنجی روش حل، نتایج حل جریان آرام کاملاً توسعه یافته یک سیال ریزقطبی در یک کانال عمودی با نتایج کومار و همکاران [11] مقایسه شده است (شکل 4). همان طور که مشاهده می‌شود نتایج از تطابق قابل قبولی برخوردار است.

در این قسمت نمودارهای سرعت و چرخش برای هر سه مسئله موجود و به ازای پارامترهای مختلف رسم شده است. شکل‌های 5 و 6 به ترتیب نمودارهای پروفیل سرعت و چرخش را در لایه سیال که روی یک سطح شیب‌دار جریان دارد نشان می‌دهند. این نمودارها به ازای مقادیر مختلف K (پارامتر سیال ریز قطبی) و برای حالت $n=0$ یعنی حالتی که تمرکز شدید میکروالمان‌ها در نزدیکی سطح وجود دارد، رسم شده اند. همان طور که

[1] Bessel functions
[2] MeigerG function

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-20]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1397.18.2.52.1]

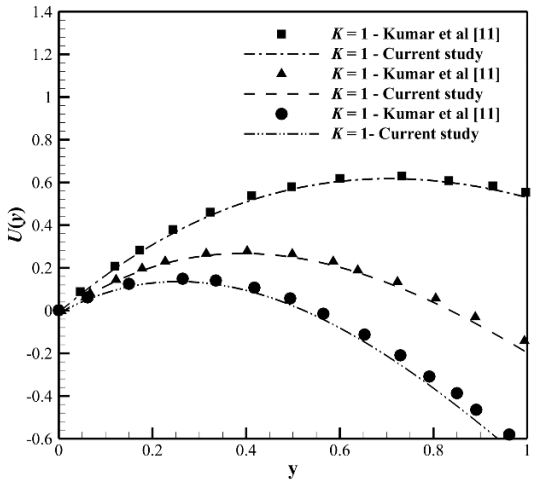

Fig. 4 The comparison of obtained velocity profiles for flow in vertical channel for different values of K with Kumar et al [11] results

شکل 4 مقایسه پروفیل‌های سرعت بدست آمده جریان داخل کانال عمودی به ازای مقادیر مختلف K با نتایج کومار و همکاران [11]

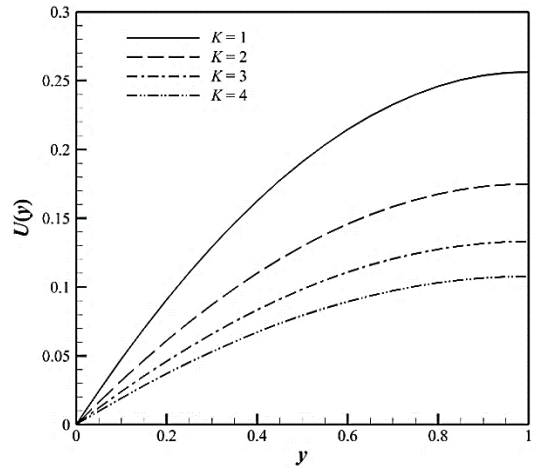

Fig. 5 The obtained velocity profiles for thin film flow on the inclined surface for different values of K, n=0, m_1=1

شکل 5 پروفیل‌های سرعت بدست آمده جریان فیلم نازک روی سطح شیب‌دار به ازای مقادیر مختلف K. در حالت n=0 و m_1=1

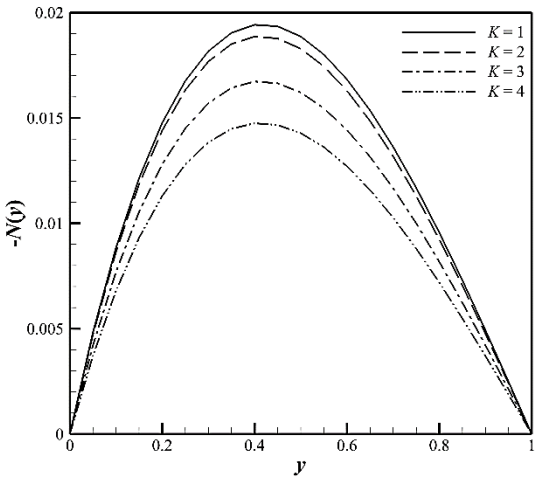

Fig. 6 The obtained micro-rotation profiles for thin film flow on the inclined surface for different values of K, n=0, m_1=1

شکل 6 پروفیل‌های چرخش بدست آمده جریان فیلم نازک روی سطح شیب‌دار به ازای مقادیر مختلف K. در حالت n=0 و m_1=1

مشاهده می‌شود با افزایش K، اندازه سرعت و چرخش کاهش پیدا می‌کند.

در شکل‌های 7 و 8 این نمودارها به ازای مقادیر مختلف K (پارامتر سیال ریز قطبی) و برای حالت $n = 1/2$ رسم شده‌اند. همان طور که مشاهده می‌شود در این حالت نیز با افزایش K، اندازه سرعت و چرخش کاهش پیدا می‌کند.

در حقیقت افزایش این پارامتر ناشی از افزایش ویسکوزیته گردابه به عنوان یکی از مشخصه‌های سیال‌های ریز قطبی است. افزایش ویسکوزیته گردابه نیز سبب کاهش میدان چرخش و سرعت در سیال می‌شود. توجه به این نکته ضروری است که اندازه سرعت و چرخش در حالت $n = 1/2$ از حالت $n = 0$ بزرگتر است. که این خود نشان از پیروی درست جواب از فیزیک جریان است. به این معنا که با کاهش تمرکز ذرات، اندازه سرعت و چرخش افزایش می‌یابد.

شکل‌های 9 و 10 به ترتیب نمودارهای سرعت و چرخش را در لایه سیال روی تسمه متحرک نشان می‌دهند. این نمودارها نیز به ازای مقادیر مختلف K (پارامتر سیال ریز قطبی) و برای حالت $n = 0$ یعنی حالتی که تمرکز

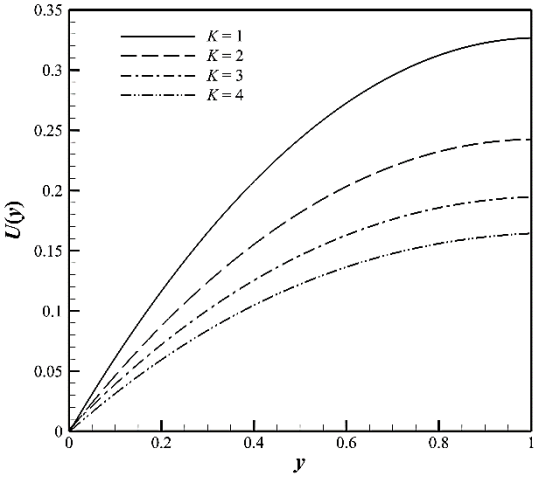

Fig. 7 The obtained velocity profiles for thin film flow on the inclined surface for different values of K, n=1/2, m_1=1

شکل 7 پروفیل‌های سرعت بدست آمده جریان فیلم نازک روی سطح شیب‌دار به ازای مقادیر مختلف K. در حالت n=1/2 و m_1=1

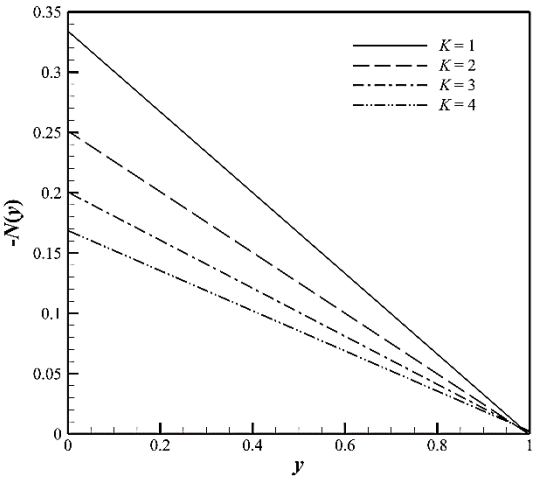

Fig. 8 The obtained micro-rotation profiles for thin film flow on the inclined surface for different values of K, n=1/2, m_1=1

شکل 8 پروفیل‌های چرخش بدست آمده جریان فیلم نازک روی سطح شیب‌دار به ازای مقادیر مختلف K. در حالت n=1/2 و m_1=1

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-20]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1397.18.2.52.1]

شدید میکروالمان‌ها در نزدیکی سطح وجود دارد، رسم شده‌اند. همان طور که مشاهده می شود با افزایش K، اندازه سرعت و چرخش کاهش پیدا می کند. در شکل‌های 11 و 12 این نمودارها به ازای مقادیر مختلف K و برای حالت $n = 1/2$ رسم شده‌اند. همان طور که مشاهده می‌شود در این حالت نیز با افزایش K، اندازه سرعت و چرخش کاهش پیدا می‌کند. توجه به این نکته ضروری است که اندازه سرعت و چرخش در حالت $n = 1/2$ از حالت $n = 0$ بزرگتر است. که این خود نشان از پیروی درست جواب از فیزیک جریان است. در حقیقت کاهش تمرکز ذرات، افزایش اندازه سرعت و چرخش را به همراه دارد.

شکل‌های 13 و 14 به ترتیب نمودارهای سرعت و چرخش را در لایه سیال روی استوانه عمودی نشان می‌دهند. این نمودارها نیز به ازای مقادیر مختلف K (پارامتر سیال ریز قطبی) و برای حالت $n = 0$ یعنی حالتی که تمرکز شدید میکروالمان‌ها در نزدیکی سطح وجود دارد، رسم شده‌اند. همان طور که مشاهده می‌شود با افزایش K، اندازه سرعت و چرخش کاهش پیدا می‌کند. در شکل‌های 15 و 16 این نمودارها به ازای مقادیر مختلف K و برای

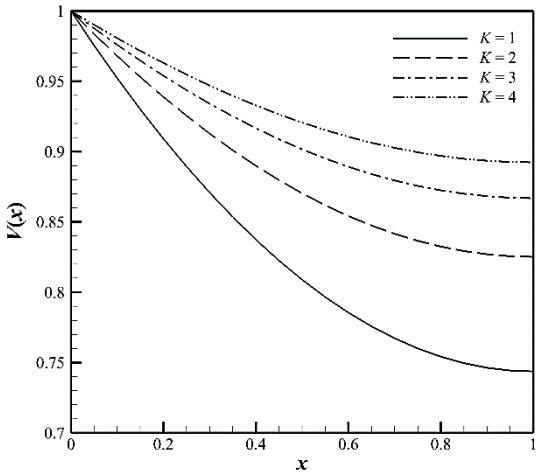

Fig. 9 The obtained velocity profiles for thin film flow on the moving ribbon for different values of K, n=0, m_2=1

شکل 9 پروفیل‌های سرعت بدست آمده جریان فیلم نازک روی تسمه متحرک به ازای مقادیر مختلف K. در حالت n=0 و m_2=1

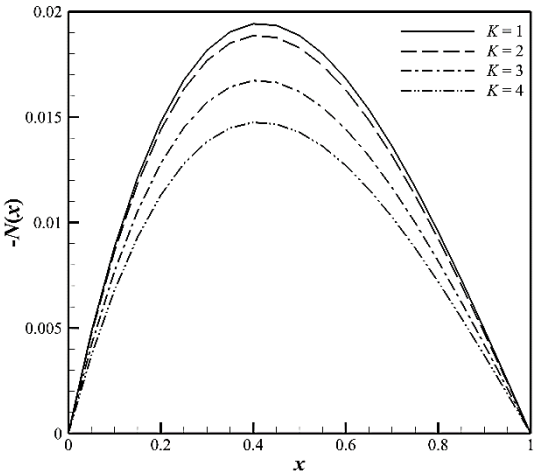

Fig. 10 The obtained micro-rotation profiles for thin film flow on the moving ribbon for different values of K, n=0, m_2=1

شکل 10 پروفیل‌های چرخش بدست آمده جریان فیلم نازک روی تسمه متحرک به ازای مقادیر مختلف K. در حالت n=0 و m_2=1

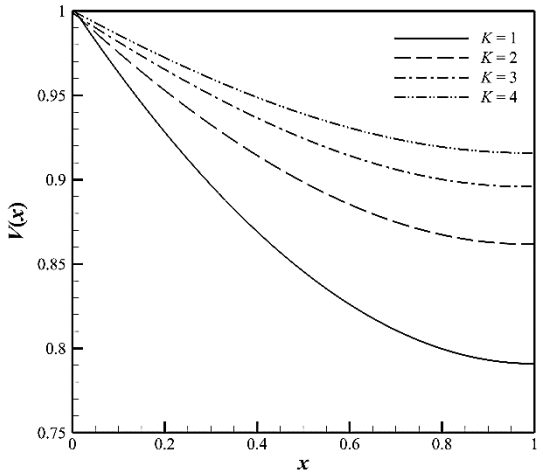

Fig. 11 The obtained velocity profiles for thin film flow on the moving ribbon for different values of K, n=1/2, m_2=1

شکل 11 پروفیل‌های سرعت بدست آمده جریان فیلم نازک روی تسمه متحرک به ازای مقادیر مختلف K. در حالت n=1/2 و m_2=1

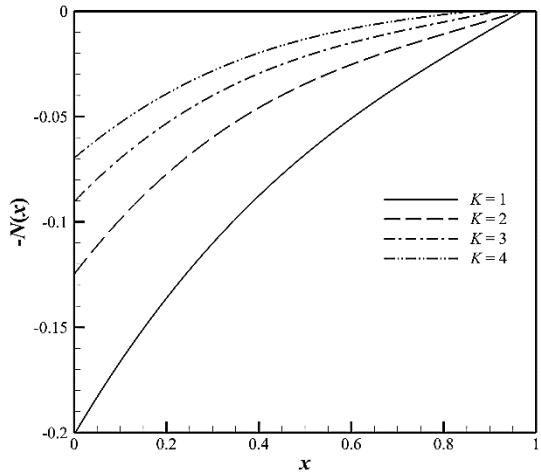

Fig. 12 The obtained micro-rotation profiles for thin film flow on the moving ribbon for different values of K, n=1/2, m_2=1

شکل 12 پروفیل‌های چرخش بدست آمده جریان فیلم نازک روی سطح تسمه متحرک به ازای مقادیر مختلف K. در حالت n=1/2 و m_2=1

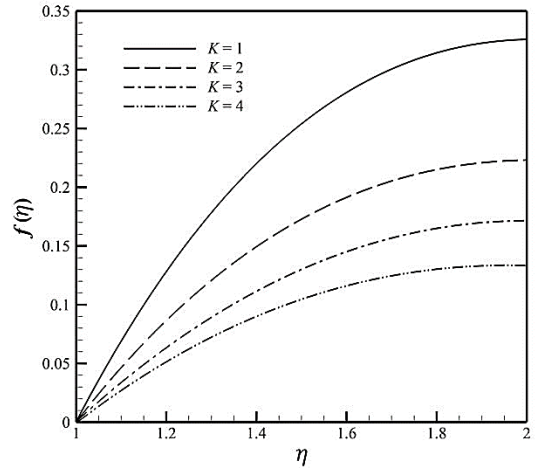

Fig. 13 The obtained velocity profiles for thin film flow down the vertical cylinder for different values of K, n=0, m_3=1

شکل 13 پروفیل‌های سرعت بدست آمده جریان فیلم نازک روی یک استوانه عمودی به سمت پایین به ازای مقادیر مختلف K. در حالت n=0 و m_3=1

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-20]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1397.18.2.52.1]

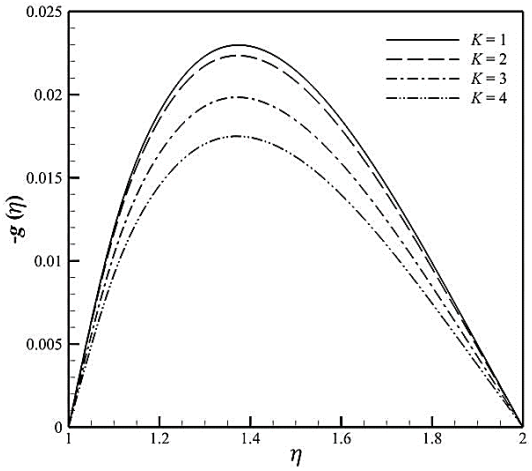

Fig. 14 The obtained micro-rotation profiles for thin film flow down the vertical cylinder for different values of K, n=0, m_3=1

شکل 14 پروفیل‌های چرخش بدست آمده جریان فیلم نازک روی یک استوانه عمودی به سمت پایین به ازای مقادیر مختلف K. در حالت n=0 و m_3=1

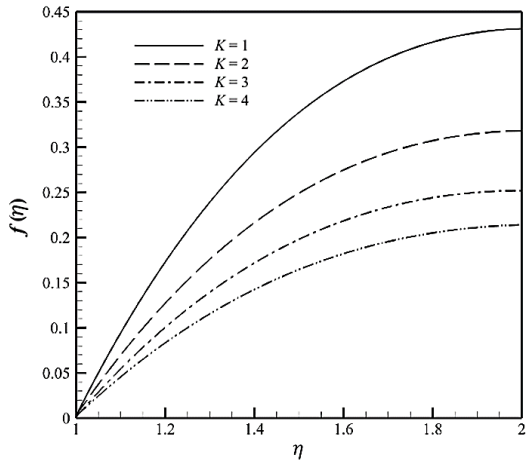

Fig. 15 The obtained velocity profiles for thin film flow down the vertical cylinder for different values of K, n=1/2, m_3=1

شکل 15 پروفیل‌های سرعت بدست آمده جریان فیلم نازک روی یک استوانه عمودی به سمت پایین به ازای مقادیر مختلف K. در حالت n=1/2 و m_3=1

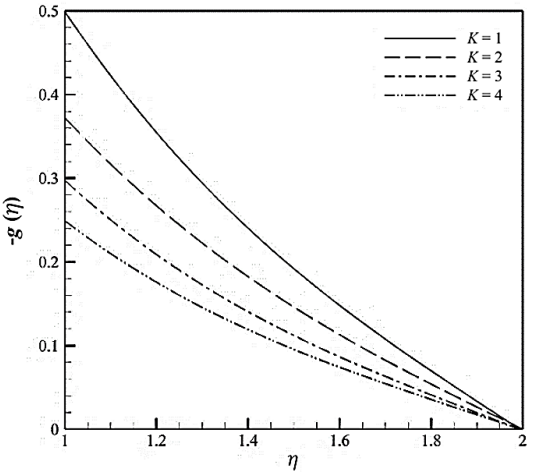

Fig. 16 The obtained micro-rotation profiles for thin film flow down the vertical cylinder for different values of K, n=1/2, m_3=1

شکل 16 پروفیل‌های چرخش بدست آمده جریان فیلم نازک روی یک استوانه عمودی به سمت پایین متحرک به ازای مقادیر مختلف K. در حالت n=1/2 و m_3=1

حالت $n = 1/2$ رسم شده‌اند. همان طور که مشاهده می‌شود در این حالت نیز با افزایش K، اندازه سرعت و چرخش کاهش پیدا می‌کند. توجه به این نکته ضروری است که اندازه سرعت و چرخش در حالت $n = 1/2$ از حالت $n = 0$ بزرگتر است. که این خود نشان از پیروی درست جواب از فیزیک جریان است. به طوری‌که کاهش تمرکز ذرات، سبب افزایش اندازه سرعت و چرخش می‌شود.

7- نتیجه‌گیری

در این مقاله به تحلیل جریان فیلم نازک یک سیال ریزقطبی پرداخته شد. برای این منظور جریان در سه هندسه مختلف مورد بررسی قرار گرفت. حل‌های دقیق در همه حالت‌ها برای توابع سرعت و چرخش بدست آمدند. اگرچه حل‌های دقیق برای دو هندسه سطح شیب‌دار و تسمه متحرک به کمک حل معادلات از روش تحلیلی بدست آمدند ولی در حالت جریان سیال روی استوانه از روش عددی استفاده گردید. نتایج به صورت گرافیکی نشان داده شد و تأثیر غلظت میکرو المان‌ها در نتایج مورد بحث قرار گرفت. مشاهده شد که با افزایش پارامتر سیال ریزقطبی، اندازه میدان سرعت و چرخش کاهش پیدا می‌کند. علت این امر، افزایش ویسکوزیته گردابه به عنوان یکی از مشخصه‌های سیال‌های ریز قطبی است که افزایش آن سبب کاهش میدان چرخش و سرعت در سیال می‌شود. همین طور مشاهده شد که اندازه سرعت و چرخش در حالتی که تمرکز ذرات در نزدیکی سطح وجود ندارد، بزرگتر از حالتی است که ذرات در نزدیک سطح متمرکز هستند.

8- فهرست علایم

V میدان سرعت (ms^{-1})
g شتاب گرانش (ms^{-2})
k ویسکوزیته گردابه (Pas)
p فشار (Nm^{-2})
N مولفه چرخش در جهت عمود بر صفحه ($rads^{-1}$)
R شعاع (m)
t زمان (s)
j میکرو اینرسی بر واحد جرم (m^2)
u مولفه سرعت در جهت محوری (ms^{-1})
v مولفه سرعت در جهت عمودی (ms^{-1})
w مولفه سرعت در جهت شعاعی (ms^{-1})
y مختصات عمودی (m)
x مختصات محوری (m)
r مختصات شعاعی (m)

علایم یونانی

τ تنش برشی (kgs^{-2})
ρ چگالی (kgm^{-3})
μ ویسکوزیته دینامیکی (Pas)
υ ویسکوزیته سینماتیکی (Pas)
Ω میدان چرخش ($rads^{-1}$)
δ ضخامت لایه سیال (m)
α ثابت سیال ریز قطبی
β ثابت سیال ریز قطبی
λ ثابت سیال ریز قطبی

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-20]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1397.18.2.52.1]

γ ویسکوزیته گرادیانی چرخش ($Pasm^2$)

9- مراجع

[1] F. Irgens, Rheology and non-newtonian fluids, *Springer International PU*, pp. 1-8, 2014.

[2] A. Eringen, Simple microfluids, *International Journal of Engineering Science*, Vol. 2, No. 2, pp. 205-217, 1964.

[3] A. Eringen, Theory of anisotropic micropolar fluids, *International Journal of Engineering Science*, Vol. 18, No. 1, pp. 5-17, 1980.

[4] D. Picchi, P. Poesio, A. Ullmann, N. Brauner, Characteristics of stratified flows of Newtonian/non-Newtonian shear-thinning fluids, *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 97, No. 4, pp. 109-133, 2017.

[5] M. Abou-zeid, Effects of thermal-diffusion and viscous dissipation on peristaltic flow of micropolar non-Newtonian nanofluid: Application of homotopy perturbation method, *Results in Physics*, Vol. 6, No. 6, pp. 481-495, 2016.

[6] M. Sajid, Z. Abbas and T. Hayat, Homotopy analysis for boundary layer flow of a micropolar fluid through a porous channel, *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 33, No. 11, pp. 4120-4125, 2009.

[7] J. Raza, A. Rohni, an Z. Omar, Rheology of micropolar fluid in a channel with changing walls: Investigation of multiple solutions, *Journal of Molecular Liquids*, Vol. 223, No. 2, pp. 890-902, 2016.

[8] A. Zaib, M. Sharif Uddin, K. Bhattacharyya, S. Shafie, Micropolar fluid flow and heat transfer over an exponentially permeable shrinking sheet, *Propulsion and Power Research*, Vol. 5, No. 4, pp. 310-317, 2016.

[9] N. Khan, S. Khan, A. Ara, Flow of micropolar fluid over an off centered rotating disk with modified Darcy's law, *Propulsion and Power Research*, Vol. 5, No. 7, pp. 423-432, 2017.

[10] A. R. Haghighi, A. Shadipour, M. Shahbazi Asl, Numerical simulation of micropolar fluid flow through an asymmetric tapered stenosis artery, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 12, pp. 33-41, 2018. (in Persian فارسی)

[11] J. Kumar, J. Umavathi, A. Chamkha, I. Pop, Fully-developed free-convective flow of micropolar and viscous fluids in a vertical channel, *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 34, No. 5, pp. 1175-1186, 2010.

[12] S. Xinhui, Z. Liancun, Z. Xinxin, S. Xinyi, Homotopy analysis method for the asymmetric laminar flow and heat transfer of viscous fluid between contracting rotating disks, *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 36, No. 4, pp. 1806-1820, 2012.

[13] G. Ahmadi, Self-similar solution of imcompressible micropolar boundary layer flow over a semi-infinite plate, *International Journal of Engineering Science*, Vol. 14, No. 7, pp. 639-646, 1976.

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-20]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1397.18.2.52.1]