

بهینه‌سازی چند هدفه ساختار ربات موازی هگزا براساس شاخص‌های سینماتیکی و دینامیکی

عرفان میرشکاری¹، افشین قنبرزاده^{2*}، کوروش حیدری شیرازی³

1- دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه شهید چمران، اهواز

2- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه شهید چمران، اهواز

3- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه شهید چمران، اهواز

* اهواز، صندوق پستی: 6135743337، ghanbarzadeh.a@scu.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 14 اردیبهشت 1395

پذیرش: 21 مرداد 1395

ارائه در سایت: 21 شهریور 1395

کلید واژگان:

ربات موازی هگزا

مهارت سینماتیکی

مهارت دینامیکی

بهینه‌سازی چندهدفه

الگوریتم زنبور عسل

چکیده

در مقاله حاضر تأثیر پارامترهای ساختاری ربات موازی شش درجه آزادی هگزا بر شاخص‌های عملکردی سینماتیکی و دینامیکی مورد بررسی قرار گرفته و ساختار ربات با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی زنبور عسل چندهدفه بهینه می‌شود. پس از تشریح ساختار و تعیین پارامترهای هندسی سازنده ربات، روابط مربوط به سینماتیک معکوس آن استخراج شده و ماتریس ژاکوبین که ارتباط دهنده میان مؤلفه‌های بردار سرعت مجری نهایی و بردار سرعت‌های زاویه‌ای مفصلی است، به دست می‌آید. از طریق محاسبه مجموع انرژی جنبشی اجزا ربات به صورت ضربی از بردار سرعت دورانی مفاصل عمل‌کننده، ماتریس اینرسی استخراج می‌شود. معکوس عدد وضعیت سینماتیکی محلی و سراسری بر پایه ماتریس ژاکوبین بی‌بعد به‌عنوان اندیس اندازه‌گیری مهارت سینماتیکی ربات منظور می‌شود. با تعیین ماتریس جرم به‌عنوان ارتباط دهنده مؤلفه‌های بردار شتاب مجری نهایی و بردار گشتاوری مفاصل عمل‌کننده، شاخص برآورد مهارت دینامیکی محلی و سراسری ربات ارائه می‌شود. با در نظر گرفتن شاخص‌های عملکردی سینماتیکی و دینامیکی در فضای کاری مکعبی به‌عنوان توابع هدف، ساختار ربات هگزا با استفاده از الگوریتم زنبور عسل چند هدفه، بهینه می‌شود. بدین منظور قیده‌های هندسی مناسب شامل محدودیت حرکتی مفاصل یونیورسال و کروی، و قیدهایی برای دوری از موقعیت‌های تکیه در نظر گرفته می‌شوند. نمودار پارتو مربوط به بهینه‌سازی چندهدفه که نشان‌دهنده پاسخ‌های نامطلوب است، ارائه شده است. همچنین نمودارهای تأثیر تغییر پارامترهای ساختاری ربات هگزا بر مقادیر شاخص‌های عملکردی سینماتیکی و دینامیکی بهینه ترسیم شده و در نهایت توزیع شاخص‌های عملکردی در فضای کاری مورد نظر نشان داده شده است.

Multi-objective optimization of Hexa parallel manipulator based on kinematic and dynamic indices

Erfan Mirshekari, Afshin Ghanbarzadeh*, Kouros Heidari Shirazi

Mechanical Engineering Department, Shahid Chamran University, Ahvaz, Iran.

* P.O.B. 6135743337 Ahvaz, Iran, ghanbarzadeh.a@scu.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 03 May 2016
Accepted 11 July 2016
Available Online 11 September 2016

Keywords:

Hexa Parallel Robot
Kinematic Dexterity
Dynamic Dexterity
Multi-Objective Optimization
Bees Algorithm

ABSTRACT

In this study, the effects of geometrical parameters of 6-DOF Hexa parallel robot on kinematic, and dynamic performance indices are investigated and its structure is optimized using the intelligent multi-objective Bees Algorithm. In this way, after describing the structure and specifying the geometrical parameters of the robot, inverse kinematic relations of the robot are obtained. Jacobian matrix that maps velocity from joint space to Cartesian space is developed. Mass matrix is obtained from calculating the total kinetic energy of the manipulator in terms of the actuated joints vector. Inverse of the homogenized jacobian-based condition number is considered as an index to evaluate the kinematic dexterity. Based on mass matrix as relation between acceleration vector of the end effector and torque vector of actuated joints, dynamic dexterity index is presented. Using the multi-objective Bees Algorithm and considering dynamic and kinematic performance indices in a pre-determined workspace as the objective functions, structure of Hexa parallel robot is optimized. In this way, the proper geometrical constraints such as limitation of universal and spherical joints, and singularity avoidance constraints are considered. Pareto front of the multi objective optimization of the robot is drawn. Diagrams of the kinematic and dynamic performance indices variation in the workspace and the effects of geometrical parameters variation on them are presented.

1- مقدمه

استفاده قرار می‌گیرند. این ربات‌ها از یک صفحه متحرک تشکیل شده‌اند که

به وسیله تعدادی بازو به صورت موازی به صفحه ثابتی متصل می‌شوند.

ربات‌های موازی را می‌توان براساس درجه آزادی، تعداد بازوها، ترتیب مفاصل

ربات‌های موازی به دلیل دقت مکان‌یابی، ظرفیت حمل بار بالا و مشخصات

عملکردی دینامیکی مناسب به صورت روزافزون در کاربردهای مختلف مورد

Please cite this article using:

E. Mirshekari, A. Ghanbarzadeh, K. Heidari Shirazi, Multi-objective optimization of Hexa parallel manipulator based on kinematic and dynamic indices, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 8, pp. 365-374, 2016 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

اینرسی نواری (BIE⁷) را بر پایه روش (GIE) ارائه کرد و با استفاده از این روش به تحلیل دینامیکی مکانیزم افزونه⁸ پرداخت. [19] رابطه میان شتاب‌های تعمیم‌یافته و نیروهای تعمیم‌یافته را بررسی کرده و روش بیضوی توانایی تردستی دینامیکی (DME⁹) را ارائه نمود. بر این اساس مراجع مختلف به بررسی و بهینه‌سازی ساختار ربات‌های موازی پرداختند [20-21]. به دلیل پیچیدگی مدل دینامیکی ربات موازی در مقایسه با روش‌های برآورد نحوه عملکرد سینماتیکی کارهای به مراتب کمتری در زمینه برآورد عملکرد دینامیکی صورت گرفته است.

بهینه‌سازی ربات‌های موازی دارای مشکلاتی است. نخست این‌که این مسئله چندهدفه و چندمعیاره و براساس مشخصات عملکردی متفاوت است و گاهی مشخصات مورد نظر رابطه عکس با یکدیگر دارند. یکی دیگر از مسائل موجود وجود نداشتن ارتباط مستقیم بین مشخصات عملکردی و پارامترهای ساختاری است و حل مسائل بهینه‌سازی دارای چند پاسخ خواهد بود. استفاده از روش‌های بهینه‌سازی چندهدفه پاسخ‌های بهتری براساس کاربردهای متفاوت ارائه می‌دهد. مراجع مختلف با در گرفتن هم‌زمان شاخص‌های عملکردی مختلف به بهینه‌سازی ربات‌های موازی پرداختند [11]. توابع هدف در بهینه‌سازی ربات موازی، غیرخطی و دارای پارامترهای زیاد طراحی است و عملاً امکان استفاده از روش‌های کلاسیک حل وجود ندارد و جهت حل این مسائل از روش‌های هوشمند استفاده می‌شود. به منظور حل مسائل بهینه‌سازی چندهدفه از الگوریتم‌هایی مانند NSGA-II و [22] و [23] که بر پایه مفهوم جبهه پارتو استوار شده‌اند، استفاده می‌شود. الگوریتم هوشمند زنبور عسل¹⁰ یکی از روش‌های تکاملی که به تازگی ارائه شده و مورد استقبال محققین جهت حل مسائل بهینه‌سازی تک‌هدفه و چندهدفه قرار گرفته است [23].

با بررسی‌های صورت گرفته مرجعی که ربات هگزا را از نظر شاخص‌های عملکردی به خصوص شاخص‌های دینامیکی بررسی کند، ملاحظه نشد، همچنین مسئله بهینه‌سازی چندهدفه ساختار این نوع ربات با منظور کردن هم‌زمان اندیس‌های دینامیکی و سینماتیکی مسئله بهینه‌سازی چندهدفه ربات هگزا با در نظر گرفتن قیدهای مورد نیاز و با استفاده از الگوریتم‌های هوشمند بررسی نشده است. استفاده از الگوریتم هوشمند زنبور عسل چندهدفه [24] جهت حل مسئله بهینه‌سازی از دیگر نکات مطالعه کنونی است.

پس از تعیین پارامترهای هندسی و ساختاری ربات موازی هگزا، سینماتیک معکوس و ماتریس ژاکوبین آن استخراج می‌شود. انرژی جنبشی هر کدام از اجزا ربات برحسب بردار سرعت زاویه‌ای مفاصل لولایی دارای عملکرد استخراج شده و از مجموع آن‌ها ماتریس اینرسی ربات به‌دست می‌آید. سپس شاخص‌های برآورد مهارت سینماتیکی و دینامیکی ارائه می‌شوند. با معرفی روش بهینه‌سازی چندهدفه زنبور عسل و ارائه قیدهای مورد نیاز، نمودار پارتو مربوط به بهینه‌سازی چندهدفه ساختار ربات به‌دست‌آمده و تأثیر تغییر پارامترهای ساختاری بر مشخصات عملکردی بهینه بررسی می‌شود.

2- تحلیل مکانیکی ربات هگزا

2-1- شرح مدل ربات

به کار رفته در هر بازو و نوع عملکرد تقسیم‌بندی کرد [1]. بر این اساس انواع مختلف ربات‌های موازی 6 درجه آزادی ارائه شده است. یکی از مهم‌ترین انواع آن‌ها، ربات هگزا است که به ترتیب مفاصل لولایی، یونیورسال¹ و کروی در هر بازوی آن مورد استفاده قرار گرفته است. در هر دو بازوی مجاور فاصله مفاصل لولایی دارای عملکرد بر دورانی روی صفحه ثابت برابر با فاصله مفاصل کروی بر صفحه متحرک است. یکی از مهم‌ترین مزایای ربات هگزا این است که به دلیل نصب موتور در صفحه ثابت وزن بخش‌های متحرک کمتر است و می‌توان از موتورهای الکتریکی بزرگ‌تر و ارزان‌تر استفاده کرد. احتمال تداخل آن‌ها با یکدیگر به دلیل استفاده از میله‌های واصل به صفحه متحرک باریک‌تر کاهش می‌یابد [2]. از دیگر مزایای مهم این نوع ربات این است که می‌توان آن را به صورت استاتیکی متعادل کرد [3]. البته ربات هگزا دارای معایبی مانند امکان ایجاد خمش در میله‌های واصل به صفحه متحرک و تحلیل سینماتیکی پیچیده است.

نخستین بار ربات هگزا توسط [4] براساس ربات سه درجه آزادی دلتا [5] ارائه شد. این ربات مزایای ربات دلتا یعنی سرعت بالا را داراست، علاوه بر این دارای سه درجه آزادی دورانی نیز است [6] و در کاربردهای جابه‌جایی با شتاب بالا مورد استفاده قرار می‌گیرد. نخستین مدل از این نوع ربات توسط [7] ساخته شد. تکنیکی‌های سینماتیک مستقیم نوع هگزا توسط [8] بررسی شد. کالیبراسیون این نوع ربات توسط [6] صورت گرفته است. در مرجع [9] سختی استاتیکی توسط تکنیکی‌های معکوس بهبود داده شد. انواع مختلف این نوع ربات با کاربری‌های صنعتی ارائه شده است [1]. به طور کلی نسبت به سایر انواع شش درجه آزادی (مانند ربات استوارت با عملکرد خطی هیدرولیکی) مطالعه کمتری بر این نوع ربات صورت گرفته است.

بهینه‌سازی پارامترهای هندسی و ساختاری، یکی از عناوین مورد علاقه محققین در حوزه ربات‌های موازی است [10-11]. جهت برآورد عملکرد و بهینه‌سازی ربات‌های موازی معیارهای زیادی ارائه شده‌اند که می‌توان آن‌ها را به دو دسته معیارهای سینماتیکی و دینامیکی تقسیم کرد.

یکی از مهم‌ترین معیارهای سنجش عملکرد سینماتیکی ربات‌های موازی، مهارت² است. موازی عدد وضعیت³ و توانایی تردستی⁴ [12] از پرکاربردترین شاخص‌های برآورد مهارت سینماتیکی ربات است. بر این اساس مراجع بسیاری به بررسی [13] و بهینه‌سازی [14] ربات‌های موازی پرداختند. از این شاخص‌ها که براساس ماتریس ژاکوبین است می‌توان به‌عنوان تقریبی جهت اندازه‌گیری فاصله ربات از موقعیت‌های تکین استفاده کرد. البته شاخص‌های یادشده دارای مشکلاتی از لحاظ یکا و تعبیر فیزیکی هستند، زیرا درایه‌های ماتریس ژاکوبین دارای ابعاد یکسان نیست. از روش‌هایی مانند تقسیم بخشی از ماتریس ژاکوبین که دارای بعد طول است بر ضریبی با نام طول مشخصه⁵ استفاده می‌شود [15-16].

غیرخطی بودن مدل‌های به‌دست‌آمده از دینامیک ربات پیش‌بینی عملکرد دینامیکی را با مشکل مواجه می‌کند. به همین دلیل روش‌هایی برای درک بهتر ساختار دینامیکی ارائه شدند تا تغییرات لازم برای بهبود دینامیک اعمال شود. دینامیکی مرجع [17] یکی از نخستین روش‌های شرح مشخصات بود که رابطه میان انرژی سینتیک و سرعت تعمیم‌یافته مکانیزم را بررسی کرد و روش بیضوی اینرسی تعمیم‌یافته (GIE⁶) را ارائه داد. [18] روش بیضی

¹ Universal

² Dexterity

³ Condition number

⁴ Manipulability

⁵ Characteristic length

⁶ Generalized inertia ellipsoid

⁷ Belted inertia ellipsoid method

⁸ Manipulability

⁹ Dynamic manipulability ellipsoid

¹⁰ The Bees Algorithm

2-2- سینماتیک معکوس

در سینماتیک معکوس با داشتن مختصات مجری نهایی، مختصات متناظر مفاصل عمل‌کننده مورد نظر است. جهت استخراج سینماتیک معکوس ربات هگزا از این نکته استفاده می‌شود که براساس رابطه (3) اندازه بردار واصل U_i به P_i ثابت و برابر با l_2 است.

$$\|{}^B P_i - U_i\| = l_2 \quad i = 1, 2, \dots, 6 \quad (3)$$

${}^B P_i$ و U_i به ترتیب بردار موقعیت نقاط P_i و U_i نسبت به مرکز دستگاه مختصات ثابت B است و از رابطه (4) به دست می‌آیند.

$$\begin{aligned} {}^B P_i &= {}^B x_p + {}^B R_p \times {}^P P_i \\ {}^B U_i &= {}^B B_i + {}^{B_i} U_i \end{aligned} \quad (4)$$

${}^B x_p$ موقعیت مرکز صفحه متحرک نسبت مبدا مختصات ثابت است. ماتریس دوران صفحه متحرک بوده و با رابطه (5) قابل بیان است.

$${}^B R_p = \begin{bmatrix} c\alpha c\phi & c\alpha s\phi & -s\alpha \\ c\phi s\alpha s\psi - c\psi s\phi & c\psi c\phi + s\psi s\alpha s\phi & s\psi c\alpha \\ s\psi s\phi + c\psi c\phi s\alpha & -c\phi s\psi + c\psi s\alpha s\phi & c\psi c\alpha \end{bmatrix} \quad (5)$$

در جایی که α ، ϕ و ψ به ترتیب مقادیر زوایای دوران صفحه متحرک حول محورهای x ، y و z مربوط به مختصات مرجع است. c و s نشان‌دهنده کسینوس و سینوس زاویه هستند. ${}^P P_i$ مختصات P_i نسبت به مرکز دستگاه مختصات متحرک P و مطابق با رابطه (6) است.

$${}^P P_i = [r_p \cos\theta_{Pi}, r_p \sin\theta_{Pi}, 0] \quad (6)$$

در جایی که θ_{Pi} درایه θ_P از ماتریس θ_P به صورت رابطه (7) است.

$$\theta_P = \begin{bmatrix} -\frac{\theta_P}{2} & \frac{\theta_P}{2} & 120 - \frac{\theta_P}{2} & 120 + \frac{\theta_P}{2} \\ -120 - \frac{\theta_P}{2} & -120 + \frac{\theta_P}{2} & & \end{bmatrix} \quad (7)$$

همچنین ${}^B B_i$ که مختصات نقطه B_i نسبت به مبدا مختصات B است که به صورت رابطه (8) تعریف می‌شود.

$${}^B B_i = [r_B \cos\theta_{Bi}, r_B \sin\theta_{Bi}, 0] \quad (8)$$

در جایی که θ_{Bi} درایه θ_B از ماتریس θ_B است و به صورت رابطه (9) تعریف می‌شود.

$$\theta_B = \begin{bmatrix} -\frac{\theta_B}{2} & \frac{\theta_B}{2} & 120 - \frac{\theta_B}{2} & 120 + \frac{\theta_B}{2} \\ -120 - \frac{\theta_B}{2} & -120 + \frac{\theta_B}{2} & & \end{bmatrix} \quad (9)$$

${}^{B_i} U_i$ بردار موقعیت U_i نسبت به B_i بوده و براساس رابطه (10) به دست می‌آید.

$${}^{B_i} U_i = l_1 \begin{bmatrix} \cos\theta_i \cos\theta_{Bi} \\ \cos\theta_i \sin\theta_{Bi} \\ \sin\theta_i \end{bmatrix}, \quad i = 1, 2, \dots, 6 \quad (10)$$

در جایی که مطابق شکل 1، θ_i زاویه بازوی θ_i نسبت به سطح صفحه ثابت است با تعیین بردارهای ${}^B P_i$ و ${}^B U_i$ و جای گذاری آن‌ها در رابطه (3) معادله مثلثاتی رابطه (11) استخراج می‌شود.

$$a_i \cos\theta_i + b_i \sin\theta_i = c_i, \quad i = 1, 2, \dots, 6 \quad (11)$$

و همچنین رابطه (12) را به شرح زیر داریم.

$$\begin{aligned} a_i &= {}^B P_{ix} - r_B \cos\theta_{Bi} \\ b_i &= {}^B P_{iz} \\ c_i &= \frac{\left(({}^B P_{ix} - r_B \cos\theta_{Bi})^2 + ({}^B P_{iy} - r_B \sin\theta_{Bi})^2 \right)}{2l_1} \end{aligned} \quad (12)$$

${}^B P_{ix}$ ، ${}^B P_{iy}$ و ${}^B P_{iz}$ مؤلفه‌های بردار ${}^B P_i$ هستند. با حل رابطه (11) زوایای مفاصل عمل‌کننده از رابطه (13) استخراج می‌شوند.

نمونه اولیه ربات هگزا و یک نمونه صنعتی آن در شکل 1 نشان داده شده است.

مشخصات هندسی ربات موازی هگزا در شکل 2 مشخص شده است. مطابق با این شکل، B و P به ترتیب مرکز دستگاه مختصات واصل به صفحه ثابت و صفحه متحرک است. مفاصل لولایی، یونیوسال و کروی در بازوی θ_i نام به ترتیب توسط U_i ، B_i و P_i نشان داده می‌شوند. طول بازوی واصل به صفحه ثابت l_1 و طول میله متصل به صفحه متحرک l_2 است. فاصله میان مفاصل لولایی مجاور بر صفحه ثابت برابر با فاصله میان مفاصل کروی مجاور بر صفحه متحرک بوده و برابر با d است. شعاع صفحه ثابت و صفحه متحرک به ترتیب r_B و r_P زاویه قرارگیری دو مفصل بر صفحه ثابت و صفحه متحرک به ترتیب θ_B و θ_P است.

همان‌طور که ملاحظه می‌شود با توجه به برابر بودن فاصله میان مفاصل مجاور بر صفحه ثابت و متحرک، مقدار سه پارامتر θ_P ، θ_B و d از یکدیگر مستقل نیست و با تعیین یکی از آن‌ها سایر پارامترها به دست می‌آیند؛ بنابراین بردار پارامترهای مستقل ساختاری ربات هگزا مطابق با رابطه (1) در نظر گرفته می‌شود.

$$\gamma = [r_B \quad r_P \quad \theta_P \quad l_1 \quad l_2] \quad (1)$$

پارامتر θ_B که در استخراج سینماتیک معکوس ربات مورد استفاده قرار می‌گیرد برحسب سایر پارامترهای هندسی از رابطه (2) به دست می‌آید.

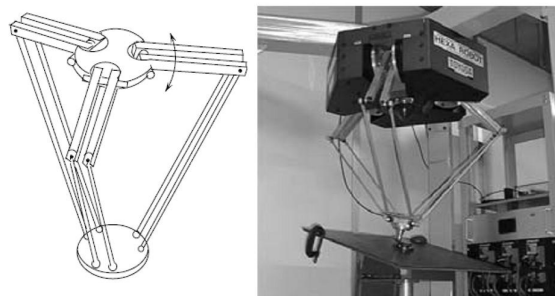


Fig. 1 Hexa parallel robot [1]

شکل 1 ربات موازی هگزا [1]

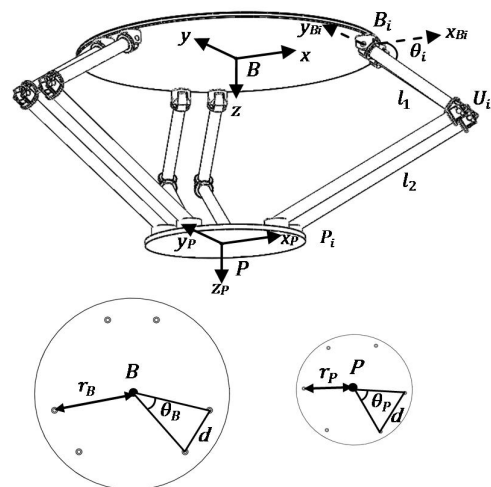


Fig. 2 Geometrical parameters of the Hexa parallel robot

شکل 2 پارامترهای هندسی ربات موازی هگزا

صفحه متحرک، بازوها و میله‌ها برحسب بردار سرعت زاویه‌ای مفاصل عمل‌کننده به دست می‌آید.

1-3-انرژی جنبشی صفحه متحرک

انرژی جنبشی صفحه متحرک ناشی از سرعت خطی و سرعت دورانی آن است. بر این اساس انرژی جنبشی از رابطه (26) محاسبه می‌شود.

$$k_p = \frac{1}{2} \omega_p^T I_p \omega_p + \frac{1}{2} \dot{x}_p^T m_p \dot{x}_p \quad (26)$$

در جایی که m_p جرم صفحه متحرک است. I_p تانسور ممان اینرسی نسبت به مختصات مرجع است و با فرض این‌که I_p ممان اینرسی حول مرکز جرم صفحه متحرک باشد از رابطه (27) به دست می‌آید.

$${}^B I_p = {}^B R_p^T I_p^B R_p \quad (27)$$

سرعت‌های خطی و زاویه‌ای صفحه متحرک برحسب بردار سرعت زاویه‌ای مفاصل عمل‌کننده با استفاده از ماتریس ژاکوبین مطابق رابطه (28) قابل بیان هستند.

$${}^B \dot{x}_p = J^{-1} \dot{\theta}, \quad \omega_p = J^{-1} \dot{\theta} \quad (28)$$

با جای‌گذاری روابط (27,28) در رابطه (26)، انرژی جنبشی صفحه متحرک از رابطه (29) به دست می‌آید.

$$k_p = \frac{1}{2} \dot{\theta}^T [J^{-1} ({}^B R_p^T I_p^B R_p J^{-1}) + m_p] \dot{\theta} \quad (29)$$

2-3-انرژی جنبشی بازوها

انرژی جنبشی بازوی i ام که با سرعت زاویه‌ای $\dot{\theta}_i$ حول محور هم‌جهت با مفصل لولایی دوران می‌کند از رابطه (30) به دست می‌آید.

$$k_{ai} = \frac{1}{2} (I_a + m_a \frac{l_1^2}{2}) \dot{\theta}_i^2 \quad (30)$$

در جایی که m_a جرم هر بازو و I_a ممان اینرسی حول محور گذرنده از مرکز جرم است. فرض می‌شود که مرکز جرم هر بازو در وسط میله قرار دارد.

در نهایت مجموع انرژی جنبشی بازوهای ریبات به فرم ماتریسی و برحسب بردار سرعت زاویه‌ای مفاصل عمل‌کننده مطابق با رابطه (31) خواهد بود.

$$k_a = \frac{1}{2} \dot{\theta}^T M_a \dot{\theta} \quad (31)$$

M_a ماتریس به صورت رابطه (32) تعریف می‌شود.

$$M_a = \text{diag}[IM \quad IM \quad IM \quad IM \quad IM \quad IM] \\ IM = I_a + \frac{m_a l_1^2}{4} \quad (32)$$

3-3-انرژی جنبشی میله‌ها

انرژی جنبشی هر میله واصل به صفحه متحرک که ناشی از سرعت خطی مرکز جرم و دوران حول مرکز جرم است و از رابطه (33) به دست می‌آید.

$$k_{ri} = \frac{1}{2} \omega_{ri}^T I_{ri} \omega_{ri} + \frac{1}{2} v_{ri}^T m_{ri} v_{ri} \quad (33)$$

در جایی که ω_{ri} و v_{ri} به ترتیب سرعت زاویه‌ای و سرعت خطی مرکز جرم میله واصل به صفحه متحرک و I_{ri} ممان اینرسی میله است که همگی نسبت مختصات پایه منظور می‌شوند، همچنین m_{ri} مقدار جرم میله است. سرعت مرکز جرم میله محرک از رابطه (34) به دست می‌آید.

$$v_{ri} = \omega_{ai} \times B_i U_i + \omega_{ri} \times \frac{U_i P_i}{2} \quad (34)$$

$$\theta_i = 2 \times \tan^{-1} \left(\frac{b_i \pm \sqrt{b_i^2 - c_i^2 + a_i^2}}{a_i + c_i} \right) \\ i = 1, 2, \dots, 6 \quad (13)$$

2-3-ماتریس ژاکوبین

ماتریس ژاکوبین جهت مشخص کردن ارتباط میان بردار سرعت زاویه‌ای مفاصل عمل‌کننده و بردار سرعت مجری نهایی مورد استفاده قرار می‌گیرد. جهت استخراج ماتریس ژاکوبین، طرفین رابطه (3) به توان 2 رسانده می‌شود و رابطه (14) را به شرح زیر خواهیم داشت.

$$({}^B P_i - {}^B U_i)^T ({}^B P_i - {}^B U_i) = L_2^2 \\ i = 1, \dots, 6 \quad (14)$$

با جای‌گذاری رابطه (4) در رابطه (14) و مشتق‌گیری از این عبارت، رابطه (15) به دست می‌آید.

$$\lambda_i^T {}^B \dot{x}_p + \lambda_i^T {}^B \dot{R}_p^P P_i - \lambda_i^T {}^{B_i} \dot{U}_i = 0 \\ i = 1, 2, \dots, 6 \quad (15)$$

در جایی که بردار λ_i به صورت رابطه (16) تعریف می‌شود.

$$\lambda_i = {}^B P_i - {}^B U_i \\ i = 1, 2, \dots, 6 \quad (16)$$

عبارت ${}^{B_i} \dot{U}_i$ و مشتق ماتریس چرخش ${}^B \dot{R}_p$ از روابط (17,18) به دست می‌آیند.

$${}^{B_i} \dot{U}_i = l_1 \dot{\theta}_i \begin{bmatrix} -\sin \theta_i \cos \theta_{Bi} \\ -\sin \theta_i \sin \theta_{Bi} \\ \cos \theta_i \end{bmatrix}, \quad i = 1, 2, \dots, 6 \quad (17)$$

$${}^B \dot{R}_p = \begin{bmatrix} 0 & -\dot{\alpha} & \dot{\phi} \\ \dot{\alpha} & 0 & -\dot{\psi} \\ -\dot{\phi} & \dot{\psi} & 0 \end{bmatrix} {}^B R_p \quad (18)$$

با جای‌گذاری روابط (17,18) در رابطه (15)، رابطه (19) استخراج می‌شود.

$$\lambda_i^T {}^B \dot{x}_p + ({}^B R_p^P P_i) \times \lambda_i^T \omega_p = \lambda_{qi} \dot{\theta}_i \\ i = 1, 2, \dots, 6 \quad (19)$$

در این‌جا λ_{qi} و ${}^B x_p$ به صورت رابطه (20) تعریف می‌شوند.

$${}^B x_p = [\dot{x} \quad \dot{y} \quad \dot{z}]^T \quad \& \quad \omega_p = [\dot{\theta} \quad \dot{\phi} \quad \dot{\psi}]^T \\ \lambda_{qi} = \lambda_i^T l_1 \begin{bmatrix} -\sin \theta_i \cos \theta_{Bi} \\ -\sin \theta_i \sin \theta_{Bi} \\ \cos \theta_i \end{bmatrix} \quad (20)$$

در نهایت ارتباط میان بردارهای سرعت در فضای کارترین و فضای مفصلی مطابق با رابطه (21) به دست می‌آید.

$$J_q \dot{\theta} = J_X \dot{X} \quad (21)$$

در جایی‌که بردار سرعت خطی و دورانی صفحه متحرک \dot{X} و بردار سرعت مفاصل لولایی عمل‌کننده $\dot{\theta}$ مطابق (22) است.

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} {}^B \dot{x}_p \\ \omega_p \end{bmatrix}, \quad \dot{\theta} = [\dot{\theta}_1 \quad \dot{\theta}_2 \quad \dot{\theta}_3 \quad \dot{\theta}_4 \quad \dot{\theta}_5 \quad \dot{\theta}_6]^T \quad (22)$$

همچنین ماتریس‌های J_q و J_X از روابط (23,24) به دست می‌آیند.

$$J_X = [L_1 \quad L_2 \quad L_3 \quad L_4 \quad L_5 \quad L_6]^T \\ L_i = [\lambda_i^T \quad ({}^B R_p^P P_i) \times \lambda_i^T]^T \quad (23)$$

$$J_q = \text{diag}[\lambda_{q1} \quad \lambda_{q2} \quad \lambda_{q3} \quad \lambda_{q4} \quad \lambda_{q5} \quad \lambda_{q6}] \quad (24)$$

ماتریس ژاکوبین نهایی مطابق رابطه (25) است.

$$\dot{\theta} = J \dot{X}, \quad J = J_q^{-1} J_X \quad (25)$$

3-استخراج ماتریس اینرسی

جهت استخراج ماتریس اینرسی ریبات، انرژی جنبشی مجموع اجزا آن شامل

با جای گذاری روابط (40-42) در رابطه (33) انرژی جنبشی مربوط به هر میله از رابطه (46) استخراج می‌شود.

$$k_{ri} = \frac{1}{2} \dot{\theta}^T J_{ri}^T R_{ri}^T I_{ri} R_{ri} J_{ri} \dot{\theta} + \frac{1}{2} [\dot{\theta}^T [-\times B_i U_i] J_{ai} - [\times \frac{U_i P_i}{2}] J_{ri}^T m_{ri} [-\times B_i U_i] J_{ai} - [\times \frac{U_i P_i}{2}] J_{ri} \dot{\theta}] \quad (46)$$

همچنین مجموع انرژی جنبشی تمام میله‌ها از رابطه (47) به دست می‌آید.

$$k_r = \frac{1}{2} \dot{\theta}^T \left(\sum_{i=1}^6 J_{ri}^T R_{ri}^T I_{2i} R_{ri} J_{ri} + [-\times B_i U_i] J_{ai} - [\times \frac{U_i P_i}{2}] J_{ri}^T m_{ri} [-\times B_i U_i] J_{ai} - [\times \frac{U_i P_i}{2}] J_{ri} \right) \dot{\theta} \quad (47)$$

در نهایت با جمع کردن روابط (47,31,29) انرژی جنبشی نهایی ریبات موزی هگزا از رابطه (48) به دست می‌آید.

$$E = \frac{1}{2} \dot{\theta}^T M \dot{\theta} \quad (48)$$

در جایی که M ماتریس اینرسی بوده و مطابق با رابطه (49) تعریف می‌شود.

$$M = J^{-1} \begin{matrix} (4;6,:) \\ (4;6,:) \end{matrix} T^B R_P^T I_P^B R_P J^{-1} \begin{matrix} (4;6,:) \\ (4;6,:) \end{matrix} + m_p J^{-1} \begin{matrix} (1;3,:) \\ (1;3,:) \end{matrix} T^J J^{-1} \begin{matrix} (1;3,:) \\ (1;3,:) \end{matrix} + M_a + \left(\sum_{i=1}^6 J_{ri}^T R_{ri}^T I_{ri} R_{ri} J_{ri} + [-\times B_i U_i] J_{ai} [\times \frac{U_i P_i}{2}] J_{ri}^T m_{ri} [-\times B_i U_i] J_{ai} - [\times \frac{U_i P_i}{2}] J_{ri} \right) \quad (49)$$

4- معیارهای عملکردی ریبات

4-1- مهارت سینماتیکی

مهارت، توانایی مجری نهایی در انجام بسیار دقیق و آسان جابه‌جایی‌های اختیاری بسیار کوچک حول یک نقطه در فضای کاری است. ریبات در صورت داشتن مهارت بالا توانایی انجام کارهایی با دقت بالا را دارا و مناسب جهت استفاده برای مکان‌دهی دقیق و شبیه‌سازی است. همان‌طور که در مقدمه مقاله اشاره شد شاخص‌های ارائه‌شده جهت برآورد مهارت ریبات دارای مشکلاتی از لحاظ یکا و تعبیر فیزیکی هستند، زیرا درایه‌های ماتریس ژاکوبین دارای ابعاد یکسان نیست، درایه‌هایی از این ماتریس که دارای بعد طول است جهت بی‌بعدسازی ماتریس ژاکوبین بر طول مشخصه تقسیم می‌شوند. این طول مطابق با مرجع [15] برابر با شعاع صفحه متحرک منظور می‌شود. بر این اساس ماتریس ژاکوبین بی‌بعد مطابق با رابطه (50) است.

$$J_d = [J_T \quad \frac{J_R}{r_p}] \quad (50)$$

در جایی که ماتریس‌های J_T و J_R قسمت‌های انتقالی و دورانی ماتریس ژاکوبین است که ابعاد هر کدام 3×6 است.

یکی از مهم‌ترین شاخص‌های برآورد مهارت سینماتیکی، عدد وضعیت است که نشان‌دهنده ارتباط میان خطای موجود در مفاصل عمل‌کننده و خطای مجری نهایی در فضای کارترین است. عدد وضعیت ماتریس ژاکوبین بی‌بعد از رابطه (51) به دست می‌آید.

$$k_j = \|J_d\| \|J_d^{-1}\| \quad (51)$$

عدد وضعیت برحسب مقادیر ویژه ماتریس J_h مطابق رابطه (52) خواهد بود.

$$k_j = \frac{\sigma_{\max}(J_d)}{\sigma_{\min}(J_d)} \quad (52)$$

در جایی که $\sigma_{\max}(J_d)$ و $\sigma_{\min}(J_d)$ به ترتیب بیشترین و کمترین مقدار ویژه مربوط به ماتریس ژاکوبین بی‌بعد است معکوس k_j به‌عنوان شاخص عدد وضعیت سینماتیکی منظور می‌شود. در جایی که مقدار این شاخص از 0 تا 1 تغییر می‌کند بهترین وضعیت ریبات از لحاظ مهارت سینماتیکی مربوط به

ω_{ai} بردار سرعت زاویه‌ای بازو نسبت به سیستم مختصات مرجع و این بردار مطابق با رابطه (35) است.

$$\omega_{ai} = R_{Bi} \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} \dot{\theta}_i \quad (35)$$

در جایی که ماتریس R_{Bi} ماتریس دوران از مختصات محلی واصل به محور لولایی نسبت به مختصات مرجع است، بردار سرعت زاویه‌ای بازو به صورت ضربی از بردار سرعت‌های مفصلی $\dot{\theta}$ را می‌توان به صورت رابطه (36) نوشت.

$$\omega_{ai} = J_{ai(3 \times 6)} \dot{\theta}_{(6 \times 1)} \quad J_{ai(:,k)} = \begin{cases} R_{Bi} \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} & k = i \\ 0_{(3 \times 1)} & k \neq i \end{cases} \quad (36)$$

جهت استخراج سرعت زاویه‌ای میله ω_{ri} ، سرعت مطلق نقطه P_i به دو روش با استفاده از معادلات (38,37) نوشته می‌شود.

$$v_{P_i} = v_{U_i} + v_{P_i/U_i} = \omega_{ai} \times B_i U_i + \omega_{ri} \times U_i P_i \quad (37)$$

$$v_{P_i} = {}^B \dot{x}_p + \omega_p \times P P_i \quad (38)$$

با مساوی قرار دادن طرفین دو معادله و ضرب خارجی طرفین در بردار $U_i P_i$ بردار سرعت زاویه‌ای میله برحسب بردار سرعت‌های زاویه‌ای عملگرها $\dot{\theta}$ به صورت رابطه (39) خواهد بود.

$$\omega_{ri} = \frac{1}{|U_i P_i|^2} (J_{ai} \dot{\theta} \times B_i U_i \times U_i P_i - J^{-1} \begin{matrix} (1;3,:) \\ (1;3,:) \end{matrix} \dot{\theta} \times U_i P_i - J^{-1} \begin{matrix} (4;6,:) \\ (4;6,:) \end{matrix} \dot{\theta} \times P P_i \times U_i P_i) \quad (39)$$

سرعت زاویه‌ای میله به‌صورت ضربی از بردار سرعت‌های زاویه‌ای مفاصل عمل‌کننده مطابق رابطه (40) است.

$$\omega_{ri} = J_{ri} \dot{\theta} \quad J_{ri} = \frac{1}{|U_i P_i|^2} [[\times U_i P_i] J^{-1} \begin{matrix} (1;3,:) \\ (1;3,:) \end{matrix} - [\times U_i P_i] [\times P P_i] J^{-1} \begin{matrix} (4;6,:) \\ (4;6,:) \end{matrix} + [\times U_i P_i] [\times B_i U_i] J_{ai}] \quad (40)$$

در جایی که $[\times U_i P_i]$ ماتریس ضرب خارجی متناظر با بردار $U_i P_i$ است. این تعریف برای سایر بردارها نیز برقرار است. با جای‌گذاری روابط (40,35) در رابطه (34) سرعت خطی مرکز جرم میله از رابطه (41) به دست می‌آید.

$$v_{ri} = J_{ai} \dot{\theta} \times B_i U_i + J_{ri} \dot{\theta} \times \frac{U_i P_i}{2} = [-\times B_i U_i] J_{U_i} - [\times \frac{U_i P_i}{2}] J_{ri} \dot{\theta} \quad (41)$$

همچنین با فرض این‌که ممان اینرسی میله نسبت به مختصات واصل به مرکز جرم I_{ri} باشد، ممان نسبت به مختصات مرجع از رابطه (42) به دست می‌آید.

$${}^B I_{ri} = R_{ri}^T I_{ri} R_{ri} \quad (42)$$

در جایی که R_{ri} ماتریس دوران میله نسبت به مختصات مرجع است که به صورت رابطه (43) حاصل می‌شود.

$$R_{ri} = [n_{xi} \quad n_{yi} \quad n_{zi}] \quad (43)$$

در جایی که محور xi در راستای میله نام‌دهی شده و n_{xi} بردار یکه در راستای این محور است که از رابطه (44) به دست می‌آید.

$$n_{xi} = \frac{U_i P_i}{|U_i P_i|} \quad (44)$$

با تعریف بردار یکه z در جهت محور z ، سایر بردارهای یکه مربوط به دستگاه مختصات واصل به مرکز جرم میله به صورت رابطه (45) نوشته می‌شوند.

$$\begin{aligned} n_{yi} &= z \times n_{xi} \\ n_{zi} &= n_{xi} \times n_{yi} \end{aligned} \quad (45)$$

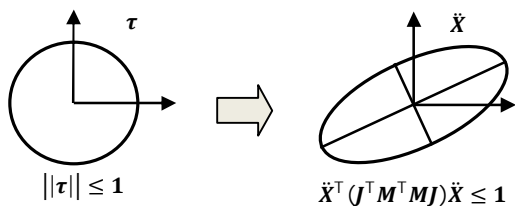


Fig. 3 The acceleration ellipsoid of the robot end effector

شکل 3 بیضوی شتاب مجری نهایی ربات

$$k_M = \frac{\sigma_{\max}(MJ)}{\sigma_{\min}(MJ)} \quad (59)$$

معکوس k_M به‌عنوان شاخص اندازه‌گیری مهارت دینامیکی مورد استفاده قرار می‌گیرد. مقدار این شاخص نیز بین 1-0 تغییر می‌کند. مقدار 1 نشان‌دهنده بهترین وضعیت از لحاظ مهارت دینامیکی است و ربات در چنین وضعیتی، ایزوتروپ دینامیکی نامیده می‌شود.

شاخص مهارت دینامیکی نیز مانند شاخص عدد وضعیت سینماتیکی وابسته به موقعیت مجری نهایی ربات و وضعیت قرارگیری اعضاست؛ بنابراین از اندیس مهارت دینامیکی سراسری در فضای کاری مورد نظر به صورت رابطه (60) استفاده می‌شود.

$$\eta_M = \frac{\int_W \frac{1}{k_M} dW}{\int_W dW} = \frac{\int_W \frac{1}{k_M} dW}{W} \quad (60)$$

5- فضای کاری

فضای کاری مناسب یکی از مهم‌ترین پارامترها در انتخاب ساختار ربات‌های موازی است به خصوص زمانی که ربات وظیفه انتقال و جابه‌جایی اجسام را بر عهده گیرد. فضای کاری مجموع تمام پیکربندی‌هایی است که مجری نهایی با انتخاب متناسب مختصات مفاصل می‌تواند به آن دست یابد. عموماً فضای کاری در ربات‌های موازی بسیار محدود است. این عامل یکی از مهم‌ترین فاکتورها در طراحی است.

در مقاله کنونی توزیع شاخص‌های عملکردی سینماتیکی و دینامیکی در فضای کاری مشخص مورد نظر است، از روش گسسته‌سازی برای استخراج فضای کاری استفاده می‌شود. در این روش فضا به بخش‌های کوچک‌تر تقسیم می‌شود، سپس با استفاده از سینماتیک معکوس زوایای مفصلی متناظر نقاط مختلف را به‌دست می‌آیند، اگر زوایای به‌دست‌آمده در محدوده مجاز باشند و قیدهای اعمال شده را برآورده نمایند، آن نقطه متعلق به فضای کاری خواهد بود.

6- بهینه‌سازی چند هدفه

در بهینه‌سازی چندهدفه به جای به‌دست‌آوردن یک پاسخ، مجموعه‌ای از بهترین پاسخ‌ها مشخص می‌شوند. در چنین شرایطی معمولاً مسئله دارای بیش از یک پاسخ بهینه خواهد بود که به آن‌ها پاسخ‌های بهینه پارتو¹ گفته می‌شود. یک مفهوم مهم در روش‌های بهینه‌سازی مبتنی بر پارتو، مفهوم «غالب بودن»² است. مطابق شکل 4، پاسخی مانند A بر C غلبه دارد، اگر در هیچ یک از توابع هدف بدتر از C نباشد و حداقل در یک تابع هدف بهتر از آن باشد. مجموعه پاسخی که این شرایط را نسبت به همه پاسخ‌ها داشته باشند

مقدار شاخص برابر با 1 است. در چنین وضعیتی ربات از لحاظ مهارت سینماتیکی ایزوتروپ خواهد بود.

شاخص ارائه‌شده وابسته به موقعیت مکانیزم است، به همین دلیل می‌توان به جای مشخص کردن شاخص در وضعیتی مشخص از شاخص وضعیت سراسری که میانگینی از شاخص عدد وضعیت در سراسر فضای کاری مورد نظر است مطابق رابطه (53) استفاده کرد.

$$\eta_I = \frac{\int_W \frac{1}{k_I} dW}{\int_W dW} = \frac{\int_W \frac{1}{k_I} dW}{W} \quad (53)$$

2-4- مهارت دینامیکی

دینامیک ارتباط میان سرعت و شتاب مجری نهایی با نیروها و گشتاورهای وارد بر مفاصل را بررسی می‌کند. این ارتباط توسط یک سری معادلات دیفرانسیل بیان می‌شود که همان معادلات حرکت است. معادله دینامیکی حاکم بر حرکت ربات به صورت رابطه (54) تعریف می‌شود.

$$M(\theta)\ddot{\theta} + N(\dot{\theta}, \theta) = \tau \quad (54)$$

$M(\theta)$ ماتریس اینرسی، $N(\dot{\theta}, \theta)$ بخش‌های ناشی از سرعت و گرانش ربات و τ بردار گشتاور وارد بر مفاصل است. یکی از پارامترهای مهم عملکرد دینامیکی ربات‌های موازی مهارت دینامیکی است. مهارت دینامیکی توانایی شتاب دادن به مجری نهایی در هر نقطه و جهت دلخواه در وضعیت مشخص ربات را بیان می‌کند. جهت استخراج شاخصی جهت اندازه‌گیری مهارت دینامیکی از طرفین رابطه (1) مطابق با رابطه (55) مشتق گرفته می‌شود.

$$\ddot{\theta} = J\ddot{X} + \dot{J}\dot{X} \quad (55)$$

با جای‌گذاری رابطه (56) در رابطه (55) و صرف‌نظر از بخش‌های غیرخطی و بخش‌های وابسته سرعت [21]، رابطه (56) به‌دست می‌آید.

$$\tau = (MJ)\ddot{X} \quad (56)$$

مطابق با این رابطه ماتریس جرم MJ ارتباط‌دهنده میان مؤلفه‌های شتاب مجری نهایی و بردار گشتاور وارد بر مفاصل عمل‌کننده خواهد بود. برای استخراج شاخصی جهت اندازه‌گیری مهارت دینامیکی فرض می‌شود که اندازه بردار گشتاورهای اعمال‌شده بر مفاصل عمل‌کننده مطابق با رابطه (57) کمتر از یک باشد.

$$\tau^T \tau \leq 1 \quad (57)$$

با جای‌گذاری رابطه (56) در رابطه (57)، رابطه (58) به‌صورت زیر به‌دست خواهد آمد.

$$\ddot{X}^T (J^T M^T M J) \ddot{X} \leq 1 \quad (58)$$

در حقیقت شبه کره گشتاور در فضای مفصلی مطابق شکل 3 بیضوی شتاب را در فضای کاری مجری نهایی ربات ایجاد خواهد کرد که به آن بیضوی توانایی تردستی دینامیکی [19] گفته می‌شود. قطر بزرگ این بیضوی نشان‌دهنده جهتی است که اعمال شتاب در آن جهت آسان‌تر است. اعمال شتاب در جهت قطر کوچک‌تر دشوارتر خواهد بود؛ بنابراین هر چه طول این دو قطر به یکدیگر نزدیک‌تر باشد مجری نهایی ربات توانایی اعمال شتاب یکسان در همه جهات را خواهد داشت و دارای مهارت دینامیکی بالاتری خواهد بود. نسبت این دو قطر برحسب مقادیر ویژه ماتریس جرم قابل بیان است و می‌توان مطابق رابطه (59) از آن به‌عنوان شاخصی جهت اندازه‌گیری مهارت دینامیکی ربات استفاده کرد.

¹ Parito
² Dominate

شد باید برقرار باشند.

$$\max\{\eta_J, \eta_M\} \quad (61)$$

1-7- قیدهای هندسی مربوط به مسئله بهبودسازی ساختار ربات هگزا

قیدهای هندسی قیدهای محدودکننده حرکت هستند که ناشی از محدودیت حرکت مفاصل و اجزا ربات است. نخستین قید منظور شده محدود زوایای α_{i2} و α_{i1} مربوط به مفاصل کروی و یونیورسال است که به صورت رابطه (62) بیان می‌شود.

$$\alpha_{i1} = \cos^{-1}(n_{i1} \cdot n_p) \quad , \quad 90^\circ < |\max(\alpha_{i1})| < 180^\circ$$

$$\alpha_{i2} = \cos^{-1}(n_{a_i} \cdot n_{l_i}) \quad , \quad 30^\circ < |\max(\alpha_{i2})| < 180^\circ \quad (62)$$

n_p بردار یک عمود بر صفحه متحرک، n_{i1} بردار یک در جهت میله واصل به صفحه متحرک و n_{a_i} بردار یک در جهت بازوی واصل به صفحه ثابت است. فاصله میان دو عضو مجاور باید به گونه‌ای باشد که تداخلی در حرکت یکدیگر ایجاد نکنند. بدین منظور قید رابطه (63) در نظر گرفته می‌شود.

$$d < D \quad (63)$$

براساس شکل 5، d قطر میله و D فاصله میان دو میله است.

2-7- قیدهای مربوط به تکنیکی

استفاده به‌عنوان شاخصی جهت بررسی تکنیکی ربات موازی یکی از مهم‌ترین کاربردهای عدد وضعیت است. به منظور اطمینان از این که ربات موازی در هیچ نقطه‌ای از فضای کاری به وضعیت تکین نزدیک نمی‌شود، قید (64) بر شاخص‌های محلی عدد وضعیت سینماتیکی و مهارت دینامیکی در نظر گرفته می‌شود.

$$\frac{1}{k_f} \geq .2 \quad \& \quad \frac{1}{k_M} \geq .04 \quad (64)$$

3-7- محدوده تغییرات پارامترهای ساختاری ربات

محدوده تغییرات پارامترهای ساختاری ربات به گونه‌ای منظور می‌شود که محدوده فضای کاری مورد نیاز، پوشش داده شود. نخست شعاع صفحه ثابت ربات r_B باید به گونه‌ای باشد که جا برای نصب موتورها وجود داشته باشد و در مقابل نباید آن قدر بزرگ باشد که ربات حجم زیادی را اشغال کند. شعاع صفحه متحرک r_p و زاویه قرارگیری دو مفصل مجاور θ_p باید در محدوده‌ای باشند که جا برای نصب مجری نهایی و اتصال میله به صفحه متحرک وجود داشته باشد. محدوده ابعاد بازوهای واصل به صفحه ثابت l_1 و میله‌های واصل صفحه متحرک l_2 باید به گونه‌ای انتخاب شوند که صفحه متحرک قابلیت رسیدن به کرانه‌های فضای کاری را داشته باشد؛ بنابراین محدوده تغییرات

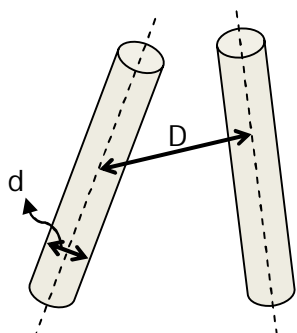


Fig. 5 The distance between two links

شکل 5 فاصله میان دو عضو

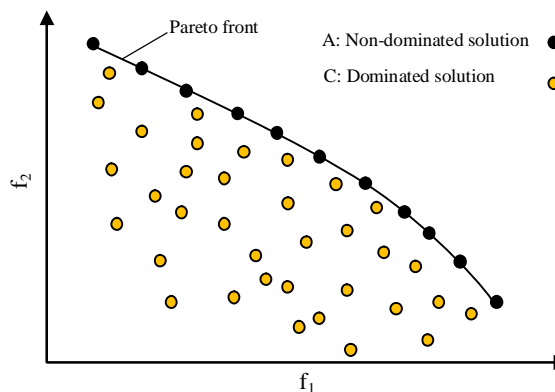


Fig. 4 Pareto frontier

شکل 4 نمودار پارتو

«جبهه پارتو» نامیده می‌شوند. هدف بهبودسازی چندهدفه، یافتن پاسخ‌های پارتو با به‌دست آوردن مجموعه پاسخ‌های نامغلوب مسأله است.

1-6- الگوریتم زنبور عسل چندهدفه

الگوریتم زنبور عسل، یک الگوریتم جستجوی هوشمند برای حل مسائل بهبودسازی است که نخستین بار در سال 2006 ارائه شد [25]. این الگوریتم براساس شبیه‌سازی رفتار جستجوی غذای گروه‌های زنبور عسل در طبیعت است. از این الگوریتم می‌توان در حل مسائل بهبودسازی تک‌هدفه و چندهدفه استفاده کرد. مراحل حل مسائل بهبودسازی با استفاده از الگوریتم زنبور عسل چندهدفه مبتنی بر استخراج جبهه پارتو به این شرح است [24].

- 1- جمعیت اولیه به‌صورت تصادفی شامل n زنبور اکتشاف در فضای جستجو تشکیل شده و مقدار توابع هدف مربوط به هر کدام از اعضا به‌دست می‌آید.
- 2- اعضای جمعیت با یکدیگر از لحاظ غالب بودن مقایسه شده و بر این اساس مرتب می‌شوند. اعضای نامغلوب جمعیت، مجموعه پارتو را تشکیل می‌دهند.
- 3- عضو اول جمعیت مرتب شده براساس درجه غالب بودن، به‌عنوان انتخاب‌های برتر منظور می‌شوند.
- 4- شعاع همسایگی ngh برای هر یک از m عضو در نظر گرفته شده و nsp عضو در این شعاع همسایگی به صورت تصادفی انتخاب می‌شوند.
- 5- توابع هدف مربوط به اعضای موجود در شعاع همسایگی محاسبه شده و از لحاظ غالب بودن با یکدیگر مقایسه شده و مجموعه پارتو هر همسایگی تشکیل می‌شود.
- 6- با به توجه مجموعه پارتو هر همسایگی، بهترین عضو با عضو مرکزی جایگزین می‌شود.
- 7- مجموعه پارتو کلی با توجه به تغییرات در هر همسایگی اصلاح می‌شود.
- 8- $(n-m)$ زنبور باقی‌مانده به‌صورت تصادفی انتخاب می‌شوند.
- 9- جمعیت جدید تشکیل شده و مراحل 2-8، تا رسیدن به تعداد مناسب پاسخ‌های نامغلوب تکرار می‌شود.

7- فرمول‌بندی مسئله بهبودسازی

مسئله بهبودسازی می‌تواند در کل فضای کاری قابل دسترس یا در فضای کاری از پیش تعیین شده مشخصی مانند یک مکعب یا سیلندر اعمال شود. در این مطالعه هدف پیدا کردن برداری از پارامترهای ساختاری بهینه γ مطابق رابطه (1) به گونه‌ای است که هم‌زمان شرایط رابطه (61) را در فضای کاری مکعبی برآورده سازند، همچنین قیدهایی که در ادامه معرفی خواهند

جدول 2 پارامترهای مربوط به نقاط منتخب از نمودار پارتو

l_2 (m)	l_1 (m)	θ_p	r_p (m)	r_B (m)	η_M	η_J	
0.4492	0.2486	119.4262	0.1500	0.2152	0.0802	0.4303	1
0.4488	0.2497	119.6254	0.1494	0.2122	0.0800	0.4319	2
0.4464	0.2498	119.6315	0.1499	0.2120	0.0799	0.4330	3
...
0.4164	0.2497	119.9856	0.1500	0.1912	0.0760	0.4490	59
0.4162	0.2500	119.9891	0.1498	0.1912	0.0759	0.4493	60
0.4147	0.2497	119.9809	0.1497	0.1919	0.0758	0.4495	61
...
0.3773	0.2499	119.9918	0.1481	0.1701	0.0699	0.4571	118
0.3761	0.2498	119.9858	0.1482	0.1703	0.0699	0.4572	119
0.3727	0.2496	119.9961	0.1496	0.1698	0.0695	0.4573	120

مقدار پارامترهای ساختاری برحسب مقدار شاخص‌های عملکردی بهینه در شکل‌های 7-11 نشان داده شده است.

مطابق با شکل 7، تأثیر شعاع صفحه ثابت بر شاخص‌های عملکردی به گونه‌ای است که با افزایش آن از $r_B=0.1698$ تا $r_B=0.2152$ شاخص مهارت دینامیکی سراسری افزایش می‌یابد، ولی در مقابل مقدار شاخص سراسری عدد وضعیت سینماتیکی کاهش می‌یابد. این پارامتر تأثیری معنادار و متقابل بر شاخص‌های عملکردی دارد.

روند تغییرات شعاع صفحه متحرک در شکل 8 ارائه شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود اگر چه پاسخ‌هایی با شاخص عدد وضعیت سینماتیکی سراسری مناسب‌تر، دارای r_p به نسبت کمتری است، ولی به طور کلی بازه تغییرات این پارامتر کوچک بوده و مقدار آن نزدیک به انتهای بازه انتخاب شده برای این پارامتر یعنی $r_p=0.15$ است. با انتخاب این پارامتر در این حدود هر دو شاخص مهارت سینماتیکی و دینامیکی وضعیت مناسبی خواهند داشت.

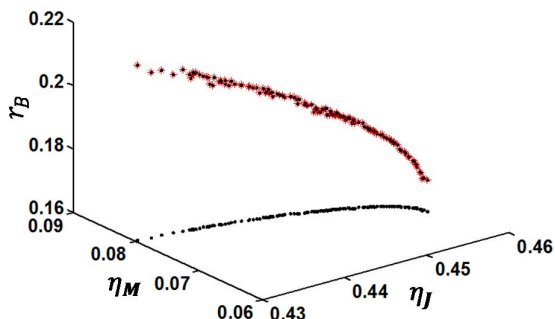


Fig. 7 The evolution of r_B with respect to the variation of performance indices

شکل 7 تغییرات پارامتر r_B با تغییر شاخص‌های عملکردی

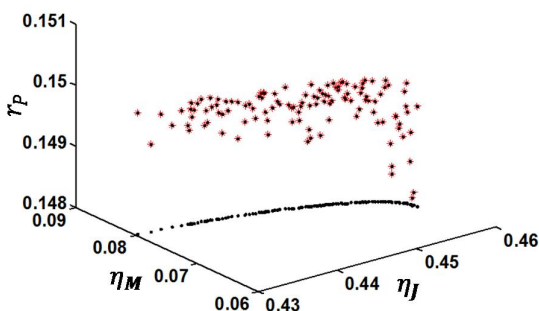


Fig. 8 The evolution of r_p with respect to the variation of performance indices

شکل 8 تغییرات پارامتر r_p با تغییر شاخص‌های عملکردی

پارامترهای طراحی مطابق با رابطه (65) در نظر گرفته می‌شود.

$$\begin{aligned} 0.15 \text{ m} &\leq r_B \leq 0.3 \text{ m} \\ 20^\circ &\leq \theta_p \leq 120^\circ \\ 0.1 \text{ m} &\leq r_p \leq 0.15 \text{ m} \\ m &\leq l_1 \leq 0.25 \text{ m} \\ 0.15 &\leq l_2 \leq 0.45 \text{ m} \end{aligned} \quad (65)$$

8-نتایج

جهت حل مسئله بهینه‌سازی از الگوریتم زنبور عسل با پارامترهایی مطابق با جدول 1 استفاده می‌شود.

شعاع بازوها و میله‌ها و ضخامت صفحه متحرک 0.01 متر، و جنس همه اعضا از آلومینیوم در نظر گرفته شده است. فضای کاری ربات مکعبی به طول ضلع 0.1 متر در میانه فضای کاری و در ارتفاع $z=0.25$ تا $z=0.35$ منظور شده است. نمودار پارتو مربوط به بهینه‌سازی چندهدفه ساختار ربات موازی هگزا مطابق با رابطه (62) و با در نظر گرفتن قیدها و محدوده پارامترهای رابطه (66-63)، در شکل 6 نشان داده شده است. نمودار پارتو با استفاده از 120 پاسخ نامغلوب با توزیع مناسبی که ملاحظه می‌شود استخراج شده است. مشخصات برخی از نقاط مشخص شده در جبهه پارتو که در ابتدا، انتها و میانه نمودار قرار دارند در جدول 2 آورده شده است. همان‌گونه که ملاحظه می‌شود رباتی با مشخصات نقطه 1 دارای بهترین وضعیت از لحاظ مهارت دینامیکی است و می‌توان در کاربردهایی با شتاب بالا از آن استفاده کرد، همچنین رباتی با ویژگی‌های نقطه 120 دارای بهترین وضعیت مهارت سینماتیکی و مناسب جهت استفاده در کاربری‌هایی با دقت بالاست. از آن‌جا که همه پاسخ‌های مناسب در فضای کاری مورد نظر به‌دست آمده‌اند می‌توان متناسب با نیاز از یکی از آن‌ها استفاده کرد.

جهت بررسی تأثیر پارامترهای ساختاری بر مشخصه‌های عملکردی ربات هگزا و تعیین حدود مناسب آن‌ها متناسب با عملکرد مورد نیاز، روند تغییر

جدول 1 پارامترهای مورد استفاده در روش زنبور عسل چندهدفه

پارامتر	توضیحات	اندازه
n	تعداد جمعیت اولیه	150
m	تعداد انتخاب‌های برتر	70
n_{sp}	تعداد انتخاب‌ها حول انتخاب‌های برتر	30
n_{gh}	شعاع همسایگی برای کمیت‌های از جنس طول	0.02
n_{gh}	شعاع همسایگی برای کمیت‌های از جنس زاویه	2

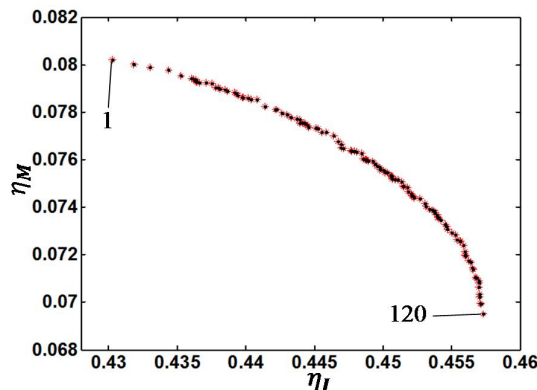


Fig. 6 Obtained Pareto-front using the multi objective Bees Algorithm

شکل 6 نمودار پارتو به‌دست آمده با استفاده از الگوریتم زنبور عسل چندهدفه

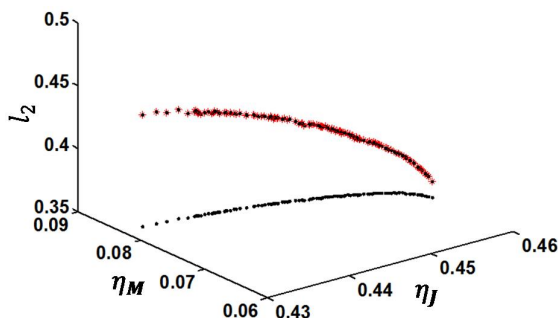


Fig. 11 The evolution of l_2 with respect to the variation of performance indices

شکل 11 تغییرات پارامتر l_2 با تغییر شاخص‌های عملکردی

جهت بررسی توزیع شاخص عدد وضعیت سینماتیکی در فضای کاری، ربات موازی با پارامترهای ساختاری مربوط به پاسخ شماره 60 در میانه نمودار پارتو، در نظر گرفته می‌شود.

نمودار تغییرات شاخص عدد وضعیت در سه صفحه موازی در فضای کاری مکعبی در شکل 12 نشان داده شده است. با بررسی این شکل ملاحظه می‌شود که بیشترین مقدار شاخص عدد وضعیت در صفحه در فضای کاری، در میانه $(x=y=0)$ آن رخ می‌دهد. همچنین میانگین مقادیر عدد وضعیت در صفحاتی با بیشترین ارتفاع با مؤلفه $z=0.35$ نسبت به نقاط متناظر در صفحات پایین‌تر مقادیر بالاتری داشته و به مقادیر بهینه نزدیک‌تر است. نکته جالب این است که بیشترین مقدار عدد وضعیت مربوط به نقطه‌ای در میانه پایین‌ترین صفحه $z=0.25$ است. مقدار شاخص عدد وضعیت در این نقطه برابر با 0.5317 است. مقدار این شاخص در مرکز صفحات $z=0.35$ و $z=0.30$ به ترتیب، 0.5192 و 0.5311 است. همچنین ملاحظه می‌شود که به دلیل اعمال قید مربوط به تکنیکی، هیچ نقطه‌ای در فضای کاری در معرض تکنیکی قرار نمی‌گیرد. کمترین مقدار عدد مربوط به گوشه انتهایی صفحه $z=0.25$ و برابر با 0.3848 است.

برای بررسی توزیع شاخص مهارت دینامیکی در فضای کاری، توزیع این شاخص در سه صفحه موازی در شکل 13 نشان داده شده است. برخلاف عدد وضعیت سینماتیکی، مقدار میانگین شاخص مهارت دینامیکی در صفحه پایین فضای کاری دارای بهترین مقادیر است و با افزایش ارتفاع در فضای کاری مقدار این شاخص کاهش می‌یابد. توزیع شاخص مهارت دینامیکی صفحات موازی نیز به گونه‌ای است که بیشترین مقدار این شاخص مربوط به نقاطی در میانه آن‌ها رخ می‌دهد، به طوری که مقدار شاخص مهارت دینامیکی در میانه صفحات $z=0.25$ ، $z=0.30$ و $z=0.35$ به ترتیب برابر با 0.0882، 0.0805 و 0.0713 است.

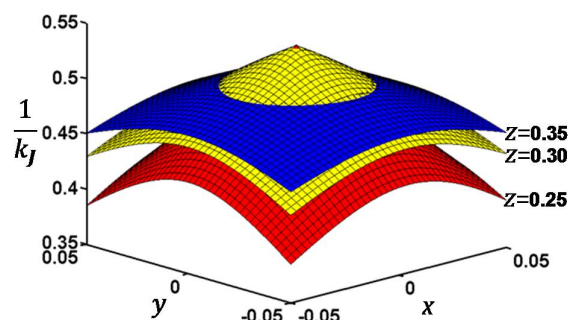


Fig. 12 The Variation of conditioning number index in the workspace

شکل 12 تغییرات شاخص عدد وضعیت در فضای کاری

با بررسی بازه تغییرات $119.6 < \theta_p < 120$ در شکل 9، ملاحظه می‌شود که اگر چه مقدار این پارامتر مربوط به تعدادی از نقاط به‌دست‌آمده با وضعیت مهارت دینامیکی مناسب در حد پایین این بازه قرار دارد، ولی به طور کلی این بازه کوچک بوده و با انتخاب پارامتر نزدیک به مقدار 120 درجه، وضعیت مهارت دینامیکی و سینماتیکی ربات مناسب خواهد بود. به بیان دیگر برای داشتن رباتی با بهترین وضعیت مهارت دینامیکی و سینماتیکی باید مفاسل کروی مربوط به دو بازوی موازی مجاور دارای بیشترین فاصله ممکن از یکدیگر باشند.

تأثیر تغییرات طول میله بازوی واصل به صفحه ثابت بر شاخص‌های عملکردی بهینه در شکل 10 نشان داده شده است. ملاحظه می‌شود که محدوده تغییرات این پارامتر برای همه پاسخ‌ها نزدیک به حد بالایی می‌باشد که برای آن در نظر گرفته شده است. برای مناسب بودن هم‌زمان مقادیر این شاخص‌ها بهتر است که این پارامتر را نزدیک به $l_1=0.25$ انتخاب کرد.

تغییرات طول میله واصل به صفحه متحرک با تغییر شاخص‌های عملکردی بهینه در شکل 11 نشان داده شده است. مطابق شکل این پارامتر به صورت معناداری بر هر دو شاخص عملکردی مؤثر است، به طوری که با افزایش آن از $l_2=0.3737$ تا $l_2=0.4492$ شاخص مهارت دینامیکی سراسری افزایش یافته، ولی در مقابل شاخص عدد وضعیت سینماتیکی سراسری کاهش می‌یابد.

به طور کلی می‌توان گفت که باید سه پارامتر θ_p ، θ_B و l_1 نزدیک به مقدار حد بالای بازه تغییرات خود انتخاب شوند تا ربات دارای وضعیت مناسب از لحاظ مهارت سینماتیکی و دینامیکی باشد، اما تأثیر دو پارامتر θ_B و l_2 به گونه‌ای است که افزایش آن‌ها سبب بهبود مهارت دینامیکی و متقابلاً کاهش مهارت سینماتیکی خواهد شد.

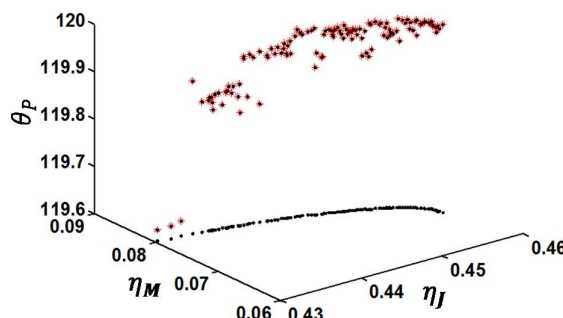


Fig. 9 The evolution of θ_p with respect to the variation of performance indices

شکل 9 تغییرات پارامتر θ_p با تغییر شاخص‌های عملکردی

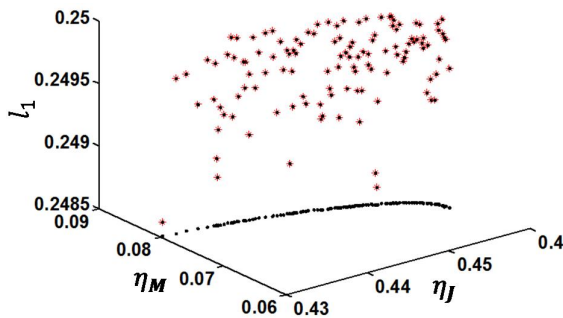


Fig. 10 The evolution of l_1 with respect to the variation of performance indices

شکل 10 تغییرات پارامتر l_1 با تغییر شاخص‌های عملکردی

Systems, Vol. 17, No. 3, pp. 159-170, 2000.

[4] F. Pierrot, A new design of a 6-DOF parallel robot, *Robotics and Mechatronics*, Vol. 2, No. 4, pp. 308-315, 1990.

[5] R. Clavel, a fast robot with parallel geometry, *Proceedings of 18th Int Symp on Industrial Robots*, Lausanne, pp. 91-100, 1988.

[6] M. Dehghani, M. Ahmadi, A. Khayatian, M. Eghtesad, M. Yazdi, Vision-based calibration of a Hexa parallel robot, *Industrial Robot*, Vol. 41, No. 3, pp. 296-310, 2014.

[7] M. Uchiyama, A 6 dof parallel robot HEXA, *Advanced Robotics*, Vol. 8, No. 6, pp. 601-601, 1993.

[8] J. Hesselbach, C. Bier, A. Campos, H. Löwe, Direct kinematic singularity detection of a hexa parallel robot, *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Barcelona, pp. 3238-3243, 2005.

[9] J. Aginaga, I. Zabalza, O. Altuzarra, J. Jera, Improving static stiffness of the 6-RUS parallel manipulator using inverse singularities *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, Vol. 28, No. 4, pp. 451-479, 2012.

[10] F. Wang, Q. Chen, Q. Li, Optimal Design of a 2-UPR-RPU Parallel Manipulator, *Mechanical Design*, Vol. 137, No. 5, pp. 054501, 2015.

[11] L. Wang, B. Zhang, J. Wu, Optimum design of a 4-PSS-PU redundant parallel manipulator based on kinematics and dynamics, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, Vol. 0, No. 0, pp. 1-12, 2015.

[12] P. Zhang, Z. Yao, Z. Du, Global performance index system for kinematic optimization of robotic mechanism, *Mechanical Design*, Vol. 136, No. 3, pp. 031001, 2014.

[13] S. E. V. Rezanian, A comparative study on the manipulability index of RRR planar manipulators, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 14, pp. 299-308, 2015. (in Persian)

[14] G. Cui, H. Zhang, F. Xu, C. Sun, *Kinematics Dexterity Analysis and Optimization of 4-UPS-UPU Parallel Robot Manipulator*, in: *Intelligent Robotics and Applications*, pp. 1-11, Netherlands: Springer, 2014.

[15] A. M. Lopes, E. S. Pires, M. R. Barbosa, Design of a parallel robotic manipulator using evolutionary computing, *Advanced Robotic Systems*, Vol. 9, No. 26, pp. 159-178, 2012.

[16] M. A. Hosseini, Cartesian dimensional homogeneous jacobian matrix for performance evaluation and optimization of complex dof parallel manipulator, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 10, pp. 129-138, 2014 (in Persian)

[17] H. Asada, Dynamic analysis and design of robot manipulators using inertia ellipsoids, *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Atlanta, pp. 94-102, 1984.

[18] O. Khatib, Inertial properties in robotic manipulation: An object-level framework, *Robotics Research*, Vol. 14, No. 1, pp. 19-36, 1995.

[19] T. Yoshikawa, Dynamic manipulability of robot manipulators, *Robotic Systems*, Vol. 2, No. 1, pp. 113-124, 1985.

[20] Y. Zhao, Dynamic optimum design of a three translational degrees of freedom parallel robot while considering anisotropic property, *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, Vol. 29, No. 4, pp. 100-112, 2013.

[21] J. Wu, J. Wang, T. Li, L. Wang, L. Guan, Dynamic dexterity of a planar 2DOF parallel manipulator in a hybrid machine tool, *Robotica*, Vol. 26, No. 1, pp. 93-98, 2008.

[22] N. Srinivas, K. Deb, Multi-objective function optimization using non-dominated sorting genetic algorithms, *Evolutionary Computation*, Vol. 2, No. 3, pp. 221-248, 1994.

[23] K. Deb, S. Agarwal, A. Pratap, T. Meyariva, A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II, *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, Vol. 6, No. 2, pp. 182-197, 2002.

[24] D. T. Pham, A. Ghanbarzadeh, Multi-Objective Optimisation using the Bees Algorithm, *3rd International Virtual Conference on Intelligent Production Machines and Systems*, Whittles, Dunbeath, Scotland, pp. 6, 2007.

[25] D. T. Pham, A. Ghanbarzadeh, E. Koc, S. Otri, S. Rahim, M. Zaidi, The Bees Algorithm a novel tool for complex optimisation problems, *Proceedings of the 2nd International Virtual Conference on Intelligent Production Machines and Systems*, Oxford, p.6, 2006.

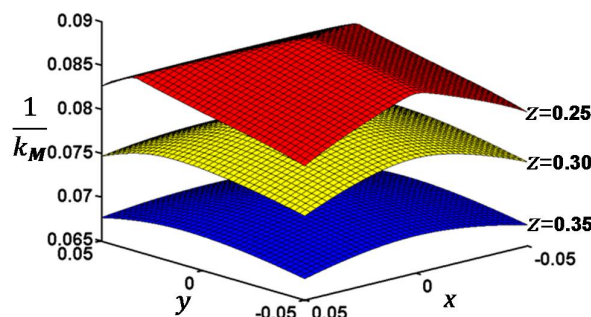


Fig. 13 the Variation of dynamic dexterity index in the workspace

شکل 13 تغییرات شاخص مهارت دینامیکی در فضای کاری

9- نتیجه گیری

در کار حاضر روندی برای طراحی و بهینه‌سازی چند هدفه ربات موازی شش درجه آزادی هگزا براساس شاخص‌های سینماتیکی و دینامیکی ارائه شد. بدین منظور سینماتیک معکوس و ماتریس ژاکوبین ربات استخراج شد. با استخراج انرژی جنبشی و ارائه روشی برای بیان آن به صورت ضربی از بردار سرعت زاویه‌ای، ماتریس اینرسی به دست آمد. به دلیل رفتار غیرخطی تابع هدف و پارامترهای زیاد طراحی در بهینه‌سازی ربات‌های موازی از الگوریتم هوشمند زنبور عسل چندهدفه برای استخراج پاسخ‌های بهینه استفاده شد. نمودار پارتو به دست آمده از این روش همه پاسخ‌های بهینه نامغلوب را ارائه می‌دهد که متناسب با نیاز می‌توان از یکی از پاسخ‌ها استفاده کرد، همچنین قیدهای اعمال شده این اطمینان را ایجاد می‌کند که ربات با پارامترهای انتخاب شده دارای مشکلی در حرکت در فضای کاری نبوده و در هیچ نقطه‌ای در موقعیت‌های تکین قرار نخواهد گرفت.

با بررسی روند تغییرات پارامترهای ساختاری مربوط به پاسخ‌های بهینه ملاحظه می‌شود که سه پارامتر شعاع صفحه متحرک، زاویه قرارگیری مفاصل کروی بر صفحه متحرک و طول بازوی اصلی به صفحه ثابت برای هر دو شاخص عدد وضعیت سینماتیکی و مهارت دینامیکی نزدیک به حد بالای بازه انتخابی برای تغییرات این پارامترهاست، اما افزایش مقادیر دو پارامتر شعاع صفحه ثابت و طول میله وصل به صفحه متحرک به صورت قابل ملاحظه‌ای بر شاخص‌های سینماتیکی و دینامیکی موثر است به گونه‌ای که با افزایش این دو پارامتر، مهارت دینامیکی سراسری ربات‌های با ساختار بهینه افزایش و در مقابل عدد وضعیت سراسری سینماتیکی ربات کاهش می‌یابد.

همچنین بررسی توزیع شاخص‌های عملکردی در فضای کاری مورد نظر نشان می‌دهد که اگر چه بیشترین مقدار شاخص عدد وضعیت مربوط به نقطه میانی صفحه پایین فضای کاری مکعبی است، ولی به طور میانگین نقاط صفحات بالایی دارای مقادیر بهتر و توزیع یکنواخت‌تر شاخص عدد وضعیت سینماتیکی است. در مقابل میانگین شاخص مهارت دینامیکی در سطوح پایین‌تر مناسب‌تر بوده و با بالا رفتن در فضای کاری مقدار این شاخص کاهش پیدا می‌کند.

10- مراجع

[1] J. P. Merlet, *Parallel robots*, Second Edition, pp. 417, Netherlands: Springer, 2006.

[2] I. A. Bonev, *Geometric analysis of parallel mechanisms*, PhD Thesis, Laval University, Quebec, 2002.

[3] C. M. Gosselin, J. Wang, Static balancing of spatial six degree of freedom parallel mechanisms with revolute actuators, *Robotic*