



پیش بینی عدد پرانتل آشفتگی در جریان خنک کاری لایه‌ای

حسن نادری مهابادی^۱، مهران رجبی زرگرآبادی^{۲*}، مجتبی بیگری^۳

۱- کارشناس ارشد مهندسی مکانیک، دانشگاه سمنان، سمنان
۲- استادیار مهندسی مکانیک، دانشگاه سمنان، سمنان
۳- استادیار مهندسی مکانیک، دانشگاه سمنان، سمنان
* سمنان، صندوق پستی ۱۹۱۱۱-۳۵۱۳۱، rajabi@semnan.ac.ir

چکیده- در این تحقیق، شبیه‌سازی عددی جریان و انتقال حرارت آشفتگی در جریان خنک‌کاری لایه‌ای برای یک سوراخ استوانه‌ای در حالت سه‌بعدی انجام شده است. شار حرارتی آشفتگی معادله انرژی توسط مدل پخش گردابه‌ای ساده و با فرض عدد پرانتل آشفتگی ثابت مدل‌سازی می‌شود. این در حالی است که تحقیقات نشان می‌دهد فرض عدد پرانتل آشفتگی ثابت دور از واقعیت است. در تحقیق حاضر، با استفاده از مدل مرتبه دوم به همراه تصحیح دیواره به مدل‌سازی جریان و انتقال حرارت آشفتگی در خنک‌کاری لایه‌ای پرداخته شده است. مقایسه نتایج تحلیل عددی با مقادیر تجربی نشان می‌دهد که مدل‌های مرتبه دوم جبری-صریح شار حرارتی آشفتگی توانایی قابل قبولی در پیش‌بینی پارامترهای موثر در خنک‌کاری لایه‌ای دارند. در ادامه تغییرات عدد پرانتل آشفتگی مورد بررسی قرار گرفته و محدودده آن در هندسه مورد نظر، از ۰/۱ در فواصل دور از سوراخ تا حدود ۰/۹۵ در نزدیکی آن، به‌دست آمده است. همچنین، با مقایسه نتایج به‌دست آمده از روش صریح مرتبه دو و مدل پخش گردابه‌ای ساده، مقدار ۰/۷، به عنوان جایگزین مقدار رایج پیش فرض عدد پرانتل آشفتگی (۰/۸۵)، پیشنهاد شده است.

کلیدواژگان: خنک‌کاری لایه‌ای، عدد پرانتل آشفتگی، مدل مرتبه دوم، مدل‌های جبری-صریح

On predicting the turbulent Prandtl number in film cooling flow

H. Naderi Mahabadi¹, M. Rajabi Zargarabadi^{2*}, M. Biglari

1- MSc., Mech. Eng., Semnan Univ., Semnan, Iran
2- Assis. Prof., Mech. Eng., Semnan Univ., Semnan, Iran
3- Assis. Prof., Mech. Eng., Semnan Univ., Semnan, Iran
* P. O. B. 35131-19111 Semnan, rajabi@semnan.ac.ir

Abstract- Numerical simulation of turbulent flow and heat transfer in film cooling from a cylindrical hole in three-dimensional case is considered. For this purpose, turbulent heat flux term of energy equation is usually modeled by simple eddy diffusivity model with constant turbulent Prandtl number, while experimental and numerical researches show that the prescribed constant value of turbulent Prandtl number is far from reality. In the present study, second moment closure (SMC) models with wall-reflection term is applied for modeling the turbulent flow and heat transfer in film cooling flow. Comparison between the numerical and experimental results show that the explicit algebraic second moment closure models have more ability to better prediction of temperature field in film cooling. In addition, turbulent Prandtl number distribution for film cooling has been investigated. The range of this parameter for the desired geometry has been identified from 0.1 to 0.95 at the near of injection hole to far from it respectively. Finally, in order to enhance the capability of simple eddy diffusivity model in simulating film cooling heat transfer, the value of 0.7 has been proposed for turbulent Prandtl number instead of the common value of 0.85.

Keywords: Film Cooling, Turbulent Prandtl Number, Second Moment Closure Models, Explicit Algebraic Models

۱- مقدمه

یکی از روش‌های بالابردن راندمان توربین‌های گاز افزایش دمای گاز در محفظه احتراق است. افزایش دما در محفظه احتراق منجر به افزایش دمای ورودی توربین می‌شود. دما در ورودی توربین حتی تا حدود ۲۴۰۰ درجه کلون بالا می‌رود و این در حالی است که محفظه احتراق و پره‌های توربین توانایی تحمل چنین دمایی را ندارند. برای افزایش عمر و کارکرد قابل قبول پره توربین تحت بارهای حرارتی، علاوه بر بهبود ظرفیت حرارتی مواد و استفاده از پوشش‌های حرارتی، تکنیک‌های موثر خنک‌کاری نیز می‌بایست مورد استفاده قرار گیرد. خنک‌کاری لایه‌ای یکی از روش‌های موثر و متداول خنک‌کاری پره توربین می‌باشد. در این روش، با ایجاد یک لایه سیال ثانویه خنک بین سطح و گازهای داغ مجاور آن، علاوه بر محافظت سطح از گازهای داغ، دمای متوسط لایه مرزی نیز کاهش می‌یابد [۱]. خنک‌کاری لایه‌ای یکی از متداول‌ترین روش‌های خنک‌کاری پره توربین بوده و تحقیقات تجربی و عددی بسیاری در این زمینه انجام شده است.

در بیشتر تحقیقات عددی، از مدل‌های مرتبه اول برای پیش‌بینی جریان و انتقال حرارت آشفته در خنک‌کاری لایه‌ای استفاده شده است. بردبرگ [۲] با شبیه‌سازی عددی جریان در داخل مجرای خنک‌کاری پره با استفاده از مدل‌های آشفتگی مرتبه اول و مدل مرتبه دوم^۱، نشان داد که مدل‌های مرتبه اول قادر به پیش‌بینی صحیح انتقال حرارت در جریان همراه با جدایی نیستند.

جوادی و همکاران [۳] در تحقیقی دیگر به مدل‌سازی تنش‌های رینولدز در جریان خنک‌کاری لایه‌ای با استفاده از مدل مرتبه دوم پرداختند و به این نتیجه رسیدند که نتایج شبیه‌سازی عددی مرتبه دوم بسیار دقیق‌تر از مدل‌های مرتبه اول بوده و به مقادیر تجربی نزدیک‌تر می‌باشد. نمودی و همکاران [۴] به بررسی مدل آشفتگی مرتبه دوم جریان در مدل‌سازی خنک‌کاری لایه‌ای پره توربین پرداختند. آن‌ها نشان دادند که نتایج مدل آشفتگی مرتبه دوم، مطابقت خوبی با مقادیر آزمایشگاهی دارد در حالی که مدل مرتبه اول در پیش‌بینی توزیع جانبی خنک‌کاری لایه‌ای ناتوان است. در برخی تحقیقات عددی در زمینه خنک‌کاری لایه‌ای، روش

1. Second moment closure

شبیه‌سازی عددی مستقیم^۲ [۵] و شبیه‌سازی گردابه‌ای بزرگ^۳ [۶] به‌کار گرفته شده است. روش‌های عددی مستقیم دقیق‌تر از روش‌های بر مبنای معادلات متوسط‌گیری شده ناویر-استوکس^۴ می‌باشند، ولی هزینه محاسباتی بسیار بالایی دارند. به همین دلیل، از معادلات متوسط‌گیری شده به عنوان روش غالب در کاربردهای مهندسی استفاده می‌شود.

در زمینه مدل‌سازی جمله شار حرارتی آشفته در معادله انرژی، غالباً مدل پخش گردابه‌ای ساده دالی و هارلو [۷] با فرض عدد پراتنل آشفتگی ثابت به‌کار رفته است. در این مدل، با استفاده از فرض پخش گرادیان، شار آشفته هر کمیت اسکالر در هر جهت بر حسب گرادیان مقادیر متوسط آن کمیت در همان جهت محاسبه می‌شود [۸]. این مدل، به دلیل در نظر گرفتن فرض پخش گرادیان (هم‌جهت بودن شار حرارتی آشفته با گرادیان دما) و فرض ثابت بودن عدد پراتنل آشفتگی، تقریب بسیار ضعیفی در مدل‌سازی شار حرارتی آشفته به‌شمار می‌آید [۹].

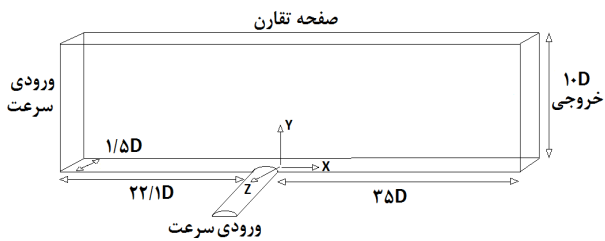
برای مدل‌سازی بردار شار حرارتی آشفته، مدل‌های مختلف مرتبه دوم جبری-صریح وجود دارد که توانایی آن‌ها در پیش‌بینی انتقال حرارت در جریان‌های پیچیده مهندسی مانند جریان در کانال U شکل [۱۰]، خنک‌کاری برخورداری [۱۱] و خنک‌کاری لایه‌ای [۱۲] به‌اثبات رسیده است. در یکی از جدیدترین تحقیقات در زمینه خنک‌کاری لایه‌ای، رجی زرگرآبادی و بازدید تهران [۱۳] از مدل مرتبه دوم تنش‌های رینولدز^۵ و مدل مرتبه دوم جبری ضمنی راجرز و همکاران [۱۴] برای پیش‌بینی جریان و انتقال حرارت آشفته در خنک‌کاری لایه‌ای استفاده کردند. آن‌ها نشان دادند که ترکیب این دو مدل، در مقایسه با مدل پخش گردابه‌ای ساده^۶، مطابقت بسیار خوبی با نتایج تجربی دارد.

به علت راحتی در کاربرد، صرفه‌جویی در هزینه محاسبات و قابلیت استفاده در نرم‌افزارهای دینامیک سیالات محاسباتی، استفاده از مدل پخش گردابه‌ای ساده در خنک‌کاری لایه‌ای رایج می‌باشد. کمک به بالابردن دقت این مدل می‌تواند کمک شایانی به شبیه‌سازی عددی خنک‌کاری لایه‌ای نماید. در این

2. Direct numerical simulation
3. Large eddy simulation
4. Reynolds averaged Navier-Stokes (RANS)
5. Reynolds stress model (RSM)
6. Simple eddy diffusivity (SED)

پایین‌دست جریان ۳۵ برابر اندازه قطر سوراخ تزریق می‌باشد. زاویه تزریق ۳۵ درجه، قطر سوراخ تزریق ۱۱/۱ میلی‌متر و طول سوراخ ۴ برابر اندازه قطر آن می‌باشد.

دیواره تحتانی کانال جریان اصلی و سوراخ تزریق به صورت آدیاباتیک فرض شده‌اند. سطوح جانبی کانال سطوح تقارن می‌باشند و سطح تقارن سوراخ نیز به عنوان شرط مرزی تقارن تعریف شده است. در ورودی کانال جریان اصلی، از شرط مرزی سرعت استفاده شده و مقدار آن در ورودی به صورت یک پروفیل یکنواخت و برابر با ۱۰ متر بر ثانیه در نظر گرفته شده است. ورودی سوراخ تزریق شرط مرزی سرعت و برابر با ۳/۸ متر بر ثانیه می‌باشد. شدت آشفته‌گی جریان آزاد برابر با ۰/۶ درصد و نسبت دمش برابر با ۰/۴، طبق مدل کوهلی و بوگارد [۲۰] است.



شکل ۱ هندسه میدان حل

۳- معادلات حاکم

۳-۱- معادلات جریان آشفته

شکل کلی مدل مرتبه دوم بسیار پیچیده‌تر از مدل‌های مرتبه اول می‌باشد. در این مدل هر یک از تنش‌های رینولدز با استفاده از یک معادله دیفرانسیل انتقال محاسبه می‌شود که به صورت سمبلیک به شکل زیر است [۲۱]:

$$\frac{D\bar{u}_i\bar{u}_j}{Dt} = D_{ij,L} + D_{ij,T} + P_{ij} + \phi_{ij} - \varepsilon_{ij} \quad (1)$$

جمله‌های تولید، P_{ij} ، و پخش چسبندگی مولکولی،

$D_{ij,L}$ ، دارای مقادیر دقیق به فرم زیر می‌باشند [۲۱].

$$P_{ij} = - \left[(\bar{u}_i\bar{u}_k) \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_k} + (\bar{u}_j\bar{u}_k) \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_k} \right] \quad (2)$$

$$D_{ij,L} = \frac{\partial}{\partial x_l} \left(\nu \frac{\partial \bar{u}_i\bar{u}_j}{\partial x_l} \right) \quad (3)$$

زمینه تحقیقات نشان می‌دهد که استفاده از عدد پرانتل آشفته‌گی متغیر تاثیر بسزایی در پیش‌بینی هر چه بهتر اثرات شار حرارتی آشفته، به عنوان پارامتری تاثیرگذار در خنک‌کاری لایه‌ای دارد [۱۲، ۱۳].

همان‌طور که اشاره گردید، یکی از روش‌های اصلاح مدل پخش گردابه‌ای، تصحیح عدد پرانتل آشفته‌گی در کاربردهای مختلف مهندسی است. لیو و همکاران [۱۵] با پیشنهاد مدل پرانتل آشفته‌گی، به پیش‌بینی اثربخشی در خنک‌کاری لایه‌ای پرداخته و نشان دادند که تصحیح عدد پرانتل آشفته‌گی تاثیر قابل توجهی در پیش‌بینی اثربخشی دارد. در دیگر تحقیقات [۱۶-۱۹] نیز عدد پرانتل آشفته‌گی در جریان‌های مختلف با پیشنهاد مدل‌های پرانتل آشفته‌گی مورد بررسی قرار گرفته و محدوده تغییرات آن مشخص شده است.

با توجه به اهمیت بالای عدد پرانتل آشفته‌گی در مدل‌سازی شار حرارتی آشفته و تاثیر آن در افزایش دقت محاسباتی، لازم است محدوده و نحوه تغییرات آن در جریان خنک‌کاری لایه‌ای بررسی گردد. با توجه به قابلیت بالای مدل‌های مرتبه دوم در پیش‌بینی مولفه‌های تاثیرگذار در جریان و انتقال حرارت آشفته، استفاده از این مدل‌ها می‌تواند کمک شایانی به اصلاح محدوده و نحوه تغییرات عدد پرانتل آشفته‌گی نماید. از این رو در تحقیق حاضر از مدل‌های مرتبه دوم در پیش‌بینی جریان و انتقال حرارت آشفته در خنک‌کاری لایه‌ای استفاده شده و مدل‌های مرتبه دوم شار حرارتی آشفته با مدل‌های رایج مرتبه اول و مقادیر تجربی موجود مورد مقایسه قرار گرفته است. در ادامه، ضمن محاسبه عدد پرانتل آشفته‌گی، تغییرات این کمیت در مقاطع مختلف در خنک‌کاری لایه‌ای بررسی گردیده و در پایان مقدار عدد پرانتل آشفته‌گی در خنک‌کاری اصلاح شده است.

۲- هندسه و شرایط مرزی

هندسه مورد بررسی در این تحقیق مطابق با کار تجربی کوهلی و بوگارد [۲۰] است که شامل دو قسمت کانال جریان اصلی و سوراخ تزریق سیال خنک‌کننده است. این هندسه در شکل ۱ نشان داده شده است. کانال اصلی جریان مکعب مستطیلی به ابعاد $58/10D \times 10D \times 1/5D$ است. فاصله مرکز سوراخ در محل تقاطع با دیواره معبر اصلی جریان، از بالادست جریان ۲۲/۱ و تا

$$\frac{D\varepsilon}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(C_\varepsilon \frac{k}{\varepsilon} \overline{u_i u_j} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} + \nu \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right) + C_{\varepsilon 1} P \frac{\varepsilon}{k} + \psi - C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon}{k} f_\varepsilon \bar{\varepsilon} + \zeta \quad (9)$$

که در آن ψ بیانگر عبارت اضافی تولید، ζ عبارت اصلاح نزدیک دیواره و f_ε تابع میرایی نزدیک دیواره است. برای محاسبه جمله استهلاک غیرایزنتروپیک ε_{ij} از استهلاک آشفته‌گی ε ، از معادله (۱۰) استفاده می‌شود [۲۱]:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{2}{3} \delta_{ij} \varepsilon \quad (10)$$

ضرایب جمله‌های مختلف معادلات (۸) تا (۱۰) در جدول ۱ نشان داده شده است.

جدول ۱ ضرایب جمله‌های مختلف معادلات (۸) تا (۱۰)

$$\zeta = \left[\left(-2 + \frac{7}{9} C_{\varepsilon 2} \right) \frac{\varepsilon \bar{\varepsilon}}{k} - 0.5 \frac{\bar{\varepsilon}^2}{k} \right] f_{w,l}$$

$$\psi = C_{\varepsilon 1} \sigma f_{w,1} \frac{\varepsilon}{k} p, \quad f_{w,l} = \exp[-(0.002 R_T)^2]$$

$$\sigma = 1 - 0.6 \exp\left[-\frac{Re}{10^4}\right], \quad P = -\overline{u_i u_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$$

$$C_\varepsilon = 0.18, \quad C_{\varepsilon 1} = 1.45, \quad C_{\varepsilon 2} = 1.9$$

$$P_{ij} = \left(\overline{u_i u_k} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} + \overline{u_j u_k} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} \right)$$

۳-۲- معادلات انتقال حرارت آشفته

مدل‌های مرتبه دوم شار حرارتی آشفته نیز مانند تانسور تنش رینولدز دارای معادله دیفرانسیل دقیق مرتبه دوم هستند. معادله کامل انتقال بردار شار آشفته حرارت به شکل زیر است [۲۳]:

$$\overline{Du_i \theta} = P_{\theta i} + \Pi_{\theta i} - \varepsilon_{\theta i} + D_{\theta i} \quad (11)$$

عبارت‌های پخش مولکولی و آشفته، تصحیح فشار و استهلاک دارای روابط مرتبه بالای نامعلوم بوده و نیاز به مدل‌سازی دارند که در این صورت حل سه معادله دیفرانسیل شار حرارتی آشفته افزایش قابل توجه هزینه محاسباتی را در پی خواهد داشت. مدل‌های مختلفی برای تقریب ساده‌تر بردار شار حرارتی آشفته ارائه شده است که در این میان مدل‌های مرتبه دوم جبری-صریح، به دلیل هزینه محاسباتی و پیچیدگی کمتر و در عین حال دقت بالا، گزینه‌ای مناسب در پیش‌بینی شار حرارت آشفته به حساب می‌آیند. این مدل‌ها را می‌توان به شکل کلی مطابق معادله (۱۲) نشان داد [۲۴]:

جمله‌های پخش آشفته‌گی، $D_{ij,T}$ ، فشار-کرنش^۱، ϕ_{ij} و استهلاک^۲، ε_{ij} ، نیاز به مدل‌سازی دارند که در این زمینه پیشنهادات مختلفی ارائه شده که از میان آن‌ها مدل هانجلیک و لاندرا [۲۱] انتخاب شده است. جمله پخش آشفته‌گی به فرم زیر مدل‌سازی می‌شود.

$$D_{ij,T} = \frac{\partial}{\partial x_k} \left(C_k \frac{k}{\varepsilon} (\overline{u_i u_l} \frac{\partial \overline{u_j u_k}}{\partial x_l} + \overline{u_j u_l} \frac{\partial \overline{u_k u_i}}{\partial x_l} + \overline{u_k u_l} \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_l}) \right) \quad (4)$$

برای مدل‌سازی جمله فشار-کرنش از رابطه (۵) استفاده می‌شود [۲۱]:

$$\phi_{ij} = \phi_{ij,1} + \phi_{ij,2} + \phi_{ij,w} \quad (5)$$

در این رابطه، $\phi_{ij,1}$ جمله فشار-کرنش کند^۳ و $\phi_{ij,2}$ جمله فشار کرنش سریع^۴ است. مقدار این جمله‌ها از طریق معادلات (۶) و (۷) قابل محاسبه خواهد بود [۲۱]:

$$\phi_{ij,1} = C_1 \frac{\varepsilon}{k} (\overline{u_i u_j} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \varepsilon) \quad (6)$$

$$\phi_{ij,2} = a_{ij}^{ml} \left(\frac{\partial U_m}{\partial x_l} + \frac{\partial U_l}{\partial x_m} \right) \quad (7)$$

مدل مرتبه دوم یک مدل آشفته‌گی رینولدز بالا محسوب می‌شود که قادر به پیش‌بینی جریان در نزدیکی دیواره نمی‌باشد. برای حل این مشکل و گسترش این مدل در ناحیه نزدیک دیواره، جمله‌های معادله انتقال، ε ، استهلاک غیرایزنتروپیک، ε_{ij} ، و فشار-کرنش، ϕ_{ij} ، نیاز به اصلاح دارند. برای اصلاح جمله‌های نزدیک دیواره از پیشنهاد لاندرا و شیما [۲۲] استفاده شده است. در نزدیکی دیواره و به واسطه نزدیک شدن به فیزیک جریان، تمایل به حفظ ایزوتروپی تشدید می‌یابد و جمله $\phi_{ij,w}$ ، به عنوان تصحیح دیواره یا انعکاس دیواره^۵، به جمله فشار-کرنش اضافه می‌شود [۲۱].

دیواره^۵، به جمله فشار-کرنش اضافه می‌شود [۲۱].

$$\phi_{ij,w} = f_w C_1 \frac{\varepsilon}{k} \left(\overline{u_i u_j} - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \right) + 0.45 f_w (P_{ij} - \frac{2}{3} P \delta_{ij}) - f_w \frac{\varepsilon}{k} (\overline{u_i u_k} n_k n_j + \overline{u_j u_k} n_k n_i) \quad (8)$$

بر این اساس معادله انتقال استهلاک به شکل رابطه (۹) خواهد بود:

1. Pressure strain
2. Dissipation
3. Slow pressure strain
4. Rapid pressure strain
5. Wall reflection term

ضرایب این مدل [۲۶] به گونه‌ای تعیین شده است که در جریان‌های با نرخ کرنشی بالا، جمله با ضریب α_4 و در شرایط با کرنش برشی ضعیف، مانند حالات با عدد پرانتل کوچک، جمله با ضریب α_2 نقش عمده را ایفا می‌کند.

برای محاسبه دقیق عدد پرانتل آشفتگی در مسئله حاضر، با در نظر گرفتن جریان لایه مرزی دوبعدی روی صفحه تخت و صرف نظر از نیروهای حجمی و استهلاک چسبندگی خواهیم داشت [۱۶]:

$$\text{Pr}_t = \frac{\varepsilon_M}{\varepsilon_H} \quad (13)$$

که در این رابطه ضریب پخش گردابه‌ای حرارت، ε_H ، و ضریب پخش گردابه‌ای مومنوم، ε_M ، برابر است با [۱۶]:

$$-\overline{uv} = \varepsilon_M \frac{\partial U}{\partial y} \quad (14)$$

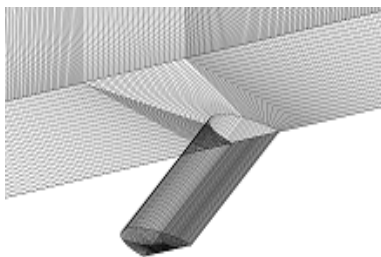
$$-\overline{v\theta} = \varepsilon_H \frac{\partial \theta}{\partial y} \quad (15)$$

بنابراین عدد پرانتل آشفتگی از رابطه زیر قابل محاسبه خواهد بود [۱۶]:

$$\text{Pr}_t = \frac{\overline{uv} \frac{\partial \theta}{\partial y}}{v\theta \frac{\partial U}{\partial y}} \quad (16)$$

۴- شبکه‌بندی و روش حل

شکل ۲ شبکه‌بندی نزدیک سوراخ تزریق را نشان می‌دهد. پس از بررسی حل مستقل از شبکه‌بندی، تعداد ۹۰۰۰۰۰ شبکه محاسباتی با سازمان به گونه‌ای ایجاد شده است که تراکم آن در مجاورت سطح به اندازه کافی متراکم باشد. گسسته‌سازی معادلات حاکم با استفاده از روش حجم محدود انجام شده و ارتباط میان فشار و سرعت از طریق الگوریتم سیمپل برقرار شده است.



شکل ۲ شبکه‌بندی نزدیک سوراخ تزریق

$$\overline{u_i \theta} = (\alpha_1 \frac{\partial \theta}{\partial x_i} + \alpha_2 \overline{u_i u_j} \frac{\partial \theta}{\partial x_j} + \alpha_3 S_{ij} \frac{\partial \theta}{\partial x_j} + \alpha_4 \overline{u_i u_k} \overline{u_k u_j} \frac{\partial \theta}{\partial x_j} + \alpha_9 (\overline{u_i u_k} S_{kj} + \overline{u_j u_k} S_{ki}) \frac{\partial \theta}{\partial x_j}) \quad (12)$$

که در آن ضرایب α_i تعیین‌کننده مدل‌های مختلف می‌باشد. در جدول ۲ ضرایب مدل‌های مختلف شار حرارت آشفتگی به کار رفته در تحقیق حاضر نشان داده شده است.

رایج‌ترین مدل، مدل پخش گردابه‌ای ساده نام دارد. در این مدل، با استفاده از فرض پخش گردادیان، شار اغتشاشی هر کمیت اسکالر بر حسب گردادیان مقادیر متوسط همان کمیت محاسبه می‌شود.

مدل پخش گردادیان^۱ توسط دالی و هارلو [۷] ارائه گردید. این مدل یک رابطه مرتبه دوم جبری و بر مبنای فرض کلی پخش گردادیان می‌باشد. مدل یونیس و همکاران [۲۴] به منظور بهبود مدل پخش گردابه‌ای ساده شکل گرفت. این مدل قابلیت در نظر گرفتن ذات جهت‌دار^۲ بودن جریان را دارد و اثرات مدل پخش گردابه‌ای ساده را نیز در نظر گرفته است. آبی و سوگا [۲۵] به منظور بالابردن قابلیت‌های مدل پخش گردادیان، مدلی مرتبه دوم ارائه کردند که بر پایه اصلاحات در مدل پخش گردادیان بیان شده است.

جدول ۲ ضرایب مدل‌های جبری صریح

مدل	α_1	α_2	α_3	α_4	α_9
پخش گردابه‌ای ساده	$-\frac{v_t}{\text{Pr}_t}$	۰	۰	۰	۰
پخش گردادیان	۰	۰/۰۳۲	۰	۰	۰
یونیس و همکاران	$-۰/۰۴۵kT$	$۰/۰۳۷$	$-۰.۰۰۳۷kT^2$	۰	$-۰/۰۲۳T^2$
آبی و سوگا	۰	۰	۰	$۰/۴۵\frac{T}{k}$	۰
آبی	۰	$۰/۲۲T$	۰	$۰/۴۵\frac{T}{k}$	۰

آن‌ها در ادامه تحقیقاتشان و به منظور معرفی یک مدل جبری شار حرارتی که قادر باشد انواع مختلف میدان‌های انتقال اسکالر (از جمله شار حرارتی) را مدل کند، ترکیبی از مدل پخش گردادیان و مدل درجه دوم معرفی شده را مورد استفاده قرار دادند.

1. Generalized Gradient Diffusion Hypothesis
2. Anisotropic

۵- بحث پیرامون نتایج

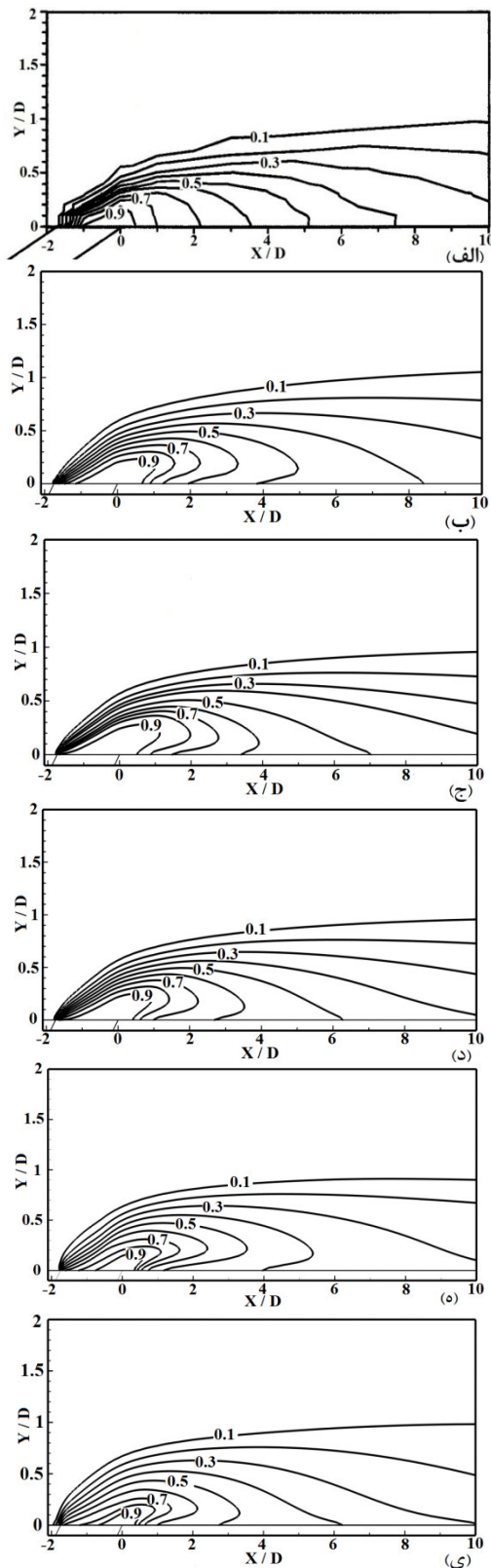
شکل ۳ مقایسه توزیع دمای بی‌بعد، θ^+ ، در صفحه تقارن با داده‌های تجربی حاصل از تحقیق کوهلی و بوگارد [۲۰] را نشان می‌دهد. در تمامی شکل‌ها، دمای جریان در اطراف سوراخ تزریق تقریباً برابر با دمای جریان خنک‌کننده است. با افزایش فاصله از سوراخ و در اثر اختلاط جریان خنک‌کننده و جریان اصلی، دما افزایش یافته و به دمای جریان گرم اصلی نزدیک می‌شود.

همان‌طور که در شکل نشان داده شده، تغییرات محسوس دمای بی‌بعد در راستای عمود بر دیواره در تمامی مدل‌ها تا فاصله $Y/D=1$ است. مدل‌های جبری-صریح، به دلیل در نظر گرفتن گرادیان دما در تمامی جهات در محاسبه بردار شار حرارتی آشفته، توانایی پیش‌بینی بهتر دما را در نقاط پایین دست دارند. این در حالی است که در مناطق نزدیک به سوراخ تزریق، به دلیل بالا بودن گرادیان دما در راستای بردار شار حرارتی آشفته، مقدار این توزیع در مدل مرتبه اول پخش گردابه‌ای ساده و مدل‌های جبری-صریح تقریباً یکسان است. مدل‌های جبری-صریح، با در نظر گرفتن ذات غیرایزوتروپیک جریان و اثر آن در بردار شار حرارتی آشفته، توانایی بالایی در پیش‌بینی انتقال حرارت دارند.

در میان مدل‌های جبری صریح، نتایج موجود در مدل آبی بسیار به نتایج تجربی نزدیک می‌باشد (شکل ۳-ب). پس از مدل آبی، نتایج مدل آبی و سوگا در مجموع به نتایج تجربی نزدیک‌تر است (شکل ۳-ه). در این میان نتایج مدل یونیس و همکاران به مدل پخش گرادیان بسیار نزدیک می‌باشد. مدل پخش گردابه‌ای ساده نیز، با وجود نتایج نسبتاً خوب در نزدیکی سوراخ تزریق، قادر به پیش‌بینی مناسب دما در پایین دست جریان نمی‌باشد (شکل ۳-ب).

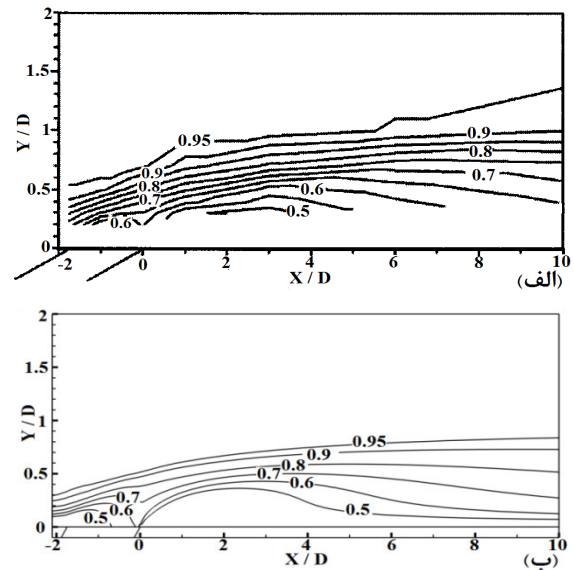
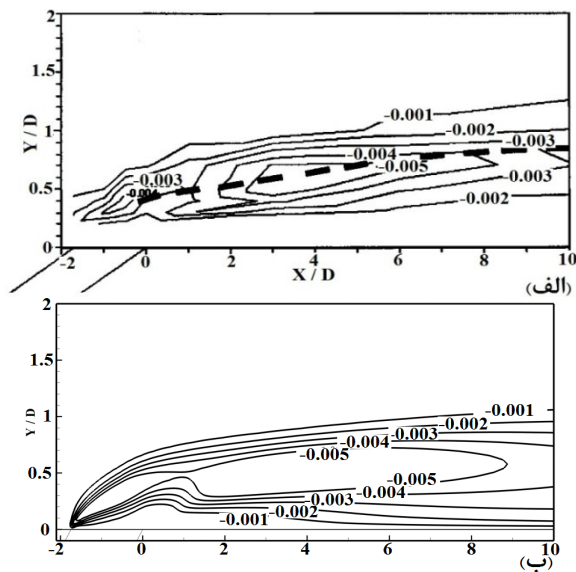
با توجه به تطابق قابل قبول مدل آبی با نتایج تجربی و پیش‌بینی مناسب این مدل در ناحیه نزدیک به سوراخ تزریق و ناحیه پایین دست جریان، استفاده از این مدل در بررسی دیگر پارامترها گزینه‌ای مناسب به نظر می‌رسد. بنابراین کلیه نتایج به دست آمده از تحلیل عددی تحقیق حاضر بر مبنای مدل شار حرارتی آشفته آبی خواهد بود.

توزیع سرعت بی‌بعد، U^+ ، به دست آمده از تحلیل عددی در شکل ۴ با مقادیر تجربی مورد مقایسه قرار گرفته است.



شکل ۳ مقایسه توزیع دمای بی‌بعد، θ^+ ، مقادیر تجربی، (ب) مدل پخش گردابه‌ای ساده، (ج) مدل پخش گرادیان، (د) مدل یونیس و همکاران، (ه) مدل آبی و سوگا، (ی) مدل آبی

شکل ۶ توزیع مولفه در جهت جریان بردار شار حرارتی آشفته $\overline{u\theta}$ را در مقایسه با مقادیر تجربی نشان می‌دهد. با توجه به شکل می‌توان دریافت که مدل آبی رفتار کلی تغییرات این جمله را به خوبی پیش‌بینی می‌کند. مقادیر عددی نسبت به نتایج تجربی دارای تخمین کمینه^۱ است. این امر مطابق رابطه (۱۲) به دلیل وجود جمله‌های مختلف گرادیان سرعت و دما و تانسور تنش رینولدز می‌باشد که خطاهای هر چند ناچیز آن‌ها سبب این تخمین کمینه می‌شود.



شکل ۴ مقایسه توزیع سرعت بی‌بعد، U^+ ، (الف) مقادیر تجربی، (ب) نتایج عددی

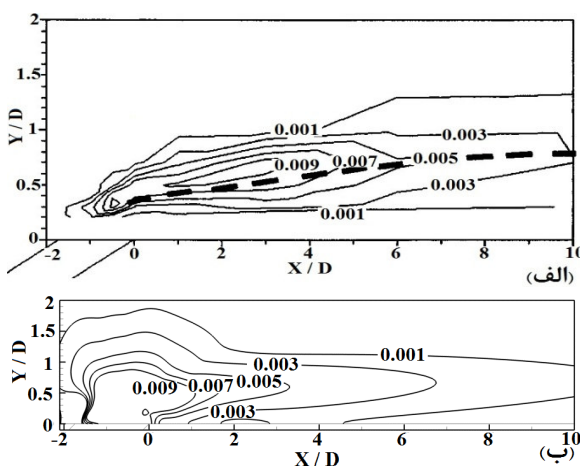
مطابق شکل، مقدار سرعت با نفوذ بیشتر سیال خنک‌کننده در جریان اصلی به تدریج افزایش می‌یابد. از سوی دیگر مطابقت خوب توزیع عددی ارائه‌شده با مقادیر تجربی می‌تواند تاییدی بر دقت مدل‌های مرتبه دوم آشفتگی باشد.

مطابق رابطه (۱۶)، جمله \overline{uv} تانسور تنش رینولدز نسبت مستقیم با عدد پراتنل آشفتگی دارد. بررسی این جمله در فواصل مختلف از سوراخ تزریق کمک به درک بهتر رفتار عدد پراتنل آشفتگی خواهد نمود. برای بررسی هر چه بهتر این جمله، مقایسه‌ای بین توزیع این پارامتر با مقادیر تجربی در شکل ۵ انجام شده است.

با توجه به این شکل، مقادیر به دست آمده از مدل مرتبه دوم آشفتگی مطابقت قابل قبولی با نتایج تجربی موجود دارد. مقدار بیشینه جمله \overline{uv} در محل برخورد جریان خنک‌کننده با جریان اصلی و در منطقه مرکزی جت پخش شده می‌باشد. این جمله در سراسر ناحیه پخش جت دارای مقدار منفی است که دلیل این امر وجود گرادیان مثبت سرعت در این ناحیه می‌باشد [۲۰]. با فاصله گرفتن از دیواره، به دلیل کاهش مقدار گرادیان‌های سرعت، مقدار تنش \overline{uv} به تدریج کاهش می‌یابد.

دیگر پارامتر تاثیرگذار در تخمین عدد پراتنل آشفتگی، مولفه‌های بردار شار حرارتی آشفته می‌باشد که مدل‌سازی هر چه دقیق‌تر آن باعث پیش‌بینی بهتر توزیع دما و عدد پراتنل آشفتگی می‌شود.

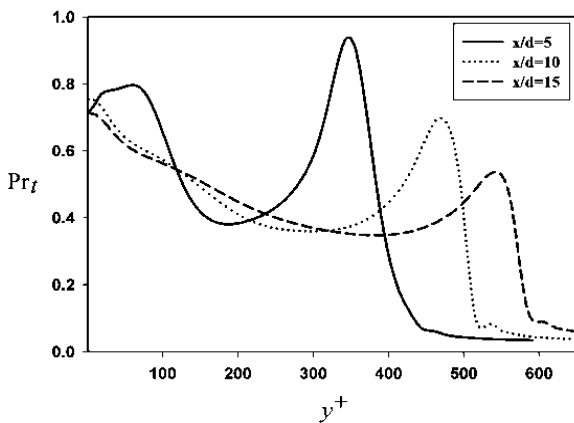
شکل ۵ توزیع جمله \overline{uv} تانسور تنش رینولدز (الف) مقدار تجربی، (ب) مقدار تحلیل عددی



شکل ۶ مقایسه بردار شار حرارتی آشفته بی بعد $u\theta^+$ ، (الف) مدل تجربی، (ب) مدل آبی

1. Under predict

پراتنل آشفتگی در نزدیکی دیواره تقریباً برابر 0.7 می‌باشد. با افزایش فاصله از سوراخ تزریق، مقدار ماکزیمم مقدار عدد پراتنل آشفتگی کاهش یافته و مقدار آن برای $10D$ ، $X=5D$ و $15D$ به ترتیب 0.195 ، 0.7 و 0.55 می‌باشد. همچنین، با توجه به اختلاط جت خنک‌کننده و جریان اصلی، با افزایش X/D حداکثر عدد پراتنل آشفتگی در فواصل بیشتری از دیواره قرار خواهد گرفت [۲۰].



شکل ۸ تغییرات عدد پراتنل آشفتگی بر حسب y^+

همان‌طور که در شکل نیز مشاهده می‌شود، عدد پراتنل آشفتگی از مقدار کمتر از 0.1 تا حدود 0.195 در جریان خنک‌کاری لایه‌ای تغییر می‌کند. این تغییرات نشان می‌دهد که فرض عدد پراتنل آشفتگی ثابت در خنک‌کاری لایه‌ای کاملاً دور از واقعیت است. بنابراین استفاده از توزیع عدد پراتنل آشفتگی می‌تواند جایگزین مناسبی برای عدد ثابت این کمیت در خنک‌کاری لایه‌ای باشد.

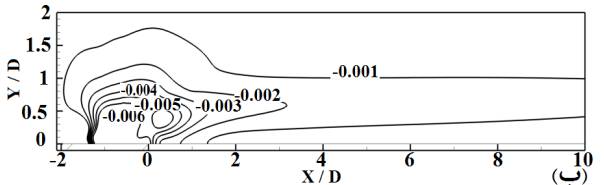
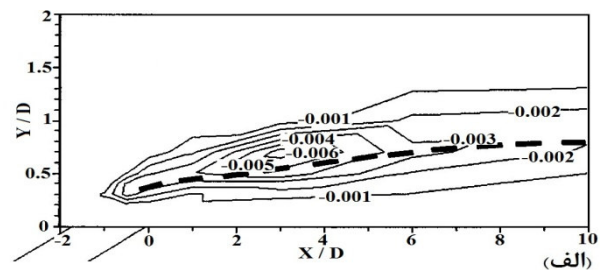
با این حال، یکی از راه‌های بالابردن دقت محاسبات در مدل مرتبه اول پخش گردابه‌ای ساده (SED)، به عنوان مدلی رایج در خنک‌کاری لایه‌ای، اصلاح عدد پراتنل آشفتگی می‌باشد. برای این منظور، با استفاده از نتایج حاصل از تغییرات عدد پراتنل آشفتگی (شکل ۸)، مقدار توزیع دمایی بی‌بعد در سه عدد پراتنل آشفتگی 0.7 و 0.75 و 0.85 در مقایسه با مقادیر تجربی در شکل ۹ بررسی گردیده است.

با توجه به شکل، توزیع دمایی بدون بعد با فرض عدد پراتنل آشفتگی برابر 0.7 بیشترین مطابقت را با مقادیر تجربی دما در مسئله حاضر دارد. بنابراین مقدار 0.7 می‌تواند جایگزین مناسبی برای فرض رایج عدد پراتنل آشفتگی (0.85) باشد.

مطابق شکل، با فاصله‌گرفتن از سوراخ تزریق و افزایش نفوذ سیال خنک‌کننده در جریان اصلی، مقدار این پارامتر کم شده که علت آن کاهش گرادیان‌های دما و سرعت می‌باشد. مقدار مثبت $u\theta$ حاکی از آن است که گرادیان منفی دما در جهت عمود بر دیواره تاثیر بسزایی بر مقدار این مولفه دارد [۲۰].

توزیع مولفه عمودی بردار شار حرارتی آشفتگی، $\overline{v\theta}$ ، در شکل ۷ با مقادیر تجربی مورد مقایسه قرار گرفته است. به دلیل وجود گرادیان دمایی مثبت در نزدیکی دیواره، مقدار $\overline{v\theta}$ منفی می‌باشد (شکل ۳). مقدار ماکزیمم $\overline{v\theta}$ نیز در بالادست مقدار ماکزیمم \overline{uv} قرار داشته و از مقدار ماکزیمم \overline{uv} کمتر است. مشاهده می‌شود که تمامی مقادیر ماکزیمم \overline{uv} و $\overline{v\theta}$ در فاصله $X=2D$ می‌باشد که مقدار دمایی بی‌بعد در این ناحیه به اندازه 50% کاهش یافته است [۲۰].

ضرایب پخش گردابه‌ای مومنتوم و حرارت از عوامل تاثیرگذار در عدد پراتنل آشفتگی می‌باشد. پارامترهای موثر در این ضرایب، بردار شار حرارت آشفتگی و تنش رینولدز می‌باشد که با استفاده از مدل‌های مرتبه دوم، مدل‌سازی شده است (رابطه ۱۴ و ۱۵). با توجه به محاسبه بردارهای شار حرارتی آشفتگی و تنش‌های رینولدز، عدد پراتنل آشفتگی از رابطه (۱۶) قابل محاسبه خواهد بود.



شکل ۷ مقایسه بردار شار حرارتی آشفتگی بی‌بعد $v\theta^+$ (الف) مدل تجربی، (ب) مدل آبی

تغییرات عدد پراتنل آشفتگی در شکل ۸ بر حسب فاصله بدون بعد از دیواره، y^+ ، در سه منطقه $10D$ و $15D$ نشان داده شده است. مطابق شکل، در تمامی فواصل، عدد

مدل‌سازی جمله‌های آشفتگی و به‌خصوص جمله شار حرارت آشفتگی معادله انرژی از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است.

در تحقیق حاضر، خنک‌کاری لایه‌ای با استفاده از سوراخ استوانه‌ای در حالت سه بعدی و با استفاده از مدل مرتبه دوم تنش‌های رینولدز با جمله تصحیح دیواره و مدل‌های مرتبه اول و مرتبه دوم جبری-صریح شار حرارتی آشفتگی، مورد بررسی قرار گرفته و نتایج زیر به‌دست آمده است:

(۱) توزیع دما در جریان خنک‌کاری لایه‌ای نشان می‌دهد که با افزایش فاصله از سوراخ تزریق و در اثر اختلاط جریان خنک‌کننده با جریان اصلی، دما افزایش یافته و به دمای جریان گرم اصلی نزدیک می‌شود.

(۲) مدل‌های مرتبه دوم جبری-صریح شار حرارتی آشفتگی، به علت در نظر گرفتن ذات جهت‌دار آشفتگی، پیش‌بینی قابل قبولی از پارامترهای موثر در جریان خنک‌کاری لایه‌ای ارائه می‌دهند.

(۳) فرض عدد پراتنل آشفتگی ثابت در خنک‌کاری لایه‌ای کاملاً دور از واقعیت بوده و نتایج نشان می‌دهد که محدوده این کمیت، از ۰/۱ در فواصل دور از سوراخ تزریق تا حدود ۰/۹۵ در نزدیکی آن، تغییر می‌کند.

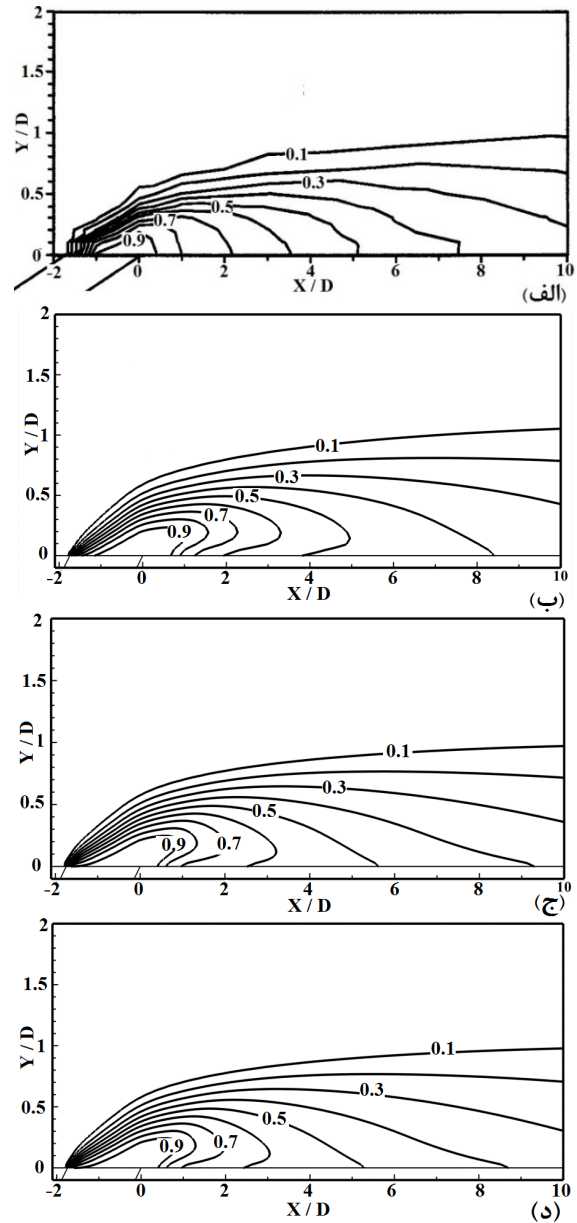
(۴) با مقایسه نتایج به‌دست آمده از روش صریح مرتبه دو شار حرارتی آشفتگی و مدل پخش گردابه‌ای ساده، مقدار ۰/۷ به عنوان جایگزین مقدار رایج پیش‌فرض عدد پراتنل آشفتگی (۰/۸۵) پیشنهاد می‌شود.

(۵) با اعمال عدد پراتنل آشفتگی برابر ۰/۷، پیش‌بینی مناسبی از توزیع دما در خنک‌کاری لایه‌ای در هندسه مورد بررسی مشاهده می‌شود.

۷- فهرست علائم و نشانه‌ها

D	قطر سوراخ تزریق (m)
J	جت سیال خنک‌کننده
k	انرژی جنبشی آشفتگی (m^2s^{-2})
M	نسبت دمزش $\frac{\rho_j u_j}{\rho_\infty u_\infty}$
Re	عدد رینولدز
U^+	سرعت متوسط بی‌بعد $\frac{U}{U_\infty}$
u_τ	سرعت اصطکاکی (ms^{-1})

این مقدار قابلیت پیش‌بینی شرایط نزدیک سوراخ تزریق را داشته و از سوی دیگر پیش‌بینی بهتری از شرایط پایین‌دست ارائه می‌دهد.



شکل ۹ توزیع دمای بی‌بعد، (الف) مقدار تجربی، (ب) پراتنل آشفتگی ۰/۸۵، (ج) پراتنل آشفتگی ۰/۷۵، (د) پراتنل آشفتگی ۰/۷

۶- نتیجه‌گیری

شبیه‌سازی هر چه بهتر جریان و انتقال حرارت در خنک‌کاری لایه‌ای همواره مورد توجه محققان بوده است. در این راستا،

- [8] Launder B. E., *Heat and Mass Transport in Turbulence*, Springer-Verlag, Berlin, 1976.
- [9] Suga K., *Development and Application of a Non-linear Eddy Viscosity Model Sensitized to Stress and Strain Invariants*, Doctoral Thesis (UMIST), 1995.
- [10] Suga K., "Predicting Turbulence and Heat Transfer in 3-D Curved Ducts by Near-Wall Second Moment Closures", *Heat Mass Transfer*, Vol. 46, 2003, pp. 161-173.
- [11] Bazdidi-Tehrani F., Rajabi-Zargarabadi M., "Application of Second Moment Closure and Higher Order Generalized Gradient Diffusion Hypothesis to Impingement Heat Transfer", *Transactions of the Canadian Society for Mechanical Engineering*, Vol. 32, 2008, pp. 91-105.
- [12] Rajabi-Zargarabadi M., Bazdidi-Tehrani F., "Effect of Turbulent Heat Flux Models on Prediction of Film Cooling Characteristics", *Proceedings of the 8th International Symposium on Advances in Computational Heat Transfer, Marrakech, Morocco*, 2008, CHT-08-257.
- [13] Rajabi-Zargarabadi M., Bazdidi-Tehrani F., "Implicit Algebraic Model for Predicting Turbulent Heat Flux in Film Cooling Flow", *Numer. Methods Fluids*, Vol. 64, 2010, pp. 517-531.
- [14] Rogers M. M., Mansour N. N., Reynolds W. C., "An Algebraic Model for the Turbulent Flux of a Passive Scalar", *Fluid Mech.*, Vol. 203, 1989, pp. 77-101.
- [15] Liu C. L., Zhu H. R., Bai J. T., "New Development of the Turbulent Prandtl Number Models for the Computation of film Cooling Effectiveness", *Heat Mass Transfer*, Vol. 54, 2011, pp. 874-886.
- [16] Kays W. M., Crawford M. E., Weigand B., *Convective Heat and Mass Transfer*, 4th Ed., McGraw-Hill Professional, New York, 2004.
- [17] Lu D. M., Hetsroni G., "Direct Numerical Simulation of a Turbulent Open-Channel Flow with Passive Heat Transfer", *Heat Mass Transfer*, Vol. 38, 1995, pp. 3241-3258.
- [18] Rup K., Wais P., "An Application of the K-ε Model with Variable Prandtl Number to Heat Transfer Computation in Air Flows", *Heat Mass Transfer*, Vol. 34, 1999, pp. 503-508.
- [19] Jones R., Acharya S., Harvey A., *Improved Turbulence Modeling of Film Cooling Flow and Heat Transfer*, Wit Press, United Kingdom, 2005.
- [20] Kohli A., Bogard D. G., "Turbulent Transport in Film Cooling Flows", *Heat Transfer*, Vol. 127, 2005, pp. 513-520.
- [21] Hanjalic K., Launder B. E., "Contribution Towards a Reynolds-Stress Closure for Low Reynolds-Number Turbulence", *Fluid Mech.*, Vol. 74, 1976, pp. 593-610.

$\overline{u_i u_j}$	تنش رینولدز ($m^2 s^{-2}$)
$u\theta^+$	بردار شار حرارت آشفته بی‌بعد در راستای x
$\overline{u_i \theta}$	بردار شار حرارت آشفته (mKs^{-1})
$v\theta^+$	بردار شار حرارت آشفته بی‌بعد در راستای y
y^+	فاصله بی‌بعد از دیواره $\frac{u_\tau y \rho}{\mu}$
τ	مقیاس زمان آشفته $\frac{k}{\varepsilon}$ (s)
τ_w	تنش برشی دیواره ($kg m^{-1} s^{-2}$)
ε	استهلاک انرژی جنبشی آشفته ($m^2 s^{-2}$)
θ	دما (K)
Θ	دمای متوسط (K)
θ^+	دمای متوسط بی‌بعد $\frac{\theta - \theta_\infty}{\theta_j - \theta_\infty}$
ρ	چگالی (kgm^{-3})
∞	جت جریان اصلی

۸- مراجع

- [1] Han J., Dutta S., Ekkad S., *Gas Turbine Heat Transfer And Cooling Technology*, Taylor & Francis, New York, 2000.
- [2] Bredberg J., *Turbulence Modeling for Internal Cooling of Gas Turbine Blade*, Doctoral Thesis, Chalmers University of Technology, 2002.
- [3] Javadi A., Javadi K., Taeb-Rahni M., Keimasi M., "Reynolds Stress Turbulence Models for Prediction of Shear Stress Terms in Cross Flow Film Cooling-Numerical Simulation", *4th International ASME/JSME/KSME Symposium on Computational Technology CFD for Fluid/Thermal/Chemical/Stress Systems and Industrial Application*, Hyatt Regency, Vancouver, 2002.
- [4] Nemdili F., Azzi A., Theodoridis G., Jubran B.A., "Reynolds Stress Transport Modeling of Film Cooling at the Leading Edge of a Symmetrical Turbine Blade Model", *Heat Transfer Eng.*, Vol. 29, 2008, pp. 950-960.
- [5] Zhong F., Brown G., "A 3-Dimensional/Coupled/DNS Heat Transfer Model and Solution for Multi-Hole Cooling", *Heat Mass Transfer*, Vol. 50, 2007, pp. 1328-1343.
- [6] Rozati A., Tafti D. K., "Large-Eddy Simulations of Leading Edge Film Cooling: Analysis of Flow Structures/Effectiveness and Heat Transfer Coefficient", *Heat Fluid Flow*, Vol. 29, 2008, pp. 1-17.
- [7] Daly B. J., Harlow F. H., "Transport Equation in Turbulence", *Phys. Fluids*, Vol. 13, 1970, pp. 2634-2649.

- [25] Abe K., Suga K., "Towards the Development of Reynolds Averaged Algebraic Turbulent Scalar-Flux Model", *Heat Fluid Flow*, Vol. 22, 2001, pp. 19-29.
- [26] Abe K., "Performance of Reynolds-Averaged Turbulence and Scalar Flux Models in Complex Turbulence with Flow Impingement", *Prog. Comput. Fluid Dyn.*, Vol. 6, 2006, pp. 79-88.
- [22] Launder B. E., Shima N., "Second-Moment Closure for the Near-Wall Sub Layer: Development and Application", *AIAA*, Vol. 10, 1989, pp. 1319-1325.
- [23] Wikstrom P. M., Wallin S., Johansson A. V., "Derivation and Investigation of a New Explicit Algebraic Model for the Passive Scalar Flux", *Phys. Fluids*, Vol. 12, 2000, pp. 688-702.
- [24] Younis, B., Speziale, Ch., Clark T., "A Rational Model for the Turbulent Scalar Fluxes", *Proc. R. Soc. A.*, Vol. 461, 2005, pp. 575-594.