مجله مهندسی مکانیک مدرس، فروردین 1394، دوره 15، شماره 1، ص‌ص 227-235

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

تخمین انحنای ابرهای نقاط با استفاده از انحنای چتری

ابوالفضل فورگی نژاد[1]، خلیل خلیلی[2*]

1- دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه بیرجند، بیرجند
2- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه بیرجند، بیرجند
* بیرجند، صندوق پستی 97175/615، kkhalili@birjand.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: 28 مرداد 1393
پذیرش: 24 آبان 1393
ارائه در سایت: 11 آذر 1393

کلید واژگان:
انحنای سطح
ابرنقاط
همسایگی همگن
بردار نرمال سطح
هم‌مرجع‌سازی

چکیده

با توسعه سریع اسکنرهای سه بعدی لیزری، مدل‌های بر پایه نقاط در کاربردهای مهندسی بسیاری مانند کنترل کیفیت، مهندسی معکوس، گرافیک رایانه‌ای و ماشین بینایی به شکل وسیعی مورد استفاده قرار گرفته است. محاسبه انحنای سطح ابرهای نقاط یکی از موارد پایه بشمار می‌رود که در بسیاری از کاربردهای مرتبط با ابرهای نقاط مورد استفاده قرار می‌گیرد. در این مقاله روش جدیدی برای تخمین انحنای سطوح ابرهای نقاط، معرفی می‌گردد. یکی از اجزا تعیین کننده انحنای سطح در ابر نقاط مختصات همسایگی‌های نقطه مورد بررسی می‌باشد. برای تعیین همسایگی‌های یک نقطه در ابر نقاط از روشی همسایگی همگن استفاده شده است. در روش تعیین همسایگی همگن، با بهبود روش نزدیکترین k همسایگی، علاوه بر نزدیک بودن همسایگی‌ها، توزیع آن‌ها در اطراف نقطه مورد بررسی نیز لحاظ می‌شود. بردار نرمال سطح از مختصات همسایگی‌های همگن تخمین زده می‌شود. در این پژوهش انحنای سطح در هر نقطه بر اساس بردار نرمال سطح در نقطه مورد بررسی و مختصات همسایگی‌های همگن، محاسبه می‌گردد. انحنای سطح بدست آمده با این روش انحنای چتری نامیده می‌شود. برای ارزیابی کارآیی این روش، مقادیر انحنای چتری برای چند ابر نقاط محاسبه گردیده و در چند کاربرد متفاوت استفاده گردید. نتایج حاصله از کاربرد این روش تعیین انحنای سطح در کاربردهای مختلف، نشان از کاربردی بودن روش پیشنهاد شده در تعیین انحنای سطوح ابرهای نقاط دارد.

Point clouds curvature estimation using umbrella curvature

Abolfazl Foorginejad[1], Khalil Khalili[1*]

1- Department of Mechanical Engineering, University of Birjand, Birjand, Iran
* P.O.B. 97175/615, kkhalili@birjand.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 19 August 2014
Accepted 15 November 2014
Available Online 02 December 2014

Keywords:
Surface Curvature
Point Cloud
Homogeneous Neighborhood
Surface Normal Vector
Registration

ABSTRACT

With the rapid development of 3D laser scanners, point-based discrete shape modeling is being widely used in many engineering applications, e.g. quality control, reverse engineering, computer graphics and machine vision. Point cloud discrete curvature estimation is considered a basic operation in point cloud operations and is used in many applications related to cloud points. This paper presents a novel method for point clouds surface curvature estimation. One of the key components of point clouds surface curvature calculation is neighbor coordinates of query point. For selecting neighbors, homogeneous neighborhood method is used. This method of choosing neighbors, in addition to the distance, takes into consideration the directional balance by improving the k nearest neighbors. Surface normal vector is estimated by neighbors coordinates. In this paper surface curvature is calculated based on normal vector and homogeneous neighbors coordinates. Surface curvature calculated using the novel method is called umbrella curvature. To evaluate how this method performs, umbrella curvature values are calculated for a number of cloud points and the results are used in some different applications. The results show that the proposed method performs well in point clouds curvature estimation.

1- مقدمه

اسکنرهای لیزری سه‌بعدی مدرن با قابلیت اسکن با سرعت‌های بالا و ماشین‌های اندازه‌گیری موقعیت با پروب‌های تماسی که قادر به اسکن سطوح به شکل پیوسته می‌باشند به شکل فزاینده‌ای برای جمع‌آوری اطلاعات موقعیت نقاط سطح یک قطعه یا مدل مورد استفاده قرار می‌گیرند. این داده‌های موقعیت نقاط، بدلیل داشتن تراکم بالا معمولا ابر نقاط نامیده می‌شوند. تخمین قابل اعتماد و دقیق خواص هندسی مرتبط از قبیل بردار نرمال و انحنای سطح این داده‌های گسسته، در بسیاری از کاربردهای CAD/CAM آن هم در شرایطی که مدل CAD ممکن است در دسترس نباشد، یک کار اساسی بشمار می‌آید[1]. بخش‌بندی سطوح[2]، بازسازی سطوح[3] و هم‌مرجع‌سازی[1] ابرهای نقاط[4] از جمله کاربردهای عمومی این خواص هندسی می‌باشد. کاربردهای دیگری را می‌توان در مباحث گرافیک کامپیوتری در مورد رندر کردن مستقیم نقاط، پیدا نمود[5].

بدلیل فقدان تعاریف مشخص تحلیلی در رابطه با انواع سطوح، قابلیت محاسبه انحنا از نقاط، پیچیده است. روش‌های تخمین انحنای سطح بطور

1- Registration

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:
Please cite this article using:
A. Foorginejad, Kh. Khalili, Point clouds curvature estimation using umbrella curvature, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 1, pp. 227-235, 215 (In Persian)

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-20]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1394.15.1.47.3]

معمول به دو دسته تقسیم می‌شوند. دسته اول، برازش سطح، شامل روش‌هایی است که در آن یک سطح پارامتری بر همسایگی‌های هر نقطه برازش می‌شود. این روش‌ها یک تکنیک عمومی برای تخمین انحنا است. دقت این روش‌ها معمولاً با روش حداقل مربعات محاسبه می‌گردد و همیشه وابسته به مدل پارامتری است. دسته دوم، روش گسسته، روش‌هایی را در بر می‌گیرد که انحنای داده‌های نقاط گسسته را بر اساس روابط بسط تعاریف انحنا، تقریب می‌زنند. در روش دوم از محاسبه حداقل مربعات اجتناب می‌شود. بر اساس برخی پژوهش‌های انجام شده روش‌های برازش سطح عملکرد بهتری نسبت روش‌های گسسته دارند، اما روش‌های گسسته بدلیل سرعتشان جذابیت خاص خود را دارند[6].

انحنا یک خاصیت هندسی از جزء سطح است و می‌تواند تغییرات شکل سطح را بیان نماید. انحنا نسبت به دوران و جابه‌جایی ناوردا است و تبدیلات جابه‌جایی و دوران تأثیری بر آن ندارد[7]. انحنای سطوح به لحاظ اهمیت یک از موضوعات مهم در کاربردهای متفاوتی که با ابرهای نقاط مرتبط می‌باشند بشمار می‌رود. در مورد سطوحی که بر پایه نقاط ایجاد می‌گردند، انحنای سطوح در کاربردهای بخش‌بندی سطوح، ایجاد مدل، هم‌مرجع‌سازی و حذف نویزها از اهمیت بسزایی برخوردار است[8]. در صورت وجود روابط تحلیلی سطح، تعیین انحنای آن در مختصات کارتزین توسط رابطه (1) صورت می‌پذیرد.

$$k_c = \frac{|x'y'' - y'x''|}{(x'^2 + y'^2)^{3/2}} \quad (1)$$

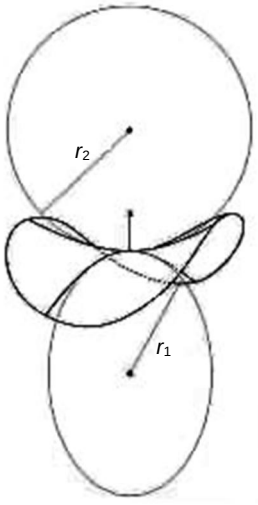
که x' و y' مشتقات مرتبه اول و x'' و y'' مشتقات مرتبه دوم می‌باشند.

بدلیل فقدان روابط تحلیلی سطوح، عملاً استفاده از این رابطه برای تعیین انحنای سطح، ابرهای نقاط امکان‌پذیر نمی‌باشد. در برخی روش‌های تعیین انحنای سطوح ابرهای نقاط، با برازش یک سطح بر نقطه مورد بررسی و همسایگی‌های آن، انحنای سطح بدست می‌آید. در برخی روش‌های دیگر با استفاده از مختصات نقطه و همسایگی‌های آن بردار نرمال سطح محاسبه گردیده و سپس انحنای سطح به کمک آن تخمین زده می‌شود. یکی از روش‌های تعیین انحنای سطح برازش یک سطح درجه 2 بر نقاط همسایه است. در این روش یک سطح درجه 2 که از رابطه (2) تبعیت می‌کند بر نزدیکترین k همسایگی نقطه p برازش می‌شود تا انحنای سطح در نقطه p بدست آید.

$$z = r(x,y) = a_0 x^2 + a_1 y^2 + a_2 xy + a_3 x + a_4 y + a_5 \quad (2)$$

روش حداقل مربعات برای تخمین پارامترهای a1, a2, a3, a4, a5 این سطح درجه 2 مورد استفاده قرار می‌گیرد و انحنای گوسی[1] K و انحنای متوسط[2] H با استفاده از تغییرات هندسی محاسبه می‌گردد. انحناهای اصلی[3] سطح مبین حداکثر و حداقل انحنای سطح در یک نقطه هستند[8]. برای تعیین انحناهای اصلی از دایره بوسان استفاده می‌شود. دایره بوسان در یک منحنی دایره‌ای است که در آن نقطه با منحنی بیشترین تماس را دارا می‌باشد و مقدار انحنا برابر یک تقسیم بر شعاع دایره بوسان است($k = \frac{1}{r}$). در یک سطح بیشترین مقدار انحنا و کمترین مقدار انحنا به عنوان انحناهای اصلی شناخته می‌شوند. انحناهای اصلی در شکل 1 نشان داده شده‌اند. انحنای گوسی از ضرب کردن مقادیر انحناهای اصلی در یکدیگر بدست می‌آید و همچنین انحنای متوسط مقدار میانگین انحناهای اصلی می‌باشد که روابط

1- Gaussian Curvature
2- Mean Curvature
3- Principal Curvatures



شکل 1 انحناهای اصلی در یک نقطه از سطح

(3) و (4) چگونگی محاسبه انحناهای گوسی و متوسط را با استفاده از انحناهای اصلی و همچنین تغییرات سطح نشان می‌دهند.

$$K = k_1 k_2 = \frac{LN - M^2}{2(EG - F^2)} \quad (3)$$

$$H = \frac{k_1 + k_2}{2} = \frac{EN - 2FM + GL}{2(EG - F^2)} \quad (4)$$

در روابط (3) و (4)، $E=r_x \cdot r_x$ ، $F=r_x \cdot r_y$ ، $G=r_y \cdot r_y$ ، $L=r_{xx} \cdot n$ ، $M=r_{xy} \cdot n$ ، $N=r_{yy} \cdot n$ بوده و r_{xx} ، r_{xy} ، r_{yy} ، r_x ، r_y مشتقات جزئی سطح درجه 2 می‌باشند. همچنین k_1 , k_2 در این روابط انحناهای اصلی می‌باشند.

انحناهای اصلی k_1 , k_2 بوسیله انحنای گوسی K و انحنای متوسط H طبق رابطه (5) محاسبه می‌شود.

$$\begin{cases} k_1 = H - \sqrt{H^2 - K} \\ k_2 = H + \sqrt{H^2 - K} \end{cases} \quad (5)$$

خمیدگی[4] تعریفی دیگر برای تعیین انحنای سطح است که مشتق شده از انحناهای اصلی سطح است. این پارامتر معرف چگالی انحنای سطح است و با استفاده از مفهوم انرژی، شدت و ضعف تغییرات انحنا را نشان می‌دهد. رابطه (6) چگونگی تعیین خمیدگی را نشان می‌دهد.

$$C = \sqrt{\frac{(k_1^2 + k_2^2)}{2}} \quad (6)$$

واریانس سطح[5] برای اندازه‌گیری انحنای موضعی، از نسبت میان حداقل مقدار ویژه و مجموع مقدارهای ویژه ماتریس کوواریانس، بهره می‌برد. این تعریف از انحنای موضعی توسط هوپ[3] پیشنهاد شده و تغییر انحنای هندسی نیز نامیده می‌شود، زیرا این روش تغییرات انحنای موضعی را بجای انحنای موضعی اندازه می‌گیرد[9]. باید در نظر داشت که واحد انحنای گوسی K معکوس مربع فاصله است اما واحد واریانس سطح بدون بعد است. هر مقدار بردار ویژه از ماتریس کوواریانس تغییرات فاصله‌ای را در مسیر بردار ویژه مرتبط ارائه می‌کند. نسبت حداقل مقدار ویژه و مجموع مقدارهای ویژه، واریانس سطح $M_{cc}(p_i)$ است[10].

$$M_{cc}(p_i) = \frac{\lambda_1}{\sum_{i=1}^{3} \lambda_i} \quad (7)$$

4- Curvedness
5- Surface Variance

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-20]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1394.15.1.47.3]

در این رابطه λ_1 کمترین مقدار ویژه و λ_i مقدار ویژه است.

در این پژوهش روش جدیدی برای تخمین انحنای سطح ابر نقاط، پیشنهاد می‌گردد. با توجه به اینکه هدف از تخمین انحنای سطح در این پژوهش بکارگیری آن در کاربردهای مرتبط با ابرهای نقاط می‌باشد لذا روش پیشنهادی، بر مبنای روش گسسته بنا نهاده شد، تا بتواند با سرعت بیشتری تخمین انحنا را انجام دهد. رویه تخمین انحنا دارای پنج مرحله است. که این مراحل عبارتند از:

الف- تعیین 20 نقطه همسایگی برای تک تک نقاط ابر

ب- محاسبه بردار نرمال اولیه

ج- انتخاب 8 همسایگی همگن

د- محاسبه بردار نرمال تصحیح شده هر نقطه با کمک همسایگی‌های همگن آن نقطه

ه- تخمین انحنای چتری سطح برای هر یک از نقاط داده

تمامی این مراحل و نحوه انجام آن‌ها در بخش‌های 2 الی 4 توضیح داده شده است. قابلیت‌های این روش، نیز در بخش 5 ارائه گردیده و کارآیی روش پیشنهادی در کاربردهای مختلف بررسی گردیده است.

2- تخمین بردار نرمال

این بخش چگونگی محاسبه‌ی بردار نرمال هر یک از نقاط ابر نقاط را ارائه می‌کند. هوپ و همکارانش[3] روشی را برای محاسبه‌ی جهت صفحات مماس برای هر نقطه در ابر نقاط پیشنهاد می‌کنند. در این پژوهش، از روشی مشابه برای تخمین بردار نرمال استفاده می‌شود. برای یک نقطه دلخواه $P_i \in S \subset R^3$ ، در روش هوپ بردار نرمال بر اساس مختصات همسایگی‌ها، تخمین زده می‌شود. همسایگی‌ها با علامت $N(P_i)$ نشان داده می شود و N به نزدیکترین مجاورت‌های k متعلق به P_i اشاره دارد، جایی که k با توجه به نیاز، انتخابی است. برای محاسبه بردار نرمال، مرکز O_i مربوط به $N(P_i)$ ابتدا محاسبه می شود. n_i بردار نرمال با استفاده از تحلیل اجزای اصلی[1] تخمین زده می شود. برای اندازه‌گیری بردار نرمال، ماتریس مرتبط کوواریانس $N(P_i)$ طبق رابطه (8) شکل می‌گیرد.

$$M_{\text{cov}} = \sum_{x_i \in N(P_i)} (X_i - O_i)(X_i - O_i)^{\mathrm{T}} \tag{8}$$

X_i یکی از k همسایگی نقطه P_i و O_i مرکز همسایگی‌ها می‌باشد.

اگر $\lambda_i^3, \lambda_i^2, \lambda_i^1$ مقادیر ویژه ماتریس M_{cov} باشند و بردارهای ویژه متناظر با هریک از مقادیر ویژه بردارهای $\xi_i^3, \xi_i^2, \xi_i^1$ باشند و همچنین $\lambda_i^1 < \lambda_i^2 < \lambda_i^3$ باشد، ξ_i^1 بردار نرمال نقطه P_i است. شکل 2 بردارهای نرمال ایجاد شده با این روش را نشان می‌دهد.

برای تعیین بردار نرمال نقطه دلخواه P_i از ابر نقاط، رابطه (9) را می‌توان بر اساس همسایگی‌های نقطه مد نظر بنا نهاد.

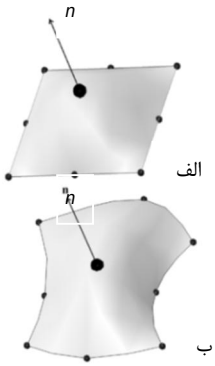
$$Y = \sum_{i=1}^{k} [\,(X_i - O_i) \cdot n_i]^2 \tag{9}$$

برای بدست آوردن بردار نرمال در نقطه دلخواه P_i از ابر نقاط، باید مقدار Y کمینه گردد. بنابراین رابطه (9) به شکل رابطه (10) بازنویسی می‌گردد.

$$Y = \sum_{i=1}^{k} n_i^{\mathrm{T}} (X_i - O_i)(X_i - O_i)^{\mathrm{T}} n_i \tag{10}$$

از آنجایی که O_i و X_i مقادیر مشخصی دارند رابطه (11) بدست می‌آید.

1- Principal Component Analysis



شکل 2 الف- بردار نرمال استخراج شده از داده‌های دارای شبکه ب- بردار نرمال استخراج شده از داده‌های فاقد شبکه

$$Y = n_i^{\mathrm{T}} \sum_{i=1}^{k} (X_i - O_i)(X_i - O_i)^{\mathrm{T}} n_i \tag{11}$$

شکل خلاصه شده رابطه (11) را می‌توان به شکل رابطه (12) نشان داد.

$$Y = n_i^{\mathrm{T}} M_{\text{cov}} n_i \tag{12}$$

ماتریس M_{cov} یک ماتریس 3x3 متقارن و نیمه معین مثبت می‌باشد. $\lambda_i^3, \lambda_i^2, \lambda_i^1$ مقادیر ویژه غیر منفی ماتریس M_{cov} هستند[11]. بردارهای ویژه ارتونرمال مرتبط با مقادیر ویژه، $\xi_i^3, \xi_i^2, \xi_i^1$ می‌توانند به نحوی ساخته شوند که:

$$M_{\text{cov}} \xi_i^j = \lambda_i^j \xi_i^j \qquad j = 1,2,3 \tag{13}$$

یک بردار دلخواه می‌تواند به شکل ترکیبی خطی از بردارهای ویژه طبق رابطه (14) نمایش داده شود.

$$\xi_i = c_i^1 \xi_i^1 + c_i^2 \xi_i^2 + c_i^3 \xi_i^3 \tag{14}$$

از آنجایی که بردارهای ویژه ارتوگونال هستند:

$$\xi_i \cdot \xi_i = {c_i^1}^2 + {c_i^2}^2 + {c_i^3}^2 \tag{15}$$

با توجه به اینکه ξ_i بردار واحد است، رابطه (15) برابر یک می‌شود و در نتیجه

$$M_{\text{cov}} \xi_i = c_i^1 \lambda_i^1 \xi_i^1 + c_i^2 \lambda_i^2 \xi_i^2 + c_i^3 \lambda_i^3 \xi_i^3 \tag{16}$$

با توجه به اینکه $\xi_i^3, \xi_i^2, \xi_i^1$ مقادیر ویژه ماتریس M_{cov} هستند می‌توان رابطه (17) نتیجه گرفت:

$$M_{\text{cov}} \xi_i = c_i^1 \lambda_i^1 \xi_i^1 + c_i^2 \lambda_i^2 \xi_i^2 + c_i^3 \lambda_i^3 \xi_i^3 \tag{17}$$

در حالیکه $\lambda_i^1 < \lambda_i^2 < \lambda_i^3$

$$\xi_i^{\mathrm{T}} M_{\text{cov}} \xi_i = {c_i^1}^2 \lambda_i^1 + {c_i^2}^2 \lambda_i^2 + {c_i^3}^2 \lambda_i^3 \geq \lambda_i^1 \tag{18}$$

شکل مربعی رابطه (18) دارای این مفهوم است که مقدار این رابطه نمی‌تواند از کمترین مقدار غیرمنفی مقادیر ویژه کمتر باشد. نتیجه گرفته می‌شود بردار ویژه متناظر با کمترین مقدار ویژه رابطه (18) را کمینه می‌کند. اکنون برای آنکه مقدار Y را در رابطه (12) کمینه شود کافیست به جای n_i بردار ξ_i^1 جایگزین گردد. لذا می‌توان نتیجه گرفت که جهت بردار نرمال بر سطح همان جهت بردار ξ_i^1 است.

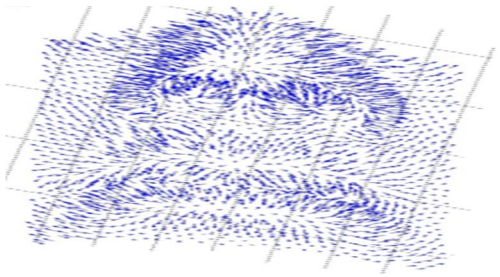
فرض کنید که دو نقطه $x_i, x_j \in S$ از لحاظ هندسی نزدیک هستند. به

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-20]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1394.15.1.47.3]

صورت ایده‌آل وقتی داده‌ها متراکم باشند و سطح نیز هموار باشد، بردارهای نرمال مرتبط n_i, n_j تقریبا موازی خواهند بود، و بعبارتی $n_i.n_j \cong \pm 1$. اگر بردارهای نرمال دارای جهات یکسانی باشند، $n_i.n_j \cong 1$ ، در غیر اینصورت n_i یا n_j ممکن است به دلیل اینکه در روش هوپ تنها راستای بردار به دست می‌آید، تغییر جهت 180 درجه‌ای بدهند و در جهت مقابل بردار نرمال قرار بگیرند. جهات بردارهای نرمال بر اساس جهت بردار نقطه شروع تعیین می‌شوند. اگر در طول پیمایش، $n_i n_j < 0$ و بردارکنونی نرمال جهت n_i را مشخص کرده باشد، n_j بردار نرمال بعدی با $-n_j$ جایگزین خواهد شد و به این ترتیب تمامی بردارهای نرمال در یک سمت سطح قرار می‌گیرند. شکل 3 بردارهای نرمال یک ابر نقاط را که طبق رویه مذکور یکنواخت شده‌اند، نشان می‌دهد.

3- شناسایی نقاط همسایگی

بردار نرمال یک مشخصه هندسی سطح سه‌بعدی است و برای هر نقطه از سطح می‌توان بردار نرمال را به عنوان یکی از خواص هندسی آن سطح مشخص نمود. تخمین قابل اعتماد بردار نرمال یک نقطه از ابر نقاط، بستگی به انتخاب درست نقاط همسایگی آن نقطه دارد. پژوهشگران بسیاری تعداد ثابتی از نزدیکترین همسایگی‌های اقلیدسی نقاط را برای تخمین بردار نرمال یک نقطه مشخص مورد استفاده قرار داده‌اند. با توجه به اینکه همسایگی‌های یک نقطه بر اساس یک k ثابت، که مبین تعداد همسایگی‌ها است، تعیین می‌گردد به این همسایگی‌ها، نزدیکترین k همسایگی‌ها[1] گفته می‌شود. نزدیکترین k همسایگی‌ها برای تعیین صفحه مماس بر یک نقطه[3] یا برازش یک سطح درجه 2 [12] مورد استفاده قرار می‌گیرند. روش‌های تعیین همسایگی مبتنی بر نزدیکترین k همسایگی‌ها با وجود اینکه در بسیاری از کاربردها مورد استفاده قرار گرفته‌اند، دارای دو ضعف می‌باشند. نزدیکترین k همسایگی‌های مورد اشاره ممکن است در مواردی که داده‌ها دارای شبکه‌بندی با فرمت ثابتی نیستند، برای تخمین بردار نرمال مناسب نباشند. مقدار k نیز برای تمام کاربردها یکسان نبوده و بسته به کاربرد مورد نظر و داده‌های ابر نقاط تعیین می‌شود[1]. روش دیگری که بر اساس فواصل اقلیدسی همسایگی‌های یک نقطه از ابر نقاط را مشخص می‌کند، کره همسایگی[2] است. در این روش نقاطی که داخل کره‌ای با شعاع مشخص و مرکز نقطه‌ای که قصد بدست آوردن همسایگی‌های آن وجود دارد، قرار می‌گیرند به عنوان همسایگی‌های نقطه مدنظر انتخاب می‌گردند. این روش‌ها بدلیل ساده بودن عمومیت یافته‌اند و در پژوهش‌های بسیاری برای تعیین نقاط همسایگی مورد استفاده قرار گرفته‌اند، اما نتایج چندان رضایت‌بخش نیست مخصوصاً وقتی توزیع نقاط یکنواخت نباشد[13].



شکل 3 بردارهای نرمال یکنواخت شده

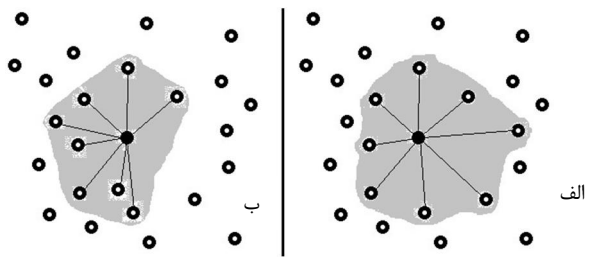
1- k Nearest Neighbors (k-NN)
2- Ball-Neighbor

ایجاد مش‌های چندضلعی و تعیین فصل مشترک‌های چندضلعی‌ها به منظور مشخص نمودن تعیین همسایگی‌های یک نقطه در ابر نقاط، روش دیگری برای تعیین همسایگی‌های یک نقطه در ابر نقاط است[2]. از آنجایی که تولید مش‌ها به شکل زنجیره‌ای انجام می‌پذیرد نقطه شروع در مش‌زنی از اهمیت بسزایی برخوردار است. زمانیکه نقاط شروع مش‌زنی متفاوت باشد، همسایگی‌های یک نقطه در ابر نقاط یکسان نخواهد بود و در نتیجه بردار نرمال تخمین زده شده از نقاط همسایگی یک نقطه از ابر نقاط، در صورت تغییر مش‌بندی، تغییر خواهد کرد. این موضوع به شکل آشکاری بر روی ثبات تخمین بردار نرمال با استفاده از مش‌بندی تأثیر می‌گذارد.

به منظور ثبات تخمین بردار نرمال با استفاده از مش‌بندی، می‌توان برای تعیین همسایگی‌ها از مش‌زنی به روش مثلث‌سازی دلونی[3] استفاده نمود. مثلث‌سازی دلونی، با کمک دوگانگی هندسی و دیاگرام ورونوی[4] مش لازم را تولید می‌نماید و در این روش نقطه شروع مش‌زنی تأثیری بر مش تولید شده ندارد. دیاگرام ورونوی مستقل از چگالی و توزیع نقاط داده است و از آن مهم‌تر اینکه نقاط همسایگی ورونوی، همسایگی‌هایی را مشخص می‌کند که به نحو قابل اتکایی، نماینده هندسه محلی سطح هستند. مش دلونی در هر حالتی کمترین حجم یک مدل سه‌بعدی را استخراج می‌نماید. با افزایش تراکم نقاط، تقریب شکل و مزیت‌های مش دلونی بهبود می‌یابد[14].

در پژوهش حاضر از روش ارائه شده توسط فورگی نژاد و خلیلی[15] به نام همسایگی همگن، برای تعیین همسایگی‌های نقاط در ابر نقاط استفاده گردید. در این روش برای تعیین همسایگی‌ها علاوه بر فاصله، چگونگی توزیع همسایه‌ها در جهات مختلف، نیز مد نظر قرار می‌گیرند. همسایگی‌های بدست آمده از این روش همسایگی‌های همگن نامیده می‌شوند. شکل 4 نمونه‌ای از انتخاب همسایگی‌های همگن را نشان می‌دهد و تفاوت انتخاب نقاط به نحو مورد نظر با انتخاب نزدیکترین همسایگی‌ها در شکل 4 نشان داده شده است.

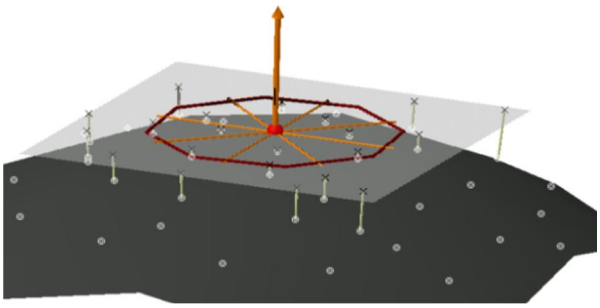
بدلیل اینکه یک ابر نقاط از تعداد قابل توجهی نقطه تشکیل گردیده و انجام یک عملیات هر چند ساده بر روی تمامی ابر نقاط امری زمان‌بر محسوب می‌شود، اکثر پژوهش‌گران خطاهای بوجود آمده در اثر ناموازن بودن همسایگی‌ها را در نظر نمی‌گیرند. لذا در این پژوهش تلاش گردید تا از روشی با حجم محاسبات کم برای انتخاب سمسایگی‌ها استفاده گردد. در پژوهش حاضر تعداد همسایگی‌های همگن 8 همسایه در نظر گرفته شد. به منظور یافتن 8 همسایگی همگن یک نقطه در ابر نقاط ابتدا 20 نقطه نزدیک به نقطه مورد بررسی انتخاب می‌گردد و بر روی صفحه مماس در نقطه مورد بررسی همانگونه که در شکل 5 نشان داده شده تصویر می‌شود. برای یافتن همسایگی‌هایی که از نظر جهت یکنواخت توزیع گشته باشند از چرخ تعادل نشان داده شده در شکل 6 استفاده می‌گردد. در حالت ایده‌آل، زمانیکه بردار



شکل 4 الف- 8 همسایگی همگن ب- نزدیکترین 8 همسایگی

3- Delaunay Triangulation
4- Voronoi Diagram

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-20]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1394.15.1.47.3]



شکل 5 تصویر کردن نزدیکترین همسایگی‌ها بر روی صفحه مماس

تفاضل همسایگی و نقطه مورد بررسی p-p_i در امتداد پره‌های چرخ تعادل قرار گیرد و با آن اختلاف زاویه‌ای نداشته باشد، توزیع همسایگی‌ها کاملاً همگن است.

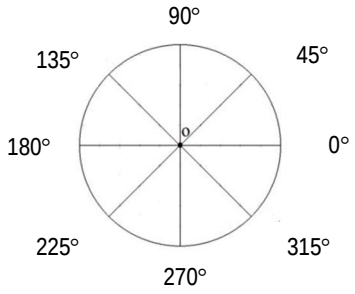
رویه انتخاب همسایگی همگن بدین شرح است: ابتدا نقطه مرکزی چرخ تعادل o بر روی نقطه مورد بررسی p قرار می‌گیرد و جهت اولین پره چرخ تعادل با بردار تفاضل اولین همسایگی و مرکز چرخ تعادل o -p_1 هم‌جهت می‌گردد. برای هر کدام از پره‌های چرخ تعادل یک نقطه همسایگی از میان 20 همسایگی، که دارای کمترین اختلاف زاویه‌ای بین جهت پره و جهت بردار تفاضل همسایگی و مرکز چرخ تعادل انتخاب می‌گردد. ضریب همگنی H برای همسایگی‌های انتخاب شده طبق رابطه (19) بدست می‌آید.

$$H = \left(\sum_{i=1}^{8} |\alpha_i| + \text{bias}\right) \times \left(\sum_{i=1}^{8} d_i\right) \qquad (19)$$

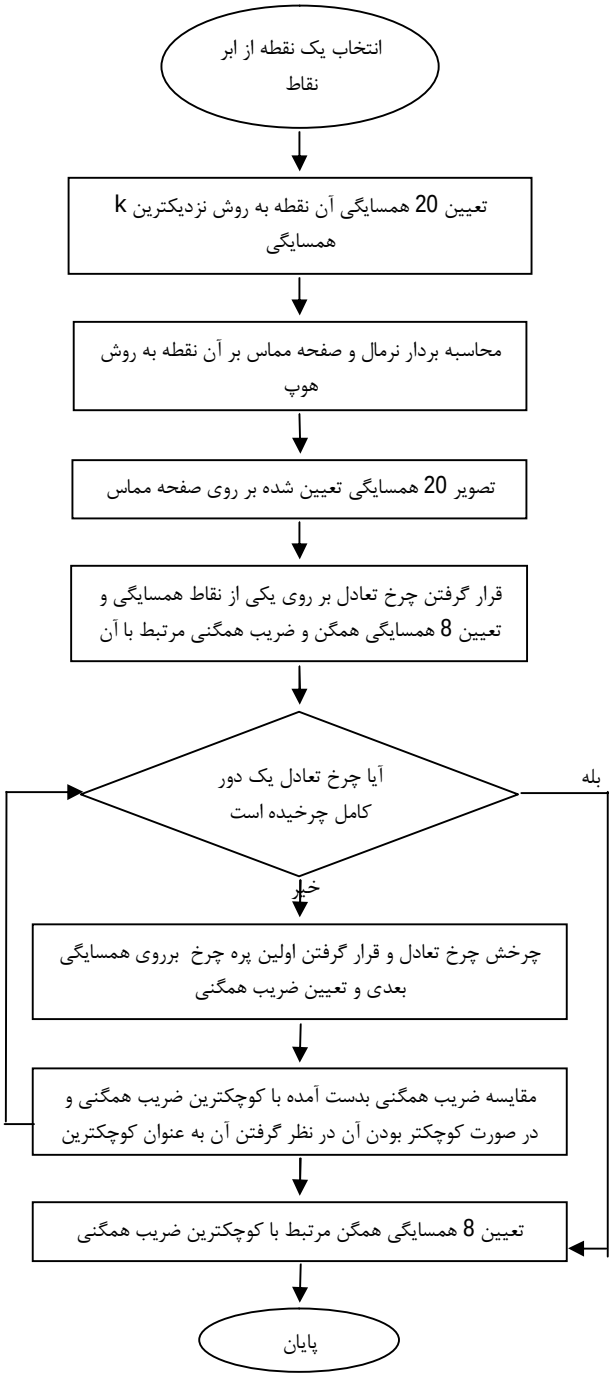
α اختلاف زاویه‌ای بین جهت پره و جهت بردار تفاضل همسایگی انتخاب شده و مرکز چرخ تعادل می‌باشد، bias عدد ثابت و d فاصله بین همسایگی انتخاب شده و مرکز چرخ تعادل است.

ضریب همگنی معرف دو خاصیت از همسایگی‌های یک نقطه می‌باشد. همانگونه که رابطه (19) نشان می‌دهد با افزایش فاصله همسایگی‌ها از نقطه مورد بررسی ضریب همگنی افزایش می‌یابد بنابراین این ضریب نشان‌دهنده دوری و نزدیکی همسایگی‌ها می‌باشد. از طرف دیگر در صورتیکه جهت بردار تفاضل همسایگی‌ها و مرکز چرخ تعادل با جهت پره‌ها اختلاف داشته باشند این اختلاف α باعث افزایش مقدار ضریب همگنی می‌گردد. لذا می‌توان نتیجه گرفت هرچقدر مقدار ضریب همگنی کمتر باشد همسایگی‌ها حتی‌المکان دارای نزدیکترین فواصل به نقطه مورد بررسی با توزیع یکنواخت حول آن نقطه می‌باشند. در نظر گرفتن مقدار ثابت در رابطه (19) بدین دلیل بوده است که در صورتیکه در حالت ایده‌آل هیچگونه اختلاف α وجود نداشته باشد تأثیر فاصله تا نقطه مورد بررسی در محاسبه ضریب همگنی حذف نگردد.

در مرحله بعد پس از اینکه ضریب همگنی برای اولین نقطه بدست آمد، چرخ تعادل حول نقطه o شروع به چرخش نموده و جهت اولین پره آن با بردار تفاضل دومین نقطه از مجموعه 20 همسایگی و مرکز چرخ تعادل o -p_2 هم‌جهت می‌گردد. همانند مرحله اول برای هر کدام از پره‌های چرخ تعادل یک نقطه همسایگی از میان 20 همسایگی، که دارای کمترین اختلاف زاویه‌ای بین جهت پره و جهت بردار تفاضل همسایگی و مرکز چرخ تعادل انتخاب می‌گردد و ضریب همگنی برای همسایگی‌های انتخاب شده مجدداً بدست می‌آید. این کار برای تمامی مجموعه 20 همسایگی تکرار می‌گردد. در نهایت همسایگی‌های مرتبط با کوچکترین مقدار ضریب همگنی به عنوان همسایگی همگن انتخاب می‌گردند. به منظور مشخص شدن صریح‌تر، مراحل انتخاب همسایگی‌ها در قالب یک روند نما در شکل 7 نشان داده شده است.



شکل 6 چرخ تعادل برای 8 همسایگی همگن



شکل 7 روند نمای تعیین همسایگی همگن

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-20]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1394.15.1.47.3]

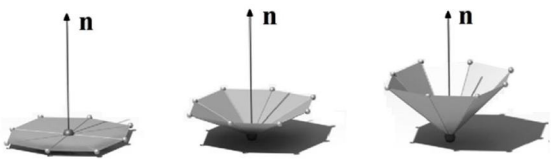
4- انحنای چتری

انحنای سطوح و در نظر گرفتن یک انحنای محلی برای نقاط سطح به عنوان یک ویژگی راه دیگری را برای حل چالش‌های مرتبط با استخراج داده‌ها از ابرهای نقاط گشوده است. انحنا یک خاصیت هندسی از جزء سطح است و می‌تواند تغییرات شکل سطح را بیان نماید. انحنا نسبت به دوران و جابه‌جایی ناوردا است و تبدیلات جابه‌جایی و دوران تأثیری بر آن ندارد. در پژوهش حاضر روش جدیدی برای تعیین انحنای ابرهای نقاط تعریف گردیده که نیازی به برازش سطح بر روی نقاط نداشته و فقط از مختصات همسایگی‌ها استفاده می‌نماید. این روش جدید علاوه بر ناوردا بودن به تبدیلات جابه‌جایی و دوران نسبت به مقیاس نیز ناوردا بوده و بزرگنمایی تأثیری بر مقدار انحنای محاسبه ندارد. هدف از تخمین انحنای سطح در کار حاضر استفاده از آن در کاربردهای مرتبط با ابرهای نقاط است. برخی از این کاربردها استخراج لبه‌ها، نویززدایی ابر نقاط، بخش‌بندی ابرنقاط، کاهش داده‌ها و هم‌مرجع‌سازی ابر نقاط می‌باشند.

برای محاسبه مقدار انحنای چتری در مرحله اول بر کمک 20 همسایگی نقطه مورد نظر از روش هوپ بردار نرمال سطح بدست آمده و پس از آن با تصویر این همسایگی‌ها بر روی صفحه مماس در آن نقطه با روش توضیح داده شده در بخش 3، تعداد 8 همسایه همگن انتخاب می‌شود. بردار نرمال تصحیح شده با استفاده از همسایگی‌های انتخاب شده مورد محاسبه قرار می‌گیرد. در نهایت مقدار انحنای چتری k_{um} بر اساس جمع تصاویر بردارهای واحد تفاضل همسایگی‌ها و نقطه مورد بررسی، بر بردار نرمال سطح طبق رابطه (20) بدست می‌آید.

$$k_{\mathrm{um}} = \sum_{i=1}^{8} \mathrm{ABS}\left(\frac{(N_i - p)}{|N_i - p|} \cdot n\right) \qquad (20)$$

n بردار نرمال، N_i مختصات همسایگی و p مختصات نقطه مورد بررسی است. بنابراین مقدار انحنا در این روش برای هر نقطه بسته به موقعیت نقاط همسایگی و جهت بردار نرمال بین صفر تا هشت متغیر خواهد بود. برای تبیین روش پیشنهادی از یک نقطه مرکزی و 8 همسایگی همگن آن استفاده شده است که این نقاط به همراه همسایگی‌های آن‌ها تداعی کننده شکل یک چتر می‌باشند. به همین دلیل نام این روش تعیین انحنای ابرهای نقاط، انحنای چتری گذاشته شده است. وضعیت نقاط همسایگی در سه وضعیت بسته، نیمه بسته و باز چتر در شکل 8 نشان داده شده است و انحنای چتری مرتبط با هرکدام از وضعیت‌ها به همراه مختصات همسایگی‌ها در جدول 1 آورده شده است. شکل 8 نشان‌دهنده در حقیقت بیان کننده وضعیت 8 همسایگی همگن نسبت به نقطه مورد بررسی است. بردار نشان داده شده در شکل 8 نیز بردار نرمال سطح در نقطه مورد بررسی می‌باشد. همانگونه که نتایج انحناهای چتری بدست آمده نشان می‌دهد با بسته شدن چتر تصویر بردارهای حاصل از نقاط همسایگی و نقطه مرکزی بر روی بردار نرمال سطح بزرگتر بوده و در نتیجه بر اساس رابطه (20) مقدار انحنای چتری بزرگتر خواهد گردید. با باز شدن چتر تصویر بردارهای مذکور کوچکتر شده و مقدار



شکل 8 یک نقطه و 8 همسایگی آن در سه وضعیت باز، نیمه بسته و باز

انحنا کاهش می‌یابد. در صورتیکه سطح تخت باشد این بردارها بر بردار نرمال سطح عمود گشته لذا مقدار انحنای چتری سطح برابر صفر خواهد گشت. به دلیل اینکه در حین تبدیلات دوران و جابه‌جایی موقعیت نقاط همسایگی نسبت به نقطه مورد بررسی ثابت است بنابراین این روش تعیین انحنا که فقط از مختصات همسایگی نقاط در ابر نقاط استفاده می‌نماید نسبت به این تبدیلات ناوردا می‌باشد. از طرف دیگر در تعیین مقدار انحنا از بردارهای یکه استفاده می‌شود که باعث می‌شود در صورت تغییر فاصله نقاط به یک نسبت مساوی که در حین بزرگنمایی اتفاق می‌افتد راستای بردارها تغییری ننموده و در نتیجه مقدار انحنای چتری ثابت می‌ماند.

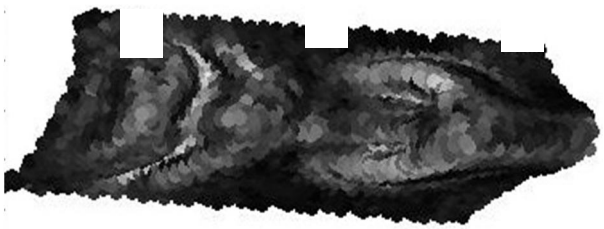
5- بکارگیری انحنای چتری در کاربردهای مختلف و نتایج

5-1- کاربرد دیداری

با افزودن ویژگی رنگ به ابر نقاط می‌توان به برخی خصوصیات سطح پی برد. در برخی پژوهش‌ها[16] به منظور بررسی کیفی انحناهای سطح ویژگی انحنا برای هریک از نقاط محاسبه می‌شود و بر اساس مقدار انحنا به نقطه مورد نظر رنگی اختصاص داده شده که نشان‌دهنده شدت انحنا در آن نقطه است. در پژوهش حاضر نیز برای بررسی کیفی محاسبه انحنای چتری برای یک ابر نقاط انحنای چتری تمامی نقاط محاسبه گردید و سپس هر نقطه بر اساس مقدار انحنا با سطح متفاوتی بین سیاه و سفید نمایش داده می‌شود. در صورت صفر بودن مقدار انحنا چتری نقطه با رنگ سیاه نمایش داده شده و با افزایش مقدار انحنا رنگ نقطه خاکستری شده و در بیشترین مقدار انحنای چتری نقطه به شکل کاملا سفید رنگ نمایش داده می‌شود. شکل 9 مقادیر انحنای چتری ابر نقاط نشان داده در شکل 3 را با استفاده از سطوح خاکستری نشان می‌دهد. ابر نقاط نمایش داده شده در شکل 9 از نظر کیفی نشان‌دهنده کارآیی قابل قبول این روش تخمین انحنا در ابرهای نقاط دارد. ابر نقاط مورد آزمون از انواع سطوح پیچیده تشکیل گردیده و شکل بوجود آمده از تخمین انحناها نشان از درستی تخمین انحنا با روش پیشنهادی دارد.

5-2- تعیین منحنی‌ها و خطوط در ابر نقاط

از انحنا برای تشخیص لبه‌ها خطوط و منحنی‌های خاص یک قطعه بکار می‌رود. در این پژوهش به منظور ارزیابی روش تخمین انحنای چتری، از آن برای استخراج منحنی موجی شدن سطح برش، در برش جت آب همراه با ذرات ساینده استفاده گردید. همانگونه که در شکل 10 نشان داده شده است سطح برش بدلیل کاهش انرژی ذرات ساینده و جت آب در عمق‌های بیشتر برش شکل موجی خاصی پیدا می‌نماید. موجی شدن سطح ناشی از برش جت آب استریشن[1] نامیده می‌شود. به منظور مشخص نمودن معادله منحنی موج‌های ایجاد شده در سطح برش، لبه‌های برش قطعه بریده شده با فرآیند جت آب همراه با ذرات ساینده از جنس آلیاژ تیتانیوم Ti-6Al-4V اسکن سه‌بعدی گردید.



شکل 9 نمایش انحنای چتری با استفاده از سطوح خاکستری

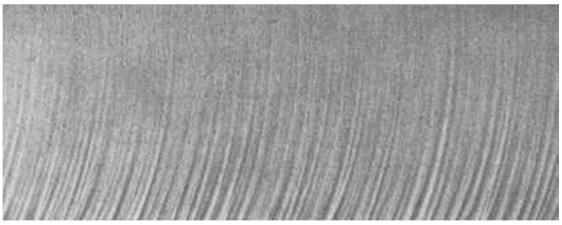
1- striation

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-20]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1394.15.1.47.3]

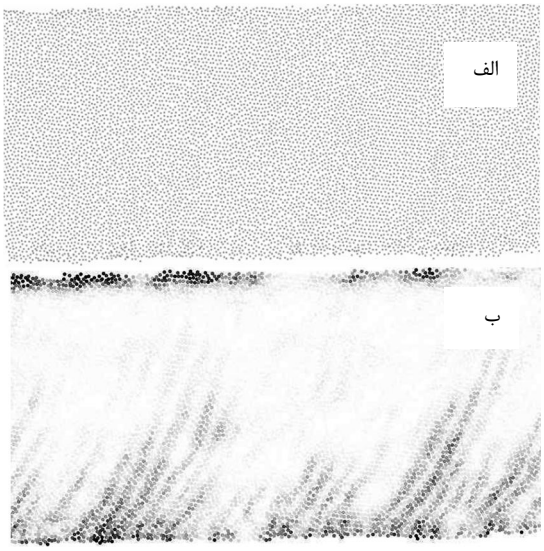
جدول 1 مختصات نقاط و همسایگی‌های نشان داده شده در شکل 8 و انحنای چتری مرتبط

وضعیت چتر		نقطه مورد بررسی	همسایگی 1 (mm)	همسایگی 2 (mm)	همسایگی 3 (mm)	همسایگی 4 (mm)	همسایگی 5 (mm)	همسایگی 6 (mm)	همسایگی 7 (mm)	همسایگی 8 (mm)	انحنای چتری
بسته	x	1	0/2	0	0/2	1	1/8	2	1/8	1	5/4775
	y	1	0/2	1	1/8	2	1/8	1	0/2	0	
	z	0	1	1	1	1	1	1	1	1	
نیمه بسته	x	1	0/2	0	0/2	1	1/8	2	1/8	1	3/4058
	y	1	0/2	1	1/8	2	1/8	1	0/2	0	
	z	0	0/5	0/5	0/5	0/5	0/5	0/5	0/5	0/5	
باز	x	1	0/2	0	0/2	1	1/8	2	1/8	1	0
	y	1	0/2	1	1/8	2	1/8	1	0/2	0	
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	

به منظور تعیین منحنی موج‌ها ابتدا نقاط شکل موج با استفاده از انحنای چتری مشخص می‌شود. پس از تعیین نقاط با مقدار انحنای بیشتر، منحنی استریشن با استفاده از مختصات این نقاط به دست می‌آید. شکل 11 ابر نقاط سطح برش خورده را نمایش می‌دهد. در قسمت ب شکل 11 به منظور نمایش نقاط انتخاب شده برای تعیین منحنی نقاط با انحنای بیشتر تیره‌تر گردیده‌اند و نقاط قرار گرفته بر روی سطوح تخت به رنگ سفید نمایش داده شده‌اند. در حقیقت سطوح خاکستری نشان داده شده در شکل برای هر نقطه بیان‌کننده انحنای چتری در آن نقطه می‌باشند.



شکل 10 سطح برش خورده توسط برش جت آب



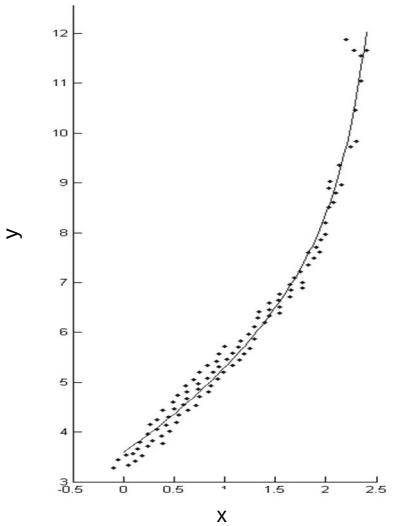
شکل 11 الف- ابرنقاط سطح برش خورده ب- سطوح خاکستری انحنای چتری سطح برش خورده

با جدا نمودن نقاط با انحنای بیشتر و برازش منحنی بر آن معادله منحنی موجی شدن سطح در برش طبق رابطه (21) بدست می‌آید. ضریب همبستگی R بین داده‌ها و معادله منحنی 0/98 می‌باشد. داده‌ها به همراه منحنی برازش شده در شکل 12 نشان داده شده است.

$$f(x) = 3.594e^{0.386x} + 0.0002035e^{3.992x} \quad (21)$$

3-5- هم‌مرجع‌سازی ابرهای نقاط

اسکنر لیزری به طور کلی با نمونه‌برداری و ارائه سه بعدی تعداد بسیار زیادی از نقاط سطوح اشیاء، سطوح را بازیابی می‌نماید. از آنجا که اسکنرهای لیزری دارای یک میدان دید محدود می‌باشند، برای جمع آوری داده‌های کلیه سطوح یک شی نیاز به داده‌برداری از جهات مختلف وجود دارد که این داده‌ها در دستگاه‌های مختصات مختلفی با توجه به موقعیت اسکنر نسبت به قطعه بدست می‌آیند. داده‌های استخراج شده برای بازیابی کلیه سطوح یک قطعه باید به یک سیستم مختصات واحد تبدیل گردند. رویه تبدیل مختصات ابرهای نقاط به یک سیستم مختصات، هم‌مرجع‌سازی ابرهای نقاط نامیده می‌شود[7].



شکل 12 برازش منحنی بر نقاط با ویژگی انحنای چتری بیشتر

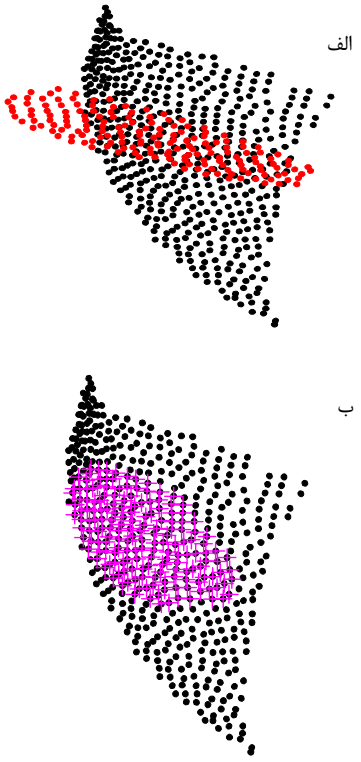
[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-20]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1394.15.1.47.3]

به منظور ارزیابی کمی کارآیی روش پیشنهادی، هم‌مرجع‌سازی دو ابر نقاط توسط انحناهای بدست آمده انجام پذیرفت. به منظور بررسی کارآیی انحنای چتری در هم‌مرجع‌سازی از یک ابر نقاط شامل 500 نقطه به عنوان ابر نقاط مرجع، یک ابر نقاط کوچکتر برگرفته از آن شامل 173 نقطه استفاده گردید. 30 نقطه از نقاط ابر کوچکتر به منظور کنترل خطا ثابت در نظر گرفته شد همچنین موقعیت این نقاط در ابر نقاط مرجع ثبت گردید و مختصات سایر نقاط طبق رابطه (22) با کمک تابع رندم یکنواخت، مقداری تغییر کرد. سپس مختصات نقاط ابر نقاط دوم در یک ماتریس چرخش ضرب گردید. در نهایت هم‌مرجع‌سازی بر اساس انحناهای بدست آمده صورت پذیرفت. شکل 13 ابر نقاط قبل و بعد از هم‌مرجع‌سازی را نشان می‌دهد.

$$\begin{cases} x_{\text{new}} = x + (2 \times \text{RND} - 1) \times d_{\text{m}} \times 0.01 \\ y_{\text{new}} = y + (2 \times \text{RND} - 1) \times d_{\text{m}} \times 0.01 \\ z_{\text{new}} = z + (2 \times \text{RND} - 1) \times d_{\text{m}} \times 0.01 \end{cases} \quad (22)$$

که در این رابطه d_{m} میانگین فاصله نقاط در ابر نقاط است.

در مرحله هم‌مرجع‌سازی نقاط با انحنای مشابه بین دو ابر نقاط تشخیص داده شده و با کمک آن‌ها انطباق دو ابر نقاط صورت می‌پذیرد. در صورتیکه هم‌مرجع‌سازی کاملاً دقیق صورت پذیرفته باشد، 30 نقطه کنترلی که مختصات آن‌ها ثابت نگه داشته شده است بر 30 نقطه ثبت شده از ابر نقاط مرجع منطبق می‌گردند و در غیر اینصورت اختلاف بوجود آمده بین هر نقطه کنترلی در دو ابر نقاط به عنوان خطا در نظر گرفته می‌شود. مقدار خطا طبق رابطه (23) محاسبه می‌گردد. جدول 2 نتایج حاصل از هم‌مرجع‌سازی را با استفاده از دو روش متفاوت تعیین انحنا نشان می‌دهد.



شکل 13 الف- دو ابر نقاط قبل از هم‌مرجع سازی ب- ابرهای نقاط بعد از هم‌مرجع‌سازی

جدول 2 خطای هم‌مرجع‌سازی دو روش تخمین انحنا

انحنا	خطای هم‌مرجع‌سازی (mm)	مقدار میانگین انحنا
واریانس سطح	0/2734	0/0016
انحنای چتری	0/1675	0/0071

$$Error = \sum_{i=1}^{30} |p_i^{\text{ref}} - p_i^{\text{ind}}| \quad (23)$$

p_i^{ref} موقعیت نقاط کنترلی در ابر نقاط مرجع

p_i^{ind} موقعیت نقاط کنترلی در ابر نقاط دوم پس از هم‌مرجع‌سازی

همانگونه که نتایج حاصله نشان می‌دهد کارآیی و دقت روش پیشنهادی در سطح بالاتری قرار دارد. بررسی کمی انجام شده در مورد هم‌مرجع‌سازی بر روی یک مثال انجام گردیده و با هدف اثبات برتری انحنای چتری صورت نپذیرفته است و فقط به منظور بررسی کاربردی بودن این روش تعیین انحنا انجام شده است.

6- نتیجه‌گیری

در این مقاله روش جدیدی با نام انحنای چتری برای تخمین انحنای سطوح ابرهای نقاط ارائه گردید. این روش تعیین انحنا با استفاده از بردار نرمال سطح در نقطه مورد بررسی و مختصات نقاط همسایگی همگن مقدار انحنای مرتبط با هر نقطه را محاسبه می‌نماید. روش ارائه گردیده از داده‌های گسسته استفاده نموده و نیازی به برازش سطح بر روی نقاط برای بدست آوردن انحنای موضعی سطح ندارد. به منظور ارزیابی کارآیی روش پیشنهاد شده از آن در 3 کاربرد مختلف استفاده گردید. در کاربردهای دیداری و استخراج منحنی روش انحنای چتری از نظر کیفی مورد بررسی قرار گرفت. برای آزمون کمی نیز از هم‌مرجع‌سازی استفاده شد و نتایج حاصله با روش واریانس سطح مقایسه گردید. نتایج حاصل از بکارگیری انحنای چتری در کاربردهای دیداری، استخراج منحنی و هم‌مرجع‌سازی نشان از کاربردی بودن این روش تعیین انحنای سطوح ابرهای نقاط دارد.

7- مراجع

[1] D. O. Yang, H. Feng, On the normal vector estimation for point cloud data from smooth surface, *Computer-Aided Design,* Vol. 37, No. 10, pp. 1071–1079, 2005.
[2] H. Woo, E. Kang, S. Wang, KH. Lee, A new segmentation method for point cloud data, *International Journal of Machine Tools and Manufacture,* Vol. 42, No. 2, pp. 167–178, 2002.
[3] H. Hoppe, T. DeRose, T. Duchamp, J. McDonald, W. Stuetzle, Surface reconstruction from unorganized points, *Proceedings of the 19th annual conference on computer graphics and interactive techniques,* pp1. 71–80, 1992.
[4] X. Zexiao, X. Shang, L. Xuyong, A high-accuracy method for fine registration of overlapping point clouds, *Image and Vision Computing,* Vol. 28, No. 4, pp. 563–570, 2010.
[5] G. Schaufler, HW. Jensen, Ray tracing point sampled geometry, *Proceedings of the 11th eurographics workshop on rendering,* pp. 319–328, 2000.
[6] M. Zhihong, C. Guo, M. Yanzhao, K. Lee, Curvature estimation for meshes based on vertex normal triangles, *Computer-Aided Design,* Vol. 43, No. 12, pp. 1561–1566, 2011.
[7] B. He, Z. Lin, Y.F. Li, An automatic registration algorithm for the scattered point clouds based on the curvature feature, *Optics & Laser Technology,* Vol.46, No. 1, pp. 53–60, 2013.
[8] J. Jiang, J. Cheng, X. Chen, Registration for 3-D point cloud using angular-invariant feature, *Neurocomputing,* Vol. 72, No. 16, pp. 3839–3844, 2009.
[9] L. Linsen, *Point cloud representation,* Technical Report, Faculty of Computer Science, University of Karlsruhe, 2001.

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-20]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1394.15.1.47.3]

[10] K. Bae, D. Lichti, A method for automated registration of unorganised point clouds, *ISPRS Journal of Photogrammetry & Remote Sensing,* Vol. 63, No. 1, pp. 36–54, 2008.
[11] G.B. Arfken, *Mathematical Methods for Physicists,* 4rd edn., Academic Press Inc., 1995.
[12] M. Yang, E. Lee, Segmentation of measured point data using a parametric quadric surface approximation, *Comput-Aided Design,* Vol. 31, No. 7, pp. 449–457, 1999.
[13] J. C. Park, H. Shin, B. K. Choi, Elliptic Gabriel graph for finding neighbors in a point set and its application to normal vector estimation, *Computer-Aided Design,* Vol. 38, No. 6, pp. 619–626, 2006.
[14] JD. Boissonnat, Geometric structures for three-dimensional shape representation, *ACM Trans Graph,* Vol. 3,No. 4, pp. 266–286, 1984.
[15] A. Foorginejad, Kh. Khalili, Using homogeneous neighborhood in point clouds normal vector calculation, *Modares Mechanical Engineering,* Vol. 14, No. 5, pp. 155-163, 2014. (In Persian)
[16] M. Pauly, M. Gross, L. Kobbelt, Efficient simplification of point sampled surfaces, *Proceedings of IEEE Visualization,* pp. 163–170, 2002.

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-20]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1394.15.1.47.3]