



# کنترل تطبیقی مدل مرجع مرکب برای اجرای مانور گردش موزون در یک هواپیمای بدون دم

محمد نوابی<sup>1\*</sup>، اسماعیل کاکاوند<sup>2</sup>

1- استادیار، مهندسی هوافضا، دانشکده مهندسی فناوری‌های نوین، دانشگاه شهید بهشتی، تهران  
2- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی هوافضا، دانشکده مهندسی فناوری‌های نوین، دانشگاه شهید بهشتی، تهران  
\* تهران، صندوق پستی 1983963113، m\_navabi@sbu.ac.ir

## اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل  
دریافت: 25 فروردین 1394  
پذیرش: 17 مرداد 1394  
ارائه در سایت: 18 شهریور 1394  
کلید واژگان:  
کنترل تطبیقی مدل مرجع  
خطای مرکب  
مانور گردش موزون  
هواپیمای بدون دم  
عدم قطعیت پارامتری و غیر پارامتری

## چکیده

در این مقاله، یک کنترلر تطبیقی مدل مرجع با خطای مرکب چند ورودی-چند خروجی برای کنترل هواپیمای بدون دم ناپایدار در مانور گردش موزون طراحی شده است. به دلیل ناپایداری شدید و ویژگی‌های ظاهری خاص هواپیماهای بدون دم، نیاز به کنترلی است که بتواند این هواپیماها را در مانورها و شرایط پروازی مختلف پایدار نموده و نیز در برابر انواع عدم قطعیت‌ها مقاومت خوبی داشته باشد. گردش موزون، یک مانور عرضی-سمتی با ناپایداری کم است و کنترل هواپیمای بدون دم در این مانور مسئله دشواری می‌باشد. انجام صحیح این مانور در تمام هواپیماها از اهمیت بالایی برخوردار است. برای این منظور، یک کنترل عرضی-سمتی و یک کنترل طولی برای کنترل هر دو حرکت هواپیما طراحی شده است. ترکیب دو خطای تعقیب و پیشگویی باعث بهبود ویژگی‌های پاسخ می‌شود و یک کنترلر مدل مرجع مرکب نسبت به کنترلر مدل مرجعی که تنها با خطای تعقیب به تخمین خطا می‌پردازد دارای عملکرد بهتری است و این ویژگی‌ها می‌تواند در کنترل سیستم‌هایی مانند هواپیماهای بدون دم که ناپایداری زیادی دارند، مفید واقع شود. برای این منظور پس از استخراج معادلات حرکت هواپیما و اعمال شرایط مربوط به مانور گردش موزون، یک کنترلر تطبیقی مدل مرجع برای یک هواپیمای بدون دم در حضور عدم قطعیت‌های پارامتری و غیر پارامتری طراحی می‌شود. نتایج شبیه‌سازی‌ها نشان-دهنده دقت این کنترلر در پایدارسازی هواپیما در مانور گردش موزون و نیز مقاومت سیستم کنترلی در برابر عدم قطعیت‌ها است.

## Combined model-reference adaptive controller for coordinated turn of a tailless aircraft

Mohammad Navabi\*, Esmaeel Kakavand

New Technologies Engineering Faculty, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran.

\* P.O.B. 1983963113, Tehran, Iran, m\_navabi@sbu.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 14 April 2015  
Accepted 08 August 2015  
Available Online 09 September 2015

#### Keywords:

Model-Reference Adaptive Controller  
Combined Error  
Coordinated Turn Maneuver  
Tailless Aircraft  
Parametric and Non-Parametric  
Uncertainties

### ABSTRACT

Due to instability and specific configuration of tailless aircraft, there should be a controller with capability of stabilizing the aircraft in various maneuvers and flight conditions and also to have desired robustness against different parametric and non-parametric uncertainties. In this paper, we design a multi input-multi output combined model-reference adaptive controller for a tailless aircraft. Coordinated turn is itself an unstable maneuver. The addition of the instability of this maneuver and the instability of a tailless aircraft causes a highly unstable situation. Combined model-reference adaptive control benefits the aggregation of the tracking error and prediction error. Combining these two sources of errors alleviates the transient response characteristics, and a combined model-reference adaptive controller has better performance compared to the classical model-reference adaptive controllers (with tracking error as the only source of parameter estimation error), and this property could be useful in highly unstable systems like tailless aircraft. Here, after extracting the equations of motion of an aircraft and exerting the conditions of coordinated turn maneuver, we design a combined model-reference adaptive controller for a tailless aircraft. The simulation results show accuracy of the designed controller in stabilizing the aircraft during the coordinated turn maneuver and its robustness against uncertainties.

### 1- مقدمه

متداول سخت و یا غیرممکن است، می‌باشند. از طرفی ویژگی‌های منحصر به فرد این هواپیماها که توانایی‌های آن‌ها را سبب شده است، باعث ناپایداری ذاتی این پرنده‌ها گردیده است. در نتیجه نیاز به استفاده از کنترلرهای قوی و کارآمد برای پایدارسازی و کنترل این قبیل از هواپیماها می‌باشد. کنترل هواپیماهای بدون دم مورد توجه محققان و متخصصان در حوزه

هواپیماهای بدون دم به دلیل دارا بودن مزایایی چون وزن و درگ کم‌تر نسبت به هواپیماهای دیگر، مانورپذیری بیشتر، رادارگریزی زیاد و عواملی از این قبیل، مورد توجه صنعت هوافضایی و دفاعی بسیاری از کشورها قرار گرفته است. این هواپیماها قادر به انجام مانورهایی که برای هواپیماهای

Please cite this article using:

M. Navabi, E. Kakavand, Combined model-reference adaptive controller for coordinated turn of a tailless aircraft, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 10, pp. 117-127, 2015 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

محدودیت تخمین پارامتر برای تخصیص کنترل در هنگام وقوع آسیب دیدگی است. در مرجع [10] به طراحی کنترل تطبیقی L1 برای سیستم حلقه باز چند ورودی-چند خروجی هواپیمای بدون سرنشین ناپایدار پرداخته شده است. این کنترل برای افزایش مقاومت در برابر از کار افتادن عملگرهای کنترلی و نیز عدم قطعیت پیچ<sup>5</sup> طراحی گردیده است. مزیت کنترل تطبیقی L1 توانایی آن در انطباق سریع و مقاوم است که باعث دستیابی به پاسخ گذرای مطلوب می‌شود.

تمامی این مقالات نشان دهنده اهمیت استفاده از یک کنترل کارآمد و مناسب در کنترل هواپیماهای بدون دم است. البته در بیشتر مقالات نام برده شده، مدل‌سازی‌ها بر روی هواپیماهایی با پایداری ذاتی مطلوب انجام گرفته است. هم‌چنین برای قوانین تطبیق، از شبکه‌های عصبی و یا تنها خطای تعقیب استفاده گردیده است و نیز شبیه‌سازی‌ها عمدتاً برای کنترل حرکت طولی هواپیما صورت گرفته و مانور ناپایداری در نظر گرفته نشده است.

در مقاله حاضر به کنترل مانور گردش موزون یک هواپیمای بدون دم پرداخته می‌شود. مانور گردش موزون دارای کاربردهای فراوانی در هواپیماها و حتی هلی‌کوپترها است. عکس‌برداری و فیلم‌برداری هوایی، گشت هوایی، تغییر مسیر هواپیما، انجام فاز هوایی تاخیر<sup>6</sup> در صورت شلوغی فرودگاه جهت کسب اجازه برای فرود، آب‌رسانی به مناطق دچار آتش‌سوزی و بسیاری موارد دیگر را می‌توان از کاربردهای این مانور مهم دانست. برخلاف هواپیماهای انتخاب شده در اکثر مراجع ذکر شده، هواپیماهای بدون دم به دلیل ساختارشان، دارای ناپایداری و کوپلینگ‌های شدید حرکتی در حرکت عرضی-سمتی می‌باشند و این کوپلینگ‌ها در مانور گردش موزون که دارای پایداری کمی است، بیش از پیش نقش ایفا می‌کنند. کنترل انتخاب شده در این مقاله، کنترل تطبیقی مدل مرجع مرکب می‌باشد که در قوانین تطبیق از هر دو خطای تعقیب و خطای پیشگویی استفاده می‌نماید و این امر باعث بهبود در پاسخ‌های به دست آمده می‌شود. به دلیل ناشناخته بودن سیستم تحت بررسی در این نوع کنترلرها، نیاز به تعریف یک مدل مرجع با رفتار مطلوب و مشخص است. هدف کنترل تطبیقی مدل مرجع یافتن ورودی‌های کنترلی است به نحوی که پارامترهای سیستم اصلی، رفتار پارامترهای مدل مرجع را تعقیب نموده و در نتیجه خطای تعقیب به سمت صفر میل کند. در کنترل تطبیقی مدل مرجع مرکب، علاوه بر خطای تعقیب، خطای پیشگویی نیز باید مقادیر نزدیک به صفر را داشته باشد.

ساختار مقاله به این صورت است که در بخش بعدی روابط مورد نیاز برای طراحی کنترل تطبیقی مدل مرجع مرکب در سه قسمت آورده می‌شود. در دو قسمت اول معادلات مربوط به هر یک از خطاهای تعقیب و پیشگویی به صورت مجزا آورده شده و در قسمت سوم با ترکیب این دو دسته معادلات، روابط برای خطای مرکب استخراج می‌شود. در بخش سوم، روابط مورد نیاز برای طراحی مدل مرجع نوشته شده و سپس، معادلات حرکت هواپیما در مانور گردش موزون، در بخش چهارم ارائه می‌شود. در ادامه و در بخش پنجم، به شبیه‌سازی رفتار هواپیمای بدون دم و ناپایدار مورد نظر در مانور گردش موزون و با اعمال کنترل طراحی شده پرداخته می‌شود. در ابتدا یک مانور گردش موزون معمولی با یک مسیر دایروی حرکت طراحی می‌شود و پس از آن به طراحی یک مانور با دو مسیر دایروی پرداخته می‌گردد. در انتها و در بخش ششم نیز به جمع‌بندی و نتیجه‌گیری از موارد مطرح شده در بخش‌های قبلی پرداخته می‌شود.

هوافضا قرار دارد و روش‌های کنترلی گوناگونی برای اصلاح رفتار این پرنده‌ها به کار گرفته شده است. برای مثال در [1] با دو روش کنترل مقاوم و دینامیک معکوس، یک سیستم کنترل پرواز برای ترکیب حرکت‌های طولی و عرضی - سمتی یک هواپیمای بدون دم طراحی شده است. این سیستم کنترل با ترکیب روش‌های دینامیک معکوس و سنتز<sup>1</sup>  $\mu$  برای بهبود پایداری، کیفیت پروازی، عملکرد و مقاومت سیستم، تحت عدم قطعیت‌ها طراحی شده است. در [2] نحوه طراحی یک کنترل پرواز برای هواپیمای بدون دم با تعدادی سطح کنترلی متداول و غیر متداول ارائه شده است. این کنترل چند بخشی است و این کار برای بهره بردن از ویژگی‌های هر بخش مجزا که عبارت‌اند از تخمین پارامتر، تخصیص کنترلی و کنترل فیدبک مقاوم در نظر گرفته شده است. در [3] کنترل پرواز طولی مقاوم برای یک هواپیمای بدون دم بدون سرنشین طراحی شده که شامل یک کنترل مقاوم گسسته به روش تئوری فیدبک کمی<sup>2</sup> می‌باشد که عملکرد و مقاومت مطلوب هواپیما در محدوده پروازی موردنظر را به همراه دارد. در [4] با روش تخصیص مقدار ویژه<sup>3</sup> به شناسایی خطا و نیز طراحی کنترل برای یک هواپیمای بدون دم پرداخته شده و کنترل خودتنظیم مدل‌سازی شده با ترکیب مشاهده‌گر شناسایی خطا و کنترل پرواز تخصیص مقدار ویژه طراحی شده است. موارد بسیار دیگری وجود دارد که به طراحی کنترل برای یک هواپیمای بدون دم پرداخته است.

در این میان کنترل تطبیقی به دلیل توانایی در تخمین آنلاین پارامترهای دارای عدم قطعیت کنترلی و سیستم، می‌تواند ابزار بسیار مفیدی در کنترل انواع اجسام پرنده در حضور عدم قطعیت‌های گوناگون و نیز کوپلینگ‌های حرکتی باشد. برای مثال در [5] ضمن اشاره به کاربرد گسترده کنترل‌های تطبیقی در کنترل انواع سیستم‌های دینامیکی، به ارائه روشی برای قابل پیش‌بینی نمودن پاسخ‌های به دست‌آمده از کنترل تطبیقی پرداخته شده است. کنترل به‌کاررفته، تطبیقی مدل مرجع با خطای تعقیب می‌باشد که نوع کلاسیک این مدل کنترلرها است. روش ارائه شده بر روی حرکت طولی هواپیمای بوئینگ 747 که یک هواپیمای مسافربری با پایداری ذاتی مطلوب می‌باشد اعمال گردیده است. در [6]، یک کنترل فیدبک خارجی برای کنترل حرکت طولی یک هواپیما طراحی گردیده است. برای طراحی این کنترل از روش تطبیقی گام به عقب<sup>4</sup> استفاده شده و قادر به تعقیب ورودی‌های مرجع مطلوب داده شده به آن می‌باشد. شبیه‌سازی‌ها برای یک هواپیمای بدون سرنشین ذاتاً پایدار برای دو شرایط پروازی پایا و نیز در حضور یک اغتشاش ناپایدار کننده صورت گرفته است. در [7] یک سیستم کنترل پرواز تطبیقی مرجع بر پایه روش کنترلی غیرخطی دینامیک معکوس برای کنترل طولی یک هواپیما طراحی شده است.

از روش‌های کنترلی تطبیقی برای کنترل هواپیماهای بدون دم نیز در مواردی استفاده شده است. به عنوان نمونه، در [8] کنترل پرواز تطبیقی مستقیم با قابلیت تنظیم مجدد، در یک هواپیمای جنگنده بدون دم طراحی گردیده است. قانون کنترلی بر پایه کنترل دینامیک معکوس می‌باشد. هم‌چنین یک شبکه عصبی آنلاین برای تنظیم نمودن خطای بین پاسخ مطلوب و پاسخ واقعی به کار رفته است. مرجع [9] به ارائه یک کنترل تطبیقی مستقیم بر پایه شبکه عصبی برای کنترل پرواز هواپیمای بدون دم می‌پردازد. مزیت استفاده از این کنترل عدم نیاز به تخمین پارامتر در فاز بازیابی و نیز

1-  $\mu$ -Synthesis  
2- Quantitative Feedback Theory (Qft)  
3- Eigen-Structure Assignment  
4- Adaptive Back-Stepping

5- Pitch Break  
6- Loiter

$$\begin{aligned}\dot{K}_x &= -\Gamma_x x e^T P B \\ \dot{K}_r &= -\Gamma_r r e^T P B \\ \dot{\Theta} &= \Gamma_\Theta \Phi(x) e^T P B\end{aligned}\quad (7)$$

قوانین تطبیق (7) از تئوری لیاپانوف به دست آورده می‌شوند. در این دسته معادلات  $\Gamma_\Theta \in R^{N \times N}$  و  $\Gamma_r \in R^{m \times m}$ ،  $\Gamma_x \in R^{n \times n}$  ماتریس‌های نرخ تطبیق هستند.  $P \in R^{n \times n}$  یک ماتریس مثبت متقارن (متغیر) است که از معادله جبری لیاپانوف (8) به دست می‌آید:

$$A_{ref}^T P + P A_{ref} = -Q_{lyap} \quad (8)$$

در (8)،  $Q_{lyap} \in R^{n \times n}$  یک ماتریس مثبت متقارن است.

## 2-2- کنترل تطبیقی مدل مرجع با خطای پیشگویی

در این قسمت به ارائه معادلات مربوط به تخمین پارامتر به کمک خطای پیشگویی پرداخته می‌شود. برای این منظور از فیلتر کردن دینامیک سیستم (1) با استفاده از قوانین تخمین پارامتر مبتنی بر گرادیان استفاده می‌شود. با معرفی دینامیک فیلتر پایدار (9):

$$\dot{X}_f + \lambda_f X_f = \lambda_f X \quad (9)$$

رابطه (10) نتیجه می‌شود:

$$X_f = \left( \frac{\lambda_f}{s + \lambda_f} \right) X \quad (10)$$

در (10)،  $S$  پارامتر لاپلاس و  $\lambda_f > 0$  ثابت معکوس فیلتر می‌باشند. با فیلتر کردن دو طرف معادله (1)، معادله (11) به دست می‌آید:

$$\dot{X}_f - A X_f = B \Lambda (u_f + v_f + \Theta^T \Phi_f) \quad (11)$$

با فرض این که ماتریس  $B$  دارای مرتبه<sup>3</sup> کامل باشد، رابطه (12) به دست می‌آید:

$$\left( \frac{B^T B}{Y} \right)^{-1} B^T (\dot{X}_f - A X_f) = \Lambda (u_f + \Theta^T \Phi_f - K_X^T X_f) \quad (12)$$

در (12)، پارامترهای با اندیس  $f$  پارامترهای فیلتر شده‌اند و  $Y$  خروجی سیستم فیلتر شده است. به کمک تخمین پارامترهای فیلتر شده در معادله (12) می‌توان خروجی تخمین زده شده  $\hat{Y}$  را از (13) محاسبه کرد:

$$\hat{Y} = \hat{\Lambda} (u_f + \hat{\Theta}^T \Phi_f - \hat{K}_X^T X_f) \quad (13)$$

پارامترهای مجهول  $\hat{K}_X \in R^{n \times m}$ ،  $\hat{\Theta} \in R^{m \times N}$  و  $\hat{\Lambda} \in R^{m \times m}$  از (14) به دست می‌آید:

$$\begin{aligned}\dot{\hat{K}}_X &= \Gamma_X X_f e_1^T \\ \dot{\hat{\Theta}} &= -\Gamma_\Theta \Phi_f e_1^T \\ \dot{\hat{\Lambda}} &= -\Gamma_\Lambda (u_f + \hat{\Theta}^T \Phi_f - \hat{K}_X^T X_f - \hat{K}_r^T r_f) e_1^T\end{aligned}\quad (14)$$

در این دسته معادلات،  $\Gamma_\Lambda \in R^{m \times m}$  و  $\Gamma_\Theta \in R^{N \times N}$ ،  $\Gamma_X \in R^{n \times n}$  ماتریس‌های نرخ تطبیق و  $e_1 \in R^m$  خطای پیشگویی است که از (15) به دست می‌آید.

$$e_1 = \hat{Y} - Y \quad (15)$$

## 2- طراحی کنترل تطبیقی مدل مرجع مرکب

در این بخش به طراحی کنترل مدل مرجع مرکب پرداخته می‌شود. طراحی این کنترل در سه قسمت کنترل تطبیقی مدل مرجع با خطای تعقیب [12،11]، کنترل تطبیقی مدل مرجع با خطای پیشگویی [12] و قانون تطبیق مرکب [13،12] انجام می‌گردد.

### 1-2- کنترل تطبیقی مدل مرجع با خطای تعقیب

یک کنترل تطبیقی مدل مرجع مرکب از دو خطای تعقیب و پیشگویی برای تخمین پارامترهای کنترلر استفاده می‌نماید. در این قسمت به ارائه روابط مربوط به خطای تعقیب پرداخته می‌شود. برای این منظور سیستم چند ورودی - چند خروجی (1) را در نظر می‌گیریم:

$$\dot{x} = Ax + B \Lambda (u + f(x)) \quad (1)$$

در (1)،  $x \in R^n$  بردار حالت،  $u \in R^m$  ورودی کنترلی،  $A \in R^{n \times n}$  و  $B \in R^{n \times m}$  ماتریس‌های ثابت،  $\Lambda \in R^{m \times m}$  یک ماتریس قطری مثبت با اعضای کم‌تر از، نقش تضعیف کننده اثر ورودی کنترلی و افزایش دهنده تلاش کنترلی را دارد و  $f(x)$  نیز تابع عدم قطعیت‌های پارامتری هستند.  $f(x)$  را می‌توان به صورت ترکیبی از ماتریس پارامترهای مجهول  $\Theta \in R^{N \times m}$  و بردار رگرسیون معلوم  $\Phi(x) \in R^N$  به صورت (2) نمایش داد:

$$f(x) = \Theta^T \Phi(x) \quad (2)$$

هدف از طراحی این بخش از کنترلر یافتن ورودی  $u$  است به گونه‌ای که متغیرهای حالت سیستم (1)، متغیرهای حالت مدل مرجع (3) را به صورت مجانبی تعقیب نمایند و خطای تعقیب (4) به صفر میل کند:

$$\dot{X}_{ref} = A_{ref} X_{ref} + B_{ref} W \quad (3)$$

$$e = x - X_{ref} \quad (4)$$

رفتار مدل مرجع (3) رفتار مورد انتظار سیستم تحت کنترل را نمایش می‌دهد. در (3)،  $X_{ref} \in R^n$  متغیرهای حالت مدل مرجع و  $W \in R^m$  یک سیگنال فرمان مجازی را نمایش می‌دهد. همچنین  $A_{ref} \in R^{n \times n}$  و  $B_{ref} \in R^{n \times m}$  ماتریس‌های مدل مرجع می‌باشند. برای برقراری شرط تطبیق<sup>1</sup>، ماتریس  $A_{ref}$  و  $B_{ref}$  از (5) به دست می‌آید:

$$\begin{aligned}A_{ref} &= A - B \Lambda K_X^T \\ B_{ref} &= B \Lambda K_r^T\end{aligned}\quad (5)$$

در این معادله،  $K_X \in R^{n \times m}$  ماتریس متغیر می‌باشد به گونه‌ای که ماتریس متغیر  $A_{ref}$  هرویتز<sup>2</sup> شود.  $K_r \in R^{m \times m}$  نیز یک ماتریس ثابت می‌باشد. فرم ورودی کنترلی در (6) نشان داده شده است:

$$u = \hat{K}_X^T x + \hat{K}_r^T r - \hat{\Theta}^T \Phi(x) \quad (6)$$

در (6)،  $\hat{K}_\Theta \in R^{N \times m}$ ،  $\hat{K}_r \in R^{m \times m}$ ،  $\hat{K}_X \in R^{n \times m}$  پارامترهای مجهول کنترلر هستند که از قوانین تطبیق (7) به دست می‌آیند:

1- Matching Condition  
2- Hurwitz

## 3-2- قانون تطبیق مرکب

در این قسمت که هدف اصلی مقاله می‌باشد به استخراج معادلات قوانین تطبیق با ترکیب دو خطای تعقیب و پیشگویی پرداخته می‌شود. برای این منظور دینامیک سیستم با (1)، خطای تعقیب با (4) و خطای پیشگویی با (15) نشان داده می‌شوند. همچنین ورودی کنترلی از رابطه (6) محاسبه می‌شود. قوانین تطبیق مرکب با (16) نشان داده شده‌اند:

$$\begin{aligned}\dot{K}_x &= -\Gamma_x (x e^T P B - \gamma_c x_f e_1^T) \\ \dot{K}_r &= -\Gamma_r (r e^T P B - \gamma_c r_f e_1^T) \\ \dot{\Theta} &= \Gamma_\Theta (\Phi(x) e^T P B - \gamma_c \Phi_f e_1^T) \\ \dot{\Lambda} &= -\Gamma_\Lambda (u_f + \hat{\Theta}^T \Phi_f - \hat{K}_x^T x_f - \hat{K}_r^T r_f) \gamma_c e_1^T\end{aligned}\quad (16)$$

در (16)،  $\gamma_c > 0$  پارامتر نشان‌دهنده تأثیر خطای پیشگویی نسبت به خطای تعقیب است.

## 3- طراحی مدل مرجع

در کنترل تطبیقی مدل مرجع، به دلیل نامعلوم بودن سیستم کنترل شونده و متغیرهای آن، نیاز به یک مدل مرجع با دینامیک مطلوب و پایدار می‌باشد تا سیستم موردنظر، رفتار خود را با رفتار مطلوب این مدل، تطبیق دهد. مدل مرجع هواپیمای بدون دم به کار گرفته شده در این مقاله به کمک روش تعقیب بهینه<sup>1</sup> [15,14] به دست می‌آید.

برای ایجاد مدل مرجع از روش تعقیب بهینه، فرض می‌شود که معادله دینامیکی مدل مرجع (3) با رابطه (17) معادل است:

$$\dot{x}_{ref} = A_{ref} x_{ref} + B_{ref} w = A x_{ref} + B r \quad (17)$$

در این رابطه،  $r \in R^m$  ورودی مرجع است. هدف از حل مسأله تعقیب بهینه به دست آوردن ورودی مرجع  $r$  است به نحوی که حالت مدل مرجع  $x_{ref}$ ، حالت فرمان داده شده  $x_c$  را تعقیب نماید و تابع هزینه (18) مینیمم شود.

$$J = \frac{1}{2} \|x_{ref}(t_f) - x_c(t_f)\|_H^2 + \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} \left\{ \|x_{ref}(t) - x_c(t)\|_Q^2 + \|r(t)\|_R^2 \right\} dt \quad (18)$$

$H \in R^{n \times n}$ ،  $Q \in R^{n \times n}$  ماتریس‌های ثابت وزنی مثبت نیمه مؤکد و  $R \in R^{m \times m}$  ماتریس ثابت وزنی مثبت مؤکد هستند. همچنین  $t_0$  و  $t_f$  به ترتیب برابر با زمان ابتدا و انتهای محاسبات می‌باشند. فرم ورودی مرجع بهینه در (17) برابر است با:

$$\begin{aligned}r(t) &= -R^{-1} B^T K(t) x_{ref}(t) - R^{-1} B^T z(t) \\ &\triangleq F(t) x_{ref}(t) + w(t)\end{aligned}\quad (19)$$

در (19)،  $F(t) \in R^{m \times n}$  و  $w(t) \in R^m$  به ترتیب ماتریس بهره فیدبک و سیگنال فرمان می‌باشند.  $K(t) \in R^{n \times n}$  و  $z(t) \in R^n$  به کمک دو معادله دیفرانسیل (20) و (21) به دست آورده می‌شوند. این دو معادله دیفرانسیل به صورت گام به عقب حل می‌شوند:

$$\dot{K}(t) = -K(t)A - A^T K(t) - Q + K(t)BR^{-1}B^T K(t) \quad (20)$$

$$\dot{z}(t) = -(A^T - K(t)BR^{-1}B^T)z(t) + Qx_c(t) \quad (21)$$

مقادیر نهایی  $K_x(t)$  و  $z(t)$  برابر با  $H$  و  $-HX_c(t_f)$  می‌باشند. با حل این دو معادله می‌توان ورودی مرجع و نیز متغیرهای حالت مدل مرجع را در هر لحظه محاسبه نمود. همچنین با قرار دادن ورودی مرجع به دست آمده از (19) در (17) و برابری با ماتریس‌های به دست آمده با (5) خواهیم داشت:

$$K_x^T = -\Lambda^{-1} F(t) \quad (22)$$

$$K_r^T = \Lambda^{-1} \quad (23)$$

## 4- معادلات حرکت مانور گردش موزون هواپیما

در معادلات حرکت عرضی-سمتی هواپیما، چهار متغیر حالت زاویه سرش جانبی ( $\beta$ )، نرخ رول ( $p$ )، نرخ یاو ( $r$ ) و زاویه رول ( $\varphi$ ) در نظر گرفته می‌شوند. معادله حرکت هواپیما با (1) نشان داده می‌شود. ماتریس‌های  $A$  و  $B$  برای حرکت عرضی-سمتی هواپیما در (24) نشان داده شده‌اند [16]. در معادلات (24)،  $U_1$  و  $\theta_1$  به ترتیب سرعت و زاویه پیچ پایای هواپیما می‌باشند و سایر پارامترهای موجود در این معادله مشتقات پایداری هستند.

$$A_{lat} = \begin{bmatrix} \frac{Y_\beta}{U_1} & \frac{Y_p}{U_1} + \sin(\theta_1) & \frac{Y_r}{U_1} - \cos(\theta_1) & g \frac{\cos(\theta_1)}{U_1} \\ L_\beta & L_p & L_r & 0 \\ N_\beta & N_p & N_r & 0 \\ 0 & 1 & \tan(\theta_1) & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_{lat} = \begin{bmatrix} \frac{Y_\delta}{U_1} & L_\delta & N_\delta & 0 \end{bmatrix}^T \quad (24)$$

مانور گردش موزون، یک مانور عرضی-سمتی در سرعت و ارتفاع ثابت (سرعت عمودی صفر) است که در آن:

- 1- زاویه سرش جانبی برابر صفر است.
- 2- نرخ رول برابر صفر می‌باشد و در نتیجه زاویه رول ثابت است.
- 3- نرخ گردش هواپیما ثابت می‌باشد.

با این شرایط، مسیر حرکت هواپیما یک دایره خواهد شد. این مانور، یک مانور مهم برای انواع هواپیماها به ویژه پهپادها و هواپیماهای کوچک با مأموریت‌های عکس‌برداری و فیلم‌برداری هوایی، اسکورت هوایی، گشت‌های هوایی و مواردی از این قبیل می‌باشد. زمانی که هواپیما دارای زاویه رول ( $\varphi$ ) است، مؤلفه عمودی لیفت کاهش می‌یابد. از طرفی نیاز است تا این مؤلفه نیروی لیفت با نیروی وزن هواپیما برابر شود بنابراین در این حالت باید نیروی لیفت افزایش یابد. با انحراف منفی الویتور، زاویه حمله هواپیما افزایش می‌یابد و این افزایش در زاویه حمله، باعث افزایش در نیروی لیفت می‌شود [18,17]. در نتیجه نیاز است تا مدل‌سازی هواپیما در هر دو کانال حرکتی طولی و عرضی-سمتی انجام شود. حال فرض می‌شود که هواپیما در حال پرواز مستقیم‌الخط با سرعت ثابت و زاویه پیچ صفر است. برای این که هواپیما در شرایط گردش موزون قرار گیرد باید معادلات (25) برقرار باشد:

$$\begin{cases} L \cos(\varphi) = mg \\ L \sin(\varphi) = m U_1 \dot{\psi} \end{cases} \quad (25)$$

در (25)،  $L$  نیروی لیفت،  $m$  جرم هواپیما،  $g$  شتاب نیروی گرانش و  $\dot{\psi}$  نیز نرخ گردش هواپیما حول مسیر دایروی هستند. این معادلات نشان می‌دهند که در گردش موزون، نیروی وزن و مؤلفه عمودی نیروی لیفت برابرند

پیچ<sup>3</sup> [19] به عنوان سطح کنترلی استفاده می‌شود. نمای بالای هواپیمای مورد نظر به همراه سطوح کنترلی آن در شکل 1 مشاهده می‌گردد. سطح کنترلی AMT، در دو نوک بال هواپیما واقع شده است. با انحراف یکی از این دو سطح مقدار نیروی درگ در آن سمت افزایش پیدا کرده و هواپیما تمایل به گردش به آن سمت پیدا می‌کند. در واقع این سطح کنترلی نقش رادر را ایفا می‌نماید. نام سطح کنترلی الون از ترکیب نام دو سطح کنترلی الویتور و ایلرون انتخاب شده است. در صورت انحراف برابر و در خلاف جهت دو سطح الون، حرکت رول اتفاق می‌افتد. در صورت انحراف برابر و در یک جهت نیز هواپیما حرکت پیچ را انجام می‌دهد. می‌توان از این سطح برای ایجاد حرکت ترکیبی رول-پیچ نیز استفاده نمود. البته استفاده ترکیبی از این دو سطح، قوانین کنترلی پیچیده‌ای را نیاز دارد. در این مقاله از این سطح فقط برای ایجاد حرکت رول استفاده می‌شود. سطح کنترلی فلپ پیچ نیز سطح کوچکی است که از آن تنها برای کنترل حرکت پیچ استفاده می‌شود.

شرایط پروازی برای انجام مانور گردش موزون در این مقاله برابر با سرعت رو به جلو ( $U_1$ ) 200 متر بر ثانیه و ارتفاع ( $h$ ) 7000 پا در نظر گرفته شده است. همچنین جرم هواپیما ( $m$ ) برابر با 17000 کیلوگرم می‌باشد. ماتریس‌های  $A$  و  $B$  برای هر یک از حرکت‌های عرضی-سمتی و طولی در ادامه نشان داده شده‌اند. ضرایب آیرودینامیکی و مشتقات پایداری مورد نیاز برای به دست آوردن این ماتریس‌ها از روابط موجود در [21] به دست آورده شده‌اند:

$$A_{lat} = \begin{bmatrix} 0.003 & 0.024 & -1 & 0.05 \\ -6.86 & -1.67 & 0.13 & 0 \\ -1.6 & -0.028 & -0.028 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_{lat} = \begin{bmatrix} -0.005 & 2.33 & 0.25 & 0 \\ 0.004 & -1.33 & 2.1 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (30)$$

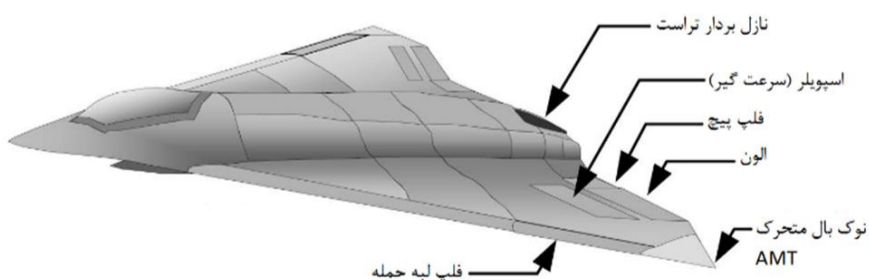
$$A_{long} = \begin{bmatrix} -0.012 & 2.12 & -0.024 & -9.8 \\ -0.001 & -0.85 & 0.99 & -0.001 \\ 0 & -2.14 & -1.56 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_{long} = [0.51 \quad -0.05 \quad -6.48 \quad 0]^T \quad (31)$$

با محاسبه مقادیر ویژه هر یک از دو ماتریس  $A_{long}$  و  $A_{lat}$  می‌توان روابط (32) را نوشت:

$$\lambda_{lat} = [1.1416 \quad 0.0094 \quad -1.0356 \quad -1.8103]$$

$$\lambda_{long} = [-1.21 \pm 0.0998 \quad -1.40 \pm 1.4283] \quad (32)$$



شکل 1 نمای بالای هواپیمای مدل‌سازی شده به همراه سطوح کنترلی [20]

که باعث می‌شود هواپیما در ارتفاع ثابت قرار داشته باشد. همچنین مؤلفه افقی لیفت و نیروی گریز از مرکز مساوی یکدیگر هستند و در نتیجه هواپیما در یک مسیر دایروی با سرعت گردش ( $\dot{\psi}$ ) ثابت و در صفحه افقی قرار می‌گیرد. مقادیر شعاع گردش، نرخ گردش و زمان گردش از رابطه (26) به دست می‌آید:

$$\begin{cases} \dot{\psi} = g \tan(\varphi) / U_1 \\ R = U_1^2 / g \times \tan(\varphi) \\ T = 1 / \dot{\psi} \end{cases} \quad (26)$$

زمانی که هواپیما در حال گردش موزون در ارتفاع ثابت است، زوایای پیچ و رول برای ثابت ماندن ارتفاع و سرعت زاویه‌ای لازم است. سرعت‌های زاویه‌ای رول، پیچ و یاو از (27) به دست می‌آیند:

$$\begin{cases} p = -\dot{\psi} \sin(\theta) \\ q = \dot{\psi} \cos(\theta) \sin(\varphi) \\ r = \dot{\psi} \cos(\theta) \cos(\varphi) \end{cases} \quad (27)$$

از آنجا که  $\theta$  کم و نزدیک صفر است، نتیجه می‌شود که  $\sin(\theta) \approx 0$  و در نتیجه:

$$p = 0 \quad (28)$$

این رابطه معادل شرط دوم از سه شرط ذکر شده می‌باشد. از (27) نتیجه می‌شود که حرکت گردش موزون، با همکاری هم‌زمان الویتور، ایلرون و رادر انجام می‌شود. همچنین در طول گردش برای ثابت ماندن ارتفاع، به میزان انحراف بیشتر الویتور نیاز است. این کار باعث می‌شود زاویه حمله و لیفت افزایش یابد و مؤلفه عمودی نیروی لیفت برابر با نیروی وزن هواپیما شود.

همان‌گونه که گفته شد برای کنترل مانور گردش موزون نیاز به مدل‌سازی هر دو حرکت عرضی-سمتی و طولی می‌باشد. کنترل حرکت طولی برای ثابت ماندن ارتفاع و سرعت هواپیما نیاز است. برای مدل‌سازی این حرکت، چهار متغیر حالت تغییرات سرعت رو به جلو از مقدار پایا ( $U$ )، تغییرات زاویه حمله از مقدار پایا ( $\alpha$ )، تغییرات نرخ پیچ از مقدار پایا ( $q$ ) و تغییرات زاویه پیچ از مقدار پایا ( $\theta$ ) مورد استفاده قرار می‌گیرد. ماتریس‌های  $A$  و  $B$  برای حرکت طولی در (29) مشاهده می‌گردند:

$$A_{long} = \begin{bmatrix} X_u & X_\alpha & X_q & -g \\ \frac{Z_u}{U_1} & \frac{Z_\alpha}{U_1} & \frac{Z_q}{U_1} + 1 & 0 \\ M_u & M_\alpha & M_q & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_{long} = \begin{bmatrix} X_\delta & \frac{Z_\delta}{U_1} & M_\delta & 0 \end{bmatrix}^T \quad (29)$$

در مدل‌سازی‌ها فرض می‌شود که کوپلینگ حرکتی بین حرکت‌های عرضی-سمتی و طولی وجود ندارد.

## 5- شبیه‌سازی و نتایج

در این بخش به طراحی کنترلر تطبیقی مدل مرجع مرکب برای یک هواپیمای بدون دم پرداخته می‌شود. برای کنترل بخش عرضی-سمتی مانور گردش موزون از دو سطح کنترلی به نام‌های الون<sup>1</sup> و AMT<sup>2</sup> [19] استفاده می‌شود. برای حرکت کنترل بخش طولی این مانور نیز از سطح کنترلی فلپ

1- Elevon  
2- All Moving Tip

$$\Theta = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Phi(x) = [p|\varphi| \quad \varphi|\varphi| \quad \varphi^3]^T \quad (36)$$

ماتریس‌های نرخ تطبیق به کار رفته در (16) عبارت‌اند از:

$$\Gamma_x = \begin{bmatrix} 700 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 300 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 800 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Gamma_r = \begin{bmatrix} 20 & 0 \\ 0 & 13 \end{bmatrix}$$

$$\Gamma_\Theta = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 10 \end{bmatrix}$$

$$\Gamma_\Lambda = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 20 \end{bmatrix} \quad (37)$$

ماتریس  $Q_{Iyap}$  به کار رفته در معادله جبری لیاپانوف در (38) مشاهده می‌شود:

$$Q_{Iyap} = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 30 \end{bmatrix} \quad (38)$$

متغیر ثابت معکوس فیلتر ( $\lambda_f$ ) و پارامتر تعیین کننده نسبت تأثیر خطای پیشگویی به خطای تعقیب ( $\gamma_c$ ) و نیز مشخصات مسیر دایروی پس از قرار گرفتن هواپیما در مانور گردش موزون پایا برابر هستند با:

$$\lambda_f = 0.3 \quad (39)$$

$$\gamma_c = 1 \quad (40)$$

$$\begin{aligned} \dot{\psi} &= 0.25 \quad (\text{deg/s}) \\ R &= 46606 \quad (\text{m}) \\ T &= 233 \quad (\text{s}) \end{aligned} \quad (41)$$

حال می‌توان به شبیه‌سازی مانور گردش موزون به کمک مقادیر انتخاب شده پرداخت. مقادیر اولیه زاویه سرش جانبی برای هر دو مدل هواپیما (1) و مدل مرجع (3) برابر با 5- درجه و مقادیر اولیه سایر متغیرهای حالت برابر با صفر در نظر گرفته شده‌اند.

شکل 3 تغییرات متغیرهای حالت عرضی-سمتی را با زمان نشان می‌دهد. همان‌گونه که مشاهده می‌شود هر چهار متغیر حالت، پاسخ متغیرهای مدل مرجع متناظر خود را به خوبی تعقیب کرده و خطای تعقیب بسیار به صفر نزدیک شده است. همچنین این نمودار نشان دهنده این موضوع است که هواپیما در مدت زمانی کم‌تر از 10 ثانیه وارد مانور گردش موزون پایدار شده است.

شکل 4 انحراف دو سطح کنترلی عرضی-سمتی را نمایش می‌دهد. هر دو سطح کنترلی تغییرات آرام و پیوسته‌ای دارند. همچنین پس از رسیدن به مقدار پایای خود، دارای نوسانات اندکی هستند که این موضوع باعث ماندن هواپیما در شرایط مانور گردش موزون پایا می‌شود.

شکل 5، تغییرات دو کمیت خطای پیشگویی را نمایش می‌دهد. همان‌گونه که در این شکل مشخص است، مقادیر خطای پیشگویی بسیار کم و نزدیک به صفر هستند. وجود خطای پیشگویی در همگرایی پاسخ‌ها تأثیر زیادی دارد و حذف آن باعث واگرایی نتایج به دست آمده می‌شود.

همان‌گونه که مشاهده می‌شود دو مقدار ویژه حرکت عرضی-سمتی مثبت است و بنابراین این حرکت بسیار ناپایدار می‌باشد ولی مقادیر ویژه حرکت طولی نشان‌دهنده پایدار بودن این حرکت هواپیمای مورد نظر است. همان‌گونه که پیش‌تر اشاره شد ناپایداری حرکت عرضی-سمتی با قرار گرفتن هواپیما در مانور گردش موزون افزایش می‌یابد که این موضوع نشان‌دهنده اهمیت یک کنترلر توانمند برای کنترل هواپیما در این شرایط ناپایدار است.

### 1-5- طراحی کنترلر برای حرکت عرضی-سمتی مانور گردش موزون

در ابتدا به طراحی کنترلر برای حرکت عرضی-سمتی این مانور پرداخته می‌شود. برای طراحی مدل مرجع به کمک تعقیب بهینه باید مسیر مطلوب هر یک از متغیرهای حالت تعیین شود. این مسیرها ثابت در نظر گرفته شده‌اند و مقادیر آن‌ها در ادامه مشاهده می‌شود:

$$\begin{aligned} \beta_c &= 0 \quad (\text{deg}), \quad p_c = 0 \quad (\text{deg/s}) \\ r_c &= 0.245 \quad (\text{deg/s}), \quad \varphi_c = 5 \quad (\text{deg}) \end{aligned} \quad (33)$$

همچنین ماتریس‌های وزنی رابطه (20)، مقادیر موجود در (34) را دارا می‌باشند:

$$Q = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 50 \end{bmatrix}$$

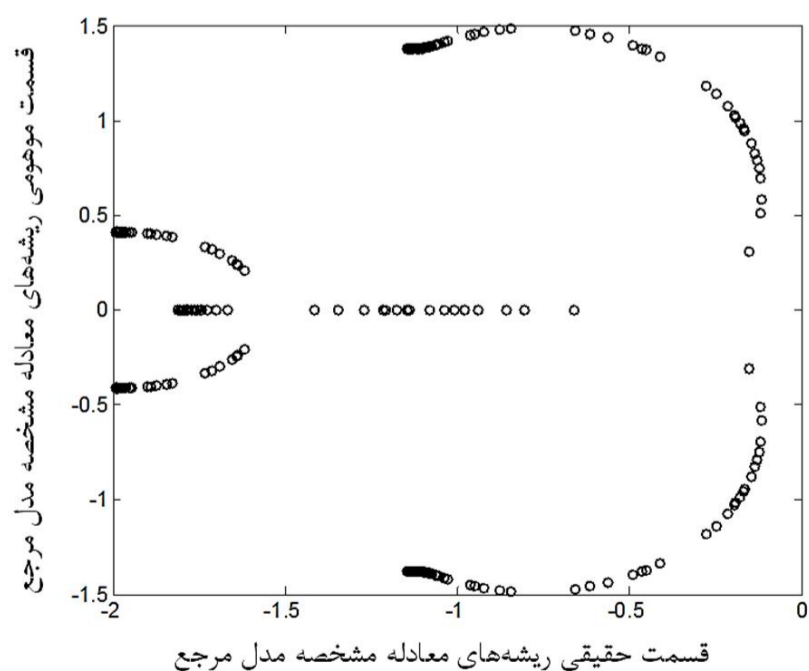
$$R = \begin{bmatrix} 80 & 0 \\ 0 & 80 \end{bmatrix} \quad (34)$$

ماتریس  $H$  نیز یک ماتریس مربعی با اعضای صفر می‌باشد. با حل دو معادله دیفرانسیل (20) و (21) و یافتن مقادیر  $K_x$  از (22)، می‌توان ماتریس  $A_{ref}$  را در هر لحظه محاسبه نمود. نمودار مکان هندسی ریشه‌های معادله مشخصه مدل مرجع عرضی-سمتی (مقادیر ویژه ماتریس  $A_{ref}$ )، برای مقادیر مختلف  $K_x$  در شکل 2 مشاهده می‌شود:

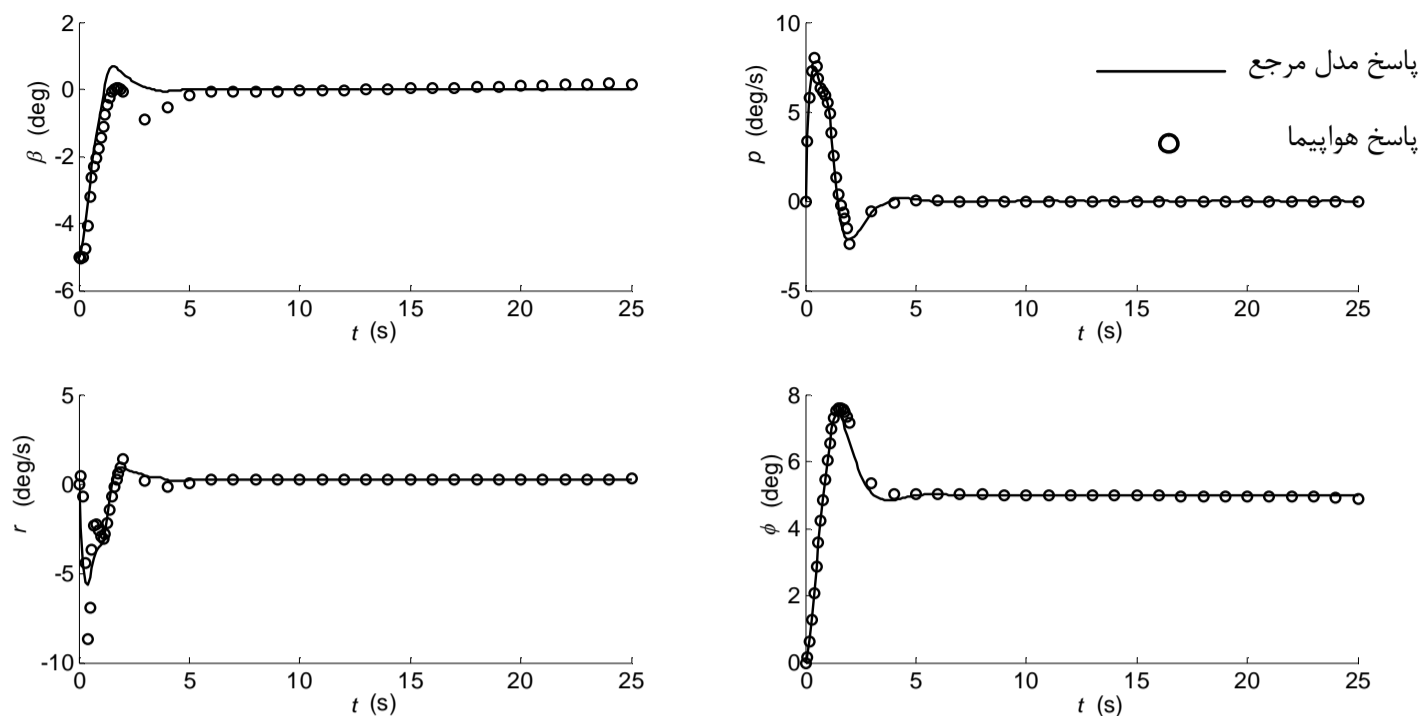
همان‌گونه که مشاهده می‌شود، قسمت حقیقی ریشه‌های معادله مشخصه مدل مرجع عرضی-سمتی در تمام لحظات شبیه‌سازی منفی است و در نتیجه مدل مرجع عرضی-سمتی همواره پایدار می‌باشد.

عدم قطعیت‌های پارامتری به کار رفته در (1) که برای حرکت عرضی-سمتی مانور گردش موزون انتخاب شده‌اند عبارت‌اند از:

$$\Lambda = \begin{bmatrix} 0.75 & 0 \\ 0 & 0.75 \end{bmatrix} \quad (35)$$



شکل 2 نمودار مکان هندسی ریشه‌های معادله مشخصه مدل مرجع عرضی-سمتی



شکل 3 تغییرات متغیرهای حالت عرضی-سمتی هواپیما و مدل مرجع

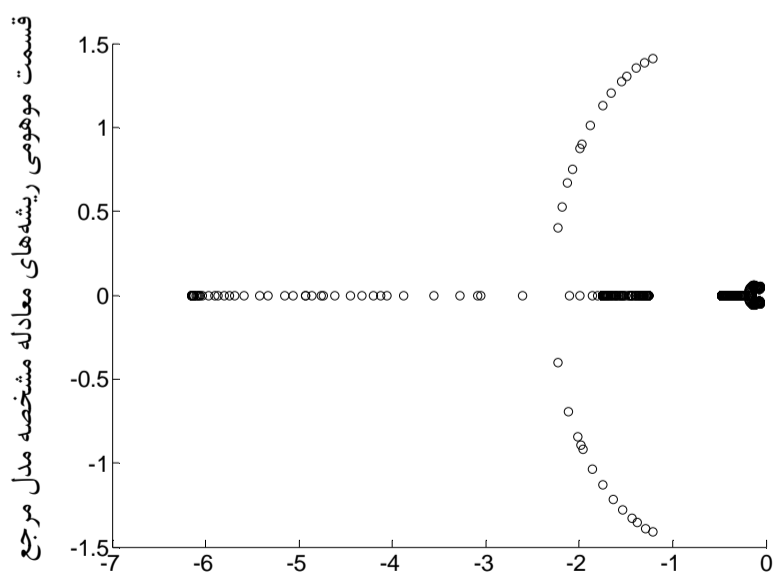
$$\begin{aligned} u_c &= 0 \quad (\text{m/s}), & \alpha_c &= 0 \quad (\text{deg}) \\ q_c &= 0 \quad (\text{deg/s}), & \theta_c &= 0 \quad (\text{deg}) \\ U_1 &= 200 \quad (\text{m/s}), & \theta_1 &= 0 \quad (\text{deg}) \\ \alpha_1 &= 0 \quad (\text{deg}) \end{aligned} \quad (42)$$

ماتریس‌های وزنی طولی برای استفاده در مدل مرجع تعقیب بهینه در (43) مشاهده می‌شود:

$$Q = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1000 \end{bmatrix}$$

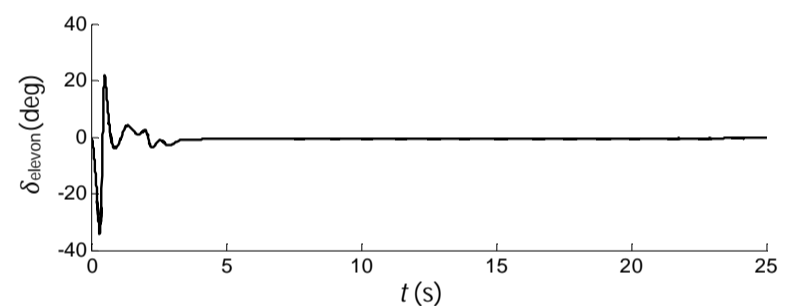
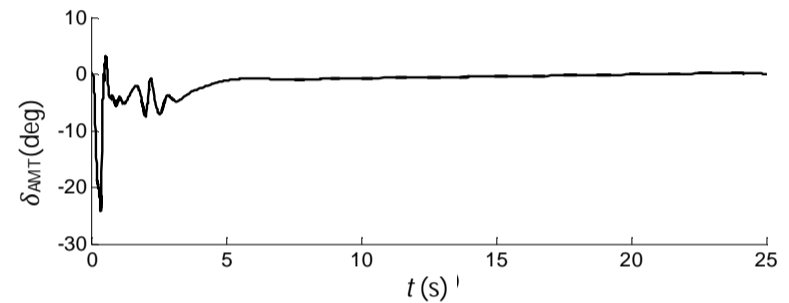
$$R = 1000 \quad (43)$$

ماتریس  $H$  نیز یک ماتریس مربعی با اعضای صفر می‌باشد. به کمک مقادیر انتخاب شده و حل معادله دیفرانسیل (20) و (21) و یافتن مقادیر  $K_x$  از (22)، می‌توان ماتریس  $A_{ref}$  را در هر لحظه محاسبه نمود. نمودار مکان هندسی ریشه‌های معادله مشخصه مدل مرجع طولی در شکل 6 نشان داده شده است. همان‌گونه که در این شکل مشاهده می‌شود، تمام مقادیر ریشه‌های مشخصه مدل مرجع طولی دارای مقادیر حقیقی منفی می‌باشند. در نتیجه به ازای تمام مقادیر بهره‌های  $K_x$ ، مدل مرجع طولی پایدار است.

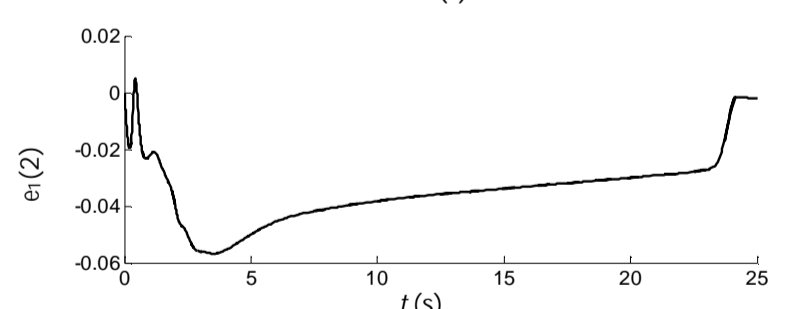
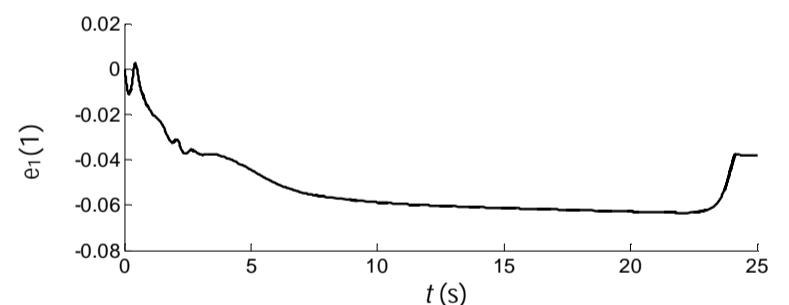


قسمت حقیقی ریشه‌های معادله مشخصه مدل مرجع

شکل 6 نمودار مکان هندسی ریشه‌های معادله مشخصه مدل مرجع طولی



شکل 4 تغییرات سطوح کنترلی عرضی-سمتی



شکل 5 تغییرات دو کمیت خطای پیشگویی عرضی-سمتی

## 2-5- طراحی کنترلر برای حرکت طولی مانور گردش موزون

در این بخش به طراحی کنترلر تطبیقی مدل مرجع مرکب برای حرکت طولی مانور گردش موزون هواپیمای بدون دم مورد نظر پرداخته می‌شود. وظیفه کنترلر در حرکت طولی یک مانور گردش موزون، ثابت نگه داشتن ارتفاع و سرعت هواپیما ثابت است.

مسیرهای مرجع هر یک از متغیرهای حالت به همراه مقادیر پایای دو متغیر سرعت رو به جلو و زاویه پیچ در ادامه مشاهده می‌شود:

تغییرات خطای پیشگویی در شکل 9 نشان داده شده است. همان گونه که در این شکل مشاهده می‌گردد، مقادیر این خطا بسیار کم و نزدیک به صفر است.

تغییرات ارتفاع هواپیما از ابتدای شبیه‌سازی تا رسیدن به مانور گردش موزون پایا در شکل 10 نشان داده شده است. همان گونه که مشاهده می‌گردد تغییرات ارتفاع هواپیما در حین مانور کم است و با گذشت زمان شیب نمودار آن کم‌تر می‌شود.

نتایج به دست آمده در این نشان دهنده مؤثر بودن کنترلر طراحی شده در کنترل حرکت طولی مانور گردش موزون این هواپیما می‌باشد. با ترکیب نتایج به دست آمده در این بخش و نتایج به دست آمده در بخش طراحی کنترلر عرضی-سمتی، ایجاد مانور گردش موزون کنترل شده برای هواپیمای مورد نظر نتیجه می‌شود.

به کمک نتایج به دست آمده می‌توان مسیر دایروی به دست آمده برای مانور گردش موزون هواپیمای مدل‌سازی شده در شرایط پروازی مورد نظر را به دست آورد. این مسیر در شکل 11 مشاهده می‌گردد. هواپیما پس از طی مسافت مشخصی و قرار گرفتن در شرایط مانور موزون پایا شروع به طی مسیر دایروی با شعاع محاسبه شده در (41) می‌کند. همان گونه که مشاهده می‌شود مسیرهای به دست آمده از مدل مرجع و مدل هواپیما با تقریب خوبی بر هم منطبق شده‌اند. لازم به ذکر است که این نمودار برای زمانی بیشتر از زمان شبیه‌سازی‌هایی که نمودارهایشان در دو بخش طراحی کنترلر طولی و طراحی کنترلر عرضی-سمتی بیان شد، رسم شده است.

عدم قطعیت‌های پارامتری استفاده شده برای حرکت طولی عبارت‌اند از:

$$\Lambda = 0.75 \quad (44)$$

$$\Theta = [1 \quad 1]$$

$$\Phi(x) = [\alpha \quad q]^T \quad (45)$$

متغیر ثابت معکوس فیلتر ( $\lambda_f$ ) و پارامتر تعیین کننده نسبت تأثیر خطای پیشگویی به خطای تعقیب ( $\gamma_c$ ) در کنترلر طولی برابر با مقادیر زیر در نظر گرفته شده‌اند:

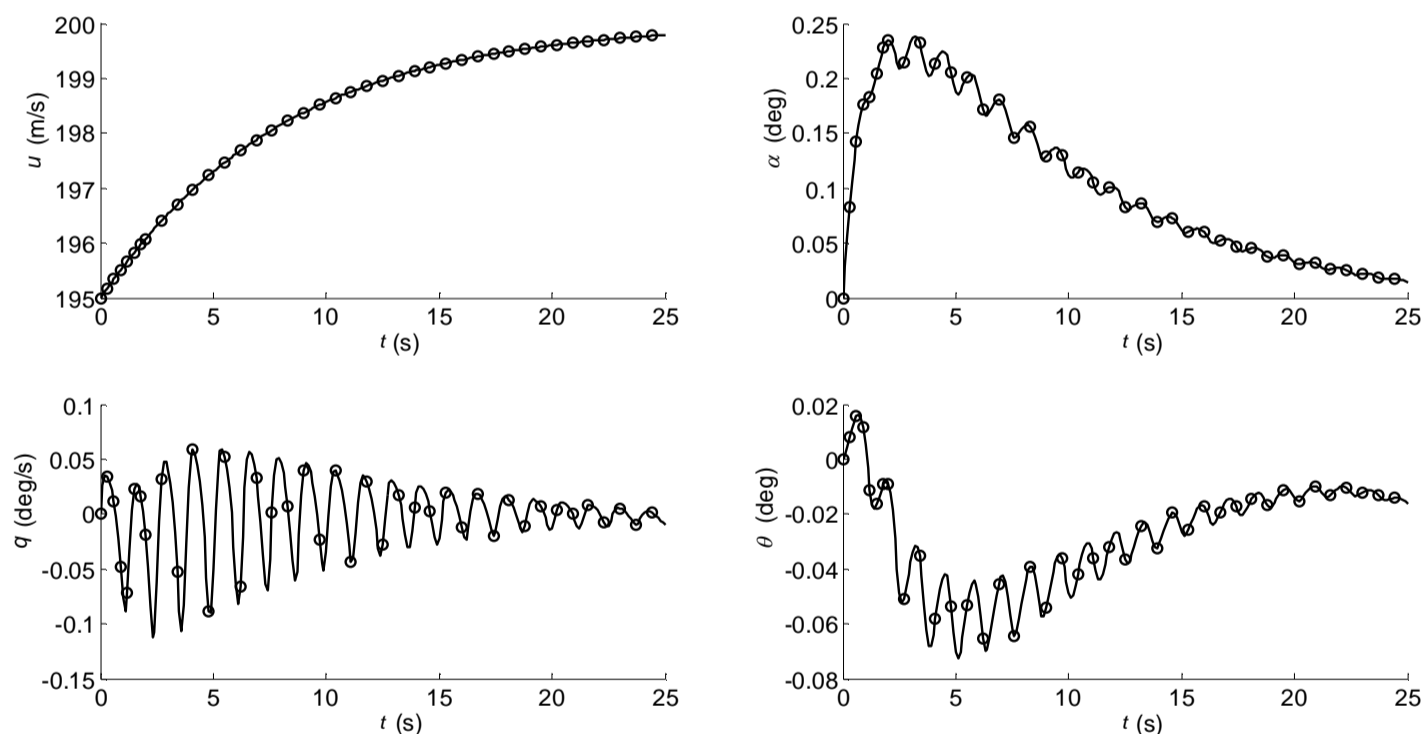
$$\lambda_f = 1 \quad (46)$$

$$\gamma_c = 1 \quad (47)$$

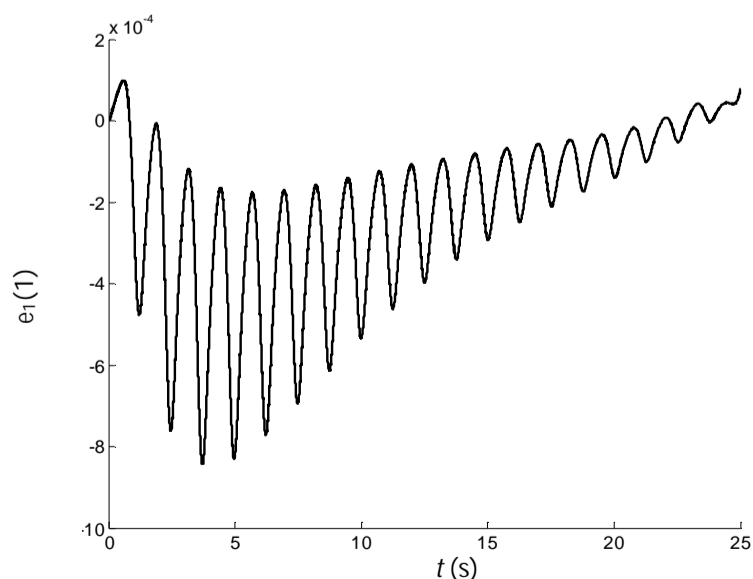
با انتخاب این مقادیر می‌توان به شبیه‌سازی و استخراج نمودارها پرداخت. مقادیر اولیه تمام متغیرهای حالت طولی هواپیما و مدل مرجع به غیر از تغییرات سرعت از مقدار پایا برابر صفر می‌باشند. مقدار اولیه تغییرات سرعت از حالت پایا برای هر دو مدل برابر با 20- متر بر ثانیه در نظر گرفته شده است. هم‌چنین ارتفاع برابر با 7000 پا فرض گردیده است.

تغییرات متغیرهای حالت طولی در شکل 7 نشان داده شده است. همان گونه که مشاهده می‌گردد از ابتدای شبیه‌سازی، عمل تطبیق به خوبی صورت گرفته و در مدت زمان کمی، تغییرات تمام متغیرها صفر شده است و سرعت و زاویه پیچ نیز به مقادیر پایای خود همگرا می‌شوند.

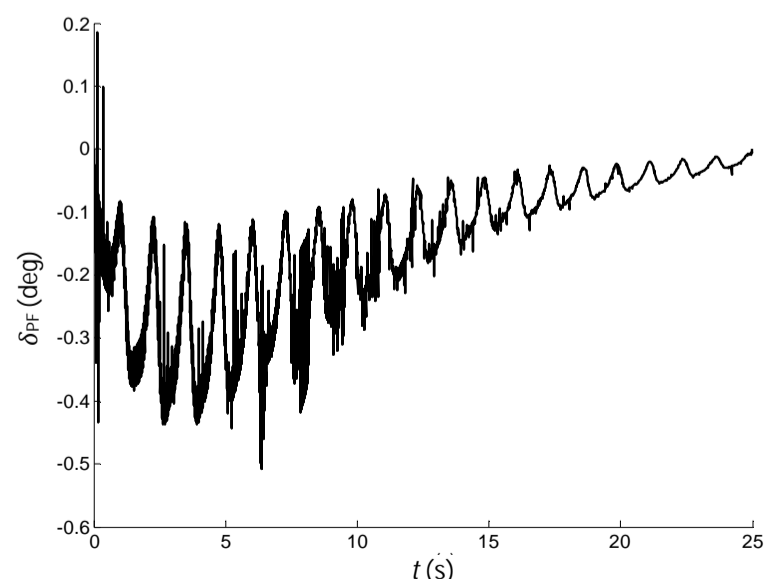
تغییرات سطح کنترلی طولی در شکل 8 نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که سطح کنترلی دارای تغییرات یکنواختی است.



شکل 7 تغییرات متغیرهای حالت طولی هواپیما و مدل مرجع

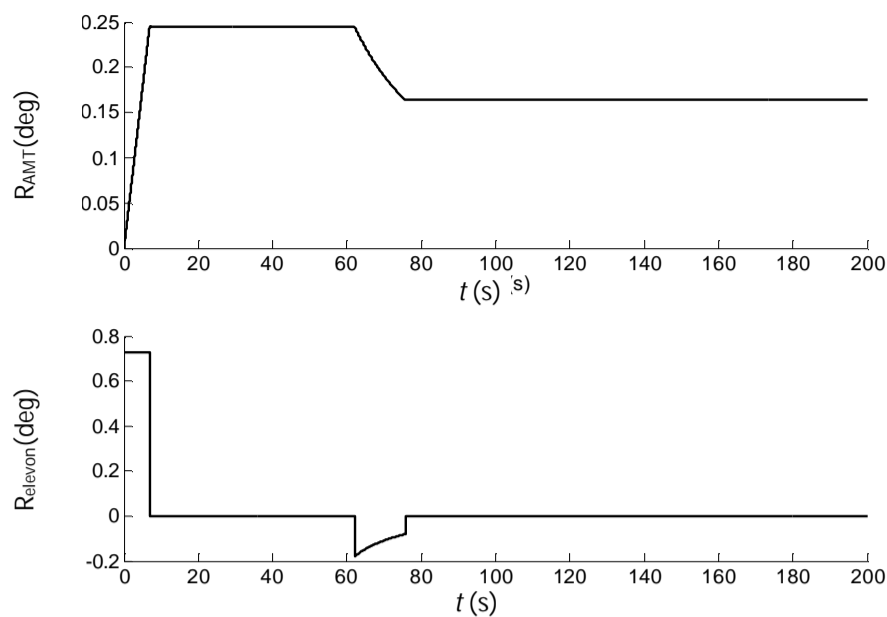


شکل 9 تغییرات کمیت خطای پیشگویی طولی



شکل 8 تغییرات سطح کنترلی طولی





شکل 12 ورودی‌های مرجع دو سطح کنترلی AMT و الون

برای حل این مسئله، متغیرهای حالت عرضی-سمتی برابر با  $[\beta \ p \ r \ \varphi]^T$  هستند. ماتریس‌های سیستم برابر ماتریس‌های در نظر گرفته شده در (30) و ماتریس‌های مدل مرجع به دست آمده از (48) تا (51) نیز در (52) نشان داده شده‌اند:

$$A_{lat_{ref}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_{lat_{ref}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 5 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (52)$$

در این حالت بر خلاف مانور طراحی شده در قسمت‌های قبلی، ماتریس‌های مدل مرجع ثابت می‌باشند. عدم قطعیت‌های استفاده شده مانند موارد انتخاب شده در (35) و (36) هستند. ماتریس‌های نرخ تطبیق در (53) نشان داده شده‌اند:

$$\Gamma_x = \begin{bmatrix} 100 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 800 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 800 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 100 \end{bmatrix}$$

$$\Gamma_r = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 900 \end{bmatrix}$$

$$\Gamma_\theta = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 10 \end{bmatrix}$$

$$\Gamma_\Lambda = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} \quad (53)$$

ماتریس  $Q_{lyap}$  به کار رفته در معادله جبری لیاپانوف نیز برابر است با:

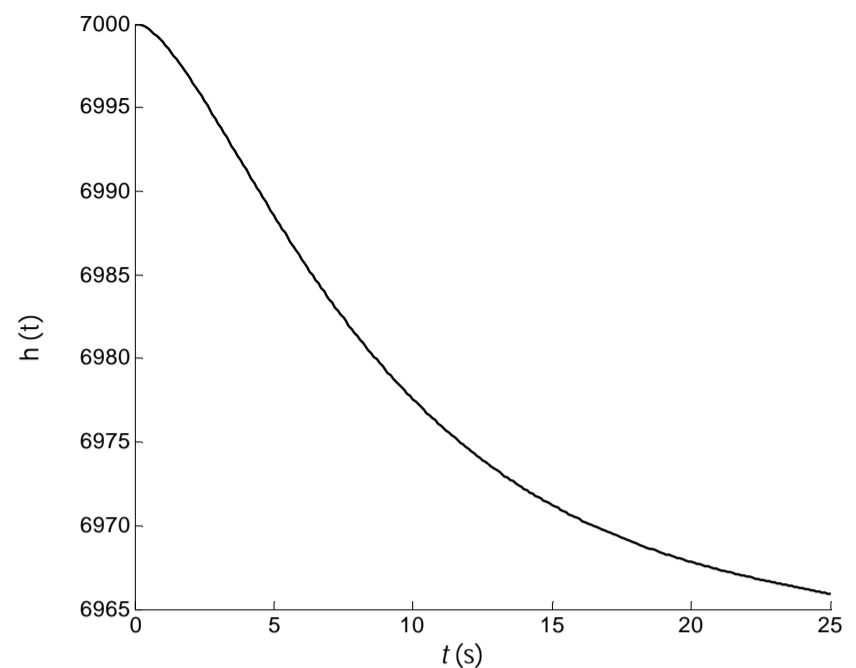
$$Q_{lyap} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (54)$$

متغیر ثابت معکوس فیلتر ( $\lambda_f$ ) و پارامتر تعیین کننده نسبت تأثیر خطای پیشگویی به خطای تعقیب ( $\gamma_c$ ) برابرند با:

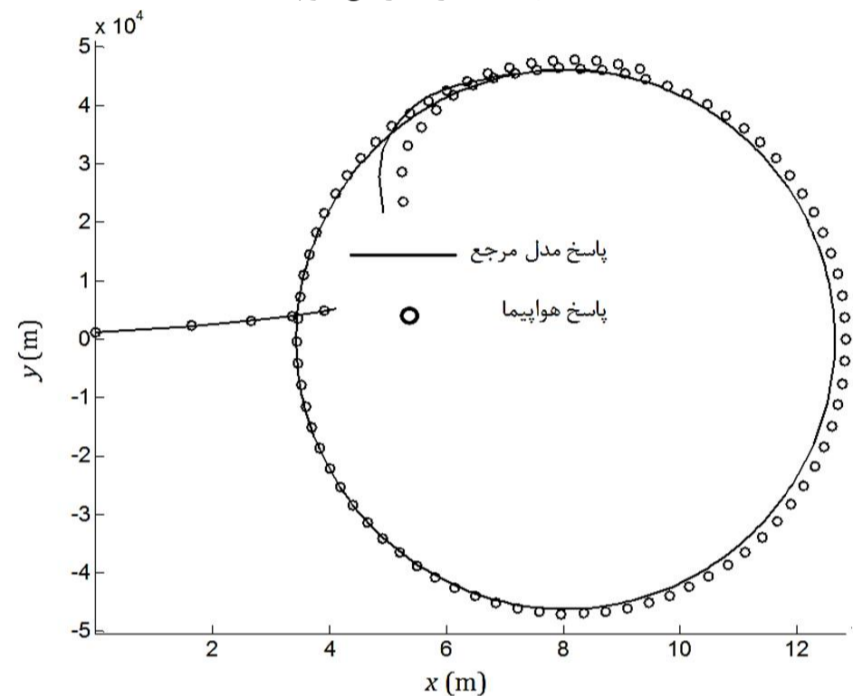
$$\lambda_f = 1 \quad (55)$$

$$\gamma_c = 1 \quad (56)$$

حال می‌توان به شبیه‌سازی و مشاهده نتایج حاصل از آن پرداخت.



شکل 10 تغییرات ارتفاع هواپیما



شکل 11 مسیر دایروی هواپیما در مانور گردش موزون

### 3-5- طراحی مانور گردش موزون با دو مسیر دایروی

برای تأکید بیشتر بر توانایی این کنترلر در پایدار نمودن مانورهای ناپایدار عرضی-سمتی، در این بخش به طراحی بخش عرضی-سمتی یک مانور گردش موزون با دو مسیر دایروی می‌پردازیم. برای این منظور فرض می‌شود که در ابتدا هواپیما وارد یک مسیر دایروی شده، و پس از طی مسیر یک دایره کامل به یک مسیر دایروی با شعاع حدوداً 1.5 برابر مسیر دایروی قبلی وارد می‌شود. دو متغیر حالت نرخ یاء ( $r$ ) و نرخ رول ( $p$ ) مدل مرجع برای این مانور، با دو معادله دیفرانسیل درجه 1 (معادلات (48) و (49)) نشان داده می‌شوند:

$$\dot{r}_{ref} = -r_{ref} + R_{AMT} \quad (48)$$

$$\dot{p}_{ref} = -5p_{ref} + 5R_{elevon} \quad (49)$$

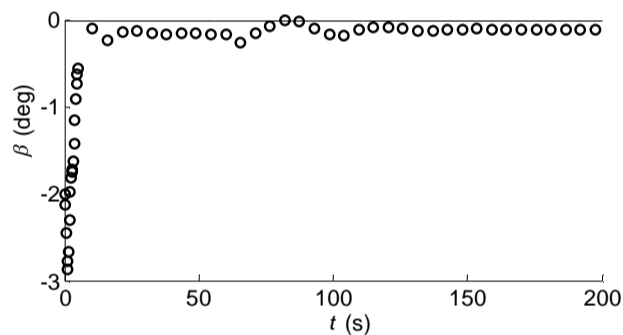
در این دو معادله،  $R_{AMT}$  و  $R_{elevon}$  به ترتیب ورودی‌های مرجع سطوح کنترلی AMT و الون می‌باشند و اندیس ref نشان‌دهنده متغیر حالت مربوط به مدل مرجع است. ورودی‌های مرجع در نظر گرفته شده برای این دو سطح کنترلی در شکل 12 مشاهده می‌شوند:

هم‌چنین مدل مرجع متغیرهای حالت  $\beta$  و  $p$  از معادلات (50) و (51) به دست آورده می‌شوند:

$$\beta_{ref} = 0 \quad (50)$$

$$\dot{\varphi}_{ref} = p_{ref} \quad (51)$$

هواپیماهای بدون دم دارای ناپایداری ذاتی شدید به خصوص در حوزه عرضی-سمتی می‌باشند. مانور گردش موزون نیز دارای پایداری کمی می‌باشد. حال با قرار گرفتن یک هواپیمای بدون دم در مانور گردش موزون شرایط بحرانی ایجاد شده و در نتیجه کنترلر مورد استفاده باید توانایی کنترل چنین شرایطی آن هم در حضور اغتشاشات و عدم قطعیت‌ها را دارا باشد. در مقاله حاضر دو مانور گردش موزون طراحی گردید. در مانور اول، کنترلر پس از رفع اغتشاشات در حرکت هواپیما، آن را در یک مسیر دایروی (مانور گردش موزون پایا) قرار داد. سپس مانور دیگری که متشکل از دو مسیر دایروی بود طراحی گردید به این صورت که هواپیما پس در ابتدا وارد یک دایره کوچک‌تر شده و پس از آن وارد دایره بزرگ‌تر که مسیر نهایی آن می‌باشد، می‌گردد. با مشاهده نتایج شبیه‌سازی‌ها می‌توان به دقت زیاد این کنترلر در کنترل این هواپیمای ناپایدار پی برد و این نتیجه حاصل می‌گردد که عمل تعقیب رفتار مدل مرجع برای هر دو شبیه‌سازی در حضور عدم قطعیت‌های پارامتری به خوبی صورت گرفته است و خطای تعقیب و نیز خطای پیشگویی مقادیری نزدیک به صفر را داشتند. از آنجا که در این روش کنترلی، خطای پیشگویی به خطای تعقیب در تخمین پارامترهای کنترلی اضافه شده، کنترلر دارای عملکرد بهتری نسبت به زمانی است که تنها از خطای تعقیب استفاده می‌شود. در این مقاله برای اولین بار، به استفاده از این کنترلر برای کنترل مانور گردش موزون یک هواپیمای بدون دم پرداخته شده است. به عنوان تحقیقات آینده نویسندگان، اغتشاشات غیر پارامتری (نویز) نیز به شبیه‌سازی‌ها اضافه خواهند گردید تا شرایط شبیه‌سازی‌ها هر چه بیشتر به شرایط واقعی پرواز یک هواپیما نزدیک شود.



تغییرات متغیرهای حالت سیستم و مدل مرجع در شکل 13 نشان داده شده‌اند. مشاهده می‌شود که عمل تطبیق در این مورد نیز به خوبی صورت گرفته است. تغییرات این پارامترها نشان دهنده یک مانور گردش موزون در دو مسیر دایروی با شعاع‌های متفاوت می‌باشد.

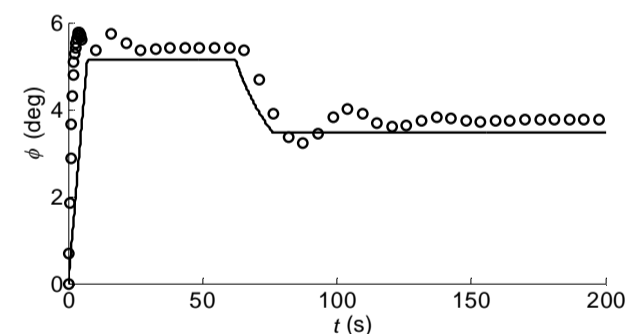
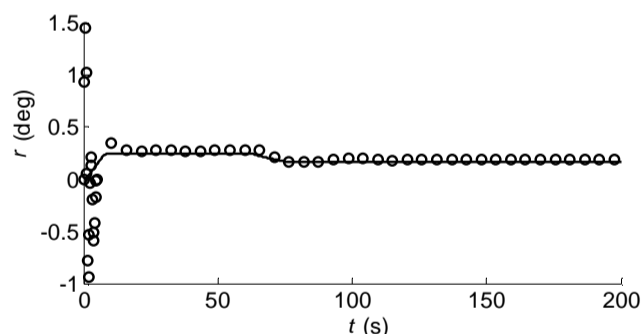
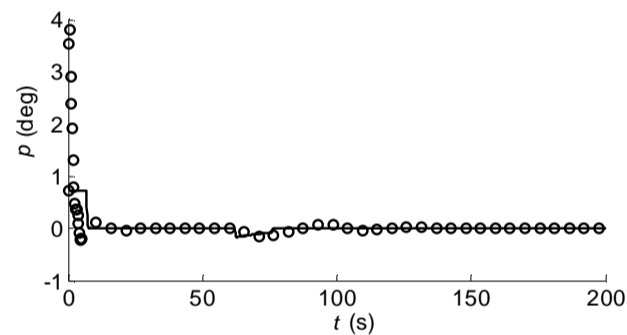
شکل 14، تغییرات دو سطح کنترلی عرضی-سمتی برای اجرای این مانور را نمایش می‌دهد. مشاهده می‌شود که تغییرات هر دو سطح آرام و پیوسته و در محدوده مجاز انحراف این سطوح است.

شکل 15 نیز تغییرات دو کمیت خطای پیشگو با زمان را نشان می‌دهد. مقادیر دو کمیت خطای پیشگویی در تمام بازه زمانی شبیه‌سازی اندک و بسیار نزدیک به صفر هستند.

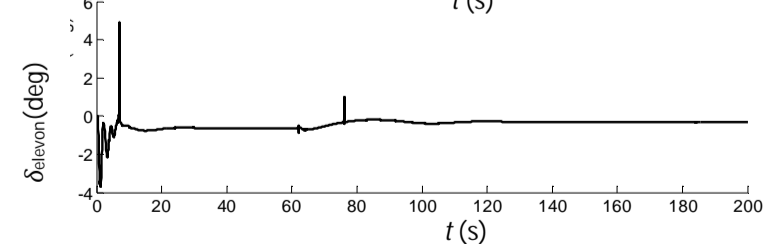
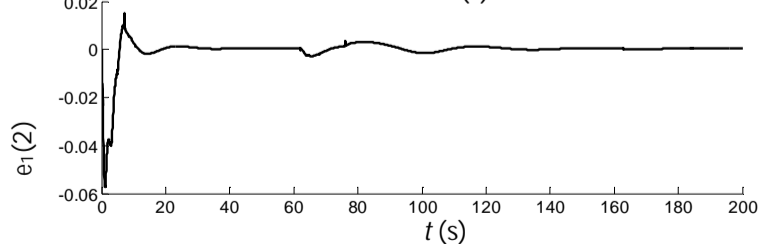
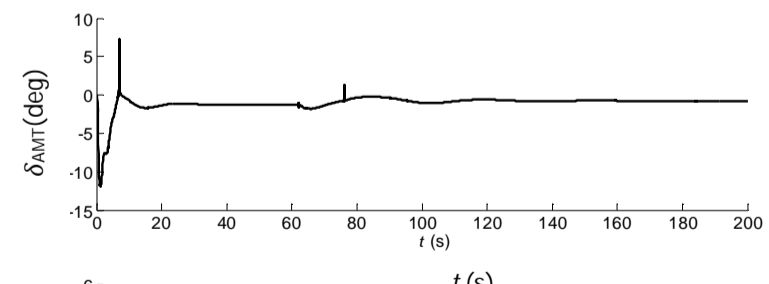
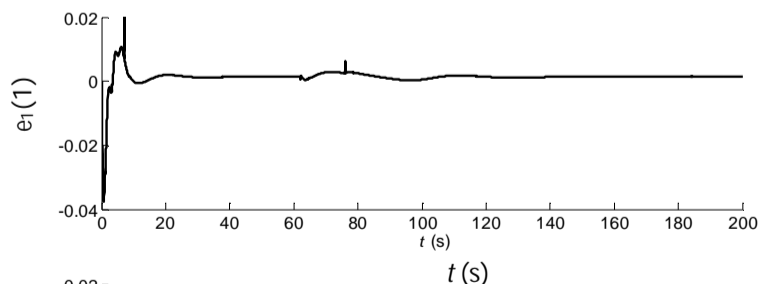
در انتها، مسیر دایروی مربوط به این مانور در شکل 16 نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که مسیر به دست آمده از مدل مرجع دارای دو دایره می‌باشد که هواپیما پس از طی اولین دایره وارد دایره دوم می‌شود و پس از رسیدن به وضعیت مانور گردش موزون پایا، در این دایره می‌ماند. در مورد مسیر به دست آمده واقعی نیز مشاهده می‌شود که هواپیما مسیری نزدیک به مسیر مرجع را طی می‌کند.

### 6- نتیجه‌گیری

در این مقاله به طراحی کنترلر تطبیقی مدل مرجع مرکب برای کنترل مانور گردش موزون یک هواپیمای بدون دم پرداخته شد. در تحقیقات گذشته معمولاً از هواپیماهای متداول با حاشیه پایداری مطلوب برای شبیه‌سازی‌ها استفاده می‌گردید و یا از مانورهای ساده برای ارائه نتایج استفاده می‌شد.



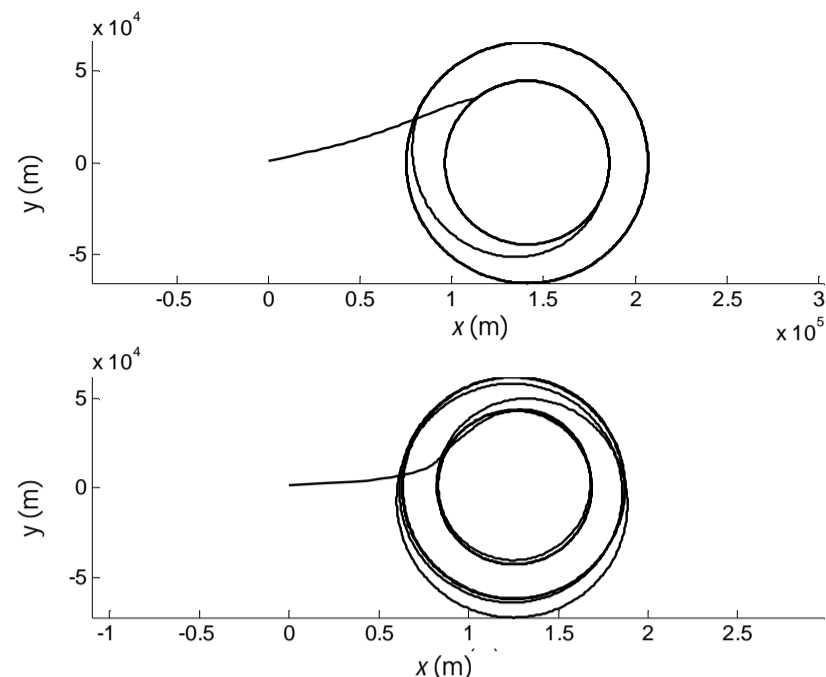
شکل 13 تغییرات متغیرهای حالت عرضی-سمتی هواپیما و مدل مرجع در مانور با دو مسیر دایروی متفاوت



شکل 15 تغییرات دو کمیت خطای پیشگویی عرضی-سمتی در مانور با دو مسیر دایروی متفاوت

شکل 14 تغییرات سطوح کنترلی و ورودی‌های مرجع عرضی-سمتی در مانور با دو مسیر دایروی متفاوت

- [7] G. S. Lakshmikanth, R. Padhi, J. M. Watkins, Adaptive Flight Control Design Using Neural-Network-Aided Optimal Nonlinear Dynamic Inversion, *Journal of Aerospace Information Systems* vol. 11, no. 11, pp. 785-806, 2014.
- [8] K. A. Wise, J. S. Brinker, A. J. Calise and D. F. Enns, Direct Adaptive Reconfigurable Flight Control For a Tailless Advanced Fighter Aircraft, *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 1999.
- [9] A. J. Calise, S. Lee and M. Sharma, Development of a Reconfigurable Flight Control Law for Tailless Aircraft, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2001.
- [10] V. V. Patel, C. Cao, N. Hovakimyan, K. A. Wise and E. Lavretsky, L1 Adaptive Controller for Tailless Unstable Aircraft in the Presence of Unknown Actuator Failures, in *AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit*, 2007.
- [11] E. Lavretsky and K. A. Wise, *Robust and Adaptive Control with Aerospace Applications*, London: Springer, 2013.
- [12] E. Lavretsky, Combined / Composite Model Reference Adaptive Control, *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*, Chicago, Illinois, 2009.
- [13] J. J. E. Slotine and W. Li, *Applied Nonlinear Control*, New Jersey: Printice-Hall Inc., 1991.
- [14] D. E. Kirk, *Optimal Control Theory –An Introduction–*, New York: Dover Publication, 2004.
- [15] F. R. Lewis, D. L. Vrabie and V. L. Syrmos, *Optimal Control*, New Jersey: John Wiley and Sons, 2012..
- [16] J. Roskam, *Airplane Flight Dynamics and Automatic Flight Controls*, Kansas: DARCorporation, 2001.
- [17] M. E. Eshelby, *Aircraft Performance (Theory and Practice)*, London: Arnold (a member of the Hobber Headline Group), 2000.
- [18] L. Jixing, L. Jingzhao and A. Dong, Coordinated Turn Law Design of Aircraft Based on Optimal Tracking, in *International Conference on Automatic Control and Artificial Intelligence*, Chicago, Xiamen, 2012.
- [19] J. M. Buffington, Modular Control Law Design For the Innovative Control Effectors (ICE) Tailless Fighter Aircraft Configuration 101-3, Ohio: Airforce Research Laboratory, 1999.
- [20] K. M. Dorsett and D. R. Mehl, *Innovative Control Effectors (ICE)*, Ohio: Wright Laboratory, 1996.
- [21] J. Roskam, *Airplane Design, Part 6: Preliminary Calculation of Aerodynamic, Thrust and Power Characteristics*, Kansas: DARCorporation, 1987.



شکل 16 مسیر حرکت هواپیما در مانور گردش موزون با دو دایره متفاوت

## 7-مراجع

- [1] A. Ngo, W. Reigelsperger and S. Banda, Tailless Aircraft Control Law Design Using Dynamic Inversion &  $\mu$ -synthesis, in *IEEE International Conference on Control Application*, 1996.
- [2] J. Buffington, Tailless aircraft control allocation, in *AIAA Guidance, Navigation, Control Conference*, 1997.
- [3] J. Janardanan, G. Bindu and M. Jayakumar, Robust Longitudinal Controller Design For An Unmanned Tailless Aircraft, in *6th AIAA Aviation Technology, Integration and Operations Conference (ATIO)*, 2006.
- [4] C. Nieto-Wire and K. Sobel, Delta Operator Eigenstructure Assignment for Reconfigurable Control of a Tailless Aircraft, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2007.
- [5] S. P. Shatz, T. Yucelen, B. G. Gruenwald and F. Holzapfel, Application of a Novel Scalability Notion in Adaptive Control to Various Adaptive Control Frameworks, in *Guidance, Navigation and Control Conference*, Kissimme, Florida, 2015.
- [6] F. Gavilan, R. Vazquez, J. A. Acosta, Adaptive Control for Aircraft Longitudinal Dynamics with Thrust Saturation, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 38, no. 4, pp. 651-661, 2015.