



## تخمین برخط دمای سیم آلیاژ حافظه‌دار به کمک فیلتر کالمن توسعه یافته

محسن سلطانی<sup>۱</sup>, سید محمد بزرگ<sup>۲\*</sup>, محمدرضا ذاکرزاده<sup>۳</sup>

۱- دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد، یزد

۲- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد، یزد

۳- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه تهران، تهران

\*بزرگ، دانشگاه یزد، صندوق پستی ۸۹۱۹۵-۷۴۱، bozorg@yazd.ac.ir

### چکیده

برای کنترل عملگرهای هوشمند دارای آلیاژ حافظه‌دار لازم است متغیرهای حالت این عملگرها اندازه‌گیری یا تخمین زده شوند تا در حلقه کنترل به عنوان بازخورد استفاده شوند. دمای سیم یکی از این متغیرهای حالت است که اندازه‌گیری آن بسیار سخت بوده و با تأخیر و نویز زیادی همراه است. از این رو تلاش‌های سیاری برای تخمین این متغیر صورت گرفته است. مدل ترمومالکتریک یکی از پرکاربردترین مدل‌هایی است که در آن دمای سیم با داشتن جریان سیم محاسبه می‌شود. در این مقاله ابتدا سه پارامتر مدل ترمومالکتریک به صورت همزمان به کمک فیلتر کالمن توسعه یافته تخمین زده شده و دمای سیم به کمک مدل شناسایی شده محاسبه می‌شود. تخمین پارامترها و محاسبه دما روی یک عملگر واقعی آلیاژ حافظه‌دار انجام می‌شود. در ادامه برای حذف تأثیر اغتشاشات محیطی و خطاهای مدل ترمومالکتریک، دمای سیم توسعه فیلتر کالمن توسعه یافته تخمین زده شده است. در این روش از دو مدل ترمومالکتریک و برینسون برای پیش‌بینی متغیرها و از داده‌های قابل اندازه‌گیری مانند جریان، نش و کرنش سیم آلیاژ حافظه‌دار برای بهروزرسانی تخمین‌ها استفاده می‌شود. این روش برای تخمین برخط دمای سیم آلیاژ حافظه‌دار با دمای واقعی سیم است، همچنین نتایج این تخمین دقیق‌تر از حالتی است که از مدل ترمومالکتریک به تنهایی برای محاسبه دما استفاده شود.

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: ۲۲ آبان ۱۳۹۶

پذیرش: ۲۶ اذر ۱۳۹۶

ارائه در سایت: ۱۵ دی ۱۳۹۶

کلید واژگان:

آلیاژ‌های حافظه‌دار

مدل ترمومالکتریک

تخمین متغیرهای حالت

فیلتر کالمن توسعه یافته

## Online Estimation of the Temperature of Shape Memory Alloy Wire Using Extended Kalman Filter

Mohsen Soltani<sup>۱</sup>, Mohammad Bozorg<sup>۲\*</sup>, Mohammad Reza Zakerzadeh<sup>۱</sup>

۱,۲- Department of Mechanical Engineering, Yazd University, Yazd, Iran.

۳- Department of Mechanical Engineering, Tehran University, Tehran, Iran

\* P.O.B. 89195-741 Yazd, Iran, bozorg@yazd.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper

Received 13 November 2017

Accepted 17 December 2017

Available Online 05 January 2018

#### Keywords:

Shape Memory alloys

Thermoelectric Model

State Estimation

Extended Kalman Filter

### ABSTRACT

In order to use and control Shape Memory Alloy (SMA) actuators, it is essential to measure its state variables to be used as the feedback in the control loop. The wire temperature is one of critical state variables need to be fed back. However, measuring this variable is difficult and usually contains some noises and delay. Therefore, it is desirable to estimate this variable instead of measuring it. Thermoelectric model is one of the most common models used to estimate the SMA wire temperature. This model calculates the SMA wire temperature based on its input electric current. In this paper, first three unknown parameters of thermoelectric model are estimated using Extended Kalman filter (EKF) and the wire temperature is calculated based on the identified model. The parameter estimation and temperature calculation are performed on a practical SMA actuator. Then, in order to eliminate the effects of environmental disturbances and the thermoelectric model inaccuracies, the temperature is estimated using EKF. In this method, all measurable data such as the input current, the strain and stress of the SMA wire are used in the temperature estimation. The estimator combines the information obtained from both thermoelectric and Brinson models and the measurement data. This method is used for online temperature estimation of the SMA wire on a practical SMA actuator. The results show that the estimated temperature matches the actual wire temperature with high precision. Furthermore, the temperature estimation using EKF is more accurate than the estimates of the thermoelectric model.

کنترل کرد. برای کنترل دمای سیم باید فیدبکی از دمای سیم در هر لحظه

وجود داشته باشد. اندازه‌گیری دما معمولاً از طریق حسگرهای تماسی مانند

ترموکوپل و یا حسگرهای مادون قرمز انجام می‌شود. در سیم‌های آلیاژ

حافظه‌دار با توجه به این که قطر سیم معمولاً در حد چند دهم میلی‌متر است،

نمی‌توان دمای سیم را با استفاده از حسگرهای مادون قرمز به دقت

عملگرهای هوشمند در سال‌های اخیر به خاطر پتانسیل بالای آن‌ها در ایجاد

تحول در کاربردهای مهندسی بسیار مورد استفاده قرار گرفته‌اند [۱]. در

برخی از عملگرهای هوشمند از سیم‌های آلیاژ حافظه‌دار به عنوان محرک

استفاده می‌شود. در این سیم‌ها با کنترل دمای سیم می‌توان طول سیم را

### - مقدمه

#### Please cite this article using:

M. Soltani, M. Bozorg, M. R. Zakerzadeh, Online Estimation of the Temperature of Shape Memory Alloy Wire Using Extended Kalman Filter, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 18, No. 01, pp. 290-298, 2018 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

تخمین پارامترها و متغیرهای حالت استفاده شده است [18-22]. در سیستم‌های دارای آلیاژ حافظه‌دار هم در موارد متعددی از این فیلتر و بسطهای غیرخطی آن برای تخمین پارامترها و متغیرهای حالت استفاده شده است. گرونگ و همکاران با استفاده از اندازه‌گیری مقاومت الکتریکی سیم آلیاژ حافظه‌دار و با ترکیب این اطلاعات با اطلاعات به دست آمده از مدل ساختاری سیم، کرنش سیم را در دو مقاله جداگانه به کمک EKF و فیلتر کالمن بی‌رد (UKF) تخمین زده‌اند [7,6]. الهی‌نیا و همکاران و حسن‌زاده و همکاران هم در چند مقاله جداگانه متغیرهای حالت سیم از قبیل دما را تخمین زده و از آن‌ها برای کنترل سیم استفاده کرده‌اند [16,8,5]. در این مقالات از مدل لیانگ- راجرز برای شبیه‌سازی رفتار سیم آلیاژ حافظه‌دار استفاده شده است که در دمای‌های پایین دقت بسیار پایین‌تری نسبت به مدل برینسون دارد، اما در این مقاله از مدل برینسون که دقت و پیچیدگی پیشتری دارد، برای تخمین متغیرهای حالت استفاده می‌شود. علاوه‌بر این در این مقاله تخمین متغیرهای حالت براساس مدل‌هایی انجام می‌شود که پارامترهای نامعلوم آن‌ها توسط EKF تخمین زده شده است. از طرفی با توجه به احتمال واگرایی فیلتر کالمن توسعه یافته در سیستم‌های به شدت غیر خطی و در مواردی که تعداد پارامترهای مجھول زیاد است، باید دید آیا می‌توان از این فیلتر برای تخمین پارامترهای مدل ترموالکتریک و تخمین دمای سیم با استفاده از مدل برینسون استفاده کرد یا خیر؟

در این مقاله ابتدا با پیاده‌سازی EKF روی روابط غیرخطی مدل ترموالکتریک، سه پارامتر مجھول این مدل به صورت همزمان به کمک EKF تخمین زده می‌شوند. دمای سیم به کمک مدل ترموالکتریک شناسایی شده برای ارزیابی دقت تخمین پارامترها محاسبه شده و با دمای واقعی مقایسه می‌شود. تخمین پارامترها و محاسبه دما روی یک عملگر واقعی آلیاژ حافظه‌دار انجام می‌شود. نتایج نشان می‌دهد دمای محاسبه شده در بیشتر نواحی انطباق خوبی بر دمای واقعی دارد. خطاهای موجود در محاسبه دما ممکن است به دلیل اختشاشات محیطی مانند تغییر ضربی انتقال حرارت جابه‌جاوی به دلیل وزش باد و یا عوامل مدل‌سازی نشده مدل ترموالکتریک مانند انتقال حرارت تابشی و رسانایی باشد. نوآوری اصلی این مقاله است که برای حذف تأثیر این عوامل و افزایش دقت تخمین از ترکیب اطلاعات حاصل از حسگرهای تنفس، کرنش و جریان با اطلاعات مدل‌های ترموالکتریک و برینسون برای تخمین دمای سیم استفاده می‌شود. ترکیب اطلاعات و تخمین دمای سیم به کمک EKF انجام می‌شود. این تخمین به صورت برخط روی یک عملگر آلیاژ حافظه‌دار انجام شده که برای بلند کردن وزنه ساخته شده است. نتایج این تخمین در بیشتر نواحی با دقت بسیار خوبی بر دمای واقعی سیم منطبق هستند. مقایسه نتایج نشان می‌دهد با این روش می‌توان خطاهای مدل ترموالکتریک را در بیشتر نواحی پوشش داده و به تخمینی دقیق‌تر از دما دست یافت، همچنین با استفاده از این روش می‌توان بدون صرف هزینه جهت خریداری و نصب حسگر دما این متغیر حالت را بدون تأخیر و با خطای کم تخمین زد. چیدمان بخش‌های مختلف این مقاله به این شرح است. در بخش دوم فیلتر کالمن توسعه یافته تشریح شده و در بخش سوم روابط مدل برینسون شرح داده می‌شود. در بخش چهارم در مورد ساختار عملگر آلیاژ حافظه‌دار ساخته شده توضیح داده می‌شود. در بخش پنجم پارامترهای مجھول مدل ترموالکتریک با استفاده از داده‌های تجربی تخمین زده شده و دمای سیم با استفاده از آن‌ها محاسبه می‌شود. در بخش ششم با استفاده از ترکیب اطلاعات مدل ترموالکتریک و مدل برینسون دمای سیم تخمین زده می‌شود. در بخش هفتم نتایج تخمین دمای مورد بررسی قرار

اندازه‌گیری کرد. معمولاً برای اندازه‌گیری دمای سیمهای آلیاژ حافظه‌دار از ترموموکوپلهای بسیار دقیق استفاده می‌شود [4-2]. با توجه به این که گرمایش سیم از طریق عبور جریان الکتریکی از آن انجام می‌شود، لازم است ترموموکوپل به نحوی به سیم متصل شود که از طرفی با سیم اتصال الکتریکی نداشته باشد و از سوی دیگر به سرعت با سیم آلیاژ حافظه‌دار هم‌دمای شود. برای این منظور ترموموکوپل و سیم با نوعی چسب خاص به هم متصل شوند که عایق الکتریکی و رسانایی گردد. استفاده از چسب بین سیم و ترموموکوپل باعث ایجاد تأخیر در اندازه‌گیری دما می‌شود. علاوه‌بر این برای اندازه‌گیری دمای سیم باید از ترموموکوپلهای بسیار نازک استفاده شود تا تأثیر کمی بر دمای سیم داشته باشند. این ترموموکوپل‌ها و چسب‌های خاص قیمت بسیار بالایی دارند. از طرفی فرایند چسباندن ترموموکوپل به سیم یک فرایند بسیار دقیق بوده و در صورتی که ترموموکوپل یا سیم مشکلی پیدا کنند، باید هر دو جزء تعویض شده و فرایند چسباندن ترموموکوپل به سیم مجدد آنجام شود. همچنین سیگنال خروجی ترموموکوپل با توجه به ولتاژ بسیار پایین ترموموکوپل‌ها باید در همان محل نصب و پیش از انتقال به سیستم داده‌برداری تقویت شود. در غیر این صورت اندازه‌گیری دمای سیم‌های آلیاژ حافظه‌دار معمولاً با نویز زیادی همراه بوده و در صورتی که از روش‌های پیشرفتی حذف نویز استفاده نشود، اندازه‌گیری دما دقت پایینی دارد.

محدودیت‌هایی در مکانیزم‌های مختلف مانند کمبود فضا، عدم دقت اطلاعات به دست آمده از حسگرها و هزینه بالای حسگرها باعث می‌شوند اندازه‌گیری متغیرهای حالت آلیاژهای حافظه‌دار مانند کرنش، تنفس و مخصوصاً دما با مشکلاتی همراه باشند. از این‌رو تلاش می‌شود به طریقی با استفاده از داده‌های به دست آمده از حسگرها قابل استفاده و به کمک مدل‌های موجود برای آلیاژهای حافظه‌دار، متغیرهای حالتی که قابل اندازه‌گیری نیستند به صورت غیرمستقیم محاسبه شوند [9-5].

در برخی از مقالات با استفاده از معادلات ترموالکتریک دمای سیم محاسبه می‌شود [10,2]. این معادلات روابط دیفرانسیلی هستند که رابطه بین جریان و دمای سیم را بیان می‌کنند. در این روابط پارامترهای وجود دارند که باید مقدار آن‌ها با استفاده از آزمایشات تحریب تعیین شود. این پارامترها عبارت از مقاومت الکتریکی، ظرفیت حرارتی و ضربی انتقال حرارت جابه‌جاوی سیم است. برینسون و همکاران و آلامراج و همکاران در دو مقاله مجزا نشان داده‌اند با ثابت در نظر گرفتن این مقادیر نمی‌توان دمای سیم را به خوبی تخمین زد [12,11]. در حقیقت مقاومت الکتریکی سیم آلیاژ حافظه‌دار با تغییر فاز تغییر می‌کند [13]. ضربی انتقال حرارت جابه‌جاوی (h) هم به صورت تابعی از دما تغییر می‌کند [2]. الهی‌نیا و همکاران از یک تابع چندجمله‌ای درجه 2 برای بیان وابستگی بین h و دمای سیم استفاده کرده‌اند [5]. اما ذاکرزاوه و همکاران رابطه h بر حسب دمای سیم را با یک تابع درجه 4 بیان کرده‌اند [10]. میرزایی فر و همکاران هم تأثیر نزخ افزایش تنفس سیم بر معادلات ترموالکتریک آلیاژهای حافظه‌دار را مورد بررسی قرار داده‌اند [14]. در برخی از مقالات متغیرهای حالت سیم آلیاژ حافظه‌دار با استفاده از فیلتر کالمن توسعه یافته [15] تخمین زده شده است [17,16,8]. فیلتر کالمن یکی از شناخته شده‌ترین و پر استفاده‌ترین ابزارهایی است که تاکنون برای تخمین پارامترها و متغیرها با استفاده از حسگرهای نویزی و مدل‌های غیردقیق ارائه شده است [18,5]. با استفاده از این فیلتر می‌توان اطلاعات به دست آمده از مدل‌ها و حسگرهای غیردقیق را با هم ترکیب کرده و متغیرهای موردنظر را با دقت بالا تخمین زد. در پژوهش‌های مختلفی در سیستم‌های ناویبری، رباتیکی، ارتعاشاتی و مواد هوشمند مانند پیزوالکتریک از این فیلتر برای

سیستم و اندازه‌گیری و  $w, v$  به ترتیب نویزهای اندازه‌گیری و فرآیند است. با داشتن مدل غیرخطی در هر مرحله می‌توان سیستم را حول مقادیر تخمین مرحله قبل به صورت رابطه (6) خطی‌سازی کرد.

$$F_{k-1} = \frac{\partial f_{k-1}}{\partial x} \Big|_{\hat{x}_{k-1}^+} \quad (6)$$

با داشتن ماتریس  $F$  که ماتریس خطی‌شده سیستم است، در هر مرحله می‌توان تخمین پیشین متغیرهای حالت را با رابطه (7) و کوواریانس خطای آنها را به کمک رابطه (8) به دست آورد. علامت منفی بالانویس در این روابط نشان‌دهنده این است که این مقادیر تخمین پیشین هستند. این مرحله به روز رسانی زمانی هم نامیده می‌شود.

$$\hat{x}_k^- = f_{k-1}(x_{k-1}^+, u_{k-1}, 0) \quad (7)$$

$$P_k^- = F_{k-1} P_{k-1}^+ F_{k-1}^T + Q_{k-1} \quad (8)$$

در مرحله بعد در صورتی که معادله اندازه‌گیری هم غیرخطی باشد، حول نقطه تخمین پیشین خطی‌سازی شده و ماتریس  $H$  که ماتریس اندازه‌گیری است، مطابق رابطه (9) به دست می‌آید.

$$H_k = \frac{\partial h_k}{\partial x} \Big|_{\hat{x}_k^-} \quad (9)$$

در آخرین مرحله که به روز رسانی اندازه‌گیری نامیده می‌شود، مقادیر پسین متغیرهای حالت و کوواریانس خطای آنها تخمین زده می‌شوند. برای تخمین این مقادیر ابتدا باید مطابق رابطه (10) یک ماتریس  $K$  محاسبه شود که ضریب تأثیر مقادیر اندازه‌گیری‌ها روی تخمین پیشین متغیرها را مشخص می‌کند. تخمین پسین متغیرهای حالت و کوواریانس خطای آنها مطابق روابط (12,11) به دست می‌آیند.

$$K_k = P_k^- H_k^T (H_k P_k^- H_k^T + R_k)^{-1} \quad (10)$$

$$\hat{x}_k^+ = \hat{x}_k^- + K_k [y_k - h_k(\hat{x}_k^-)] \quad (11)$$

$$P_k^+ = (I - K_k H_k) P_k^- \quad (12)$$

جهت توضیح بهتر مراحل و ارتباط روابط ارائه شده برای فیلتر کالمون توسعه‌یافته، دیاگرام بلوکی این فیلتر در شکل 1 نشان داده شده است.

برای این‌که علاوه‌بر متغیرهای حالت، برخی از پارامترهای ثابت سیستم هم تخمین زده شوند می‌توان این پارامترها را هم به صورت متغیر حالت سیستم در نظر گرفت [13,9]. در حقیقت سیستم جدیدی تشکیل می‌شود که بردار متغیرهای حالت آن شامل متغیرهای حالت سیستم قبلی به همراه

گرفته و در بخش هشتم نتایج این پژوهش جمع‌بندی می‌شود.

## 2- فیلتر کالمون توسعه‌یافته (EKF)

فیلتر کالمون یک تخمین‌گر خطی است که در هر مرحله با ترکیب اطلاعات گردآوری شده از متغیرهای حالت در مرحله پیشین با اطلاعات به دست آمده از مدل سیستم یک تخمین پیشین از مقدار متغیرهای حالت در مرحله جاری می‌زند. این تخمین در حقیقت پیش‌بینی مدل سیستم از مقدار متغیرهای حالت در مرحله جاری است، اما پس از انجام اندازه‌گیری‌ها در مرحله جاری این فیلتر مجددًا با توجه به اطلاعات اندازه‌گیری‌ها و قابلیت اطمینان به آنها و همچنین با توجه به تخمین پیشین به دست آمده از مدل و قابلیت اطمینان مدل یک تخمین پسین می‌زند که تخمین نهایی از متغیرهای حالت در مرحله  $k-1$  خواهد بود. این تخمین در حقیقت یک میانگین‌گیری وزنی از مقادیر به دست آمده از تخمین پیشین و اطلاعات به دست آمده از اندازه‌گیری‌هاست که به نسبت عکس کوواریانس خطای وزن دهنده است. علاوه‌بر این تخمین در این مرحله میزان قابلیت اطمینان به این تخمین هم به دست می‌آید. این تخمین و میزان قابلیت اطمینان به دست آمده برای آن به عنوان ورودی برای مرحله بعدی استفاده می‌شوند [15].

برای حالت غیرخطی هم فیلتر کالمون توسعه‌یافته (EKF) ارائه شده است که با خطی‌سازی مدل غیرخطی حول نقطه کاری از فیلتر کالمون استفاده می‌کند. هرچه میزان غیرخطی بودن مدل سیستم بیشتر باشد، خطای خطی‌سازی پیشتر و در نتیجه دقت تخمین کمتر خواهد بود.

فیلتر کالمون در حالت گسسته مرحله به مرحله تخمین را پیش می‌برد؛ بنابراین ابتدا باید یک تخمین اولیه از متغیرهای حالت سیستم و همچنین میزان قابلیت اطمینان آنها داشته باشیم، مطابق رابطه (2,1) تخمین اولیه برای متغیرهای حالت سیستم می‌تواند میانگین مقادیر محتمل برای آنها و قابلیت اطمینان آن نیز می‌تواند کوواریانس خطای تخمین در نظر گرفته شود [15].

$$\hat{x}_0^+ = E(x_0) \quad (1)$$

$$P_0^+ = E[(x_0 - \hat{x}_0^+)(x_0 - \hat{x}_0^+)^T] \quad (2)$$

در این روابط  $x_0$  و  $\hat{x}_0^+$  به ترتیب مقدار اولیه واقعی بردار متغیرهای حالت و مقدار اولیه تخمین زده شده برای این بردار هستند، همچنین  $P_0^+$  نشان‌دهنده مقدار کوواریانس خطای تخمین اولیه است.

برای استفاده از فیلتر کالمون توسعه‌یافته ابتدا باید یک مدل از سیستم داشته باشیم که این مدل می‌تواند غیرخطی باشد. این مدل باید مقادیر متغیرهای حالت در هر مرحله را بر حسب متغیرهای حالت مرحله قبل و همچنین ورودی سیستم و کوواریانس خطای  $Q$  است که اشکالات مدل‌سازی را پوشش می‌دهد. معادله اندازه‌گیری نیز روابط اندازه‌گیری مقادیر متغیرهای حالت را بیان می‌کند. البته طبیعی است که هر اندازه‌گیری با مقداری خطای همراه است که با در نظر گرفتن یک نویز اندازه‌گیری پوشش داده می‌شود. این نویز نیز یک نویز سفید با میانگین صفر و کوواریانس خطای  $R$  است. این موارد به صورت پارامتریک در روابط (3-5) نشان داده شده است.

$$x_k = f_{k-1}(x_{k-1}, u_{k-1}) + w_{k-1} \quad (3)$$

$$y_k = h_k(x_k) + v_k \quad (4)$$

$$w_k \sim (0, Q), v_k \sim (0, R) \quad (5)$$

در این روابط  $x_k, y_k, u_k$  به ترتیب مقادیر بردارهای ورودی، اندازه‌گیری و متغیرهای حالت در مرحله  $k-1$  هستند.  $h, f$  به ترتیب مدل‌های غیرخطی

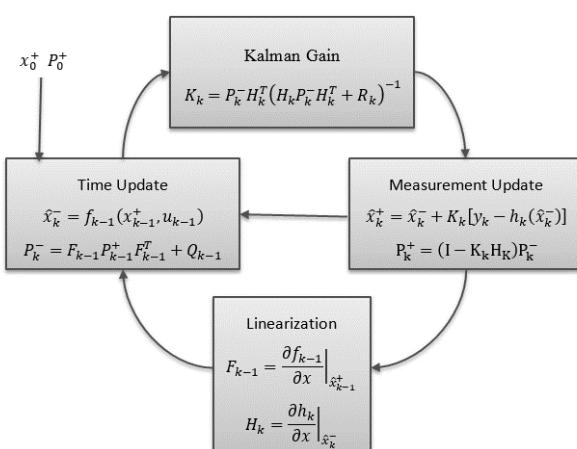


Fig. 1 Block diagram of EKF

شکل 1 دیاگرام بلوکی فیلتر کالمون توسعه‌یافته

پارامترهای مطلوب است. از طرفی برای این‌که یک پارامتر سیستم بتواند به

$$\Delta_{T\epsilon} = \frac{1 - \xi_{s0} - \xi_{T0}}{2} \cos(a_M(T - M_f)) + \frac{1 - \xi_{s0} + \xi_{T0}}{2} \quad (18)$$

$$(19)$$

در شرایطی که دما بالاتر از دمای شروع آستینیت بوده و  $C_A(T - A_f) < \sigma$  تبدیل فاز مارتنتیت به آستینیت اتفاق می‌افتد. در این تبدیل فاز نسبت حجمی مارتنتیت و نسبت حجمی مارتنتیت ایجاد شده در اثر تنش و دما از رابطه (20) محاسبه می‌شوند.

$$\begin{aligned} \xi &= \frac{\xi_0}{2} \left( \cos \left( a_A (T - A_s - \frac{\sigma}{C_A}) \right) + 1 \right) \\ \xi_s &= \xi_{s0} - \frac{\xi_{s0}}{\xi_s} (\xi_0 - \xi) \\ \xi_T &= \xi_{T0} - \frac{\xi_{T0}}{\xi_0} (\xi_0 - \xi) \end{aligned} \quad (20)$$

در این روابط  $T_0, \xi_{s0}, \xi_{T0}$  مربوط به لحظه ابتدای سیکل جاری هستند.  $A_s, A_f$  به ترتیب دماهای انتهای و ابتدای تبدیل فاز از مارتنتیت به آستینیت  $M_s, M_f$  به ترتیب دماهای انتهای و ابتدای تبدیل فاز آستینیت به مارتنتیت در تنش صفر هستند.  $\sigma_f, \sigma_s$  نتش‌های انتهای و ابتدای تبدیل از مارتنتیت دوقلویی به مارتنتیت غیردوقلویی بوده و  $C_A, C_M$ ، شب افزایش دماهای تبدیل فاز نسبت به تنش هستند. در [17] روابط لازم برای محاسبه نسبت حجمی مارتنتیت و نسبت حجمی مارتنتیت تشییع به تفصیل برای تمامی نواحی صفحه دما-تنش شرح داده است.

مدل برینسون یازده پارامتر مجهول دارد که همگی توسط سلطانی و همکاران به کمک فیلتر کالمن توسعه‌یافته تخمین زده شده‌اند [26]. این مقادیر در جدول 1 نشان داده شده‌اند.

#### 4-عملگر آلیاژ حافظه‌دار ساخته شده

در این پژوهش از یک عملگر آلیاژ حافظه‌دار یک درجه آزادی استفاده شده که قادر است ارتفاع وزنهای تا سقف 600gr را در یک بازه 16mm کنترل کند. شماتیک این عملگر در شکل 2 و عملگر ساخته شده در شکل 3 نشان داده شده است.

در این عملگر از سیم آلیاژ حافظه‌دار از جنس نیکل-تیتانیوم ساخت شرکت داینالوی به عنوان محرك استفاده شده است. پیش از نصب سیم آلیاژ حافظه‌دار روی عملگر با نصب یک وزنه 600gr روی سیم جریان عبوری از آن

جدول ۱ پارامترهای مدل برینسون [26]

Table 1 Parameters of Brinson Model [26]

| پارامتر      | مقدار       |
|--------------|-------------|
| $M_s$        | 39 °C       |
| $M_f$        | 24.4 °C     |
| $A_s$        | 39 °C       |
| $A_f$        | 58.7 °C     |
| $C_A$        | 16.4 MPa/°C |
| $C_M$        | 6.32 MPa/°C |
| $\epsilon_L$ | 4.1 %       |
| $E_A$        | 33.6 GPa    |
| $E_M$        | 20 GPa      |
| $\sigma_s$   | 15.2 MPa    |
| $\sigma_f$   | 119.1 MPa   |

صد مرتبه قطع و وصل شده است تا سیم آموخته دیده و مقدار کرنش فاز

عنوان یک متغیر حالت در نظر گرفته شود باید معادله دینامیکی آن هم در سیستم تعریف شود. برای تعریف معادله دینامیکی یک پارامتر ثابت سیستم در هر مرحله این پارامتر مساوی مقدار آن در مرحله قبلی به علاوه یک نویز فرآیند با کوواریانس خطای  $Q$  در نظر گرفته می‌شود [15]. اضافه کردن این نویز فرآیند برای این است که مقدار پارامتر بتواند توسط فیلتر کالمن نوسان کرده و به مقدار واقعی نزدیک شود [17].

#### 3- مدل برینسون

برای بیان رفتار ترمومکانیکی سیم‌های آلیاژ حافظه‌دار از مدل‌های ساختاری یک بعدی استفاده می‌شود. این مدل‌ها رابطه بین متغیرهای دما، کرنش و تنش سیم را بیان می‌کنند. کرنش سیم در آلیاژ‌های حافظه‌دار بر اثر تغییر فاز تغییر می‌کند. مدل برینسون [23] یکی از معروف‌ترین مدل‌های یک بعدی ارائه شده برای شبیه‌سازی رفتار این مواد است که قادر است رفتار سیم را در دماهای بالا و پایین به خوبی شبیه‌سازی کند [24]. معادله اصلی این مدل در رابطه (13) آمده است.

$$\sigma = E(\xi)(\epsilon - \epsilon_L \xi_s) + \theta(T - T_0) \quad (13)$$

در آن  $\theta$  ضریب انبساط حرارتی،  $T_0$  دمای سیم در شروع سیکل حرارتی جاری،  $\epsilon_L$  ماکریم کرنش قابل بازیابی سیم قابل تغییر فاز آستینیت مارتنتیت نشی است. در این معادله  $E(\xi)$  مدول الاستیسیته ماده است که مطابق رابطه (14) با نسبت حجمی مارتنتیت به صورت خطی تغییر می‌کند.

$$E(\xi) = E_A + \xi(E_M - E_A) \quad (14)$$

در این رابطه  $E_A$  و  $E_M$  به ترتیب مدول الاستیسیته ماده در فاز آستینیت و مارتنتیت بوده و  $\xi$  نسبت حجمی کلی مارتنتیت است. در رابطه (13) همان طور که در [23] نشان داده شده است، کرنش حاصل از انبساط دمایی (جمله دوم) می‌تواند در برابر کرنش حاصل از تغییر فاز (جمله اول) نادیده گرفته شود؛ بنابراین کرنش سیم از رابطه (15) به دست می‌آید.

$$\epsilon = \frac{\sigma}{E(\xi)} + \epsilon_L \xi_s \quad (15)$$

در این مدل روابط متعددی برای محاسبه نسبت حجمی مارتنتیت ارائه شده‌اند. این روابط نسبت حجمی مارتنتیت را بر حسب تنش و دما محاسبه می‌کنند. تبدیل فاز از آستینیت به مارتنتیت غیردوقلویی در شرایطی رخ می‌دهد که  $(C_M(T - M_s) < \sigma < \sigma_f + C_M(T - M_s))$  در این شرایط نسبت حجمی مارتنتیت ایجاد شده در اثر دما و تنش از رابطه (16) محاسبه می‌شوند، اما در شرایطی که  $\sigma < \sigma_f$  و  $\sigma < \sigma_s$  بسته به تغییرات دما و تنش تبدیل فاز به صورت همزمان به مارتنتیت دوقلویی و غیردوقلویی رخ می‌دهد و نسبت حجمی مارتنتیت دمایی و نشی از رابطه (17) محاسبه می‌شود [25,23,17].

$$\begin{aligned} \xi_s &= \frac{1 - \xi_{s0}}{2} \cos \left( \frac{\pi}{\sigma_s - \sigma_f} (\sigma - \sigma_f - C_M(T - M_s)) \right) \\ &\quad + \frac{1 + \xi_{s0}}{2} \\ \xi_T &= \xi_{T0} - \frac{\xi_{T0}}{1 - \xi_{s0}} (\xi_s - \xi_{s0}) \quad (16) \\ \xi_s &= \frac{1 - \xi_{s0}}{2} \cos \left( \frac{\pi}{\sigma_s - \sigma_f} (\sigma - \sigma_f) \right) + \frac{1 + \xi_{s0}}{2} \\ \xi_T &= \Delta_{T\epsilon} - \frac{\Delta_{T\epsilon}}{1 - \xi_{s0}} (\xi_s - \xi_{s0}) \quad (17) \end{aligned}$$

که در این رابطه در صورتی که  $T_0 < T < M_s$  و  $M_f < T < M_s$  از رابطه (18) و در غیر این صورت با استفاده از رابطه (19) به دست می‌آید.

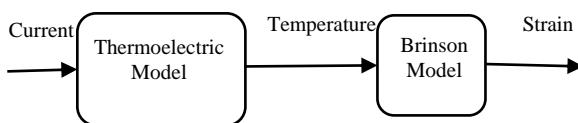


Fig. 4 Block diagram of Brinson and thermoelectric models and their relationship

شکل 4 دیاگرام بلوکی ارتباط مدل‌های ترمولکتریک و بربنsson

حرارت جابه‌جایی سیم است. همان‌گونه که در بخش 1 اشاره شد، مقاومت الکتریکی سیم به صورت تابعی از نسبت حجمی مارتزیت و ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی به صورت تابعی درجه دوم از دمای سیم مطابق روابط (21) تغییر می‌کنند [5].

$$\rho_e = \rho_A + \xi(\rho_M - \rho_A) \quad (21)$$

$$h(T) = h_0 + h_2 T^2 \quad (22)$$

در این روابط  $\rho_M$  و  $\rho_A$  به ترتیب مقاومت الکتریکی سیم در فاز مارتزیت و آستنیت هستند که مستقیم از روی سیم اندازه‌گیری شده‌اند و به ترتیب برابر 55.8 و 44.2 اهم بر متر هستند؛ بنابراین تنها پارامترهای مجهول در این رابطه  $C_v$  و  $h_2$  هستند که باید کمک فیلتر کالمون توسعه‌یافته به صورت همزمان تخمین زده شوند. تخمین این پارامترها روی عملکرد آلیاژ حافظه‌دار معرفی شده در بخش 4 انجام شده است. در این تخمین جریان سیم به عنوان ورودی و دمای سیم به عنوان خروجی سیستم اندازه‌گیری می‌شود. با

بازنويسي رابطه (21) به فرم اختلافی، به صورت رابطه (24) خواهيم داشت.

$$\Delta T = T_{k+1} - T_k = \left( -\frac{4}{d} h [T - T_{amb}] + \frac{\rho_e I^2}{A_w} \right) \frac{\Delta t}{C_v} \quad (23)$$

در این رابطه  $T_{amb} = 0.1s$  طول بازه زمانی داده‌برداری بوده و  $20.8^{\circ}$  دمای محیط است.

در صورتی که رابطه اصلی مدل ترمولکتریک (رابطه (21)) به عنوان معادله دینامیکی سیستم مورد استفاده قرار گیرد، برای به دست آوردن دما در هر لحظه باید این رابطه انتگرال گیری شود و در این صورت هرگونه خطا در حدس اولیه پارامترها باعث بروز نوسان در تخمین پله‌های زمانی بعدی می‌شود. در صورتی که تغییر دما ملاک تخمین پارامترها قرار گیرد، تخمین از فرم انتگرالی خارج شده و خطاهای اولیه باعث ایجاد نوسان در تخمین پله‌های زمانی بعدی نخواهد شد. در حقیقت پارامترها به گونه‌ای تخمین زده می‌شوند که با جریان و دمای اندازه‌گیری شده در پله زمانی جاری، تغییر دما در این پله زمانی به درستی محاسبه شود؛ بنابراین به جای دمای هر پله زمانی، تغییر دما در هر پله زمانی به عنوان متغیر حالت در نظر گرفته می‌شود. برای تخمین پارامترهای مجهول، این پارامترها به بردار متغیرهای حالت اضافه شده و بردار متغیرهای حالت تعیین یافته مطابق رابطه (25) تشکیل می‌شود.

$$x = [\Delta T \ h_0 \ h_2 \ C_v]^T \quad (25)$$

برای تخمین پارامترهای مجهول هر کدام از این پارامترها باید یک معادله دینامیکی داشته باشد که در این معادلات مقدار این پارامترها در هر پله زمانی برابر مقدار آن‌ها در پله زمانی قبلی به علاوه یک نویز فرآیند در نظر گرفته می‌شود. با گرادیان‌گیری از این معادلات نسبت به بردار متغیرهای حالت تعیین یافته، ماتریس خطی شده سیستم مطابق رابطه (26) به دست می‌آید.

$$F = \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} & f_{14} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (24)$$

مارتنزیت آن پایدار شود [27]. جریان عبوری از سیم توسط یک منبع جریان کنترل شونده تأمین می‌شود. تنش سیم توسط یک لودل S شکل و کرنش سیم توسط یک حسگر القایی آنالوگ اندازه‌گیری می‌شود. برای اندازه‌گیری دمای سیم هم از ترموموپل از نوع J با قطر 0.07mm ساخت شرکت امگا استفاده شده است. این ترموموپل با چسب مخصوصی که برای این منظور توسط شرکت امگا ساخته شده به سیم متصل شده است. انتقال حرارت بسیار بالا و هدایت الکتریکی بسیار پایین از ویژگی‌های کلیدی این چسب هستند.

##### 5-تخمین پارامترهای مدل ترمولکتریک و محاسبه دمای سیم

همان‌گونه که در بخش 1 اشاره شد، کنترل طول سیم‌های آلیاژ حافظه‌دار از طریق کنترل دمای سیم امکان‌پذیر است. برای کنترل دمای سیم معمولاً از گرمایش الکتریکی و سرمایش آزاد از طریق انتقال حرارت جابه‌جایی استفاده می‌شود. از این‌رو معمولاً در این عملکرها ورودی سیستم، جریان و یا ولتاژ سیم است که از طریق آن دمای سیم کنترل می‌شود. مدل‌های ترمولکتریک استفاده شده برای تخمین دمای سیم آلیاژ حافظه‌دار براساس محاسبه انرژی تولید شده از طریق مقاومت الکتریکی و انرژی دفع شده از طریق انتقال حرارت جابه‌جایی دمای سیم را در هر لحظه محاسبه می‌کنند. دیاگرام بلوکی ارتباط مدل‌های ترمولکتریک و بربنsson در عملکرد آلیاژ حافظه‌دار در شکل 4 و رابطه اصلی مدل ترمولکتریک در رابطه (21) نشان داده شده است.

$$C_v \frac{\partial T(t)}{\partial t} = -\frac{4}{d} h [T - T_{amb}] + \frac{\rho_e I^2}{A_w} \quad (21)$$

در این رابطه  $C_v$ ، ظرفیت حرارتی سیم آلیاژ حافظه‌دار،  $d = 0.2\text{mm}$  قطر سیم،  $T$  دمای سیم،  $T_{amb}$  دمای محیط،  $I$  جریان سیم،  $A_w = \pi d^2/4$  سطح مقطع سیم،  $\rho_e$  مقاومت الکتریکی مؤثر یک متر از سیم و  $h$  ضریب انتقال

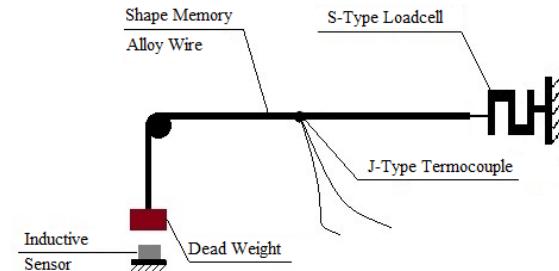


Fig. 2 Schematic figure of the SMA actuator

شکل 2 شماتیک عملکرد آلیاژ حافظه‌دار استفاده شده

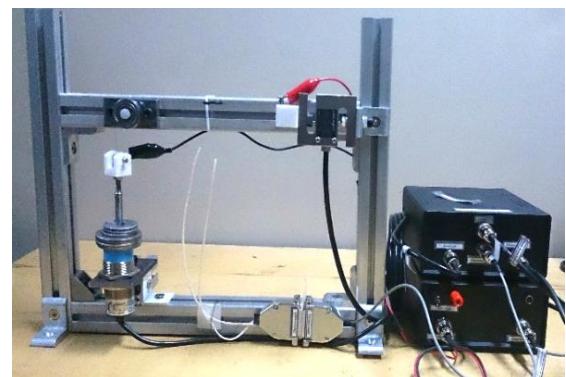


Fig. 3 The SMA actuator used in this research

شکل 3 عملکرد آلیاژ حافظه‌دار مورد استفاده در این پژوهش

نیاز برای کنترل عملگر آلیاژ حافظه‌دار است. از طرفی اندازه‌گیری این متغیر با محدودیت‌های فراوانی روبرو بوده و در مقالات زیادی تلاش شده است تا با روش‌های مختلفی این متغیر تخمین زده شود [8,5]. از آن جا که دمای سیم با کنترل جریان الکتریکی سیم کنترل می‌شود، اولین مدلی که برای تخمین این متغیر مدد نظر قرار می‌گیرد، مدل ترموالکتریک است که از طریق یک رابطه دیفرانسیلی دما را بر حسب جریان محاسبه می‌کند، اما به دلایل مختلف از قبیل تغییر ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی به دلیل وزش باد، تغییر دمای محیط، خطأ در تخمین پارامترها یا عوامل مدل‌سازی نشده مانند انتقال حرارت تابشی و رسانایی ممکن است تخمین دما توسط این مدل در برخی شرایط دقت کافی نداشته باشد.

راه حل دیگر تخمین دما از طریق مشاهده آثار آن است. همان‌طور که در بخش 1 اشاره شد، در حالت تنفس ثابت می‌توان کرنش آن را با کنترل دمای سیم کنترل کرد؛ بنابراین با داشتن کرنش سیم هم می‌توان به اطلاعاتی در مورد دمای سیم دست یافت. در این پژوهش برای تخمین دمای سیم از ترکیب اطلاعات حاصل از اندازه‌گیری تنفس، کرنش و جریان سیم با به دست آمده از هر دو مدل ترموالکتریک و برینسون به کمک EKF استفاده شده است. این فرایند به صورت دیاگرام بلوکی در شکل 7 نشان داده شده است.

این تخمین هم روی عملگر آلیاژ حافظه‌دار معروفی شده در بخش 4 انجام می‌شود. در این تخمین ورودی سیستم جریان سیم بوده و کرنش سیم به عنوان خروجی سیستم اندازه‌گیری می‌شود. با توجه به عدم تغییر وزنه متصل به سیم در طول فرآیند، تنفس سیم ثابت در نظر گرفته می‌شود. برای تخمین دما ابتدا بردار متغیرهای حالت سیستم مطابق رابطه (31) تشکیل می‌شود.

$$(31) \quad x = \begin{bmatrix} \varepsilon \\ T \end{bmatrix}^T$$

در ادامه باید معادلات دینامیکی غیرخطی سیستم نوشته شود. اولین معادله، مدل برینسون (رابطه (15)) است که کرنش را بر حسب دما و تنفس محاسبه می‌کند. با جاگذاری روابط مربوط به نسبت حجمی مارتنتزیت و نسبت حجمی مارتنتزیت تنفسی (رابطه (17,16))، این رابطه به یک مدل چند ضابطه‌ای تبدیل می‌شود که معادله سیستم با تغییر شرایط تغییر می‌کند. اما دومین معادله دینامیکی سیستم مدل ترموالکتریک (رابطه (22)) است که دما را بر حسب دمای مرحله قبلی و جریان سیم محاسبه می‌کند. با مشتق‌گیری از این معادلات غیرخطی نسبت به متغیرهای حالت، ماتریس سیستم تشکیل می‌شود که با توجه به تغییر روابط غیرخطی مدل برینسون با تغییر دما،

که در آن رابطه (27) را خواهیم داشت.

$$\begin{aligned} f_{11} &= -\frac{4\Delta t(3h_2T^2 - 2T_{\text{amb}}h_2T + h_0)}{C_v d} \\ f_{12} &= -\frac{4\Delta t(T - T_{\text{amb}})}{C_v d} \\ f_{13} &= -\frac{4T^2 \Delta t(T - T_{\text{amb}})}{C_v d} \\ f_{14} &= \Delta t \left( \frac{(T - T_{\text{amb}})(4h_2T^2 + 4h_0)}{C_v^2 d} - \frac{I^2 \rho_e}{A_w C_v^2} \right) \end{aligned} \quad (27)$$

با توجه به این که تغییر دما در هر بازه زمانی را می‌توان اندازه‌گیری کرد، ماتریس اندازه‌گیری هم مطابق رابطه (28) تشکیل می‌شود.

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (25)$$

با داشتن این ماتریس‌ها و با به کار بستن روش مشابه روش استفاده شده در [26,17] پارامترهای مجھول مطابق شکل 5 تخمین زده می‌شوند. همان‌گونه که در این شکل مشهود است، با وجود همگرا شدن تخمین در پله‌های زمانی آخر، همچنان نوساناتی در مقدار تخمین وجود دارد. از این‌رو میانگین 500 تخمین آخر به عنوان تخمین نهایی در نظر گرفته می‌شود که برابر با مقادیر رابطه (29) است.

$$\begin{cases} h_0 = 313.6 \frac{\text{J}}{\text{m}^3 \text{ } ^\circ\text{C}_S} \\ h_2 = 8.3 \times 10^{-3} \frac{\text{J}}{\text{m}^3 \text{ } ^\circ\text{C}^2 \text{ s}} \\ C_v = 182.6 \times 10^6 \frac{\text{J}}{\text{m}^3 \text{ } ^\circ\text{C}} \end{cases} \quad (26)$$

با استفاده از مقادیر تخمین زده شده، دمای سیم توسط مدل ترموالکتریک محاسبه شده و در شکل 6 با دمای اندازه‌گیری شده روی سیم مقایسه شده است. همان‌گونه که از این شکل مشهود است، مدل ترموالکتریک با پارامترهای تخمین زده شده قادر است با دقت قابل قبولی دمای سیم را تخمین بزند. در این تخمین، RMS خطأ که برابر است با جذر میانگین مربعات خطأ برابر 3.29 درجه سانتی‌گراد است. این تابع مطابق رابطه (30) محاسبه می‌شود.

$$RMS = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (T_{\text{actual}} - T_{\text{estimated}})^2}{n}} \quad (30)$$

#### 6- تخمین دمای سیم به کمک فیلتر کالمن توسعه‌یافته

همان‌طور که در بخش 1 اشاره شد، دمای سیم یکی از متغیرهای حالت مورد

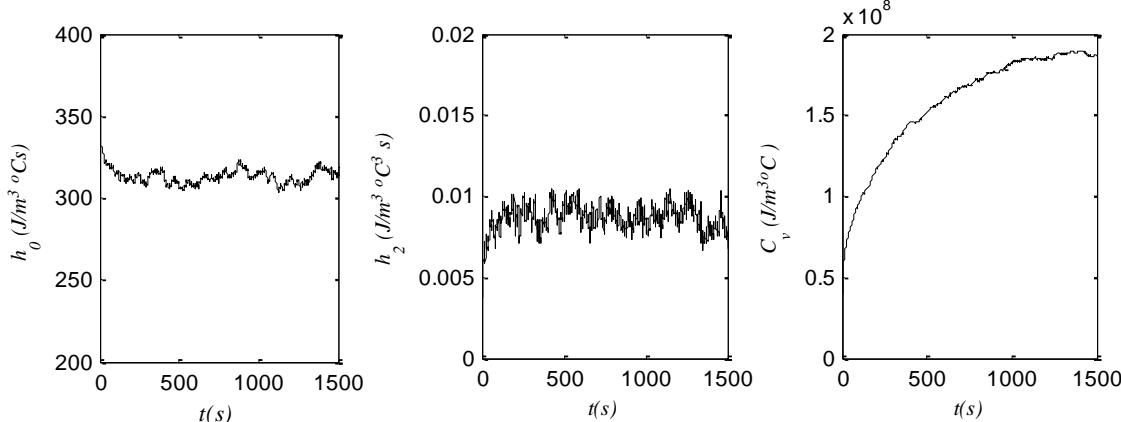


Fig. 5 The parameters of the thermoelectric model estimated using EKF

شکل 5 نتایج تخمین پارامترهای مجھول مدل ترموالکتریک توسط فیلتر کالمن توسعه‌یافته

$$f_{12} = 0 \\ f_{22} = \frac{-12h_2\Delta t T^2 + 8T_{amb}h_2\Delta t T + C_v d - 4h_0\Delta t}{C_v d} \quad (29)$$

در حالتی که دما در حال کاهش بوده و  $\sigma < \sigma_s + C_M(T - M_s)$  رابطه (36) برقرار است

$$f_{12} = 0 \\ f_{22} = \frac{-12h_2\Delta t T^2 + 8T_{amb}h_2\Delta t T + C_v d - 4h_0\Delta t}{C_v d} \quad (30)$$

در حالتی که دما در حال کاهش بوده و  $\sigma_s + C_M(T - M_s) < \sigma < \sigma_f + C_M(T - M_s)$  و  $T > M_s$  است. (37)

$$f_{12} = -\varepsilon_L C_2 \left( \frac{\xi_{s0}}{2} - \frac{1}{2} \right) \\ - \frac{2\sigma(E_A - E_M)(\xi_{s0} + \xi_{T0} - 1)}{(2E_A - (E_A - E_M)(\xi_{s0} - C_3 + \xi_{T0} + 1))^2} \\ f_{22} = -\frac{4\Delta t(h_2 T^2 + h_0)}{C_v d} - \frac{8T h_2 \Delta t(T - T_{amb})}{C_v d} \\ + \frac{I^2 \Delta t(\rho_A - \rho_M)C_3}{2A_w C_v} + 1 \\ C_2 = \frac{\pi C_M}{(\sigma_f - \sigma_s)} \sin \left( \frac{\pi(\sigma - \sigma_f + C_M M_s - C_M T)}{\sigma_f - \sigma_s} \right) \\ C_3 = (\xi_{s0} + \xi_{T0} - 1) \cos \left( \frac{\pi(\sigma - \sigma_f + C_M M_s - C_M T)}{\sigma_f - \sigma_s} \right) \quad (31)$$

در حالتی که دما در حال کاهش و  $M_f < T < M_s$  و  $\sigma_s < \sigma < \sigma_f$  مقادیر  $f_{12}$  و  $f_{22}$  از رابطه (38) محاسبه می‌شوند

$$f_{12} = (\pi\sigma \sin(C_4) (\cos(C_5) - 1)(E_A - E_M)C_6(M_f - M_s)) / \dots \\ / \left( 2E_A - (E_A - E_M) \left( \xi_{T0} - \cos(C_4) C_6 - \cos(C_5) (\xi_{s0} - 1) \right. \right. \\ \left. \left. + (\cos(C_5) + 1) \left( \frac{\xi_{s0}}{2} - \frac{\xi_{T0}}{2} \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. + \cos \left( \frac{\pi(M_f - T)}{M_f - M_s} \right) \frac{C_6}{2} - \frac{1}{2} \right) + 2 \right)^2 \right) \\ f_{22} = -\frac{4\Delta t(h_2 T^2 + h_0)}{C_v d} - \frac{8T h_2 \Delta t(T - T_{amb})}{C_v d} \\ - \frac{\pi I^2 \Delta t(\rho_A - \rho_M)C_6}{4A_w C_v (M_f - M_s)} \sin(C_4)(\cos(C_5) - 1) + 1 \quad (32)$$

$$C_4 = \frac{\pi(M_f - T)}{M_f - M_s} \\ C_5 = \frac{\pi(\sigma - \sigma_f)}{\sigma_f - \sigma_s} \\ C_6 = (\xi_{s0} + \xi_{T0} - 1) \quad (38)$$

و در بقیه حالات این مقادیر از رابطه (39) محاسبه می‌شوند.

$$f_{12} = 0 \\ f_{22} = \frac{-12h_2\Delta t T^2 + 8T_{amb}h_2\Delta t T + C_v d - 4h_0\Delta t}{C_v d} \quad (32)$$

برای شروع تخمین باید یک حدس اولیه از مقادیر متغیرهای حالت داشته باشیم. مقادیر ارائه شده در روابط (33) به عنوان مقادیر حدس اولیه و ماتریس کوواریانس خطای آن در نظر گرفته شده است. این مقادیر در ابتدای فرآیند

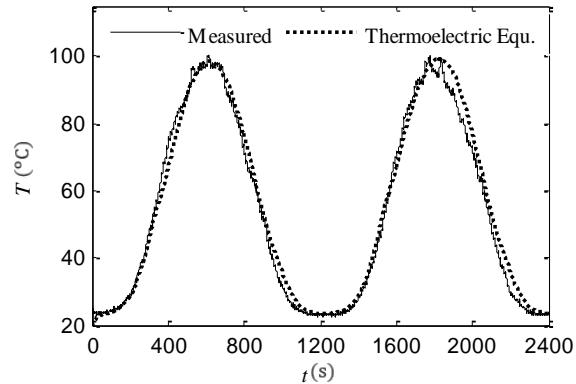


Fig. 6 A comparison between the temperature computed from the identified thermoelectric model and the measured temperature

شکل 6 مقایسه دمای محاسبه شده توسط مدل ترمومالکتریک شناسایی شده با دمای اندازه‌گیری شده

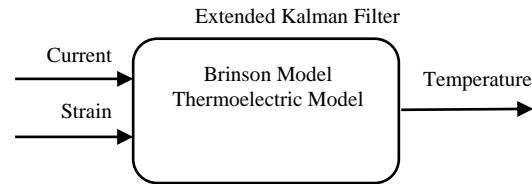


Fig. 7 The block diagram of temperature estimation using EKF

شکل 7 دیاگرام بلوکی تخمین دما توسط فیلتر کالمون توسعه یافته  
ماتریس خطی شده سیستم هم با تغییر دما تغییر می‌کند. در رابطه (32) این  
ماتریس برای حالات و شرایط گوناگون آمده است.

$$F = \begin{bmatrix} 0 & f_{12} \\ 0 & f_{22} \end{bmatrix} \quad (32)$$

در این رابطه در حالتی که دما در حال افزایش بوده و  $\sigma > C_A(T - A_s)$  این  
مقادیر  $f_{12}$  و  $f_{22}$  از رابطه (33) به دست می‌آیند.

$$f_{12} = 0 \\ f_{22} = -\frac{4\Delta t(h_2 T^2 + h_0)}{C_v d} - \frac{8T h_2 \Delta t(T - T_{amb})}{C_v d} \\ + 1 \quad (27)$$

در حالتی که دما در حال افزایش بوده و  $C_A(T - A_f) < \sigma < C_A(T - A_s)$  این  
مقادیر از رابطه (34) محاسبه می‌شوند.

$$f_{12} = \frac{\varepsilon_L C_1}{2(A_f - A_s)} \\ + \frac{\sigma(E_A - E_M)C_1}{(A_f - A_s) \left( 2E_A - \xi_0(E_A - E_M) \left( \cos \left( \frac{\pi(A_s - T + \frac{\sigma}{C_A})}{A_f - A_s} \right) + 1 \right) \right)^2} \\ f_{22} = -\frac{\Delta t(h_2 T^2 + h_0)}{C_v d} - \frac{8T h_2 \Delta t(T - T_{amb})}{C_v d} \\ - \frac{\Delta t(\rho_A - \rho_M)C_1}{2A_w C_v (A_f - A_s)} + 1 \\ C_1 = \pi \xi_0 \sin \left( \frac{\left( \pi \left( A_s - T + \frac{\sigma}{C_A} \right) \right)}{A_f - A_s} \right) \quad (28)$$

و در حالتی که دما در حال افزایش بوده و  $C_A(T - A_f) < \sigma$  مقادیر استفاده  
شده در رابطه (32)، از رابطه (35) به دست می‌آیند.

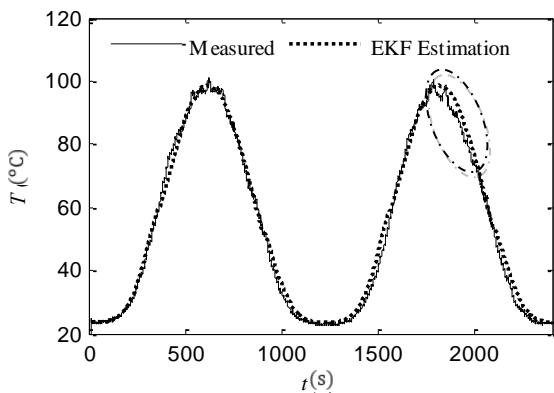


Fig. 10 A comparison between the temperature estimated using EKF and the actual temperature of the SMA wire

شکل 10 مقایسه دمای تخمین زده شده توسط فیلتر کالمن توسعه یافته با دمای واقعی سیم آلیاژ حافظه دار

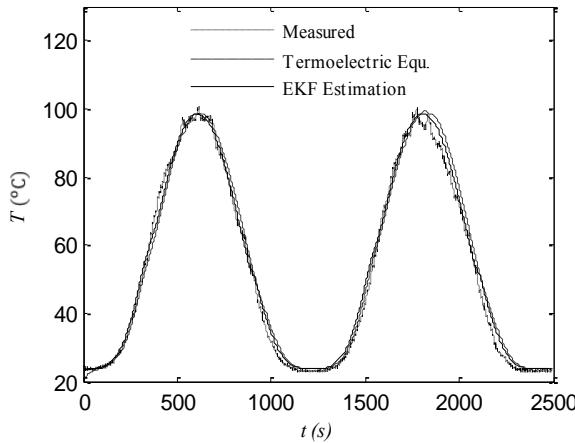


Fig. 11 A comparison between the temperature estimated using EKF with the temperature calculated using termoelectric Equation and the actual temperature

شکل 11 نمودار مقایسه‌ای دمای تخمین (s) زده شده توسط فیلتر کالمن توسعه‌یافته با دمای محاسبه شده توسط معادلات ترمولکتریک و دمای واقعی

مدل ترمولکتریک محاسبه شود، کمتر شده و دما با تأخیر کمتری تخمین زده می‌شود. در این تخمین RMS خطای (راطبه (30)) برابر 2.3 درجه سانتی‌گراد است که نشان‌دهنده بهبود خطای تخمین به میزان حدود 30% در اثر ترکیب اطلاعات به دست آمده از جریان، کرنش و تنش سیم به کمک مدل ترمولکتریک و مدل برینسون است. بیشترین عدم انتباطی بین دمای تخمین زده شده و دمای واقعی در محدوده مشخص شده در شکل 10 مشاهده می‌شود. در این محدوده با توجه به دمای بالای سیم تأثیر عواملی مانند تغییر در ضربی انتقال حرارت جابه‌جاوی به دلیل جریان هوای موضعی و عوامل مدل نشده مانند انتقال حرارت تابشی تشدید شده و باعث ایجاد خطای در تخمین مدل ترمولکتریک می‌شود. علاوه‌بر این در این ناحیه دمای سیم از دمای پایان آستینت بالاتر بوده و ماده به طور کامل وارد فاز آستانتیت شده است. از طرفی دما هنوز به اندازه کافی پایین نیامده که تبدیل فاز آستانتیت به مارتنزیت آغاز شود؛ بنابراین همان‌گونه که در شکل 9 نشان داده شده است، در این ناحیه تغییرات کرنش سیم ناجیز بوده و بنابراین مدل برینسون هم قادر نیست این نوسانات دمایی را ردگیری کند، اما با توجه به این که در این منطقه تغییرات کرنش سیم بسیار کم است، خطای تخمین دما در این ناحیه تأثیر زیادی در برآورد کرنش سیم نداشته و مشکلی در کنترل کرنش ایجاد

اندازه‌گیری شده‌اند. مقادیر کوواریانس نویز فرآیند و اندازه‌گیری هم در رابطه آمده است.

$$x_0 = [4.4\% \quad 23.5^\circ\text{C}]^T \quad (33)$$

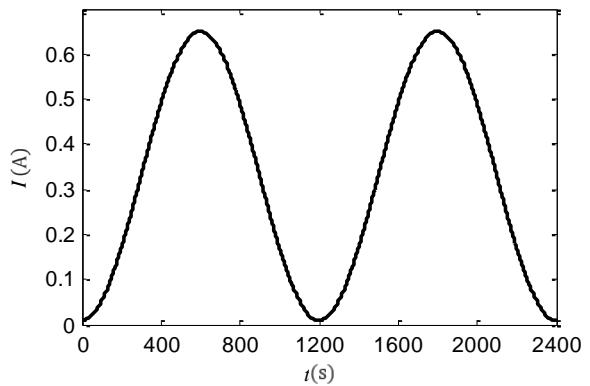
$$P = \begin{bmatrix} 10^{-6} & 0 \\ 0 & 10^{-3} \end{bmatrix} \quad (34)$$

$$Q = \begin{bmatrix} 10^{-6} & 0 \\ 0 & 10^{-3} \end{bmatrix} \quad \text{و} \quad R = 10^{-6} \quad (35)$$

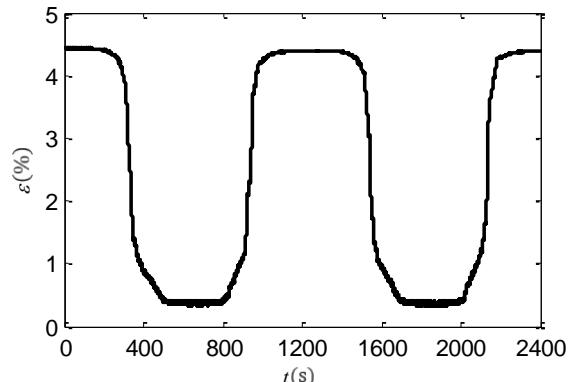
## 7. نتایج

با استفاده از روش ارائه شده در بخش 6 تخمین دمای سیم به صورت برخط روی عملگر آلیاژ حافظه‌دار ساخته شده، انجام شد. برای این منظور سیم آلیاژ حافظه‌دار با یک جریان سینوسی مطابق شکل 8 تحریک شده و کرنش سیم مطابق شکل 9 اندازه‌گیری شده است. با این اطلاعات دمای سیم توسعه فیلتر کالمن توسعه‌یافته تخمین زده شده و در شکل 10 نمودار مقایسه‌ای دمای تخمین زده با دمای اندازه‌گیری شده، و در شکل 11 دمای تخمین زده شده توسط EKF با دمای محاسبه شده توسط معادله ترمولکتریک و دمای واقعی به صورت همزمان رسم شده است. البته در طول فرآیند تخمین فرض بر این بوده است که دمای سیم قابل اندازه‌گیری نبوده و در طی این فرآیند به هیچ وجه از دمای اندازه‌گیری شده استفاده نشده است.

بررسی‌های انجام شده روی نمودار مقایسه‌ای دمای تخمین زده شده با دمای واقعی نشان دهنده انتباط بسیار خوب دمای تخمین زده بر دمای واقعی در بیشتر نواحی است. همان‌طور که در شکل 11 نشان داده شده است، در تخمین دما توسط EKF، خطای تخمین نسبت به حالتی که دما توسط



شکل 8 جریان ورودی سیم آلیاژ حافظه‌دار



شکل 9 کرنش اندازه‌گیری شده روی سیم آلیاژ حافظه‌دار

- [7] H. Gurung, A. Banerjee, Self-Sensing shape memory alloy wire actuator based on unscented kalman filter, *Sensors and Actuators A Physical*, Vol. 251, No. 1, pp. 258-265, 2016.
- [8] I. Hassanzadeh, N. Nikdel, N. T. Motlagh, M. A. Badamchizadeh, Design of augmented EKF for shape memory alloy actuated manipulator, *Engineering Science and Technology*, Vol. 2, No. 7, pp. 3188-3198, 2010.
- [9] T. M. Wang, Z. Y. Shi, D. Liu, C. Ma, Z. H. Zhang, An accurately controlled antagonistic shape memory alloy actuator with self-sensing, *Sensors*, Vol. 12, No. 6, pp. 7682-7700, 2012.
- [10] M. R. Zakerzadeh, H. Salehi, H. Sayyaadi, Modeling of a nonlinear euler-bernoulli flexible beam actuated by two active shape memory alloy actuators, *Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 22, No. 11, pp. 1249-1268, 2011.
- [11] L. C. Brinson, A. Bekker, S. Hwang, Deformation of shape memory alloys due to thermal induced transformation, *Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 7, No. 1, pp. 97-107, 1996.
- [12] J. J. Amalraj, A. Bhattacharyya, M. G. Faulkner, Finite-Element modeling of phase transformation in shape memory alloy wires with variable material properties, *Smart Materials and Structures*, Vol. 9, No. 5, pp. 622-631, 2000.
- [13] A. Eisakhani, *Electrical Resistance and Natural Convection Heat Transfer Modeling of Shape Memory Alloy Wires*, Master of applied science Thesis, Dept. of Mechanical & Mechatronics Engineering, Waterloo, Ontario, 2012.
- [14] R. Mirzaeifar, R. DesRoches, A. Yavari, Analysis of the rate-dependent coupled thermo-mechanical response of shape memory alloy bars and wires in tension, *Continuum Mechanics and Thermodynamics*, Vol. 23, No. 4, pp. 363-385, 2011.
- [15] D. Simon, *Optimal State Estimation*, pp. 395-431, Hoboken, New Jersey: Wiley, 2006.
- [16] M. H. Elahinia, M. Ahmadian, Application of the extended kalman filter to control of a shape memory alloy arm, *Smart Materials and Structure*, Vol. 15, No. 5, pp. 1370-1384, 2006.
- [17] M. Soltani, M. Bozorg, M. R. Zakerzadeh, Robust estimation of spring stiffness in a shape memory alloy actuator using extended kalman filter, *Solid and Fluid Mechanics*, Vol. 5, No. 4, pp. 69-81, 2016. (in Persian) (فارسی)
- [18] P. S. Lively, M. J. Atalla, N. W. Hagood, Investigation of filtering techniques applied to the dynamic shape estimation problem, *Smart Materials and Structure*, Vol. 10, No. 2, pp. 264-272, 2001.
- [19] V. Lertpiriyasuwat, M. C. Berg, K. W. Buffinton, Extended kalman filtering applied to a two-axis robotic arm with flexible links, *Robotics Research*, Vol. 19, No. 3, pp. 254-270, 2000.
- [20] M. S. Tsai, K. W. Wang, Control of a ring structure with multiple active-passive hybrid piezoelectrical networks, *Smart Materials and Structure*, Vol. 5, No. 5, pp. 695-703, 1996.
- [21] H. Ahmad, T. Namerikawa, Extended kalman filter-based mobile robot localization with intermittent measurements, *Systems Science & Control Engineering*, Vol. 1, No. 1, pp. 113-126, 2013.
- [22] M. Zare Ernani, M. Bozorg, S. Ebrahimi, Identification of an autonomous underwater vehicle dynamic using extended kalman filter with arma noise model, *Robotics (Theory and Applications)*, Vol. 4, No. 1, pp. 22-28, 2015.
- [23] L. C. Brinson, Simplifications and comparisons of shape memory alloy constitutive models, *Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 7, No. 1, pp. 108-114, 1996.
- [24] M. R. Zakerzadeh, H. Salehi, Comparative analysis of some one-dimensional SMA constitutive models for a Ni-Ti wire for shape control applications with experimental data, *Proceeding of 20th International Conference on Adaptive Structures and Technologies*, Hong Kong, 2009, pp. 1101-1113.
- [25] J. Chung, J. Heo, J. Lee, Implementation strategy for the dual transformation region in the brinson SMA constitutive model, *Smart Materials and Structure*, Vol. 16, No. 1, pp. N1-N5, 2007.
- [26] M. Soltani, M. Bozorg, M. R. Zakerzadeh, Parameters estimation of an SMA actuator model using an extended kalman filter, *Mechatronics*, Under Review, 2017.
- [27] M. Ansari, M. Golzar, A. H. Behravesh, Experimental studies of training stress effect on Ni-Ti sma performance in higher and lower stress than training stress, *Modares Mechanical Engineer*, Vol. 13, No. 10, pp. 10-24, 2014. (in Persian) (فارسی)

نمی‌کند.

با توجه به دقت بالای تخمین دما در نواحی تغییر فاز، این تخمین می‌تواند به خوبی برای کنترل کرنش سیم، کار شده است. برای این منظور با پیاده‌سازی فیلتر کالمن توسعه‌یافته روی مدل غیرخطی ترمومالتیک سه پارامتر مجھول این مدل به صورت همزمان تخمین زده شده است. این تخمین روی یک عملگر آلیاژ حافظه‌دار واقعی انجام شده و با استفاده از مدل شناسایی شده، دمای سیم محاسبه شده است. نتایج تخمین نشان می‌دهد پارامترها با دقت خوبی تخمین زده شده‌اند و در بیشتر نواحی دمای تخمین زده شده بر دمای واقعی منطبق است. در ادامه برای کاهش خطای ناشی اغتشاشات احتمالی موجود در محیط مانند تغییر ضربی انتقال حرارت جابه‌جایی به دلیل وزش باد و تغییر دمای محیط و عوامل مدل‌سازی نشده در مدل ترمومالتیک، از قبیل انتقال حرارت تابشی و رسانایی از ترکیب اطلاعات به دست آمده از حسگرهای تشخیص، کرنش و جریان سیم با اطلاعات مدل‌های ترمومالتیک و برینسون استفاده شده است. در این مرحله هم فیلتر کالمن توسعه‌یافته برای ترکیب این اطلاعات و تخمین دمای سیم به کار گرفته شده است. پارامترهای مجھول هر دو مدل استفاده شده در این تخمین در مراحل قبلی به کمک فیلتر کالمن توسعه‌یافته تخمین زده شده‌اند. بررسی نتایج نشان می‌دهد که دمای تخمین زده شده، در بیشتر نواحی انطباق بسیار خوبی با دمای واقعی دارد. در این حالت RMS خطای دمای تخمین زده شده، حدود 30% کمتر از حالتی است که دما تنها با مدل ترمومالتیک محاسبه شود.

## 8- نتیجه گیری

در این مقاله روی تخمین دمای سیم آلیاژ حافظه‌دار با هدف استفاده از آن به عنوان فیدبک برای کنترل کرنش سیم، کار شده است. برای این منظور با پیاده‌سازی فیلتر کالمن توسعه‌یافته روی مدل غیرخطی ترمومالتیک سه پارامتر مجھول این مدل به صورت همزمان تخمین زده شده است. این تخمین روی یک عملگر آلیاژ حافظه‌دار واقعی انجام شده و با استفاده از مدل شناسایی شده، دمای سیم محاسبه شده است. نتایج تخمین نشان می‌دهد پارامترها با دقت خوبی تخمین زده شده‌اند و در بیشتر نواحی دمای تخمین زده شده بر دمای واقعی منطبق است. در ادامه برای کاهش خطای ناشی اغتشاشات احتمالی موجود در محیط مانند تغییر ضربی انتقال حرارت جابه‌جایی به دلیل وزش باد و تغییر دمای محیط و عوامل مدل‌سازی نشده در مدل ترمومالتیک، از قبیل انتقال حرارت تابشی و رسانایی از ترکیب اطلاعات به دست آمده از حسگرهای تشخیص، کرنش و جریان سیم با اطلاعات مدل‌های ترمومالتیک و برینسون استفاده شده است. در این مرحله هم فیلتر کالمن توسعه‌یافته برای ترکیب این اطلاعات و تخمین دمای سیم به کار گرفته شده است. پارامترهای مجھول هر دو مدل استفاده شده در این تخمین در مراحل قبلی به کمک فیلتر کالمن توسعه‌یافته تخمین زده شده‌اند. بررسی نتایج نشان می‌دهد که دمای تخمین زده شده، در بیشتر نواحی انطباق بسیار خوبی با دمای واقعی دارد. در این حالت RMS خطای دمای تخمین زده شده، حدود 30% کمتر از حالتی است که دما تنها با مدل ترمومالتیک محاسبه شود.

## 9- مراجع

- [1] L. Lecce, A. Concilio, *Shape Memory Alloy Engineering: For Aerospace, Structural and Biomedical Applications*, pp. 8-13, USA, MA: Elsevier, 2014.
- [2] A. Eisakhani, W. Ma, J. Gao, R. Culham, R. Gorbet, Natural convection heat transfer modelling of shape memory alloy wire, in *Smart Materials, Structures & NDT in Aerospace*, Montreal, Canada, 2011.
- [3] H. Sayyaadi, M. R. Zakerzadeh, H. Salehi, A comparative analysis of some one-dimensional shape memory alloy constitutive models based on experimental tests, *Scientia Iranica*, Vol. 19, No. 2, pp. 249-257, 2012.
- [4] A. Khan, *Characterization and Application of Shape Memory Alloy Wires for Micro and Meso Positioning Systems*, PHD Thesis, The school of engineering and applied science, George Washington Univ., Washington, 2008.
- [5] M. H. Elahinia, M. Ahmadian, Design of a kalman filter for rotary shape memory alloy actuators, *Smart Materials and Structure*, Vol. 13, No. 4, pp. 691-697, 2004.
- [6] H. Gurung, A. Banerjee, Development of an extended kalman filter for the self-sensing application of a spring-biased shape memory alloy wire actuator, *Smart Materials and Structure*, Vol. 25, No. 2, pp. 1-13, 2016.