



## بررسی تحلیلی و تجربی واکنش ابزار برش و قطعه کار بر اثر پدیده لرزه در تراش کاری

مرتضی شنکایی<sup>۱</sup>، محمدجواد ناطق<sup>۲\*</sup>

۱- دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

۲- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

\* تهران، صندوق پستی ۱۴۳-۴۱۱۵، nategh@modares.ac.ir

### چکیده

پدیده لرزه، ارتعاشات خودتحریکی است که در فرآیندهای ماشین‌کاری ظهور نموده و سبب کاهش صافی سطح، صدمه به ابزار و قطعه کار و در موارد شدیدتر آسیب به دستگاه و اپراتور می‌گردد. شناخت این پدیده می‌تواند سبب انتخاب صحیح پارامترهای ماشین‌کاری شود و از بروز آن اجتناب شود. یکی از روش‌های شناخت یک پدیده فیزیکی مدل‌سازی ریاضی آن است. در این مقاله سعی شده است پایه‌ای مستحکم برای شبیه‌سازی پدیده لرزه گذاشته شود. تعدادی آزمایش انجام شد که در آن پدیده لرزه رخ داده است. در آزمایش‌ها نیروهای برش و جابجایی ابزار و قطعه کار بدست آمد. به کمک تحلیل سیستم محیط پیوسته نیروهایی که باعث ایجاد جابجایی در ابزار و قطعه کار شده است به دست آمده و صحت آن با مقادیر ثبت شده توسط دینامومتر به اثبات رسیده است. نشان داده شده است که اندکی از انرژی وارده به قطعه کار به تغییر شکل خطی تبدیل شده و بیشتر آن قابل اندازه‌گیری مستقیم نبوده از این رو مدل‌سازی ابزار در پدیده لرزه در تراش کاری هم ساده‌تر و هم دقیق‌تر از مدل‌سازی قطعه کار است.

کلید واژگان: تراش کاری، لرزه، ارتعاشات سیستم‌های پیوسته، ارتعاشات ابزار

## Analytical and experimental analysis of response of the cutting tool and the workpiece by the chatter phenomenon in turning

Morteza Shankayi, Mohammad Javad Nategh\*

Department of Mechanical Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran.

\* P.O.B. 14115-143 Tehran, Iran, nategh@modares.ac.ir

### ABSTRACT

Chatter phenomenon is self-excited vibrations in machining processes that reduces the surface finish, causes damages to the tool and workpiece and in severe cases can be detrimental to the machine and operator. Understanding this phenomenon leads to the right choice of machining parameters and helps avoiding it. One way to understand a physical phenomenon is through its modeling. In this paper, a strong base was built to simulate the chatter phenomenon. A number of tests were carried out where chatter phenomenon occurred. In the tests, cutting forces and displacements of tool and the workpiece were recorded. The forces that cause displacement in the tool and the workpiece were obtained by continuum system analysis and verified by the dynamometer records. It has been shown that the most part of machining energy is not sensible in workpiece and therefore the modeling of the tool in turning process is simpler and more accurate than the workpiece modeling.

**Keywords:** Chatter, Continuum system vibrations, Tool vibration Turning.

است برای بررسی ارتعاش آن می‌توان از ارتعاشات پیوسته تیرها بهره جست. چهار روش تحلیل ارتعاشی کلاسیک تیر عبارتند از: مدل اولبر-برنولی، مدل تیر ریلی، مدل تیر برشی و مدل تیر تیموشینکو. در این روش‌ها دو مطلب مورد بحث است: ابتدا بدست آوردن مقادیر ویژه و دیگری حل ارتعاشات اجباری ناشی از نیروی برش کاری. در فرآیند تراش کاری، نیروی اجباری ابزار در حال پیشروی و تحرک است بنابراین علاوه بر دو مطلب بیان شده، شاخه دیگری از ارتعاشات یعنی نیروی متحرک به این مباحث مربوط می‌شود. اولسون [۲] در سال ۱۹۹۱ یکی از پایه‌گذاران اثر نیروی متحرک بر پاسخ دینامیکی تیر بود او برای سادگی از شرایط مرزی ساده در تحلیلش استفاده کرد. هان و زو [۳] در سال ۱۹۹۲ برای ساده کردن شرایط تحلیل و برای این‌که حل تیر تیموشینکو، حل بسته<sup>۱</sup> داشته باشد از ساده‌ترین شرایط مرزی استفاده کردند آن‌ها از جمله اولین افرادی بودند که از روش گسترش مودال<sup>۲</sup>

### ۱- مقدمه

لرزه معمولاً هنگامی اتفاق می‌افتد که یکی از مدهای سیستم ماشین‌ابزار-قطعه کار به وسیله نیروهای برش کاری تحریک شود [۱]. ارتعاشات ناخواسته‌ای که در یک فرآیند برش کاری ایجاد می‌شود، یک فضای ناپایدار از نظر دینامیکی ایجاد می‌کند که تحقیقات زیادی بر آن صورت گرفته و می‌گیرد. بررسی و تحلیل ارتعاش قطعه کار در فرآیندهای ماشین‌کاری می‌تواند برای حذف و یا کاهش اثرات مضر آن بر صافی سطح و توان مصرفی موثر باشد. پدیده‌های فیزیکی به طور کلی دارای پیچیدگی‌های بسیار زیادی است به همین دلیل برای تجزیه و تحلیل آن‌ها نیاز به شبیه‌سازی پدیده‌ها با مدل‌های ساده‌تر است. این ساده سازی منجر به از دست دادن قسمتی از اطلاعات می‌گردد. لیکن بدون آن نیز تحلیل پدیده‌ها بسیار مشکل و اغلب ناممکن است. در حقیقت بهترین شبیه‌سازی آن است که در آن با ساده‌ترین مدل‌ها بتوان دقیق‌ترین تحلیل‌ها را انجام داد. از آن جایی که قطعه کار یک جسم پیوسته

1. Closed form  
2. Modal expansion technique

### Please cite this article using:

M. Shankayi, M. J. Nategh, Analytical and experimental analysis of response of the cutting tool and the workpiece by the chatter phenomenon in turning, *Modares Mechanical Engineering, Proceedings of the Advanced Machining and Machine Tools Conference*, Vol. 15, No. 13, pp. 218-222, 2015 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

را مانند مرغک، ساده<sup>۷</sup> فرض کرده‌اند دلیل این امر اینست که اگر صلب<sup>۸</sup> در نظر بگیرند شکل مود پیچیده می‌شود و در تحلیل بعدی که تحلیل نیروی اجباری است مشکل‌ساز می‌شود. لازم به ذکر است که شکل مود تیرهایی که دو طرف آن‌ها شبیه به هم است بسیار ساده‌تر از تیرهایی است که دو طرف آن شرایط مرزی متفاوتی دارند.

در آزمایش، پدیده لرزه به کمک حسگرهایی ثبت می‌شود و دامنه ارتعاشات آن استخراج می‌گردد. در تحقیقات انجام شده حسگرهای مختلفی استفاده شده است مانند لیزر، صوتی، جریان گردابی و دینامومتر [۱۵] که در این میان حسگرهای لیزری و شتاب‌سنج‌ها از بهترین ابزارها برای ثبت ارتعاشات ناشی از ماشین‌کاری است. حسگر آکوستیک مقادیر انرژی صوت در پیرامون خود را ثبت می‌نماید. این حسگر با زیاد شدن شدت صوت ناشی از پدیده لرزه اختطار وقوع لرزه را صادر می‌نماید. سنسورهای جریان گردابی، جایجایی ابزار یا قطعه‌کار را ثبت می‌نماید. لرزه سبب افزایش این دامنه‌ها می‌گردد.

در این مقاله ابتدا فرآیند تراش‌کاری و پدیده لرزه به صورت سیستم پیوسته مدل‌سازی شده است. سپس به کمک روش ریلی سیستم پیوسته به سیستم یک درجه آزادی تبدیل شده است. نشان داده شده است این تغییر در مدل‌سازی بسیار ساده‌تر و سریع‌تر از روش سیستم پیوسته بوده و نیز از دقت کافی برخوردار است.

## ۲- تحلیل حرکت در قطعه‌کار و ابزار

در این قسمت بهترین مدل برای شبیه‌سازی پدیده لرزه در تراش‌کاری مورد بررسی قرار خواهد گرفت. معادلات پیوسته برای به دست آوردن رابطه حرکت قطعه‌کار و ابزار در اثر نیروی ماشین‌کاری بیان می‌گردد. اصل همیلتون بیان می‌دارد که معادله حرکت از حداقل نمودن انتگرال زمانی تفاضل انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل بدست می‌آید. به عبارت دیگر معادله حرکت هنگامی حاصل می‌شود که حاصل ضرب اختلاف انرژی جنبشی و پتانسیل در زمان حداقل گردد. ابزار و قطعه‌کار در فرآیند تراش‌کاری را می‌توان به صورت تیرهایی در نظر گرفت. همچنین فرضیات پایه‌ای ساخته شده بوسیله تمامی مدل‌های ارتعاشات تیرها به این صورت است. حرکت در یک بعد به روشی بزرگتر از دو بعد دیگر است. ماده، الاستیک خطی است (قانون هوک). از اثر پواسون چشم‌پوشی شده است. سطح مقطع متقارن است بنابراین محورهای خنثی و مرکزی منطبق برهم هستند. صفحات عمود به محور خنثی بعد از تغییر شکل عمود باقی می‌ماند. زاویه گردش کوچک است بنابراین فرض زاویه کوچک را می‌توان استفاده نمود. اگر فرض شود تیری (با هر شرایط تکیه‌گاهی و با هر شکلی) در جهت عرضی<sup>۹</sup> بر اثر نیرو، ضربه یا هر روش دیگری تغییر شکلی دهد، برای بدست آوردن تغییر شکل این تیر در هر نقطه از آن و در هر زمان از روش نیوتن و حساب تغییرات و یا روش همیلتون استفاده می‌شود. در این روش، یک المان از تیر جدا می‌شود و تغییر شکل در آن بررسی می‌گردد و سپس در کل طول تیر از آن انتگرال گرفته می‌شود و یا تعمیم داده می‌شود.

### ۲-۱- مدل تغییر شکل قطعه‌کار در هنگام بروز پدیده لرزه

شرایط مرزی بدین صورت در نظر گرفته می‌شود که قطعه‌کار تنها به یک سه نظام بسته شده (از مرغک استفاده نشده) و شرایط اولیه صفر است. شکل زیر

7. Hinged  
8. Fixed  
9. lateral or transverse or flexural or bending

استفاده کردند و برای جلوگیری از اثر نیروی محوری در تحلیل، به یکی از شرایط مرزی، درجه آزادی در جهت محوری داده‌اند. یوانگ و وانگ [۴] در سال ۲۰۰۷ نشان دادند که ممان ناشی از نیروی محوری سطحی بر پاسخ دینامیکی یک تیر تحت نیروهای سطحی متحرک، موثر است البته نتیجه‌گیری آن‌ها در شرایط غیرواقعی تراش‌کاری انجام شد چرا که سه نظام صلب‌تر از مرغک است و آن‌ها به دلیل شکل مود ساده‌تر از شرایط مرزی ساده- ساده در تحلیل استفاده کردند. لی [۵] سال ۲۰۰۸ روش جدیدی را برای حل ارتعاشات آزاد تیرهای تیموشینکو با استفاده از تحلیل استاتیک بنا نهاد. یوانگدر سال ۲۰۱۱ [۶] فعالیت‌هایی که در مسائل دینامیکی با نیروی متحرک انجام شده بود را جمع‌آوری و بررسی کرد، چند نمونه مسئله با شرایط مرزی ساده را نیز مورد مطالعه قرار داد. لی [۷] در سال ۱۹۹۵ مهمترین و نزدیک‌ترین فعالیت به فرآیند تراش‌کاری در زمینه تیرهای دورانی را انجام داد و با بررسی اثر سرعت دورانی تیر دو سر ساده و سرعت حرکت نیروی متحرک نشان داد که افزایش سرعت دورانی محور اثر کمی بر تغییر شکل محور در جهت نیروی اعمالی دارد ولی موجب افزایش تغییر شکل محور در جهت عمود بر جهت نیرو می‌شود. لازم به ذکر است که چون ممان اینرسی دورانی در تیرهای تیموشینکو در نظر گرفته می‌شود در تحلیل محور دورانی، تغییر شکلی در جهت غیر از نیرو ایجاد می‌شود. همچنین نتیجه گرفتند که نیروی فشاری محوری موجب تغییر شدید تغییر شکل به خصوص برای نیروهای متحرک اعمالی با سرعت کم می‌شود.

مقالات بررسی شده بر نیروی ثابت متحرک متمرکز شده بودند. گرینی [۸] در سال ۲۰۰۶ با بررسی دینامیک تیر ساده تحت نیروی هارمونیک نشان داد که فاز و فرکانس ارتعاش در مقدار تغییر شکل موثرند. شیمشک و کوکاتورک [۹] در سال ۲۰۰۹ اثر نیروی هارمونیک متحرک را در تحلیل یک تیر اویلر-برنولی با شرایط مرزی ساده و تحت پیش‌تنش بررسی کردند. آنان فرض کردند که تیر از هندسه‌ای غیرخطی برخوردار است بنابراین ممان اینرسی دورانی<sup>۱</sup> و جابه‌جایی محوری<sup>۲</sup> و اینرسی محوری<sup>۳</sup> به رابطه اضافه شد. آنان نشان دادند که سرعت حرکت نیرو و فرکانس تحریک و غیر هم مرکزی نیروی پیش‌بار<sup>۴</sup> در رفتار دینامیکی موثر می‌باشد. البته آن‌ها قبلاً در سال ۲۰۰۶ [۱۰] به همین نتایج رسیده بودند. آن‌ها در کار دیگر [۱۱] به همین نتایج برای یک تیر درجه بندی تابعی<sup>۵</sup> رسیدند. شیمشک [۱۲] هر دو کار را در سال ۲۰۱۰ ترکیب کرد و در حقیقت همان نتایج را برای تیر غیرخطی گرفت. خلیلی و همکاران [۱۳] در سال ۲۰۱۰ این بررسی را با روش ترکیب ریتز- دی کیو انجام دادند و نشان دادند که روش آن‌ها نسبت به کارهای قبلی موثرتر است و قابلیت بهبود بیشتری دارد. شیمشک و همکاران [۱۴] در سال ۲۰۱۲ دینامیک یک تیر درجه‌بندی تابع محوری<sup>۶</sup> اویلر برنولی با شرایط ساده- ساده و تحت نیروی هارمونیک متحرک را بررسی کردند. آن‌ها نتیجه گرفتند که توزیع مواد، سرعت حرکت بار و فرکانس تحریک در تحلیل مهم می‌باشد.

در نظر گرفتن شرایط مرزی صحیح برای رسیدن به یک مدل تغییر شکل قطعه‌کار درست از اهمیت خاصی برخوردار است. در مراجع اشاره شده چند موردی که بحث تراش‌کاری را به عنوان کاربرد مقالاتشان آورده‌اند، سه نظام

1. Rotary inertia  
2. Axial displacement  
3. Axial inertia  
4. Eccentricity of the prestress load  
5. Functionally graded  
6. Axially functionally graded

باشد. در این صورت برای هر سیستم یک درجه آزادی می‌توان تصور نمود. برای استفاده از روش ریلی لازم است شکلی برای مود اول فرض شود. این شود. این شکل به صورت  $\varphi(y)$  و مقادیر دامنه حرکت به صورت  $x(y)$  فرض می‌گردد. می‌توان نشان داد بهترین انتخاب برای  $\varphi(y)$  همان تابع تغییر شکل استاتیکی است. برای یک تیر یک سر گیردار این تابع به صورت رابطه (۳) است.

$$\varphi(y) = \frac{3}{2} \left(\frac{y}{l}\right)^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{y}{l}\right)^3 \quad (3)$$

با انتگرال‌گیری مقدار جرم موثر برابر  $3/8$  جرم کل به دست خواهد آمد. همین‌طور مقدار سختی موثر نیز برابر با  $3EI/l^3$  خواهد شد.

#### ۲-۴- نتایج تحلیل

معادلات به کمک نرم‌افزار میپل ۱۷<sup>۲</sup> به صورت تحلیلی حل گردید. مقادیر استفاده شده برای خواص فیزیکی در جدول ۱ بیان شده است. با داشتن مقادیر جابجایی، پارامترهای فیزیکی و حل معادلات ارتعاشات پیوسته اجباری، مقادیر نیروهای ابزار و قطعه‌کار به دست آمد. در جدول ۲ این مقادیر نشان داده شده است. جدول ۳ نشان می‌دهد که مقدار نیرویی که توسط ابزار تحمل می‌گردد بسیار بیشتر از قطعه‌کار است.

#### ۳- آزمایش تجربی

از دستگاه تراش CNC ساخت ماشین‌سازی تبریز برای انجام آزمایش‌ها استفاده شد. پارامترهای این فرآیند در جدول ۳ آمده است.

پارامتر فیزیکی	مقدار	واحد
مدول الاستیسیته	$2.0 \times 10^{11}$	پاسکال
چگالی	$7800$	$kg/m^3$
پارامتر فیزیکی	$2770$	

سرعت دورانی	طول قطعه‌کار	نیروی ابزار	نیروی قطعه‌کار
(rpm)	(mm)	(N)	(N)
۳۰۰	۵۰۰	۲۸۰	۲۶
۵۰۰	۵۰۰	۴۱۰	۸
۳۰۰	۲۵۰	۲۰	۱
۵۰۰	۲۵۰	۲۱۰	۲٫۵

سرعت اسپیندل	سرعت برشی	سرعت پیشروی	زاویه براده $\alpha_0$ و زاویه آزاد $\gamma$	جنس ابزار	شعاع گوشه	جنس قطعه‌کار	قطر	طول
(rpm)	(m/min)	(mm/rev)		کارباید	mm	AL 7075	mm	mm
۱۰۰، ۳۰۰، ۵۰۰			$\alpha_0 = 5^\circ, \gamma_0 = 0^\circ$				۶۰	۵۰-۲۵۰

تراش کاری یک قطعه‌کار یک سر گیردار را نشان می‌دهد. در این شکل  $F(t)$ ، نیروی ماشین‌کاری وارد بر قطعه‌کار و  $l$ ، طول قطعه‌کار بیرون از سه نظام است. در هنگام بروز لرزه باززا نیروهای ماشین‌کاری به صورت نوسانی می‌باشد و با زمان تغییر می‌کند. بنابراین در شکل نیرو  $F(t)$  است یعنی مستقل از مکان خواهد بود. چون نیروهای لرزه باززا به صورت نوسانی هستند به صورت  $F(t) = F \cos \omega_c t$  بیان می‌گردد که  $\omega_c$  فرکانس ارتعاش ابزار ناشی از لرزه است.

رابطه تغییر شکل قطعه‌کار بر اثر نیروی  $F(t)$  به صورت رابطه (۱) است.

$$m \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \left[ EI \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right] = F(t) \quad (1)$$

که  $E$ ، مدول الاستیسیته،  $m$ ، جرم  $l$ ، ممان اینرسی و  $w$ ، تغییر شکل است

#### ۲-۲- حل ارتعاشات پیوسته اجباری قطعه‌کار غیرمیرا

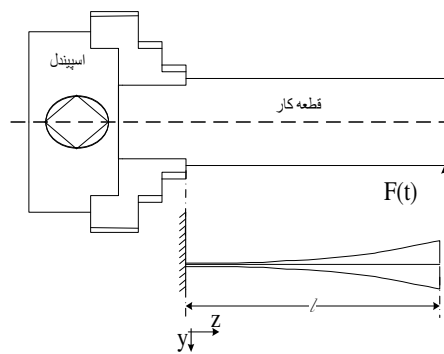
برای تحلیل تغییر شکل عرضی قطعه‌کار بر اثر نیروهای ماشین‌کاری (۱) رابطه (۱)، از طریق تحلیل مودال حل می‌شود. ابتدا نیرو برداشته می‌شود زیرا نیرو در شکل مود موثر نیست. برای حل از روش جداسازی متغیرها<sup>۱</sup> استفاده شده است، در این روش دو متغیر  $(z)$  و  $(t)$  به صورت دو تابع اختیاری  $\theta(z)$  و  $q(t)$  از یکدیگر جدا می‌شوند. یعنی می‌توان تابع دو متغیره  $w$  را به صورت ضرب دو تابع یک متغیره به صورت رابطه (۲) نوشت.

$$w(z, t) = \sum_{j=1}^{\infty} \theta_j(z) q_j(t) \quad (2)$$

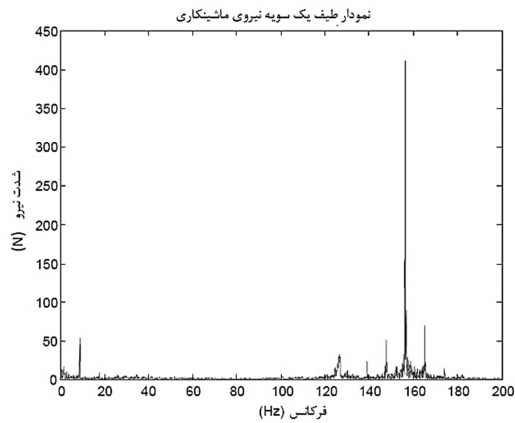
شرایط مرزی نیز با توجه به روابط و درک فیزیکی از مساله (شکل ۱) عبارتند از: در موقعیت اسپیندل ( $z=0$ ) تکیه‌گاه صلب در نظر گرفته می‌شود و بنابراین در این موقعیت مقدار جابجایی عرضی و شیب قطعه‌کار صفر است و در سر آزاد قطعه‌کار ( $z=l$ )، از شرط مرزی آزاد استفاده می‌شود بنابراین در این موقعیت نیروی برشی و ممان صفر است.

#### ۳-۲- تبدیل مدل‌سازی سیستم پیوسته به یک درجه آزادی (روش ریلی)

استفاده اصلی از روش ریلی برای سیستم‌هایی متشکل از اجسام صلب یا سیستم‌هایی با الاستیسیته پیوسته می‌باشد که می‌توان بدون نوشتن معادلات حرکت به فرکانس طبیعی دست یافت. در سیستم‌های متشکل از اجسام صلب، محدودیت یک شکل تغییرمکان، غالباً نتیجه تکیه‌گاه‌ها و شرایط مرزی است که امکان می‌دهد تغییرمکان هر نقطه براساس هر نقطه دیگر قابل بیان



شکل ۱ اعمال نیروی لرزه بر قطعه‌کار



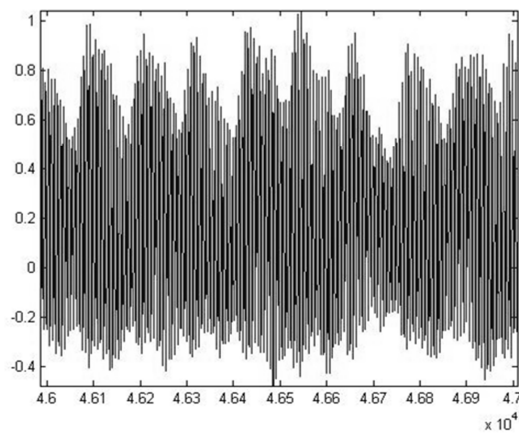
(ب)

شکل ۳ شدت فرکانسی الف) جابجایی ابزار و ب) نیروی برش در ۵۰۰ rpm در جهت Z

در آزمایش با سرعت دورانی ۱۰۰ rpm لرزه‌ای به ثبت نرسیده است. به همین دلیل از میان داده‌های دیگر کنار گذاشته خواهد شد. میزان جابجایی ابزار و قطعه کار و نیروی برشی در آزمایش‌ها در جدول ۴ آمده است. با مقایسه مقدار نیروی اندازه‌گیری شده (جدول ۴) با مقدار نیروی به دست آمده از روش تحلیلی (جدول ۲) می‌توان به صحت روابط تحلیلی پی برد. نیروی اندازه‌گیری شده دقیقاً همان نیرویی است که توسط ابزار تحمل می‌شود. نتایج تحلیل نشان می‌دهند که ابزار برای رفتن به مود دوم ارتعاشی نیاز به فرکانس تحریکی بیش از ۵۰۰ هرتز و قطعه کار نیاز به فرکانسی بیش از ۲۵۰ هرتز دارد. شکل ۴ مقایسه جابجایی ابزار در نتایج آزمایشگاهی و تحلیلی را نشان می‌دهد. همان‌گونه که مشاهده می‌شود تطابق خوبی میان این دو از نظر دامنه ارتعاش وجود دارد.

جدول ۴ نتایج آزمایش های تجربی

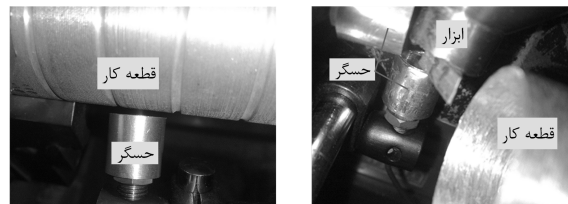
نیرو دورانی (N)	جابجایی در ابزار (mm)	جابجایی در قطعه کار (mm)	طول قطعه کار (mm)	سرعت دورانی (rpm)
۳۰۲	۰/۱۵۷	۰/۰۱۰۰	۵۰۰	۳۰۰
۴۱۱	۰/۲۲۴	۰/۰۲۸۰	۵۰۰	۵۰۰
۲۰/۸	۰/۰۰۳۶	۰/۰۰۰۰۲	۲۵۰	۳۰۰
۲۱۶	۰/۰۲۶	۰/۰۰۰۰۸	۲۵۰	۵۰۰



الف)

از دو حسگر دینامومتر برای ثبت نیروهای ماشین کاری و نیز جریان گردابی برای ثبت جابجایی ابزار و قطعه کار استفاده شد. با توجه به این که اطلاعات خروجی از حسگر جریان گردابی در حین آزمایش قابل مشاهده است، باعث می‌گردد تا بتوان از خروجی آن برای تشخیص زمان وقوع لرزه استفاده نمود. اطلاعات این حسگر و دینامومتر قابل تحلیل و تطبیق در مرحله بعد از آزمایش است. تعداد درجات آزادی ابزار در فرآیند تراش کاری ۲ درجه در راستای Z و Y است. بر روی قطعه کار هم یک درجه آزادی وجود دارد که در راستای عمود بر محور دورانی قطعه کار است. با نصب سه حسگر جابجایی تمامی درجات آزادی فرآیند تراش کاری قابل ثبت خواهد بود. حسگر نصب شده بر روی قطعه کار دارای دامنه بیشتر (۲ میلی‌متر) و دقت ۰/۲mm/v و دو حسگر ابزار دارای دامنه کمتر ۱ میلی‌متر و دقت ۱mm/v هستند. نحوه جاسازی دو حسگر جابجایی در اطراف ابزار و قطعه کار در شکل ۲ نشان داده شده است.

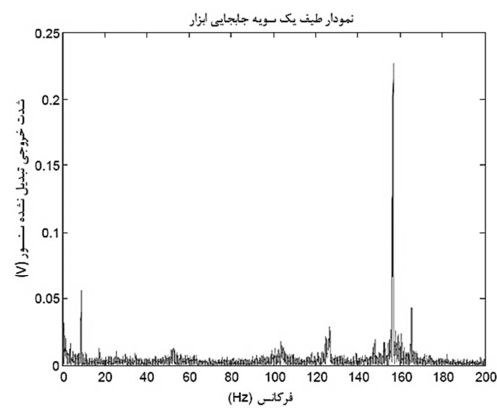
نیروهای ماشین کاری در ابزار و قطعه کار نیروی عمل و عکس العمل است از این رو بایستی مساوی هم باشند. با کمک نمودارهای فرکانسی می‌توان میزان نیروی تحمل شده و جابجایی به دلیل لرزه تنها را، از بقیه نیروها و جابجایی ها جدا نمود. با توجه به آن که معادلات به صورت خطی بوده و نیز خطی بودن در تمام مراحل فرض شده است، می‌توان این‌گونه بیان نمود که تنها نیروهای حاصل از لرزه سبب جابجایی ابزار و قطعه کار در همان فرکانس می‌گردد. به کمک جابجایی ثبت شده توسط حسگرها می‌توان به نیرویی که به هر کدام از ابزار و قطعه کار اعمال شده است پی برد. همواره یک سیگنال در حوزه زمان را می‌توان در حوزه فرکانس نیز بیان نمود. در این حوزه مقادیر پارامتر در فرکانس‌های خاص بیان می‌گردد. در حقیقت میزان تأثیر هر فرکانس بر پارامتر بیان می‌گردد. به طور مثال شکل ۳ شدت فرکانسی را در جابجایی ابزار و در نیروی برش در سرعت دورانی ۵۰۰ rpm و در جهت Z که از آزمایش بدست آمده را نشان می‌دهد. فرکانس لرزه حدود ۱۵۸ هرتز به دست آمده است.



(ب)

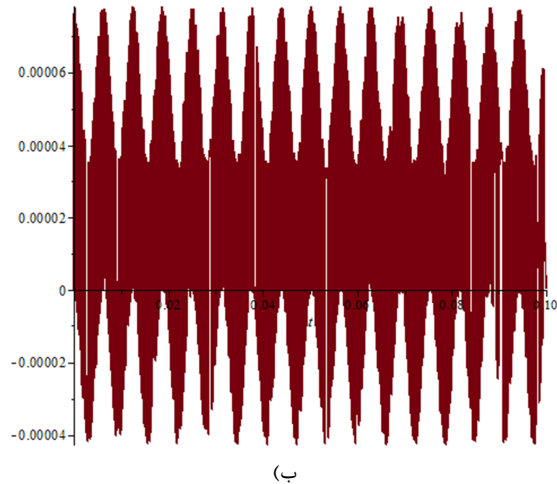
الف)

شکل ۲ جاسازی دو حسگر جابجایی در مقابل الف) ابزار، ب) قطعه کار



الف)

- [7] H. P. Lee, Dynamic response of a rotating timoshenko shaft subject to axial forces and moving loads, *Journal of Sound and Vibration*, 181 (1995) 169-177
- [8] A. Garinei, Vibrations of simple beam-like modelled bridge under harmonic moving loads, *Internationl Journal of Engineering Science*, 44 (2006) 778-787
- [9] M. Şimşek & T. Kocatürk, Nonlinear dynamic analysis of an eccentrically prestressed damped beam under a concentrated moving harmonic load, *Journal of Sound and Vibration*, 320 (2009) 235-253
- [10] T. Kocatürk & M. Şimşek, Vibration of viscoelastic beams subjected to an eccentric compressive force and a concentrated moving harmonic force, *Journal of Sound and Vibration*, 291 (2006) 302-322
- [11] M. Şimşek & T. Kocatürk, Free and forced vibration of a functionally graded beam subjected to a concentrated moving harmonic load, *Composite Structures*, 90 (2009) 465-473
- [12] M. Şimşek, Non-linear vibration analysis of a functionally graded Timoshenko beam under action of a moving harmonic load, *Composite Structures*, 92 (2010) 2532-2546
- [13] S.M.R. Khalili, A.A. Jafari, S.A. Eftekhari, A mixed Ritz-DQ method for forced vibration of functionally graded beams carrying moving loads, *Composite Structures*, 92 (2010) 2497-2511
- [14] M. Şimşek, T. Kocatürk, Ş.D. Akbaş, Dynamic behavior of an axially functionally graded beam under action of a moving harmonic load, *Composite Structures*, 94 (2012) 2358-2364
- [15] Guillem Quintana, Joaquim Ciurana, Chatter in machining processes: A review, *Machine Tools & Manufacture*, 51 (2011) 363-376
- [16] S. Rao, *vibration of continuous systems*, John Wiley & Sons, 2007
- [17] L. Meirovitch, *Analytical methods in vibrations*, Macmillan company, 1967
- [18] Singiresu S. Rao, *Mechanical Vibration*, Addison-Wesley Publishing Company, 1995
- [19] M. Nikkhal Bahrami, *Theory of vibrations with applications in engineering*, Tehran: Tehran University Press, 2002. (in Persian)
- [20] H. soleimanimehr, M.J. Nategh, Machining error due to spring-back of work-piece in conventional and ultrasonic vibration assisted turning, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 11, No. 3, pp. 27-42, 2011. (In Persian)



شکل ۴ نتایج جابجایی ابزار در جهت Z (جابجایی به متر در مقابل زمان به ثانیه)  
(الف) آزمایش، (ب) تحلیل

#### ۴- نتیجه‌گیری

با توجه به نتایج تجربی و تحلیلی این نتایج حاصل شد: مقدار نیرویی که توسط ابزار تحمل می‌گردد بسیار بیشتر از قطعه‌کار به دست آمده است. از آن‌جا که نیروی بین ابزار و قطعه‌کار به صورت عمل و عکس‌العمل است و طبق قوانین نیوتن بایستی این نیروها مساوی باشد، می‌توان به این نتیجه رسید که بیشتر نیرو در قطعه‌کار به صورت‌های دیگر از جمله پیچش قطعه‌کار، نمود پیدا خواهد نمود. برای به دست آوردن مقدار دقیق نیرو در قطعه‌کار علاوه بر نیاز به سنسورهای دیگر نیاز به تحلیل پیچیده‌تری نیز می‌باشد. این درحالی است که تحلیل ابزار بسیار ساده‌تر و دارای دقت مطلوب خواهد بود. لذا برای دوری از پیچیدگی روابط بهتر است از مدل ابزار تنها استفاده گردد. طول قطعه‌کار تاثیر ناچیزی بر فرکانس لرزه دارد. بنابراین استفاده از قطعه‌کار کوتاه برای پرداختن به آزمایشات تجربی مقرون به صرفه‌تر خواهد بود. فرکانس لرزه متأثر از فرآیند تراش‌کاری است که در آن ابزار، قطعه‌کار و حتی ماشین به صورت کم دخیل هستند. با توجه به آن‌که در مدل‌سازی پیوسته و یک درجه آزادی تفاوتی مشاهده نشد، برای سادگی در روابط استفاده از مدل یک درجه آزادی پیشنهاد می‌گردد.

#### ۵- تقدیر و تشکر و پیوست‌ها

با تشکر فراوان از آقای دکتر حمید سلیمانی مهر بابت زحماتی که در انجام آزمایشات تجربی کشیده‌اند.

#### ۶- مراجع

- [1] Kai Cheng, *Machining Dynamics (Fundamentals, Applications and Practices)*, Springer, London 2009
- [2] M. Olsson, On the fundamental moving load problem, *Journal of Sound and Vibration*, 145 (1991) 299-307
- [3] R. P. S. Han and J. W.-Z. Zu, Modal analysis of rotating shafts: a body-fixed axis formulation approach, *Journal of Sound and Vibration*, 156 (1992) 1-16
- [4] Huajiang Ouyang & Minjie Wang, A dynamic model for a rotating beam subjected to axially moving forces, *Journal of Sound and Vibration*, 308 (2007) 674-682
- [5] X.-F. Li, A unified approach for analyzing static and dynamic behaviors of functionally graded Timoshenko and Euler-Bernoulli beams, *Journal of Sound and Vibration*, 318 (2008) 1210-1229
- [6] Huajiang Ouyang, Moving-load dynamic problems: A tutorial (with a brief overview), *Mechanical Systems and Signal Processing*, 25 (2011) 2039-2060