



## افزایش قابلیت جهت‌دهی مجری نهایی در یک ربات سری - موازی کابلی

مهندی بامداد<sup>۱\*</sup>، فرزین طاهری<sup>۲</sup>

۱- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه شهرود، شهرود

۲- کارشناس ارشد، مهندسی مکاترونیک، دانشگاه شهرود، شهرود

\* شاهروود، صندوق پستی ۳۶۱۹۹۹۵۱۶۱

### چکیده

در این مقاله، مدلی مرکب از ربات موازی صفحه‌ای به همراه یک بازوی دو درجه آزادی ارائه می‌شود. طراحی این بازوی رباتیک بر مبنای ربات‌های موازی کابلی است که زنجیره‌ی سینماتیکی سری اضافه شده به زنجیره‌ی موازی، منجر به هم افزایی در این مدل مرکب می‌شود. بازوی مرکب می‌تواند خصوصیات مکانیزم‌های سری و موازی را ایجاد کند. اغلب بازویان موازی زیرمقید، قابلیت چرخش ضعیفی دارند. برای غلبه بر این ضعف، در این مقاله روی دسته جدیدی از بازویان سری - موازی تمرکز شده است. مفهوم قابلیت جهت‌دهی مجری نهایی در فضای کاری، به تعیین معیار عملکردی ربات می‌انجامد. هدف اولیه این طراحی مکانیزم، افزایش قابلیت دوران ربات صفحه‌ای دو کابلی صفحه‌ای است. در این راستا تحلیل سینماتیک مدل جدید ربات مرکب ارائه و دینامیک آن با استفاده از ترکیب روش لاگرانژ و نیوتون-اویلر مدل سازی می‌شود. همچنین مطالعه مسیر دینامیکی به مسأله‌ی طراحی ربات افزوده می‌شود و طراحی مسیر با کمینه زمان برای تایید عملکرد مدل مورد استفاده قرار می‌گیرد. دو مدل ربات کابلی موازی و ربات مرکب، شبیه‌سازی شده و برای بررسی مزایای مدل ارائه شده، نتایج حاصل برای هر مدل با یکدیگر مقایسه می‌گردد. نتایج تأیید می‌کنند که طراحی پیشنهادی بطور قابل توجهی انرژی مصرفی محرکه را کاسته و قابلیت جهت دهی ربات را در قیاس با ربات موازی افزوده است.

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دربافت: ۲۰ فروردین ۱۳۹۴

پذیرش: ۲۰ اردیبهشت ۱۳۹۴

ارائه در سایت: ۲۴ خرداد ۱۳۹۴

کلید واژگان:

ربات کابلی

دینامیک

طراحی

بهینه سازی

مدل مرکب

## Improvement of End-effector Orientability Capability in a Serial-parallel Cable Robot

Mahdi Bamdad\*, Farzin Taheri

Department of Mechanical Engineering, Shahrood University, Shahrood, Iran

\* P.O.B. 3619995161, Shahrood, Iran, bamdad@shahroodut.ac

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper

Received 09 April 2015

Accepted 10 May 2015

Available Online 14 June 2015

**Keywords:**  
Cable robot  
Dynamic  
Design  
Optimization  
Hybrid model

### ABSTRACT

In this paper, a hybrid model which consists of planar parallel robot with a 2-DOF arm is presented. This manipulator design is based on cable parallel robots and a kinematic serial chain is utilized and added to a cable parallel chain. The hybrid manipulator can provide features of both serial and parallel mechanism. Most under-actuated parallel manipulators have a low rotational capability. To overcome it, this paper focuses its attention on a new family of serial-parallel manipulators. Understanding the orientability of the end-effector within this workspace gives a measure of the ability of the robot to perform manipulation tasks. The initial goal of this design is to increase the orientability capability of a planar two-cable robot. The kinematic and dynamic analysis of this new type hybrid manipulator is presented. The dynamic modeling is performed by using a combination of Lagrange and Newton-Euler methods. This paper conducts the dynamic trajectory planning study to a novel design for the cable robots. In fact, time optimal trajectory planning is a strategy that is used to verify this new design. Two models are considered in the simulation part. A novel hybrid model is compared to a planar parallel cable robot. It is verified that the proposed design allows significantly reduced actuation energy and improved orientability capability compared to the parallel robot.

اولین بار، در موسسه ملی استاندارد و تکنولوژی آمریکا<sup>۱</sup> ربات کابلی بر پایه‌ی پلتفرم استوارت<sup>۲</sup> مطرح شد[۱]. از مزایای این ربات می‌توان به فضای کاری وسیع، قابلیت حمل بار با وزن بالا و اشغال فضای کم و هزینه‌های پایین ساخت و نصب اشاره کرد. البته به طور کلی معایبی نظری پایداری و صلیبت ضعیف، عدم پوشش بازه‌های زوایه‌ای بزرگ را می‌توان برای آن برشمودرد.

۱- National Institute of Standards and Technology (NIST)  
۲- Stewart platform

### ۱- مقدمه

امروزه استفاده از بازوهای ربات صنعتی برای اهدافی از قبیل جابجایی، نگهداری و موقعیت‌دهی اجسام بسیار مرسوم است. ربات‌های متداول صنعتی به فضای کاری کمتری نسبت به جرثقیل‌های صنعتی نیاز دارند. برای گسترش فضای کاری در این ربات‌ها، باید طول بازوی را افزایش داد که این امر موجب افزایش وزن قطعات و کاهش دقت می‌شود، همچنین با افزایش وزن ربات باید از عملگرهای قوی تر استفاده شود. برای حل مشکل مطرح شده،

Please cite this article using:

M. Bamdad, F. Taheri, Improvement of End-effector Orientability Capability in a Serial-parallel Cable Robot, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 7, pp. 336-344, 2015  
(In Persian)

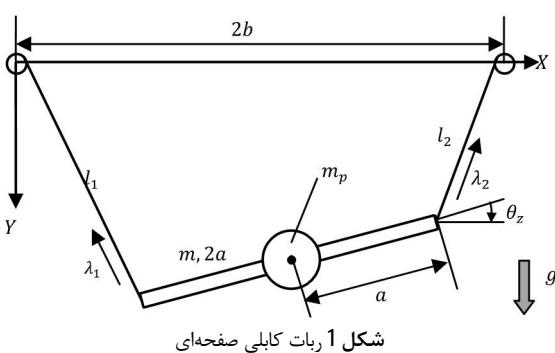
برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

برای حرکت ربات از نقطه‌های به نقطه‌هایی به نقطه دیگر بینهایت مسیر وجود دارد، بنابراین یکی از مسائل اساسی در ربات‌ها طراحی مسیر می‌باشد. طراحی مسیر می‌تواند با توجه به معیارهایی چون زمان حرکت، قابلیت حمل بار، انرژی مصرفی، فضای کاری و سایر پارامترها صورت گیرد. طراحی مسیر بهینه می‌تواند در چارچوب یک مسئله بهینه‌سازی تعریف گردد که برای حل مسئله بهینه‌سازی دو روش مستقیم و غیرمستقیم وجود دارد.<sup>[13]-[18]</sup> برای ربات‌های موازی کابلی طراحی مسیر با توجه ظرفیت بار دینامیکی بیشینه صورت گرفته است. در<sup>[19]</sup> طراحی مسیر بهینه با هدف کمینه کردن زمان برای یک ربات موازی بر پایه کابل صورت گرفته است. در<sup>[20]</sup> طراحی مسیر بهینه برای ربات کابلی فضایی با شش کابل با توجه به معیارهای زمان حرکت و انرژی مصرفی صورت گرفته است. در این مقاله با به کارگیری مکانیزم ترکیبی از ربات کابلی صفحه‌ای و موازی، مسیر بهینه برای حرکت بین دو نقطه طراحی می‌شود. مزیت مدل ارائه شده در این مقاله، نسبت به مدل متناول موازی صفحه‌ای از دیدگاه قابلیت‌های حرکتی مورد ارزیابی و سنجش قرار می‌گیرد. اگرچه موارد بسیار محدودی از ترکیب بازوی رباتیک سری با ساختارهای موازی کابلی به چشم خورد اما تنها بحث طراحی و سینماتیک مدل‌ها مطرح شده و در تحلیل‌های دینامیکی تحقیقاتی صورت نگرفته است.

در این مقاله، ابتدا طراحی مفهومی مدل مرکب سری-موازی و استدلال‌های طراحی بیان شده و متغیرهای پایه زنجیره سینماتیک مدل‌ها تدوین می‌شود. سپس روابط سینماتیک برای مدل ارائه شده بدست می‌آید و مدل‌سازی دینامیکی با استفاده از هر دو روش لگارانز و نیوتون-اویلر صورت می‌گیرد. در قسمت بعد مسئله بهینه‌سازی زمان به عنوان شاهدی بر عملکرد بهتر ایده طرح شده، تعریف می‌گردد. معادلات حالت، محدودیت‌ها،تابع هدف استخراج شده و الگوریتم حل بیان می‌گردد. در بخش شبیه‌سازی، مقایسه‌ای بین دو مدل ربات کابلی موازی و ربات سری-موازی کابلی صورت می‌پذیرد. با حل مسئله بهینه‌سازی زمان با روش مستقیم، خروجی‌های کنترلی و متغیرهای دینامیکی حرکت بدست می‌آیند. استنتاجات بر پایه نتایج بدست آمده گویای موفق بودن طراحی ساختار مرکب است.

## 2- طراحی مدل مرکب صفحه‌ای

شکل 1 یک ربات کابلی صفحه‌ای (مدل 1) را نشان می‌دهد. در این ربات مجری نهایی به دو کابل متصل است و توسط آن‌ها به حرکت در می‌آید. بار منمرک در مرکز جرم و مرکز هندسی مجری نهایی نشان داده شده است. این ربات موازی زوایای دوران بسیار محدودی را برای مجری نهایی و بار ایجاد می‌کند. از جایی که سامانه حرکتی دو درجه آزادی است، زاویه‌ی بار وابسته به موقعیت آن در صفحه می‌باشد و امكان کنترل همزمان موقعیت و زاویه‌ی بار وجود ندارد. برای رفع این مانع و افزایش قابلیت دوران ربات نشان داده شده در شکل 1، مکانیزم شکل 4 طراحی شده است.



شکل 1 ربات کابلی صفحه‌ای

زنجره سینماتیکی که مجری نهایی توسط حداقل دو حلقه بسته حرکتی به پایه ثابت متصل می‌شود را ساختار موازی رباتیک می‌نامند.<sup>[2]</sup> در ربات موازی با محرك کابل، کابل‌ها جایگزین بازوی‌های صلب در زنجیره سینماتیکی هستند. ربات‌های موازی کابلی به دو دسته می‌توانند نیروی و زیرمقید تقسیم‌بندی می‌شوند. از آنجایی که کابل‌ها فقط می‌توانند نیروی کشش محوری اعمال کنند، برای تضمین اینکه هیچ کابلی شل نباشد و همین‌طور برای کنترل کامل تحت بارگذاری مشخص، حداقل یک عامل کنترلی اضافه نیاز است. در حالتی که موتورها حرکت نکنند و طول کابل‌ها مشخص باشد، اگر بتوان موقعیت دقیق مجری نهایی را مشخص کرد ربات به عنوان مقید کامل شناخته می‌شود. در حالتی که آزادی مهار نشده‌ای برای مجری نهایی وجود داشته باشد، ربات زیرمقید است.<sup>[3]</sup>

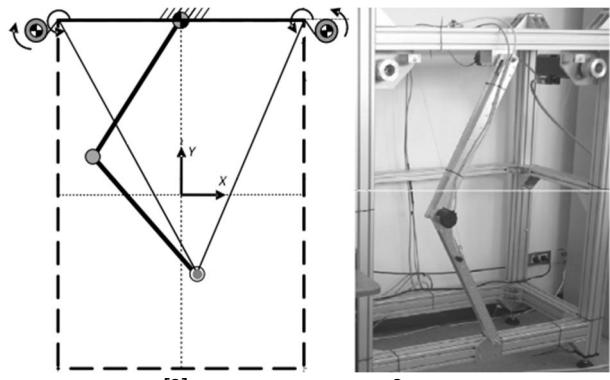
استفاده از ربات موازی کابلی با تعداد کابل‌های کمتر از تعداد درجات آزادی زمانی توجیه دارد که بنا به وظیفه ربات، کنترل تمام درجات آزادی در اولویت نیست و عواملی نظیر کاهش هزینه، زمان بربایی، پیچیدگی و کاهش امکان تداخل کابل‌ها نیز در نظر گرفته شود. نیروی فشاری وارد به سیستم و کشش کابل‌ها باستی شرایط تعادل را ارضاء کنند. مشکل آنچه است که مجری نهایی به راحتی نوسان می‌کند و رنج (نیرو-مان) خارجی، مکان مجری نهایی را تغییر می‌دهد. پیشنهاد معیار پایداری می‌تواند ملاکی برای ارزشیابی توانایی ربات برای بازگشت به حالت تعادل اولیه‌اش تحت تأثیر اختلالات خارجی باشد.<sup>[4]</sup>

در این مقاله با تمرکز روی مدل صفحه‌ای ربات موازی کابلی به بهبود طراحی آن پرداخته می‌شود. فتح و اگراوال در یک تحلیل حرکتی و استاتیکی به طراحی مدل صفحه‌ای و چالش‌های آن پرداخته است.<sup>[5]</sup> این ساختار که در شکل 1 شان داده شده، دارای سه درجه آزادی است اما تنها دارای دو قید محركه کابل بوده و در گروه سیستم‌های زیرمقید قرار می‌گیرد. بنابراین مسئله‌ی سینماتیک و استاتیک باید به طور همزمان حل گردد.<sup>[6]</sup> به عبارتی با مشخص بودن موقعیت بار مجری انتهایی، طول کابل‌ها بدست می‌آید. در ادامه تحقیقات روی مدل صفحه‌ای دوکابله، ظرفیت حمل بار بیشینه در چارچوب روابط تحلیلی و همچنین مدل آزمایشگاهی محاسبه شد.<sup>[7,8]</sup>

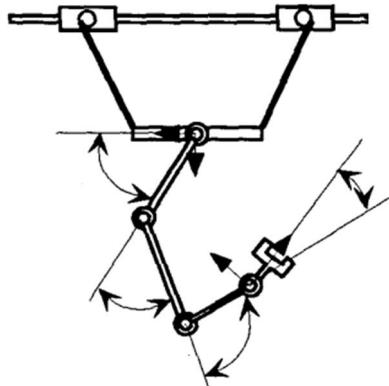
با استناد به نتایج حاصل شده، یکی از چالش‌های اساسی ربات‌های کابلی تأمین نیروی کشش در کابل‌ها برای تحریک مجری نهایی است. اضافه نمودن یازوی دو لینکی به مکانیزم کابلی با هدف کمک به ایجاد کشش مثبت در کابل‌ها و افزایش فضای کاری ربات می‌تواند ایده‌ای مناسب باشد. بدین منظور یازوی مرکب سری-موازی صفحه‌ای نشان داده شده در شکل 2 توسط ترویسانی طراحی شد.<sup>[9]</sup>

از طرف دیگر از معایب مدل مورده بحث، محدودیت شدید در ایجاد موقعیت زاویه‌ای مطلوب برای بار نسبشده روی مجری نهایی می‌باشد. توانایی جهت‌گیری مکانیزم‌های همواره باستی این قابلیت‌های ممتاز و تأثیرگذار روی کیفیت فضای کاری و چابکی مکانیزم است.<sup>[10]</sup> آنچنان‌که در سنجش خطای حرکتی مکانیزم‌ها همواره باستی این توانایی را جداگانه بررسی و تحلیل نمود.<sup>[11]</sup> در<sup>[12]</sup> ترکیب ربات موازی کابلی و یازوی سری مدلی جهت رفع مانع یادشده ارائه شد. در مدل نمایش داده شده در شکل 3، حرکت دو قسمت به صورت مجزا صورت می‌گیرد، به طوری که با حرکت ربات کابلی، یازو در موقعیت موردنظر قرار می‌گیرد سپس یازوی بار ثابت شده و بازو حرکت می‌کند. تحلیل استاتیکی صورت گرفته و حرکت غیر همزمان زنجیره‌های سری و موازی، عملکرد سامانه حرکتی را ازانچه در این مقاله مورد توجه قرار می‌گیرد، متمایز می‌سازد.

- آزادی و مشتقات آنها بدست می‌آید.  
پارامترهای قابل تعریف به صورت ذیل می‌باشد
- جرم پایه  $m$
  - ممان اینرسی پایه  $I_{zz}$
  - جرم لینک  $i$  نام بازو ( $i = 1, 2$ )
  - ممان اینرسی لینک  $i$  نام بازو حول مرکز جرم آن ( $i = 1, 2$ )
  - طول لینک  $i$  نام بازو ( $i = 1, 2$ )
  - فاصله مرکز جرم لینک  $i$  نام تا مفصل ابتدایی آن ( $i = 1, 2$ )
  - جرم جسم انتهایی  $m_p$
  - مقدار کشش کابل  $i$  نام ( $i = 1, 2$ )
  - مقدار گشتاور موتور  $i$  نام بازوی سری ( $i = 1, 2$ )
  - بردار طول کابل  $i$  نام ( $i = 1, 2$ )
  - بردار یکمی کشش کابل  $i$  نام ( $i = 1, 2$ )
  - بردار بین نقطه اتصال بازو و کابل  $i$  نام در دستگاه متصل به پایه ( $i = 1, 2$ )
  - نصف فاصله بین پولیهای کشنده کابل  $i$  نام ( $i = 1, 2$ )



شکل 2 ربات کابلی صفحه‌ای مرکب [9]



شکل 3 ربات کابلی صفحه‌ای مرکب [12]

**3- مدل سازی سینماتیک مکانیزم سری - موازی**  
در این قسمت برای مدل مرکب ارائه شده، مسئله سینماتیک تعريف و با مشخص بودن زاویه و موقعیت بار انتهایی، پیکربندی سیستم تعیین می‌شود. از آنجاییکه ربات کابلی استفاده شده زیر مقید است، مسئله سینماتیک و استاتیک برای این مدل باید بطور همزمان حل شود. در این قسمت، با مشخص بودن موقعیت بار انتهایی باید طول کابل‌ها را بدست آورد. برای این ربات بردار طول کابل‌ها از رابطه (1) تعیین می‌گردد

$$\begin{aligned} \bar{l}_1 &= A_1 - B_1 = \begin{bmatrix} x - a \cos \theta_z \\ y - a \sin \theta_z \\ 0 \end{bmatrix} \\ \bar{l}_2 &= A_2 - B_2 = \begin{bmatrix} 2b - (x + a \cos \theta_z) \\ y + a \sin \theta_z \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (1)$$

که در آن  $x$  و  $y$  موقعیت محل اتصال بازو بوده و  $\theta_z$  زاویه مجری نهایی ربات موازی است. همچنین برای این مدل بردار یکمی کشش کابل‌ها از رابطه (2) تعیین می‌گردد

$$\bar{\lambda}_1 = -\frac{\bar{l}_1}{\|\bar{l}_1\|}, \bar{\lambda}_2 = -\frac{\bar{l}_2}{\|\bar{l}_2\|} \quad (2)$$

برای حل مسئله سینماتیک وارون، فرض می‌شود که گشتاور وارد از بازو صفر است. به عبارت دیگر مرکز جرم مجموع اعضای بازو در زیر محل اتصال قرار می‌گیرد. بدین منظور باید رابطه (3) برقرار باشد

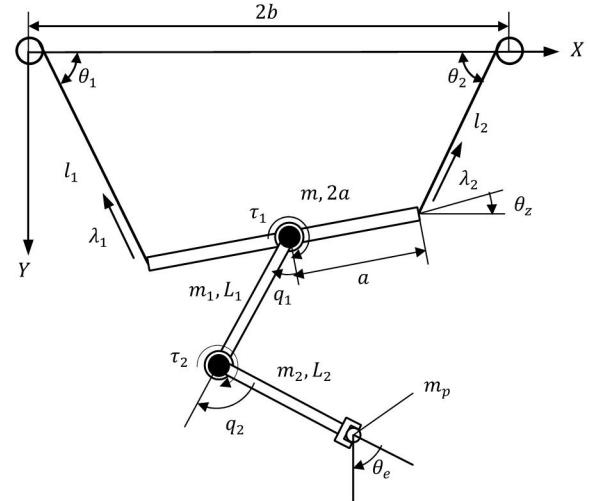
$$m_2 L_{c2} \sin(q_1' + q_2) + m_p L_2 g \sin(q_1' + q_2) + m_1 L_{c1} g \sin(q_1') + (m_2 + m_p) L_2 g \sin(q_1') = 0 \quad (3)$$

که  $q_1'$  زاویه لینک اول نسبت به محور  $\gamma$  است (زاویه  $q_1$  زاویه مجری لینک اول نسبت به پایه است). همچنین برای قسمت موازی ربات مرکب با نوشتن معادلات تعادل نیرو، کشش کابل‌ها با استفاده از رابطه (4) بدست می‌آید:

$$\begin{aligned} T_1 &= \frac{(m + m_1 + m_2 + m_p)g\|\bar{l}_1\|(x + a \cos \theta_z - 2b)}{2(ay \cos \theta_z - ax \sin \theta_z - by + ab \sin \theta_z)} \\ T_2 &= -\frac{(m + m_1 + m_2 + m_p)g\|\bar{l}_2\|(x - a \cos \theta_z)}{2(ay \cos \theta_z - ax \sin \theta_z - by + ab \sin \theta_z)} \end{aligned} \quad (4)$$

سپس با نوشتن معادلات تعادل گشتاور حول نقطه اتصال بازو زاویه پایه از رابطه (5) محاسبه می‌گردد

$$\begin{aligned} \cos \theta_z (2xy - 2by) + \sin \theta_z (4bx - 2x^2) \\ - 2ab \sin \theta_z \cos \theta_z = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

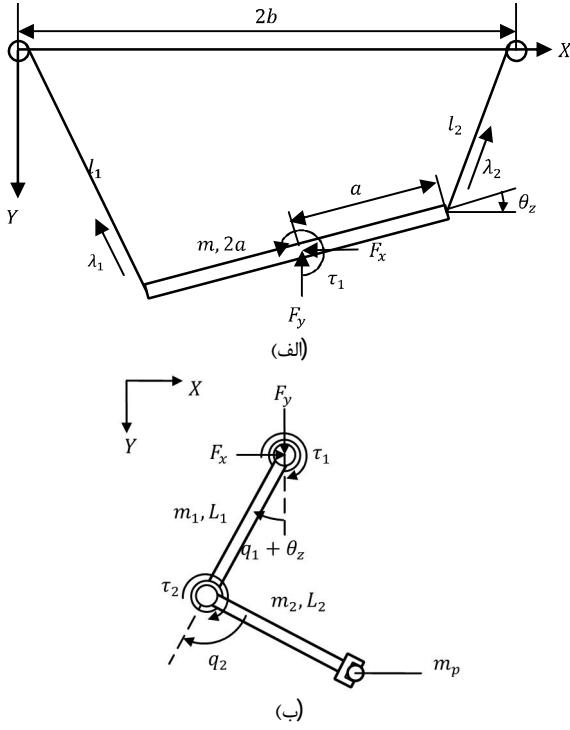


شکل 4 مکانیزم مرکب بازو و ربات کابلی صفحه‌ای

در این مکانیزم یک بازوی سری به مجری نهایی مدل موازی متصل شده است که پایه‌ی حرکت برای دومیلهای اضافی محسوب می‌شود. آشکار است که پایه به دو کابل متصل بوده و طول کابل‌ها بوسیله‌ی پولیهای متصل به موتور کنترل می‌شود. اگرچه بار در انتهای بازو قرار دارد اما با کنترل طول کابل‌ها می‌توان موقعیت پایه را کنترل کرد.

در این مدل پایه و بازو هر دو به صورت همزمان حرکت می‌کنند. سیستم دینامیکی دارای پنج متغیر حالت و چهار محرکه موتوری می‌باشد. سه متغیر مربوط به پایه است که شامل موقعیت مرکز و زاوية آن است که با  $x$  و  $y$  نشان داده می‌شوند. دو متغیر  $q_1$  و  $q_2$  نیز مربوط به بازوی سری است. با یادآوری آنکه زاویه پایه یک متغیر وابسته است که بر حسب سایر درجات

$$V_{G3} = \begin{bmatrix} \dot{x} - L_1(\dot{q}_1 + \dot{\theta}_z) \cos(q_1 + \theta_z) \\ \dot{y} - L_1(\dot{q}_1 + \dot{\theta}_z) \sin(q_1 + \theta_z) \\ -L_2(\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{\theta}_z) \cos(q_1 + q_2 + \theta_z) \\ -L_2(\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{\theta}_z) \sin(q_1 + q_2 + \theta_z) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$



شکل 5 تجزیه مدل مرکب به بخش های موازی و سری

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{2}m_1V_{G1}^T V_{G1} + \frac{1}{2}m_2V_{G2}^T V_{G2} + \frac{1}{2}m_pV_{G3}^T V_{G3} \\ &+ \frac{1}{2}I_1(\dot{q}_1 + \dot{\theta}_z)^2 + \frac{1}{2}I_2(\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{\theta}_z)^2 \\ V &= m_1gL_{c1}\cos(q_1 + \theta_z) \\ &+ m_2g(L_1\cos(q_1 + \theta_z) + L_{c2}\cos(q_1 + q_2 + \theta_z)) \\ &+ m_pg(L_1\cos(q_1 + \theta_z) + L_2\cos(q_1 + q_2 + \theta_z)) \end{aligned} \quad (12)$$

با نوشتن معادلات لاغرانژ به صورت (13)

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}\right) - \frac{\partial L}{\partial q} = Q, L = T - V \quad (13)$$

که در آن

$$Q = [F_x \quad F_y \quad \tau_1 \quad \tau_2 \quad \tau_1]^T \quad (14)$$

که دستگاه متعلق به مجری بازو به فرم بسته (15) حاصل می شود.

$$M\ddot{q} + C + G = U \quad (15)$$

که

$$G = \begin{bmatrix} G_1 \\ G_2 \\ G_3 \\ G_4 \\ G_5 \end{bmatrix}, M = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} & m_{15} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & m_{24} & m_{25} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & m_{34} & m_{35} \\ m_{41} & m_{42} & m_{43} & m_{44} & m_{45} \\ m_{51} & m_{52} & m_{53} & m_{54} & m_{55} \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \\ C_5 \end{bmatrix}, U = \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_1 \end{bmatrix} \quad (15)$$

که آرایه های ماتریس های  $C$  و  $M$  در روابط (1) تا (23) پیوست آورده شدهاست. با تلفیق معادلات بدست آمده برای دو مدل و با حذف نیروهای  $F_x$  و  $F_y$ .

معادلات کلی دینامیک برای مدل مرکب به صورت (16) حاصل می شود

همچنین زاویه های بار انتهایی از رابطه (6) محاسبه می گردد

$$\theta_e = q_1' + q_2 \quad (6)$$

با مشخص بودن زاویه بار انتهایی، و با حل همزمان روابط (3) و (6) زوایای

 $q_1'$  و  $q_2$  محاسبه می شود. پس از بدست آمدن این زوایا و با معلوم بودن موقعیت بار انتهایی، با استفاده از رابطه (7) موقعیت مرکز پایه (موقعیت محل اتصال پایه و بازو) بدست می آید

$$x_e = x - L_1 \sin(q_1) - L_2 \sin(q_1' + q_2) \quad (7)$$

 $y_e$  و  $x_e$  موقعیت بار انتهایی می باشد. با بدست آمدن موقعیت پایه، با حل

رابطه (5) می توان زاویه ای آن را محاسبه نمود. پس از محاسبه زاویه پایه،

با استفاده از رابطه (8) زاویه لینک اول نسبت به پایه محاسبه می شود

$$q_1 = q_1' - \theta_z \quad (8)$$

#### 4- مدل سازی دینامیکی مکانیزم سری - موازی

در این بخش، برای ربات مرکب ارائه شده، معادلات دینامیک با تلفیق روش های لاغرانژ و نیوتون - اوبلر استخراج می شود. برای استخراج معادلات دینامیک، دو بخش سری و موازی ربات مرکب از یکدیگر جدا شده است. ابتدا با استفاده از روش نیوتون - اوبلر معادلات دینامیک برای ربات کابلی صفحه ای که تحت بارگذاری خارجی قرار دارد بدست می آید، سپس با استفاده از روش لاغرانژ معادلات دینامیک برای یک بازوی دو لینکی با مفصل ابتدایی محرک استخراج می شود. سرانجام با تلفیق معادلات دینامیکی دو مدل، معادلات دینامیک ربات مرکب به فرم بسته حاصل می گردد. برای ربات موازی کابلی تحت بارگذاری خارجی که در شکل 5(الف) نشان داده است، با استفاده از روش نیوتون - اوبلر فرم بسته معادلات دینامیک به صورت (9) حاصل می شود.

$$D'\ddot{X} + C' + G' + \tau_l = J'^T T \quad (9)$$

که در آن

$$D' = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix}$$

$$X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ q_1 \\ q_2 \\ \theta_z \end{bmatrix}, T = \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \end{bmatrix}, \tau_l = \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ 0 \\ 0 \\ \tau_1 \end{bmatrix}, C' = 0_{5 \times 1}$$

$$J'^T = \begin{bmatrix} \lambda_1 & \lambda_2 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \|Ra_1 \times \lambda_1\| & \|Ra_2 \times \lambda_2\| \end{bmatrix}, G' = \begin{bmatrix} 0 \\ -mg \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

که در روابط (10)  $F_x$  و  $F_y$  به ترتیب مؤلفه های نیروی عکس العمل بین بخش موازی و سری در جهت محورهای  $X$  و  $Y$  است. همچنین  $R$  ماتریس دوران دستگاه متعلق به مجری نهایی ربات موازی نسبت به محور  $Z$  دستگاه مختصات مطلق است. همچنین برای بازو با مفصل ابتدایی متحرک نشان داده شده در شکل 5(ب)، بردار سرعت مرکز جرم اجزا به صورت (11) حاصل می شود.

$$V_{G1} = \begin{bmatrix} \dot{x} - L_{c1}(\dot{q}_1 + \dot{\theta}_z) \cos(q_1 + \theta_z) \\ \dot{y} - L_{c1}(\dot{q}_1 + \dot{\theta}_z) \sin(q_1 + \theta_z) \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$V_{G2} = \begin{bmatrix} \dot{x} - L_1(\dot{q}_1 + \dot{\theta}_z) \cos(q_1 + \theta_z) \\ \dot{y} - L_1(\dot{q}_1 + \dot{\theta}_z) \sin(q_1 + \theta_z) \\ -L_{c2}(\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{\theta}_z) \cos(q_1 + q_2 + \theta_z) \\ -L_{c2}(\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{\theta}_z) \sin(q_1 + q_2 + \theta_z) \end{bmatrix}$$

$$\text{کمینه سازی زمان به صورت (25) تعریف می شود} \quad (25)$$

$$J_1 = t_f$$

که در آن  $t_f$  زمان نهایی حرکت است، در این مسئله بهینه سازی، هدف حرکت بین دو نقطه در کمترین زمان است، به همین منظور ازتابع هدف رابطه (25) استفاده می شود که در آن  $t_f$  متغیر است.

$$\begin{bmatrix} m + m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} & m_{15} \\ m_{21} & m + m_{22} & m_{23} & m_{24} & m_{25} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & m_{34} & m_{35} \\ m_{41} & m_{42} & m_{43} & m_{44} & m_{45} \\ m_{51} & m_{52} & m_{53} & m_{54} & m_{55} + I_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ q_1 \\ q_2 \\ \theta_z \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \\ c_5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G_1 \\ G_2 - mg \\ G_3 \\ G_4 \\ G_5 \end{bmatrix} = J^T T + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \tau_1 \\ \tau_2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (16)$$

#### 4-5- الگوریتم حل

هدف مسئله بهینه سازی، یافتن کنترل بهینه  $U$  در محدوده تعیین شده است، این امر به گونه ای است که باعث شود سیستم با معادله دینامیکی رابطه (16)، مسیر  $X$  را با شرایط مرزی داده شده دنبال نماید و  $J$  را کمینه کند.

با بدست آوردن معادله دینامیکی سیستم، مشخص کردن شرایط مرزی (محدودیت ها) و تابع هدف، مسئله بهینه سازی تعریف می گردد. برای حل مسئله بهینه سازی، دو روش مستقیم و غیر مستقیم وجود دارد [13]. در این مقاله، با استفاده از روش مستقیم مسئله بهینه سازی حل می گردد. در میان روش های متعددی که وجود دارد، از الگوریتم طیف مجازی گاووس استفاده می شود [21]. مسئله کنترل بهینه پیوسته، گسته سازی شده و روابط فضایی حالت به صورت مسئله برنامه ریزی غیر خطی بازنویسی می شود. با توجه به الزام بسط توابع بر حسب ترماتی های چندجمله ای های درون یاب، نقاط مریب گوس به عنوان نقاط گره در این روش انتخاب می شوند و ضرایب بسط مقادیر توابع در نقاط گره می باشند.

#### 6- طراحی و شبیه سازی مسیر بهینه کمینه زمان حرکت

در این بخش دو ربات کابلی صفحه ای (مدل 1) و مدل مرکب ارائه شده (2)، شبیه سازی سینماتیکی و دینامیکی می شود. همچنین مسئله بهینه سازی مسیر با کمینه زمان حل می شود. در این مسئله هدف حرکت بین دو نقطه مشخص در کمترین زمان است. مقادیر متغیرهای اصلی دو مدل موازی و مرکب در جدول 1 نمایش داده شده است. با توجه به ملاحظات دو مدل برای مقایسه صحیح تر نتایج، مجموع جرم اجزا در دو مدل برابر در نظر گرفته شده است.

در طراحی مسیر دینامیکی، برای هر دو مدل، موقعیت ابتدایی و انتهایی یکسانی برای بار حمل شده توسط مجری نهایی در نظر گرفته شده و با توجه به معادلات دینامیکی، تابع هدف و محدودیت های تعریف شده مسئله بهینه سازی حل می شود. در ابتدا برای نمایش فضای کاری محدود و قابلیت جهت دهی پایین مجری نهایی مدل 1 شبیه سازی استاتیک و سینماتیک صورت می پذیرد. برای ربات کابلی صفحه ای با توجه به عدم امکان کنترل همزمان موقعیت و زاویه میله ای انتهایی، با مشخص بودن موقعیت بار انتهایی می توان زاویه مجری نهایی را از رابطه (5) محاسبه نمود. شکل 6 زوایای مجری نهایی در مدل 1 را به ازای موقعیت های مختلف و با پارامترهای جدول 1 نشان می دهد.

چنانچه در مدل 1 بخواهیم مجری نهایی زاویه مشخصی داشته باشد، با توجه به روابط استاتیک و سینماتیک می توان موقعیت هایی که در آن مجری نهایی آن زاویه را داراست بدست آورد [5]. برای مدل 1 به ازای زاویه  $\theta_2 = \frac{\pi}{4}$ ، فضای مجاز کاری تعیین شده است که در شکل 7 نشان داده شده است. منحنی نشان داده شده با فلش، فضای کاری مجاز ربات برای داشتن زاویه موردنظر است.

#### 5- تدوین مسئله بهینه سازی

##### 5-1- استخراج معادلات حالت

با استخراج معادلات دینامیکی سیستم، این معادلات باید به فرم معادلات حالت درآید. با تعریف بردار  $\theta_z^T = [x \ y \ q_1 \ q_2]^T$  برای مدل مرکب، بردار حالت به صورت (17) تعریف می شود

$$X = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q \\ \dot{q} \end{bmatrix} \quad (17)$$

رابطه دینامیکی در فضای حالت به صورت (18) بازنویسی می شود

$$\begin{aligned} \dot{X} &= a(X, U, T) \\ \dot{X} &= \begin{bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_2 \\ N(X) + Z(X)U \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (18)$$

که

$$\begin{aligned} N(X) &= -M_{eq}^{-1}(C_{eq} + G_{eq}) \\ Z(X) &= M_{eq}^{-1}J^T \end{aligned} \quad (19)$$

و شرایط مرزی آن به صورت (20) می باشد

$$X(t_0) = X_0, X(t_f) = X_f \quad (20)$$

که  $t_0$  و  $t_f$  به ترتیب زمان شروع و پایان حرکت می باشد.

#### 5-2- محدودیت های مسئله بهینه سازی

##### 5-2-1- رابطه (21) تعریف می گردد

$$\psi_l \leq \psi_u \quad (21)$$

که  $\psi_l, \psi_u$  بردارهای ثابت هستند که حد بالا و پایین نامساوی فوق را ارائه می دهند. با توجه به اینکه در این دسته از ربات های موazی کابلی، کابل ها تنها می توانند نیروی کششی را تحمل کنند، بنابراین در طول حرکت ربات باید کشش در کابل ها مثبت باشد. علاوه بر این، حدکثر نیروی کششی قابل تحمل بوسیله کابل مقدار مشخصی است. بدین منظور محدوده مجاز کشش کابل ها به صورت (22) مشخص می گردد

$$0 < T_i < T_{max} \quad (22)$$

همچنین موتورهای بازو در تولید گشتاور دارای محدودیت هستند که می تواند در یک نامساوی تعريف شود.

$$\tau_{min} < \tau_i < \tau_{max} \quad (23)$$

#### 5-3- تعیین تابع هدف

وظیفه کنترل بهینه تعیین مقادیر ورودی کنترل (گشتاور اعمالی توسط موتورها) به منظور کمینه کردن یک تابع هدف است. یکی از موضوعات اصلی انتخاب تابع هدف مناسب می باشد. در حالت کلی، تابع هدف در مسائل کنترل بهینه به صورت (24) در نظر گرفته می شود

$$J = h(X(t_f), t_f) + \int_{t_0}^{t_f} g(X(t), U(t), t) dt \quad (24)$$

که  $g$  و  $h$  توابعی از حالت ها  $X$ ، کنترل ها  $U$  و زمان  $t$  هستند.  $X \in R^n$  و  $U \in R^m$  بردار ورودی های کنترل  $1 \times m$  می باشند ( $m \in R$ ).

در اینجا  $h$ ، حالت ها را در وضعیت نهایی نشان می دهد و  $g$  یک

تابع وابسته به کل بازه زمانی است [21]. در اینجا تابع هدف برای مسئله

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \tau_1^- \\ \tau_2^- \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ \tau_1 \\ \tau_2 \\ \|l_1\| \\ \|l_2\| \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} T_{1\max} \\ T_{2\max} \\ \tau_1^+ \\ \tau_2^+ \\ \infty \\ \infty \end{bmatrix} \quad (1)$$

شرط مزی طراحی مسیر بهینه حرکت، بردار موقعیت ابتدایی و انتهایی بار برای مدل 1،

$$q_0 = \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.6 \\ 3 \end{bmatrix}, q_f = \begin{bmatrix} x_f \\ y_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.4 \\ 3 \end{bmatrix}$$

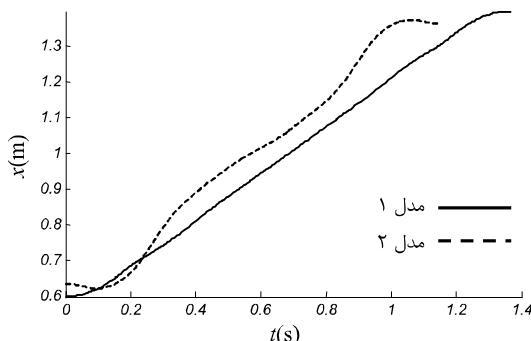
همچنین شرایط مزی بردار موقعیت ابتدایی و انتهایی بار برای مدل 2 به صورت زیر است

$$q_0 = \begin{bmatrix} x_{e0} \\ y_{e0} \\ \theta_{e0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.6 \\ 3 \\ \frac{\pi}{4} \end{bmatrix}, q_f = \begin{bmatrix} x_{ef} \\ y_{ef} \\ \theta_{ef} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.4 \\ 3 \\ -\frac{\pi}{4} \end{bmatrix}$$

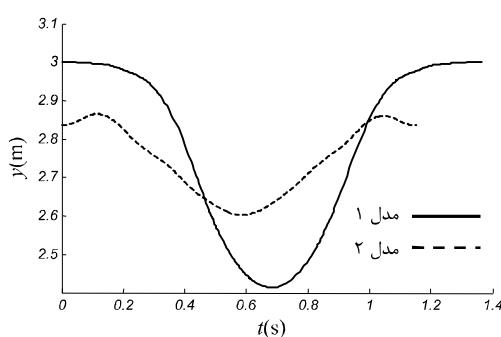
در هر دو مدل، سرعت بار انتهایی در نقطه شروع و نقطه پایان صفر در نظر گرفته می شود. معادله دینامیک سیستم مرکب دارای فرم کلی رابطه (16) است. معادلات دینامیک به صورت معادلات حالت در رابطه (18) نوشته می شود، شرایط مزی مطابق رابطه (20) وتابع هدف طبق رابطه (25) تعریف می شود و مسئله بهینه سازی کمینه زمان تعریف شده با الگوریتم بخش 4-5 حل می شود.

برای هر دو مدل شبیه سازی صورت گرفته است. تغییرات موقعیت مرکز جرم میله پایه که در وسط آن قرار گرفته و محل اتصال ساختار موازی و سری است در شکل های 8 و 9 نمایش داده می شود. همچنین تغییر زاویه دوران  $\theta$  نیز در شکل 10 مقایسه شده است.

در ادامه برای نمایش برقرار بودن شرط کشش مثبت در کابل ها، نیروی کابل های اول و دوم مکانیزم موازی در شکل های 11 و 12 برای هر دو مدل ترسیم شده اند. مدل مرکب از تعداد محركه های بیشتری برخوردار است. گشتاور موتورهای قسمت سری (شکل های 13 و 14) که موجب حرکت دورانی مفاصل دولینکی مطابق شکل های 15 و 16 می گردد، نیز در انتهای شبیه سازی حاصل شده است.

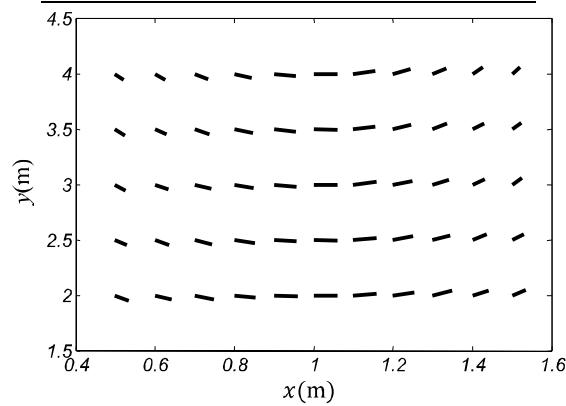


شکل 8 موقعیت افقی نقطه وسط پایه در دو مدل

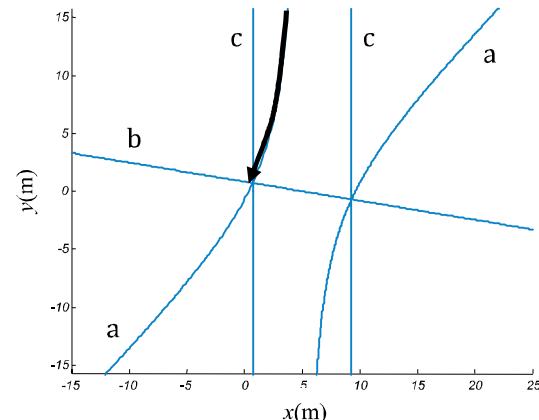


شکل 9 موقعیت عمودی نقطه وسط پایه در دو مدل

پارامتر	واحد	مقدار
جرم اعضا		$m = 2$ $m_1 = m_2 = 2$
جرم بار انتهایی در مدل	1	$m_p = 5$
جرم بار انتهایی در مدل	2	$m_p = 1$
ممان اینرسی اعضا		$I_1 = I_2 = 0.04$ $I_{zz} = 0.125$
طول اعضا		$L_1 = L_2 = a = 0.1$
فاصله محور موتورها		$2b = 2$
حدوده گشتاور موتورها		$\tau_1^\pm = \tau_2^\pm = \pm 2$
حداکثر کشش مجاز کابلها		$T_{1\max} = T_{2\max} = 80$



شکل 6 زاویه پایه در مختصات های مختلف

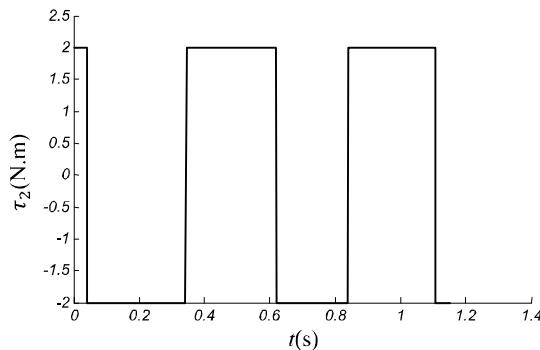


شکل 7 فضای کاری ربات کابلی صفحه ای به ازای  $(b = 5m, a = 1m, \theta_z = \pi/4)$

این منحنی مسیری است که مرکز میله انتهایی باید روی آن حرکت کند تا زاویه آن بر روی مقدار مشخص شده ثابت باقی بماند. این مسیر برای هر زاویه متفاوت بوده و برای هر زاویه تنها یک مسیر منحصر به فرد وجود دارد.

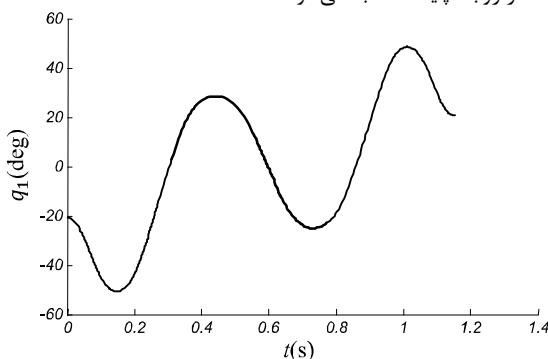
در مدل مرکب طبق تحلیل سینماتیک وارون، با مشخص بودن موقعیت و زاویه بر انتهایی می توان مقدار اولیه و انتهایی را برای متغیرهای حالت محاسبه نمود.

برای ربات های کابلی، تعیین فضای کاری ربات با توجه به دو محدودیت صورت می گیرد. اولین محدودیت عدم امکان اعمال فشار توسط کابل ها می باشد یا به عبارت دیگر کشش در کابل ها نمی تواند منفی باشد. محدودیت دوم به علت محدودیت در حداکثر طول کابل ها است که در اینجا از این محدودیت صرف نظر شده است. همچنین مقدار گشتاور تولیدی موتورهای بازو و حداکثر کشش مجاز کابل ها محدود است. با توجه به موارد ذکر شده، قید ورودی های کنترل و حالت ها به صورت زیر تعریف می گردد

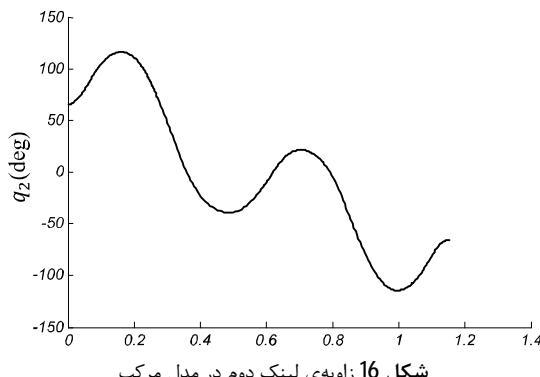


شکل 14 گشتاور موتور لینک دوم در مدل مرکب

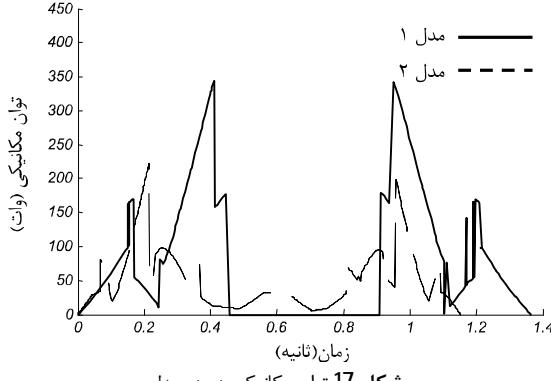
زمان بهینه‌ی حرکت برای ربات موازی کابلی (مدل ۱)  $1/364$  ثانیه و برای مدل مرکب (مدل ۲)  $1/152$  ثانیه می‌باشد. آنچه در نگاه اول به نظر می‌رسد، این است که صرف توان مصرفی بیشتر منجر به افزایش سرعت و در نتیجه زمان طی مسیر کوتاه‌تر می‌شود. برای بررسی دقیق‌تر این واقعیت و صحت ادعای مقاله، با توجه به نتایج شبیه‌سازی، توان مکانیکی در دو مدل با استفاده از روابط پایه محاسبه می‌شود.



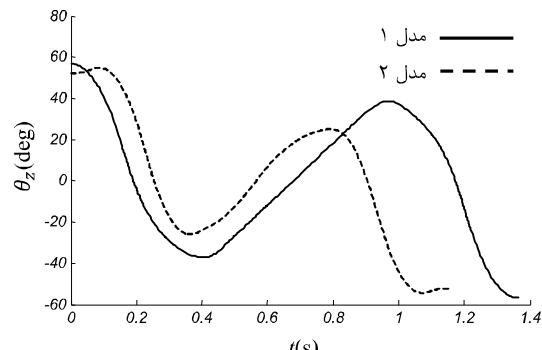
شکل 15 زاویه‌ی لینک اول در مدل مرکب



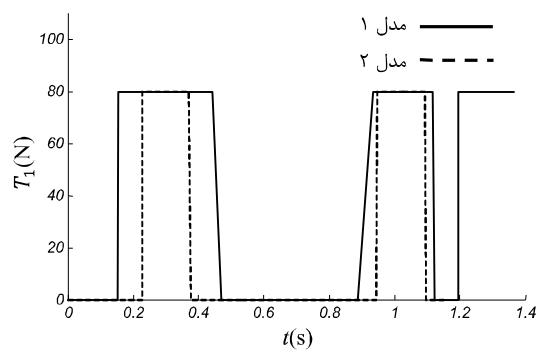
شکل 16 زاویه‌ی لینک دوم در مدل مرکب



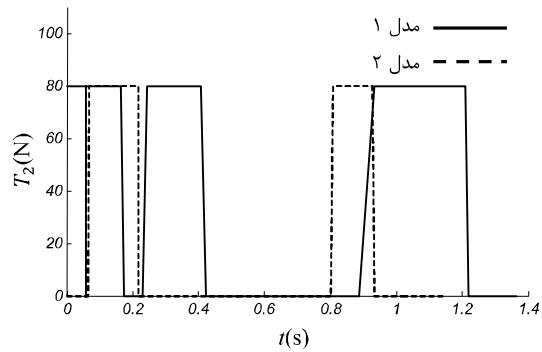
شکل 17 توان مکانیکی در دو مدل



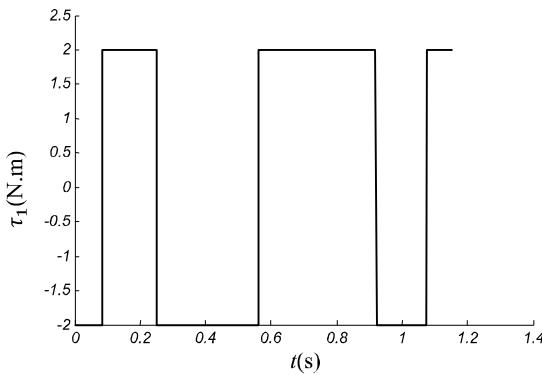
شکل 10 زاویه‌ی پایه در دو مدل



شکل 11 کشش کابل اول در دو مدل



شکل 12 کشش کابل دوم در دو مدل



شکل 13 گشتاور موتور لینک اول در مدل مرکب

$$\begin{aligned}
& -(m_1 L_{c1} + m_p L_1) \cos(q_1 + \theta_z) \\
& + (m_1 L_{c1} q_1 + m_p L_1 q_1 + m_1 L_{c1} \theta_z + m_2 L_1 \theta_z \\
& \quad + m_p L_1 \theta_z) \sin(q_1 + \theta_z)] \dot{q}_1 \\
& + [(m_p L_2 + m_2 L_{c2}) \sin(q_1 + q_2 + \theta_z)] \dot{q}_2^2 \\
& + [(m_2 L_{c2} \theta_z + m_p L_2 \theta_z) \sin(q_1 + q_2 + \theta_z)] \dot{q}_2 \\
& + 2 \dot{q}_1 \dot{q}_2 (m_p L_2 + m_2 L_{c2}) \sin(q_1 + q_2 + \theta_z) \\
c_2 & = -[(m_p L_2 + m_2 L_{c2}) \cos(q_1 + q_2 + \theta_z) \\
& \quad + m_2 L_1 \cos(q_1 + \theta_z)] \dot{q}_1^2 \\
& - [(m_2 L_{c2} \theta_z + m_p L_2 \theta_z) \cos(q_1 + q_2 + \theta_z) \\
& \quad + (m_1 L_{c1} + m_p L_1) \sin(q_1 + \theta_z) \\
& + (m_1 L_{c1} q_1 + m_p L_1 q_1 + m_1 L_{c1} \theta_z + m_2 L_1 \theta_z \\
& \quad + m_p L_1 \theta_z) \cos(q_1 + \theta_z)] \dot{q}_1 \\
& - [(m_p L_2 + m_2 L_{c2}) \cos(q_1 + q_2 + \theta_z)] \dot{q}_2^2 \\
& - [(m_2 L_{c2} \theta_z + m_p L_2 \theta_z) \cos(q_1 + q_2 + \theta_z)] \dot{q}_2 \\
& - 2 \dot{q}_1 \dot{q}_2 (m_p L_2 + m_2 L_{c2}) \cos(q_1 + q_2 + \theta_z) \\
c_3 & = -[(m_2 L_{c2} \theta_z + m_p L_2 \theta_z) \sin(q_1 + q_2 + \theta_z) \\
& \quad + (m_1 L_{c1} + m_p L_1) \cos(q_1 + \theta_z) \\
& - (m_1 L_{c1} q_1 + m_p L_1 q_1 + m_1 L_{c1} \theta_z + m_2 L_1 \theta_z \\
& \quad + m_p L_1 \theta_z) \sin(q_1 + \theta_z)] \dot{x} \\
& + [(m_2 L_{c2} \theta_z + m_p L_2 \theta_z) \cos(q_1 + q_2 + \theta_z) \\
& \quad + (m_1 L_{c1} + m_p L_1) \sin(q_1 + \theta_z) \\
& + (m_1 L_{c1} q_1 + m_p L_1 q_1 + m_1 L_{c1} \theta_z + m_2 L_1 \theta_z \\
& \quad + m_p L_1 \theta_z) \cos(q_1 + \theta_z)] \dot{y} \\
& - [(m_p L_1 L_2) \cos q_2 + (m_p L_1 L_2 q_1 + 2 m_2 L_1 L_{c2} \theta_z \\
& \quad + m_p L_1 L_2 \theta_z) \sin q_2] \dot{q}_2 \\
& - (m_2 L_1 L_{c2} \sin q_2) \dot{q}_2^2 - 2 (m_2 L_1 L_{c2} \sin q_2) \dot{q}_1 \dot{q}_2 \\
c_4 & = \sin q_2 (m_2 L_1 L_{c2}) \dot{q}_1^2 \\
& - [(m_p L_2 + m_2 L_{c2}) \theta_z \sin(q_1 + q_2 + \theta_z)] \dot{x} \\
& + [(m_p L_2 + m_2 L_{c2}) \theta_z \cos(q_1 + q_2 + \theta_z)] \dot{y} \\
& + [(m_p L_1 L_2) \cos q_2 + (m_p L_1 L_2 q_1 + 2 m_2 L_1 L_{c2} \theta_z \\
& \quad + m_p L_1 L_2 \theta_z) \sin q_2] \dot{q}_1
\end{aligned} \tag{17}$$

$$G_1 = G_2 = 0$$

$$G_3 = -(m_p L_1^2 + m_p L_2 \cos q_2 + m_1 L_{c1}^2) \theta_z$$

$$-(m_1 L_{c1}^2 + m_p L_1^2) q_1$$

$$-(m_2 L_1 + m_1 L_{c1} + m_p L_1) g \sin(q_1 + \theta_z)$$

$$-(m_p L_2 + m_2 L_{c2}) g \sin(q_1 + q_2 + \theta_z)$$

$$G_4 = (m_2 L_1 L_{c2} + m_p L_1 L_2) \theta_z^2 \sin q_2$$

$$-(m_p L_2 + m_2 L_{c2}) g \sin(q_1 + q_2 + \theta_z)$$

$$+ m_p L_1 L_2 \theta_z q_1 \sin q_2$$

$$G_5 = -[m_p (L_1^2 + L_2^2 + 2 L_1 L_2 \cos q_2) + m_1 L_{c1}^2 \\
+ m_2 (L_1^2 + L_{c2}^2 + 2 L_1 L_{c2} \cos q_2)] \theta_z$$

$$-(m_p L_1^2 + m_p L_1 L_2 \cos q_2 + m_1 L_{c1}^2) q_1$$

$$-(m_2 L_1 + m_1 L_{c1} + m_p L_1) g \sin(q_1 + \theta_z)$$

$$-(m_p L_2 + m_2 L_{c2}) g \sin(q_1 + q_2 + \theta_z)$$

(18)

(19)

(20)

(21)

(22)

(23)

## 9- مراجع

- [1] J. Albus, R. Bostelman, N. Dagalakis, "The NIST robocrane," *Journal of Robotic Systems*, Vol. 10, pp. 709-724, 1993.
- [2] J.-P. Merlet, "Parallel Robots," *Kluwer Academic Publisher*, Dordrecht, 2000.
- [3] S. Behzadipour, A. Khajepour, "stiffness of cable-based parallel manipulators with application to stability analysis," *ASME Journal of Mechanical Design*, Vol. 128, No. 11, pp. 303-310, 2006.
- [4] M. Bamdad, S. Faroghi, "Stability measure for a parallel cable driven robot," *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 13, No. 10, pp. 25-34, 2013.
- [5] A. Fattah, S. K. Agrawal, "On the design of cable-suspended planar parallel robots," *ASME Journal of Mechanical Design*, Vol. 127, No. 5, pp. 1021-1028, 2006.
- [6] M. Carricato, J. P. Merlet, "Geometrico-static analysis of under-constrained cable-driven parallel robots: a general theory," *IEEE Transactions on Robotics*, submitted, 2011.
- [7] M. H. Korayem, M. Bamdad, "Dynamic load-carrying capacity of cable-suspended parallel manipulators," *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 44, pp. 829-840, 2010.

$$E_1 = T_1 \|l_1\| + T_2 \|l_2\| \tag{27}$$

$$E_2 = T_1 \|l_1\| + T_2 \|l_2\| + |\tau_1 \dot{q}_1| + |\tau_2 \dot{q}_2|$$

که در رابطه‌ی (27)،  $E_1$  توان مکانیکی مصرفی دو محرکه کابلی در مدل 1 و

$E_2$  توان مکانیکی مصرفی دو محرکه کابلی و موتورهای بازوها در مدل 2 است.

بدین ترتیب نمودار شکل 17 نشان می‌دهد که مدل مرکب سری - موازی سطوح

می‌گردد. نمودار شکل 17 نشان می‌دهد که مدل مرکب سری - موازی سطوح

توان مصرفی پایین‌تر را به خود اختصاص داده است.

## 7- نتیجه‌گیری

در این مقاله، یک مکانیزم مرکب از ربات سری و موازی ارائه شد و برای این مکانیزم مدل سازی دینامیکی و سینماتیکی و طراحی مسیر بهینه‌ی حرکت انجام شده است. در استخراج معادلات سینماتیک، روابط هندسی و استاتیک به طور همزمان حل و در مدل سازی دینامیکی، با تلفیق روش نیوتن-اویلر و لاگرانژ فرم بسته‌ی معادلات دینامیک استخراج گردید. در طراحی مسیر بهینه، هدف حرکت بین دو نقطه در حداقل زمان با توجه به محدودیت کشش کابل‌ها و گشتاورهای موتورها بود. با تعریف مساله‌ی بهینه‌سازی، و حل مسأله‌ی با استفاده از روش مستقیم، نتایج حاصل گردید.

با توجه به نتایج و قیاس ربات کابلی صفحه‌ای و مدل مرکب ملاحظه شد که مدل مرکب ارائه شده علاوه بر فراهم آوردن امکان کنترل زاویه‌ی بار انتهایی، دارای زمان بهینه‌ی حرکت و توان مکانیکی مصرفی کمتر است. با توجه به این نتایج می‌توان به مزیت‌های مدل مرکب ارائه شده در موارد مختلف بپرداز.

اگر چالش‌های ربات‌های رباتیکی دقيق بررسی گردد، نقش توانایی جهت‌گیری ربات در توسعه‌ی فضای کاری و افزایش چاکبی ربات روش نشان می‌شود. در این مقاله توانایی جهت‌گیری با تمرکز روی قابلیت چرخش هدف قرار گرفت. کاهش زمان مسیر بهینه به میزان 15% و همزمان کاهش توان مصرفی به میزان 21% برای مدل مرکب سری - موازی نشانگر موفقیت طراحی در قیاس با مدل موازی است.

## 8- پیوست

$$m_{11} = m_1 + m_2 + m_p \tag{1}$$

$$m_{12} = m_{21} = 0 \tag{2}$$

$$m_{13} = m_{31} = -(m_p L_2 + m_2 L_{c2}) \cos(q_1 + q_2 + \theta_z) \tag{3}$$

$$-m_2 L_1 \cos(q_1 + \theta_z) \tag{4}$$

$$m_{14} = m_{41} = -(m_p L_2 + m_2 L_{c2}) \cos(q_1 + q_2 + \theta_z) \tag{5}$$

$$m_{15} = m_{51} = 0 \tag{6}$$

$$m_{22} = m_1 + m_2 + m_p \tag{7}$$

$$m_{23} = m_{32} = -(m_p L_2 + m_2 L_{c2}) \sin(q_1 + q_2 + \theta_z) \tag{8}$$

$$-m_2 L_1 \sin(q_1 + \theta_z) \tag{9}$$

$$m_{24} = m_{42} = -(m_p L_2 + m_2 L_{c2}) \sin(q_1 + q_2 + \theta_z) \tag{10}$$

$$m_{25} = m_{52} = 0 \tag{11}$$

$$m_{33} = m_2 (L_{c2}^2 + L_1^2) + m_p L_2^2 + 2 m_2 L_1 L_{c2} \cos q_2 \tag{12}$$

$$+ I_1 + I_2 \tag{13}$$

$$m_{34} = m_{43} = m_p L_2^2 + m_2 L_{c2}^2 + m_2 L_1 L_{c2} \cos q_2 + I_2 \tag{14}$$

$$m_{35} = m_{53} = I_1 + I_2 \tag{15}$$

$$m_{44} = m_p L_2^2 + m_2 L_{c2}^2 + I_2 \tag{16}$$

$$m_{45} = m_{54} = I_2 \tag{17}$$

$$m_{55} = I_1 + I_2 \tag{18}$$

$$c_1 = [(m_p L_2 + m_2 L_{c2}) \sin(q_1 + q_2 + \theta_z) \tag{19}$$

$$+ m_2 L_1 \sin(q_1 + \theta_z)] \dot{q}_1^2 \tag{20}$$

$$+ [(m_2 L_{c2} \theta_z + m_p L_2 \theta_z) \sin(q_1 + q_2 + \theta_z)] \dot{q}_1 \dot{q}_2 \tag{21}$$

$$+ [(m_2 L_{c2} \theta_z + m_p L_2 \theta_z) \sin(q_1 + q_2 + \theta_z)] \dot{q}_2 \dot{q}_1 \tag{22}$$

$$+ [(m_2 L_{c2} \theta_z + m_p L_2 \theta_z) \sin(q_1 + q_2 + \theta_z)] \dot{q}_2^2 \tag{23}$$

- [15] M. H. Korayem, H. Tourajizadeh, and M. Bamdad, "Dynamic load carrying capacity of flexible cable suspended robot: robust feedback linearization control approach," *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, vol. 60, pp. 341-363, 2010.
- [16] M. Korayem and M. Bamdad, "Dynamic load-carrying capacity of cable-suspended parallel manipulators," *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, vol. 44, pp. 829-840, 2009.
- [17] M. Korayem, H. Tourajizadeh, M. Jalali, and E. Omidi, "Optimal Path Planning of Spatial Cable Robot using Optimal Sliding Mode Control," *Int. J. Adv. Robot. Syst.*, vol. 9, 2012.
- [18] M. Korayem, E. Davarzani, and M. Bamdad, "Optimal trajectory planning with dynamic load carrying capacity of flexible cable-suspended manipulator," *Sci. Iran. Trans. B*, vol. 17, pp. 315-326, 2010.
- [19] S. Behzadipour and A. Khajepour, "Time-optimal trajectory planning in cable-based manipulators," *Robotics, IEEE Transactions on*, vol. 22, pp. 559-563, 2006.
- [20] M. Bamdad, "Time-energy optimal trajectory planning of cable-suspended manipulators," In *Cable-Driven Parallel Robots*, pp. 41-51. Springer Berlin Heidelberg, 2013.
- [21] F. Fahroo, I. M. Ross, "Direct Trajectory Optimization by a Chebyshev Pseudospectral Method," *Journal of Guidance Control and dynamics*, Vol. 25, No. 1, pp. 160-166, 2002.
- [8] M. H. Korayem, M. Bamdad, R. M. Zehtab, M. Iranpour, "First Experimental Results of Load Carrying Capacity for a Planar Cable-suspended Manipulator," *International Journal of Advanced Design and Manufacturing Technology*, Vol. 3, No. 4, pp. 11-16, 2010.
- [9] A. Trevisani, P. Gallina, R. L. Williams II, "Cable-direct-driven robot (CDDR) with passive SCARA support: theory and simulation," *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, Vol. 46, No. 1, pp. 73-94, 2006.
- [10] D. Jian, S. Paresh, "Orientation capability of planar manipulators using virtual joint angle analysis," *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 38, No. 3, pp. 241-252, 2003.
- [11] X. J. Liu, I. A. Bonev, "Orientation capability, error analysis, and dimensional optimization of two articulated tool heads with parallel kinematics," *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, Vol. 130, No. 1, 2008.
- [12] H. Osumi, Y. Utsugi, M. Koshikawa, "Development of a Manipulator Suspended by Parallel Wire Structure," *International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Vol. 1, pp. 498-503, 2000.
- [13] T. Chettibi, H. Lehtihet, M. Haddad, and S. Hanchi, "Minimum cost trajectory planning for industrial robots," *European Journal of Mechanics-A/Solids*, vol. 23, pp. 703-715, 2004.
- [14] M. H. Korayem, M. Bamdad, H. Tourajizadeh, A. H. Korayem, and S. Bayat, "Analytical design of optimal trajectory with dynamic load-carrying capacity for cable-suspended manipulator," *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, vol. 60, pp. 317-327, 2012.