



## ترکیب روش اویلری-لاگرانژی و اویلری برای مدل سازی عددی جریان چگال حاوی ذره

حمید یوسفی<sup>۱</sup>، احسان خواصی<sup>۲\*</sup>، سبا تیموری<sup>۳</sup>، پارسا نظمی<sup>۴</sup>، زهرا مشهدی<sup>۳</sup>

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران

۲- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه زنجان، زنجان

۳- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه زنجان، زنجان

۴- دانشجوی کارشناسی، مهندسی مکانیک، دانشگاه زنجان، زنجان

\* زنجان، صندوق پستی ۴۵۳۷۱-۳۸۷۹۱، khavasi@znu.ac.ir

کلید واژگان:

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: ۲۲ آبان ۱۳۹۶

پذیرش: ۰۸ دی ۱۳۹۶

ارائه در سایت: ۲۹ دی ۱۳۹۶

کلید واژگان:

سیال چگال پیوشه

روش اویلری-اویلری

روش اویلری-لاگرانژی

شبیه سازی گردابه های بزرگ

ذره

جریان های چگال، بدلیل تفاوت چگالی بین جریان و محیط اطراف، جریان می بایند. دسته مهمی از سیال های چگال، جریان های گل آلود نامیده می شوند که اختلاف چگالی، به مخاطر حضور ذرات جامد معلق در سیال ایجاد می شود. در کار حاضر، تلاش گردید تا با کنار هم گذاردن دو روش اویلری و لاگرانژی، از مزیت هر یک استفاده نمود. به این صورت که ذرات بزرگ تر که به علت سرعت سقوط بیشتر، نقش موثرتری را در مکانیزم رسوی دارند، به صورت لاگرانژی و ذرات کوچک تر با روش اویلری محاسبه می شوند. برای بدست آمدن معیاری برای این دسته بندی ذرات، داخل یک کانال ساده، هفت جریان با ابعاد ذرات متفاوت به صورت اویلری-اویلری، شبیه سازی عددی گردید و با حالت بدون ذره مقایسه شد و همچنین روش اویلری-اویلری با نتایج آزمایشگاهی صحت سنجی شده است و مشخص گردید زمانی که ابعاد ذرات کوچک تر از ۱۲ میکرون باشد، فرآیند رسوی گذاری، محسوس نمی باشد و می توان از اثر حضور این نوع از ذرات چشم پوش نمود؛ بنابراین روش اویلری-اویلری برای ذرات کمتر از ۱۲ میکرون روش مناسبی محسوس می شود. اعتبار سنجی روش اویلری-لاگرانژی با نتایج آزمایشگاهی صورت گرفته است و در نهایت جریان داخل کانال با طیفی از ابعاد ذرات با روش پیشنهاد شده در این پژوهش (ترکیب دو دیدگاه) شبیه سازی شده و به تشریح نتایج بدست آمده پرداخته شده است. برای انجام شبیه سازی های عددی از توسعه کدهای مت بنز این فرم برای لحاظ کردن اثر ذرات استفاده شده است. بنز این فرم برای لحاظ کردن اثر ذرات استفاده شده است.

بنز این فرم برای لحاظ کردن اثر ذرات استفاده شده است.

## The Eulerian-Lagrangian and Eulerian-Eulerian methods combination for numerical modeling of the particle laden density current

Hamid Yousefi<sup>۱</sup>, Ehsan Khavasi<sup>۲\*</sup>, Saba Teymourī<sup>۲</sup>, Parsa Nazmi<sup>۲</sup>, Zahra Mashhadi<sup>۲</sup>

۱- Department of Mechanical Engineering, Amirkabir University Of Technology, Tehran, Iran

۲- Department of Mechanical Engineering, University Of Zanjan, Zanjan, Iran

\* P.O.B. 45371-38791, Zanjan, Iran, khavasi@znu.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper

Received 13 November 2017

Accepted 29 December 2017

Available Online 19 January 2018

#### Keywords:

Continuous gravity current

Eulerian-Eulerian method

Eulerian-Lagrangian method

Large Eddy Simulation

particle

### ABSTRACT

Density currents flow due to the density difference between the current and surrounding environment. An important category of density currents is called turbidity currents, which density difference created as a result of suspended solid particle presence in fluid. In the present study, it is tried to use both Eulerian-Eulerian and Eulerian-Lagrangian methods, to take advantage of each one. In this way, the larger particle that have a more effective role in sedimentation mechanism due to the more falling velocity are calculated as Lagrangian and smaller particles by the Eulerian method. In order to obtain a criterion for particle assortment, seven currents with different particle sizes in the Eulerian-Eulerian model have been numerically simulated in a simple channel and it is compared with no particle case, and also the Eulerian-Eulerian method has been verified with experimental results and identified when the particle sizes is less than 12 micron, the sedimentation process is not appreciable, and the presence effect of these kind of particle can be ignored. Therefore, the Eulerian-Eulerian method is a suitable method for this case. The Eulerian-Lagrangian method validation has been performed with experimental results. Finally, the current inside the channel with a spectrum of particle dimensions is simulated and described the results by the proposed method (the combination of two methods). To perform numerical simulations, the development of open-source OpenFOAM codes has been used to take into account the effect of particle. Due to the current's turbulence, a Large Eddy Simulation method has been used for turbulent modeling.

جریان ها پدیده های مهمی هستند. براساس شرایط جریان، شبیه سازی جریان

چگال را می توان به دو نوع اصلی تقسیم کرد: منبع پیوشه مایعات چگال و

رهایی ناگهانی مایعات حجم محدود [۱].

جریان های گرانشی، که جریان های چگال یا جریان های بویانسی هم نام دارد،

به وسیله تفاوت چگالی بین جریان و محیط اطراف، جریان می بایند. این

### ۱- مقدمه

#### Please cite this article using:

H. Yousefi, E. Khavasi, S. Teymourī, P. Nazmi, Z. Mashhadi, The Eulerian-Lagrangian and Eulerian-Eulerian methods combination for numerical modeling of the particle laden density current, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 18, No. 01, pp. 441-451, 2018 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

جنبه، مانند انتشار ذرات در جریان‌های همگن، می‌تواند به صورت تحلیلی مورد بررسی قرار گیرد. جریان‌های واقعی ذرات سنگین، معمولاً غیرهمگن و غیرایزوتروپیک هستند و اغلب شامل واکنش با دیواره یا جدایش جریان و در نتیجه در معرض ناپایداری قرار دارند که این جریان‌ها دارای ساختار اندازه بزرگ هستند که به شدت از جریان به جریان دیگر متفاوت است. یکی از مسائل رایج که مانع پیش‌بینی‌های دقیق جریان‌های پیچیده ذرات چگال می‌شود، تغییر آشفتگی فاز گاز توسط ذرات است. این اثر را در یک جریان یک طرفه، سطح مسطح، هندسه ساده که شامل بسیاری از ویژگی‌های مهم جریان‌های پیچیده صنعتی و طبیعی است را بررسی می‌کند [14]. نتایج اویلری-لاگرانژی کار حاضر با نتایج همین کار، فسلر و همکاران، انجام شده است [14].

امروزه به خوبی شناخته شده است که بارگذاری مناسب جرم توسط ذرات ریز می‌تواند تغییرات بسیار زیادی را در سطح آشفتگی جریان ایجاد کند. بررسی‌های هتسرونی [15] و گور و کراو [16] نشان داد که به طور کلی، ذرات کوچک می‌توانند آشفتگی مایع را تضعیف کنند، در حالی که ذرات بزرگ می‌توانند آن را تقویت کنند. گور و کراو [16] نسبت قطر ذرات به اندازه طول موج را به عنوان پارامتر تعیین‌کننده تاثیر ذرات بر روی آشفتگی مایع، شناسایی کردند، در حالی که هتسرونی [15] عدد رینولدز ذرات را به عنوان پارامتر مناسب برای تعیین تاثیر ذرات بر آشفتگی مایع، اعلام کرد. یانگ و همکاران [17] به طور تحلیلی نشان دادند که آشفتگی‌های کلوبین-هلموتز در جریان ذرات سنگین به صورت آهسته‌تری تشکیل می‌شوند. مصطفی و همکاران [18] به این نتیجه رسیدند که آشفتگی در لایه‌های برشی برای بارگذاری جرم ذرات بزرگ‌تر از 20% کاهش می‌یابد.

با توجه به مطالعات پیشین، اغلب برای شبیه‌سازی جریان چگال از روش اویلری-اویلری استفاده می‌شود، مهم‌ترین دلیل آن، کاهش محسوس زمان پردازش و دقت قابل قبول این روش است، در مواردی که اختلاف غلظت، ناشی از وجود تعداد زیادی از ذرات می‌باشد، می‌توان با دیدگاه لاگرانژی هم شبیه‌سازی نمود، که مهم‌ترین محدودیت این دیدگاه در زمان پردازش بالای آن است.

به علت تعداد زیاد ذرات معلق، غالباً از روش اویلری-اویلری و با حل معادله غلظت این نوع جریان شبیه‌سازی می‌شود و با درنظر گرفتن ترم سقوط ذرات در معادله غلظت، در شبیه‌سازی عددی نیز شاهد استهلاک این نوع از جریان‌ها هستیم. از طرفی، در روش اویلری-اویلری از برهم کنش ذرات صرف نظر می‌گردد. بنابراین این روش برای مسائلی با تنوع بالای خواص فیزیکی ذرات و زمانی که سرعت سقوط ذرات و فرآینده‌هه نشینی محسوس باشد، روش مطلوبی نمی‌باشد. جهت کسب نتایج دقیق‌تر، می‌توان ذرات را با دیدگاه اویلری-لاگرانژی شبیه‌سازی نمود، بدین منظور باید تمام ذرات را در مسئله وارد نمود.

در کار حاضر، تلاش گردید تا با کنار هم گذاردن این دو دیدگاه، از مزیت هر یک استفاده نمود. ذرات بزرگ‌تر به صورت اویلری-لاگرانژی و ذرات کوچک‌تر با روش اویلری-اویلری شبیه‌سازی می‌شوند. در ابتدا برای بدست آوردن معیار دسته‌بندی ذرات، هفت جریان با ابعاد ذرات متفاوت به صورت اویلری-اویلری داخل یک کانال ساده، شبیه‌سازی عددی شده و با حالت بدون ذره مقایسه گردید. اعتبارسنجی روش اویلری-اویلری و اویلری-لاگرانژی با نتایج آزمایشگاهی صورت گرفته است و در نهایت جریان داخل کانال ساده با روش پیشنهاد شده در این پژوهش (ترکیب دو دیدگاه اویلری-لاگرانژی و

جریان‌های گل‌آلود زیر مجموعه‌ای از مجموعه گستردگر جریان‌های چگال هستند. نیروی محركه جریان‌های چگال، اختلاف چگالی در یک سیال یا بین دو یا چند سیال است. در جریان‌های گل‌آلود، حضور ذرات معلق عامل ایجاد اختلاف چگالی با آب تمیز محیط هستند. یک جریان گل‌آلود از سه جزء متوالی تشکیل شده است: پیشانی، بدنه و دنباله. پیشانی جریان به واسطه اختلاف چگالی در حرکت باقی‌ماند (که باعث گرادیان فشار می‌شود) در حالی که حرکت بدنه و دنباله به واسطه نیروی جاذبه است. در این مرحله، باید توجه داشت که اختلاف دما بین آب درون مخزن سد و جریان حاوی ذرات، برروی محل مغروف شدن جریان گل‌آلود تأثیرگذار است [2].

مطالعات اخیر نشان می‌دهد روش‌های دی ان اس<sup>1</sup> و ال ئی اس<sup>2</sup> روش‌هایی قابل اعتماد و دقیق برای تحلیل فیزیک جریان چگال روی بستر هستند. از نمونه کارهایی که جهت شبیه‌سازی جریان چگال روی بستر مسطح و بدون مانع توسط مدل ال ئی اس صورت گرفته است، می‌توان به هارتل و همکاران [5-3] و نگ و اسکوبیز [6]، پترسون و همکارانش [7]، اویی و همکارانش [10-8] و مهدی‌نیا [11] و همکارانش اشاره نمود. هارتل و همکاران تحقیق در زمینه حرکت جریان چگال ارائه داده‌اند [3]، در این تحقیق آن‌ها از دو روش شبیه‌سازی مستقیم عددی و شبیه‌سازی دینامیک گردابه‌ای، با فرض بوزینسک استفاده کرده و جریان چگال دو بعدی از نوع رهاسازی توده با حجم زیاد و حجم کم را در طول فاز راهاندازی روی بستر لغزشی و غیرلغزشی به صورت عددی بررسی کرده‌اند.

پترسون و همکاران [7]، جریان چگال دو بعدی از نوع رهاسازی توده با حجم زیاد و جریان چگال سه بعدی از نوع رهاسازی توده متقاضان با حجم کم را به روش عددی آی ال ئی اس<sup>3</sup> شبیه‌سازی کرده و نتایج به دست آمده را با نتایج آزمایشگاهی خود مقایسه نمودند. مقایسه نتایج دو بعدی نشان می‌دهد که با وجود عدم شکستن امواج کلوبین- هلمهولتز، روش شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ دو بعدی، انتشار جریان و ساختارهای با مقیاس بزرگ را به خوبی مدل می‌کند.

نصرآزادانی و همکاران [12] جریان گل‌آلود دودزه در برخورد با بستر صاف و مانع گاؤسی با تمرکز بر روی بروفیل رسوب ذرات ریز و درشت مطالعه کرده‌اند. آن‌ها مناطقی را با رسوب ضعیف و قوی به خاطر حضور مانع مشاهده کرده‌اند. آن‌ها علاوه بر این با استفاده از نشانگرهای لاگرانژی برای دنبال کردن ذرات ریز و درشت در جریان و همچنین محل رسوب آن‌ها با توجه به موقعیت اولیه‌شان بررسی کرده‌اند. با استفاده از نقشه نهایی رسوب، مشخص شد که مانع قوی‌ترین تأثیر را بر روی ذراتی که در موقعیت میانی هستند، دارد.

اوتولنگی و همکاران [13]، نیز به بررسی درون‌آمیختگی و اختلاف جریان چگال رهاسازی توده برای اختلاف چگالی‌ها و نسبت ابعاد<sup>4</sup> ذرات مختلف با استفاده از ال ئی اس پرداخته‌اند. نتایج ایشان نشان داد که با افزایش اختلاف چگالی ورودی و کاهش نسبت ابعاد نرخ اختلاط افزایش می‌یابد.

عکس العمل بین ذرات کوچک، چگال و آشفتگی فاز گاز بسیار پیچیده است و علی‌رغم اهمیت جریان‌های صنعتی و طبیعی ذرات سنگین<sup>5</sup>، بسیاری از بررسی‌ها هنوز دارای درک مشخصی از این موضوع نیستند. فقط چند

<sup>1</sup> Direct Numerical Simulation<sup>2</sup> Large Eddy Simulation<sup>3</sup> Implicit Large Eddy Simulation<sup>4</sup> Aspect ratio<sup>5</sup> Particle-laden

جدول 1 مشخصات شبیه‌سازی عددی

Table 1 Numerical simulation characteristics

شماره اجرا	$d_p$ ( $\mu\text{m}$ )
1	بدون ذره
2	5
3	12
4	20
5	30
6	40
7	50
8	100

1 در راستای  $x$ ،  $y$  و  $z$  به ترتیب برابر 991، 65 و 31، شبکه‌بندی 2 در راستای  $x$ ،  $y$  و  $z$  به ترتیب برابر 1200، 65 و 30، شبکه‌بندی 3 در راستای  $x$ ،  $y$  و  $z$  به ترتیب برابر 1211، 75 و 31 می‌باشد.

"شکل 2" نشان می‌دهد که نتایج پروفیل‌های سرعت در شبکه‌بندی دوم و سوم به یکدیگر بسیار نزدیک هستند و احتمالاً با افزایش بیشتر تراکم شبکه‌بندی، نتایج تغییر چندانی نمی‌کند. بنابراین شبکه‌بندی سوم می‌تواند انتخاب مناسبی برای این شبیه‌سازی‌ها باشد.

## 2-2- روش حل عددی

در این تحقیق از روش شبیه‌سازی گردابهای بزرگ استفاده شده است. در روش شبیه‌سازی گردابهای بزرگ، تنها گردابهای بزرگ‌تر به صورت مستقیم حل می‌شوند و گردابهای کوچک‌تر مدل می‌شوند. این باعث کاهش هزینه محاسباتی و ایجاد دقت کافی در مقایسه گردابهای بزرگ می‌گردد. در این تحقیق از فیلتر جعبه‌ای سه‌بعدی یا فیلتر "ریشه سوم حجم سلول" (که معادل است با میانگین گیری روی حجم) استفاده شده است و برای تضمین جواب‌های بهتر کنار دیواره ازتابع میرایی و ندریست پیشنهاد شده توسعه معین و کیم [21] استفاده گردیده است. با توجه به معادله پیوستگی می‌توان نوشت:

$$\frac{\partial}{\partial x_k} \left( v_{SGS} \frac{\partial u_l}{\partial x_k} \right) = \frac{\partial}{\partial x_k} (2v_{SGS} S_{lk}) \quad (1)$$

در اbathe (1)  $S_{lk}$  نرخ کرنش فیلتر شده می‌باشد. با استفاده از اbathe (1) در معادله مومنتوم، معادلات پیوستگی، مومنتوم و غلظت (برای جریان حاوی یک نوع ذره) به ترتیب به شکل نهایی زیر درمی‌آید:

$$\frac{\partial u_k}{\partial x_k} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial u_l}{\partial t} + u_k \frac{\partial u_l}{\partial x_k} = v_w \frac{\partial^2 u_l}{\partial x_k \partial x_k} + \frac{\partial}{\partial x_k} (2v_{SGS} S_{lk}) - \frac{1}{\rho_w} \frac{\partial p}{\partial x_l} - g' c \delta_{21} \quad (3)$$

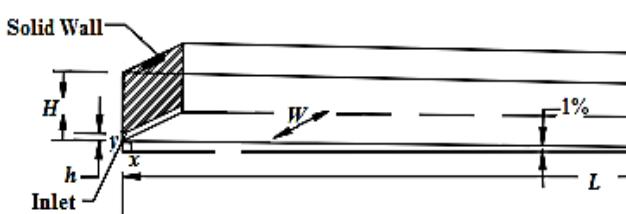


Fig. 1 The general form of the channel geometry of Eulerian-Eulerian problem

اویلری-اویلری (اویلری) شبیه‌سازی و به تشریح نتایج به دست آمده پرداخته شده است. ضمناً همه شبیه‌سازی‌های عددی در نرم‌افزار متن باز اپن‌فوم<sup>1</sup> صورت گرفته است.

## 2- مسئله اویلری-اویلری

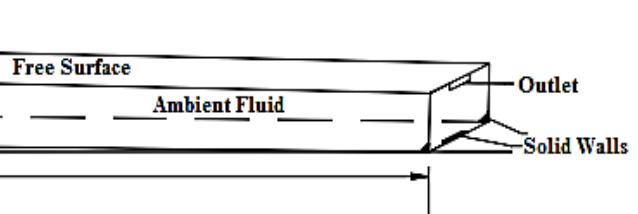
### 2-1- مسئله مورد بررسی

برای بررسی تأثیر ابعاد ذرات بر رفتار جریان چگال، هفت جریان چگال حاوی ذره با ابعاد مختلف با یکدیگر و با حالت بدون ذره مقایسه گردید. ابعاد هندسه مورد بررسی برابر طول (m)  $L = 4.29$ ، عرض (m)  $H = 0.3$ ، ارتفاع ورودی (m)  $h = 0.03$  و شیب بستر 1% می‌باشند. این هندسه به طور شماتیک در "شکل 1" نشان داده شده است. صفحه پایینی و صفحات جانبی دیوار در نظر گرفته شده‌اند. برای صفحه بالایی به منظور شبیه‌شدن به سطح آزاد، شرط تقارن لحاظ شده‌اند. شرط مرزی ورودی سرعت ثابت، صفحه بالایی ورودی دیواره، و سمت راست از شرط مرزی هم‌رفتی به عنوان شرط مرزی خروجی استفاده شده است [20,19].

در این تحقیق 8 مسئله مختلف شبیه‌سازی شده است. مشخصات این 8 مسئله در جدول 1 آمده است. برای جریان‌های حاوی ذره، فرض شده که  $\rho_p = 2650 \text{ kg/m}^3$  هستند. برای همه شبیه‌سازی‌ها سرعت ورودی  $c_0 = (\rho_m - \rho_w) / (\rho_{max} - \rho_w) = 0.11 \text{ m/s}$  است که در آن  $\rho_m$  چگالی متوسط مخلوط آب و ذرات در ورودی،  $\rho_w$  چگالی آب تمیز و  $\rho_{max}$  حداکثر چگالی جریان است. رینولدز ورودی با توجه به ارتفاع ورودی جریان، 3300 است که تضمین کننده اشتفته بودن جریان است.

برای شبکه‌بندی فضای هندسی از یک شبکه سازمان یافته، مطابق هندسه "شکل 1"، استفاده شده است. در راستای عمق کanal (z) تقسیم بندی‌ها یکنواخت و در راستای موازی با حرکت جریان (x) مش ریزتر انتخاب شده است. در راستای عمود بر جریان (y)، سلول‌ها در نزدیکی کف کanal و همچنین در محدوده‌ای که جریان چگال غالباً در آن در حال حرکت است تراکم بیشتری نسبت به سایر نواحی دورتر از کف کanal دارند. برای این منظور در فواصلی معین از مش لایه مرزی با ضرایب انساطی مناسب استفاده شده است. این توزیع ابعادی شبکه باعث می‌شود در عین حال که دقت حل مسئله حفظ می‌شود، سرعت محاسبات افزایش یافته و زمان لازم برای کامل شدن شبیه‌سازی کاهش یابد.

برای بررسی استقلال از شبکه حل، نتایج شبیه‌سازی جریان چگال روی کanal برای سه شبکه با تراکم‌های مختلف در "شکل 2" نشان داده شده است. جزئیات هریک از شبکه‌بندی‌ها و تعداد تقسیمات سلول‌ها، برای شبکه‌بندی



شکل 1 شماتیک هندسه کanal مسئله اویلری-اویلری

<sup>1</sup> Open FOAM

کوچک تقریب‌های مناسبی هستند، در حالی که در دیدگاه لاگرانژی امکان محاسبه دقیق‌تر نیروی درگ فراهم می‌شود. از مهم‌ترین روابط برای سرعت سقوط رابطه استوکس است. این رابطه به صورت زیر می‌باشد.

$$V_s = gd_p^2 \frac{\rho_p - \rho_w}{18\mu} \quad (8)$$

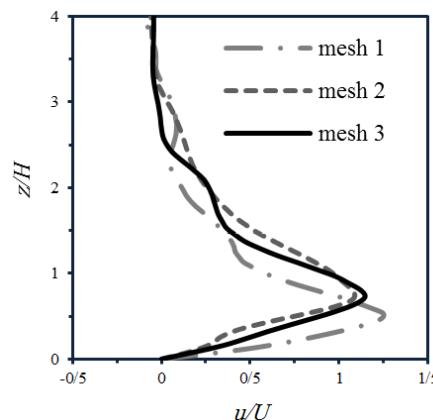
در این رابطه  $\mu$  لزجت سیال است که تقریباً برابر لزجت آب در نظر گرفته و اثر ذرات بر آن نادیده گرفته می‌شود.  $d_p$  قطر متوسط ذرات می‌باشد. برای بدست آوردن رابطه استوکس فرض می‌شود که تک ذرهای کروی بدون شتاب و با عدد رینولدز زیر یک در حال سقوط است و مقدار سرعت سقوط از برای نیروهای وزن و پیسا بدست می‌آید. این رابطه بر هم کنش بین ذرات را در نظر نمی‌گیرد. برای گسته‌سازی ترم‌های دیبورانس و لاپلاسین در معادلات از روش کوئیک استفاده شده است که یک روش درجه چهار می‌باشد. برای ترم گرادیان نیز از روش درجه چهار که توسط پیر و همکارانش [22] ارائه شده، بهره گرفته شده است. برای گسته‌سازی زمانی از یک روش درجه دو پسرو استفاده شده است [23]. تمامی معادلات تا رسیدن به خطای نسبی  $10^{-6}$  حل شده‌اند. برای حل مساله حاضر از توسعه کد آپن فوم (که کدی با منبع باز، مخصوص محیط لینوکس و به زبان C + نوع شی‌گرا می‌باشد) برای در نظر گرفتن حضور ذرات استفاده شده است.

### 2-3- بررسی نتایج مسئله اویلری-اویلری

با وجود تغییرات پروفیل‌های سرعت در شرایط مختلف جریان‌های چگال، این امکان وجود دارد که با پی بعد کردن پروفیل‌های سرعت به کمک پارامترهای متوسط عمقی<sup>1</sup> جریان چگال، پروفیل‌های بی‌بعد شده بر روی یکدیگر قرار گیرند. محققین زیادی مانند الیسون و ترنر [24]، گارسیا و پارکر [25] نیز کار مشابهی را صورت دادند.

برای صحت‌سنگی نتایج این مدل عددی، ابتدا مسئله برای جریان چگال حاوی ذرات با ابعاد 12 میکرون و برای کانال صاف حل شده و پروفیل‌های بی‌بعد سرعت و غلظت جریان چگال شبیه‌سازی شده و با نتایج آزمایشات مقایسه شده است [25]. شکل 3 نتایج پروفیل سرعت و غلظت حل عددی را در کنار نتایج تجربی نشان می‌دهد. همان‌طور که مشخص است، تطابق خوبی بین نتایج این مدل‌سازی و داده‌های تجربی وجود دارد. در ادامه "شکل 4" مکان هد جریان‌های حاوی ذرات با قطرهای متفاوت و بدون ذره را بررسی کرده است.

همان‌گونه که از نتایج "شکل 4" مشخص می‌شود جریان حاوی ذرات کوچک‌تر از 12 میکرون تفاوت معناداری با حالت بدون ذره ندارد، اعلت این امر این است که در این موارد این ذرات، به علت ابعاد کوچک، وزن و سرعت سقوط قابل توجهی ندارند و تعداد ذراتی که تنهشین می‌شوند، حدوداً با ذراتی که از کف به جریان باز می‌گردند، برابر است. در این موارد استهلاک جریان براثر تنهشینی ذرات، در ابعاد هندسه مورد بررسی، ناچیز است و فرآیند رسوب‌گذاری عامل غالبی به نظر نمی‌رسد. در نمودار محل هد، در جریان بدون ذرات، هد به صورت خطی و با سرعت ثابت حرکت می‌کند، جریان‌های حاوی ذرات کوچک‌تر از 12 میکرون نیز رفتاری مشابه با حالت بی‌ذره دارند ولی جریان‌های حاوی ذرات بزرگ‌تر با گذشت زمان و کاهش غلظت، از حالت خطی فاصله گرفته و سرعت آن‌ها کاهش می‌یابد تا جایی که جریان حاوی ذرات 100 میکرون به سرعت صفر می‌رسند و جریان کاملاً مستهلك شده و ادامه پیدا نمی‌کند. در "شکل 5" نمای کلی جریان‌های حاوی ذرات با



**شکل 2** نتایج شبیه‌سازی جریان چگال روی کانال برای سه شبکه با تراکم‌های مختلف در  $x=50h$

برای سادگی معادلات، علامت خط روی کمیت‌های فیلتر شده حذف شده است و تمامی کمیت‌های موجود از نوع فیلتر شده می‌باشند.  $\nu_w$  و  $\rho_w$  همچنان جهت چگالی و ویسکوزیته سیال محیطی (آب) می‌باشند. همچنان جهت گذابه در خلاف جهت  $y$  یا  $i = 2$  می‌باشد.  $g = \beta g$  هم شتاب گرانش کاهش یافته است که در آن  $c = (\rho - \rho_w)/\rho_w$  و  $\alpha = (\rho_{max} - \rho_w)/(\rho_{max} - \rho_w)$  می‌باشد. در معادلات بالا از تقریب بوزینیسک برای غلظت استفاده شده است. مقدار عدد اشمتیت مولکولی  $Sc = v/\alpha$  برای آب نمک برابر 700 می‌باشد. در این معادله با توجه به نتایج اولی و همکارانش [19]، برابر 1 در نظر گرفته می‌شود. برای محاسبه  $\alpha_{SGS}$  از تعریف عدد اشمتیت زیرشبکه  $Sc_{SGS}$ ، به شکل زیر استفاده می‌نماییم:

$$\alpha_{SGS} = v_{SGS}/Sc_{SGS} \quad (5)$$

در اینجا برای دقت بیشتر در نتایج حل، از یک الگوریتم دینامیک برای یافتن عدد اشمتیت استفاده می‌شود. با استفاده از انجام شبیه‌سازی‌های مختلف مقدار عدد اشمتیت آشفته به شکل زیر پیشنهاد شده است:

$$Sc_{SGS} = 0.4 \exp(-2.5F_k) + 1 \quad (6)$$

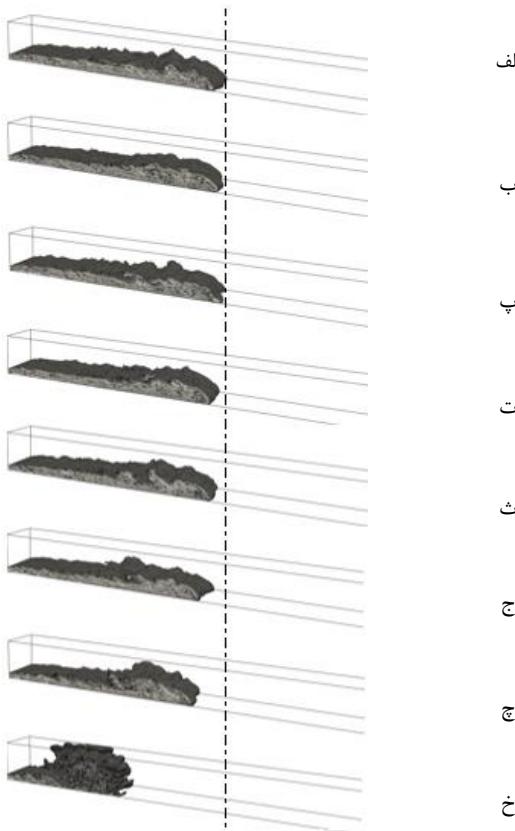
که در آن‌ها مقادیر عدد فرود آشفته  $F_k$  و شناوری  $N$  به دست می‌آیند:

$$F_k = \varepsilon/Nk \quad (7-الف)$$

$$N = \sqrt{-g/\rho} (\partial\rho/\partial z)^{1/2} \quad (7-ب)$$

که در آن  $k$  و  $\varepsilon$  به ترتیب انرژی و اتلاف آشفته می‌باشند. به این ترتیب معادله (4) نیز بسته و قابل حل خواهد بود. باید توجه داشت که معادله غلظت عادی قادر به شبیه‌سازی درست تنهشینی و استهلاک ذرات نمی‌باشد. برای اصلاح این معادله، ترم سقوط به معادله غلظت افزوده می‌شود. این ترم برای ذرات با ابعاد مشابه کارایی دارد و با بیشتر شدن تنوع ذرات، تعداد معادلات بسیار افزایش می‌یابد و زمان پردازش دیدگاه اویلری-اویلری، بسیار افزایش می‌یابد. به دلیل عدم محاسبه سرعت تک ذره، در این دیدگاه روش‌های متوضط‌گیری و تقریب‌هایی مانند نیروی درگ استوکس برای محاسبه ترم سقوط مورد استفاده قرار می‌گیرند، که در رینولدزهای بسیار

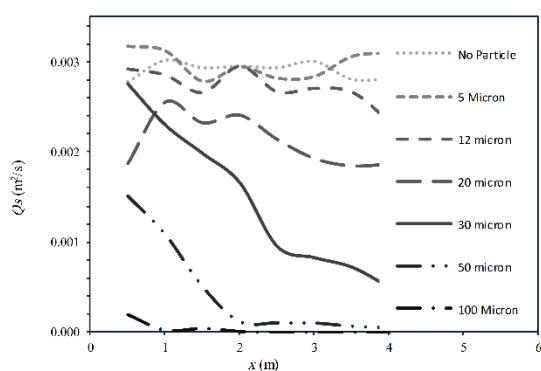
<sup>1</sup> Depth Average parameters



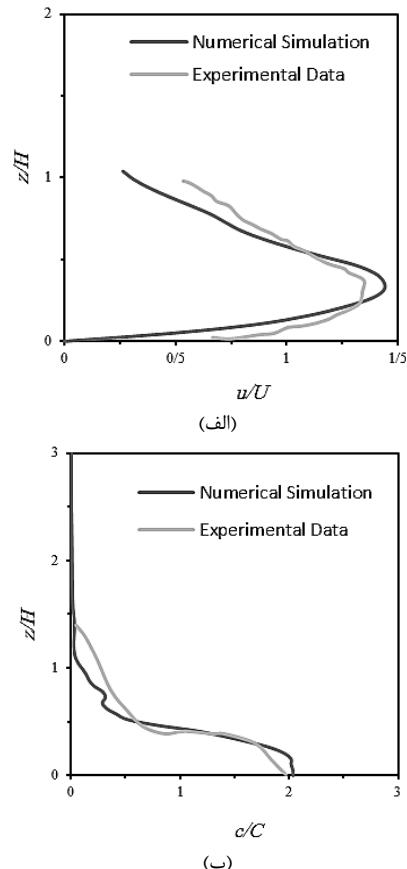
**شکل ۵** نمای کلی جریان‌های حاوی ذرات با قطرهای مختلف و بدون ذره، در زمان 20 ثانیه که به روش اویلری-اویلری شبیه سازی شده‌اند. (الف) بدون ذره (ب) قطر 5 میکرون (پ) قطر 12 میکرون (ت) قطر 20 میکرون (ه) قطر 30 میکرون (ز) قطر 40 میکرون (ج) قطر 50 میکرون (خ) قطر 100 میکرون

اویلری-اویلری با دقت و به صورت ملموس قادر به نمایش آن نمی‌باشد، اما این مورد نقش مهمی را در جریان‌های حاوی ذرات ایفا می‌کند و به شدت واسطه به ابعاد این ذرات می‌باشد. بار ذرات معلق از رابطه (۹) محاسبه می‌شود:

$$Q_s = \int_0^\infty cu dz \quad (9)$$

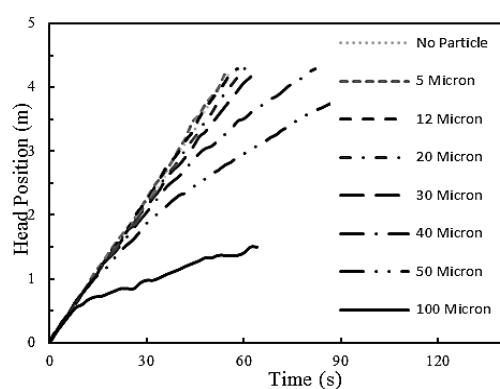


**شکل ۶** بار ذرات معلق در جریان‌های حاوی ذرات با قطرهای مختلف و بدون ذره



**شکل ۳** مقایسه نتایج شبیه‌سازی عددی و داده‌های تجربی [32] برای پروفیل-

های بی‌بعد (الف) سرعت (ب) غلظت روی کanal صاف



**شکل ۴** مکان هد جریان‌های حاوی ذرات با قطرهای مختلف و بدون ذره

قطرهای مختلف و بدون ذره، در زمان 20 ثانیه که به روش اویلری-اویلری شبیه‌سازی شده‌اند، نشان داده شده است.

نمودار بار ذرات معلق، که در "شکل ۶" آورده شده است، نیز تکمیل کننده این مقایسه است. در جریان بدون ذره و یا حاوی ذرات ریز، بار ذرات معلق در مسیر حرکت تقریباً ثابت می‌ماند و تغیلت معناداری در آن‌ها دیده نمی‌شود، اما در جریان حاوی ذرات درشت‌تر با افت قابل ملاحظه بار ذرات معلق مواجه می‌شویم. الگو رسوب ذرات، مورد مهم دیدگاه است که دیدگاه

می‌باید و نیاز به دقت بیشتری برای محاسبه نیروی درگ اصطکاکی و فشاری هست و برخورد ذرات با یکدیگر موثر واقع می‌شود، روش اویلری-لاگرانژی می‌تواند نتایج دقیق‌تری در دسترس ماست قرار دهد، درین روش سیال پیوسته به صورت اویلری شبیه‌سازی می‌شوند و ذرات به روش لاگرانژی به صورت کوپل چهارجانبه<sup>۱</sup> حل می‌شوند.

### 3- مسئله اویلری-لاگرانژی

#### 3-1- مسئله مورد بررسی

هندسه این مسئله، یکسان با مسئله اویلری-اویلری می‌باشد، شرایط اولیه و مرزی نیز شبیه با مسئله قبل می‌باشد. با این تفاوت که در این مورد برای ذرات کوچک معادله غلظت حل شده است و ذرات بزرگ‌تر به صورت لاگرانژی به مسئله افزوده می‌شود. در مسئله حاضر مقادیر متغیری بین دو مقدار 12 و 200 میکرون با روش روزین رملر<sup>۲</sup> به مسئله افزوده شده است.

### 2- روش حل عددی

در ادامه، معادلات حاکم مورد بررسی قرار گرفته‌اند. از تکرار معادلات مشترک میان مسئله‌ی پیش رو و روش اویلری-اویلری اختناب گردیده است. تاثیر ذرهای بر ذرات دیگر در فاصله دور از آن به‌وسیله یک موج آشفتگی انتشار می‌باید. اگر گام زمانی در محاسبه عددی انتخاب شده به اندازه کافی کوچک باشد، می‌توان فرض کرد که در طول زمان آشفتگی، ذرات در نقاطی در همسایگی نزدیک خود پخش می‌شود. به عبارت دیگر، حرکت لحظه‌ای هر ذره توسط نیروهای تماسی، بین آن ذره و ذرات در تماس با آن ایجاد می‌شود [26]. براساس این فرض، حرکت هر ذره در محدوده مشخص می‌تواند با کامل کردن مرحله به مرحله معادلات حرکت به دست آید و نیروهای تماسی بین ذرات و همسایگان نزدیک آن را فراهم کند. ذرات مشخص دارای دو نوع حرکت هستند: حرکات انتقالی و چرخشی. حرکت انتقالی توسط نیروی تماسی، نیروی سیال و نیروی گرانشی ایجاد می‌شود. در اینجا تنها نیروهای تماسی به عنوان نیرویی که باعث حرکت چرخشی هستند، در نظر گرفته می‌شوند. معادلات حرکت انتقالی و چرخشی به شکل زیر می‌باشند:

$$\ddot{\vec{r}} = \frac{(\vec{f}_C + \vec{f}_D)}{m} + \vec{g} \quad (10)$$

$$\dot{\vec{\omega}} = \vec{T}_C/I \quad (11)$$

که  $\vec{f}$  نشان دهنده بردار مکان مرکز نقل ذره،  $m$  جرم ذره،  $\vec{f}_C$  جمع نیروهای تماسی،  $\vec{f}_D$  نیروی درگ سیال،  $\vec{g}$  بردار شتاب گرانش،  $\vec{T}_C$  جمع گشتاور ناشی از نیروهای تماسی،  $I$  مومنتوم ذره، و  $(\cdot)$  یک مشتق زمانی را نشان می‌دهد. سرعت و موقعیت جدید بعد از گام زمانی  $\Delta t$  توسط رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\vec{v}_s = \vec{v}_{s0} + \ddot{\vec{r}}_0 \Delta t \quad (12)$$

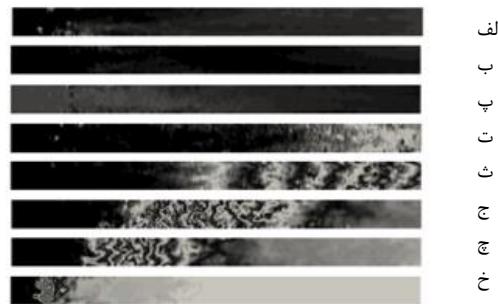
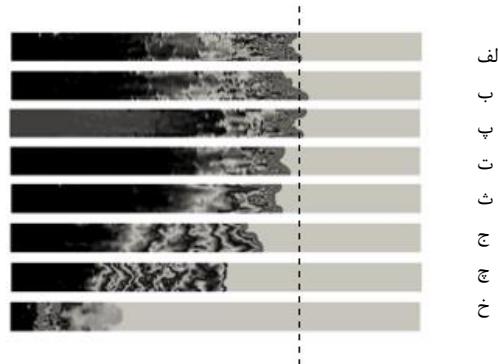
$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_s \Delta t \quad (13)$$

$$\vec{\omega} = \vec{\omega}_0 + \dot{\vec{\omega}} \Delta t \quad (14)$$

که  $\vec{v}$  بردار سرعت است و زیرنویس 0 مقدار قبلی را نشان می‌دهد، و زیرنویس  $\Delta$  به ذره اشاره می‌کند.

### 3-3- مدل‌سازی نیروهای تماسی

کاندال و استرک [26] مدل فنر، ضربه‌گیر و لغزنده و مدل تماس با دیوار را



**Fig. 7** Flow concentration contours containing particles with different dimensions and without particles in the channel floor. The above figure is 40 seconds and the bottom figure takes 200 seconds. (a) no particle (b) 5 micron diameter (c) 12 micron diameter (d) 20 micron diameter (e) 30 micron diameter (f) 40 micron diameter (g) 50 micron diameter (h) 100 micron diameter

شکل 7 کانتورهای غلظت جریان‌های حاوی ذره با ابعاد متفاوت و بدون ذره در کف کanal. شکل بالا در زمان 40 ثانیه و شکل پایین در زمان 200 ثانیه. (الف) بدون ذره (ب) قطر 5 میکرون (پ) قطر 12 میکرون (ت) قطر 20 میکرون (ث) قطر 30 میکرون (ج) قطر 40 میکرون (چ) قطر 50 میکرون (خ) قطر 100 میکرون

"شکل 7" کانتورهای غلظت جریان‌های حاوی ذره در ثانیه 40 و همچنین پس از رسیدن جریان به شرایط شباهیا در کف کanal را نشان می‌دهد. این شکل می‌تواند معیاری برای نشان دادن رسوب ذرات باشد. همان‌گونه که از این شکل نیز مشخص است، ذرات با قطر 12 میکرون و کمتر (شکل 7، الف، ب، پ) تغییر چندانی بر روی رفتار جریان و کانتورهای غلظت آن ایجاد نکرده‌اند.

در روش اویلری-اویلری، معادله انتقالی با ترم‌های دیفیوژن و کانوکشن به عنوان معادله غلظت در نظر گرفته می‌شود، گاه‌ها در مواردی از ترم دیفیوژن صرف‌نظر می‌شود، چرا که این ترم هم ارز نیروی برونی است و در ابعاد نسبتاً بزرگ‌تر (50 میکرون) نیز تاثیر غالبی بر مسئله ندارد، البته از آن جایی که برای ابعاد کوچک‌تر از روش اویلری-اویلری استفاده شده است، برای کسب حداقل دقت ممکن، این ترم کنار گذاشته نشده است، اما معادله غلظت با این خصوصیات در مسائلی که سقوط و تنهشینی ذرات قابل چشم‌پوشی نیست، دچار خطای شوند.

با توجه به "شکل 7" قسمت خ، جریان چگال حاوی ذرات 100 میکرون به علت وزن و سرعت سقوط بیشتر با سرعت بالایی تنهشین شده، نیروی محرك جریان تضعیف شده در نتیجه جریان چگال عملاً مستهلک و در فاصله مشخصی از ورودی، متوقف می‌شود.

در مواردی که این ذرات به دلیل ابعاد بزرگ‌تر، به شدت جریان را تحت تاثیر قرار می‌دهد و رسوب‌گذاری، تاثیر متقابل ذرات و سیال چگال اهمیت

<sup>1</sup> Four-way coupling

<sup>2</sup> Rosin Rammler

$$K_n = \frac{\sqrt{2r_s} E_s}{3(1 - \sigma_s^2)} \quad (24)$$

که  $E_s$  برابر مدول یانگ و  $\sigma_s$  نسبت پواسون ذرات می‌باشد. در مورد برخورد بین یک کره و دیوار،  $K_n$ ، توسط رابطه زیر بیان شده است:

$$K_n = \frac{\frac{4\sqrt{r_s}}{3}}{\frac{1 - \sigma_w^2}{E_s} + \frac{1 - \sigma_w^2}{E_w}} \quad (25)$$

که  $E_w$  برابر مدول یانگ و  $\sigma_w$  نسبت پواسون دیوار می‌باشد. معادله (23) به این معنی است که نیرو به مقدار  $3/2$  قدرت جابجایی با آن متفاوت است. بنابراین اگر نتایج فوق به مدل نیروهای تماسی داده شده در قسمت

قبل اعمال شود، معادله (15) با معادله زیر جایگزین می‌شود:

$$\vec{f}_{Cnij} = (-K_n \delta_{nij}^{3/2} - \eta_{nj} \vec{v}_{rij} \cdot \vec{n}_{ij}) \vec{n}_{ij} \quad (26)$$

رابطه میان نیروی مماسی  $P_t$  و جابجایی  $\delta_t$  توسط سعیدی و همکاران [27] به دست آمده است. با توجه به نظریه‌های آن‌ها، رابطه نیرو-جابجایی به جابجایی نرمال  $\delta_t$  بستگی دارد. علاوه بر این، اگر سطح تماسی دارای لغزش باشد، رابطه پیچیده می‌شود. از این‌رو، نتیجه زیر برای مورد بدون لغزش قابل استفاده است که در ادامه آورده شده است:

$$P_t = \frac{2\sqrt{2r_s} G_s}{2 - \sigma_s} \delta_t^{1/2} \quad (27)$$

که  $G_s$  مدول برشی است که مربوط به مدول یانگ  $E_s$  و نسبت پواسون  $\sigma_s$  می‌باشد، توسط رابطه (28) بدست می‌آید:

$$G_s = \frac{E_s}{2(1 + \sigma_s)} \quad (28)$$

معادله (27) نشان می‌دهد که رابطه جابجایی- نیروی مماسی، خطی است و بنابراین اگر نتیجه فوق به معادله (16) اعمال شود، سختی  $k_t$  توسط رابطه زیر به دست می‌آید:

$$k_t = \frac{2\sqrt{2r_s} G_s}{2 - \sigma_s} \delta_{nij}^{1/2} \quad (29)$$

در مورد برخورد بین یک کره و دیوار، سختی  $k_t$  به شکل زیر به دست می‌آید:

$$k_t = \frac{8\sqrt{r_s} G_s}{2 - \sigma_s} \delta_{nij}^{1/2} \quad (30)$$

این معادله براساس فرض زیر است. هنگامی که جابجایی مماسی در برخورد بین یک کره و دیوار اتفاق می‌افتد، دیوار به عنوان یک جسم سفت و سخت محسوب می‌شود، زیرا جابجایی الاستیک دیواره در جهت مماسی بسیار کوچکتر از کره است. بنابراین خواص دیوار در معادله (30) گنجانده نشده است. در جهت نرمال، جابجایی الاستیک از دیوار را نمی‌توان نادیده گرفت. برای ضریب میرایی، کاندال و استراک [26] دو اصطلاح را پیشنهاد کردند که در معادلات زیر ارائه شده است:

$$\eta_n = 2\sqrt{mk_n} \quad (31\text{-الف})$$

$$\eta_t = 2\sqrt{mk_t} \quad (31\text{-ب})$$

که از شرایط میرایی بحرانی سیستم با یک درجه آزادی به دست آمده و تنها مشکل از یک جرم، فنر و ضریب‌گیر است.

### 3-4- تأثیر نیروی سیال بر ذرات

در نظر گرفتن نیروهای مایع، برای تقسیم فضای داخل کانال به دو بخش مناسب است، یک بستر دارای ذره است که ثابت یا در حال حرکت می‌باشد، دیگری بدون ذرات، به جز چند عدد ذره معلق، می‌باشد. با توجه به این دو قسمت مختلف، دو نوع نیروی مایع در نظر گرفته می‌شود: یکی نیرویی است که بر روی ذرات داخل بستر ذره‌ای عمل می‌کند و دیگری نیرویی است که بر

برای فرمول‌بندی نیروهای تماسی بین دو ذره کروی ارائه دادند. اثرات این المان‌های مکانیکی بر حرکت ذرات از طریق پارامترهای سختی ( $k$ )، ضریب دمپ ( $\eta$ ) و ضریب اصطکاک ( $\mu_f$ ) ظاهر می‌شود. به صورتی که ذره  $i$  در تماس با ذره  $j$  است،  $\vec{f}_{Cnij}$  مولفه نرمال نیروی تماسی، بر روی ذره  $i$  با مجموع نیروهای فنر و ضریب‌گیر به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$\vec{f}_{Cnij} = (-k_n \delta_{nij} - \eta_{nj} \vec{v}_{rij} \cdot \vec{n}_{ij}) \vec{n}_{ij} \quad (15)$$

که  $\delta_{nij}$  جابجایی ناشی از نیروی نرمال،  $\vec{v}_{rij}$  بردار سرعت ذره  $i$  به ذره  $j$  و  $\vec{n}_{ij}$  بردار واحد مرکز ذره  $i$  به ذره  $j$ . جزء مماس نیروی تماسی،  $\vec{f}_{Cnij}$  به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\vec{f}_{Cnij} = -k_t \delta_{tij} - \eta_{tj} \vec{v}_{sij} \quad (16)$$

که  $k_t$  و  $\delta_{tij}$  به ترتیب، سختی و جابجایی در جهت مماسی هستند. در معادلات فوق، پسوندهای  $n$  و  $t$  به ترتیب اجزای مربوط به جهت‌های نرمال و مماسی هستند.  $\vec{v}_{sij}$  سرعت لغزش نقطه تماس است. که مطابق رابطه زیر است:

$$\vec{v}_{sij} = \vec{v}_{rij} - (\vec{v}_{rij} \cdot \vec{n}) \vec{n} + r_s (\vec{\omega}_i + \vec{\omega}_j) \times \vec{n} \quad (17)$$

که  $r_s$  شاعر کره است. زمانی که ذره  $j$  توسط دیوار جابجا شده است، سپس ذره  $i$  لغزش می‌کند و نیروی مماسی توسط رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$f_{ctij} > \mu_f |\vec{f}_{Cnij}| \quad (18)$$

سپس ذره  $i$  لغزش می‌کند و نیروی مماسی توسط رابطه زیر صادق باشد:

$$f_{ctij} = -\mu_f |\vec{f}_{Cnij}| \vec{t}_{ij} \quad (19)$$

به جای معادله (16) معادله (19) قانون اصطکاک از نوع کولون است. جابجایی توسط رابطه زیر داده شده است:

$$\vec{t}_{ij} = \vec{v}_{sij} / |\vec{v}_{sij}| \quad (20)$$

اگر ذره  $j$  با دیوار جابجا شود، رابطه‌های مشابهی با معادلات فوق برای برخورد با دیوار پیدا می‌شود. به طور کلی، ذرات کمی در یک زمان مخصوص با ذرات  $i$  در تماس هستند. بنابراین نیروی کل بر روی ذره  $i$  با جمع شدن نیروهای بالا با توجه به  $j$  به دست می‌آید:

$$\vec{f}_{ci} = \sum_j (\vec{f}_{Cnij} + \vec{f}_{ctij}) \quad (21)$$

$$T_{ci} = \sum_j (r_s \vec{n}_{ij} \times \vec{f}_{ctij}) \quad (22)$$

مرحله بعدی، بعد از مدل‌سازی نیروهای تماسی، تعیین مقادیر سختی  $k$ ، ضریب میرایی  $\eta$  و ضریب اصطکاک  $\mu_f$  می‌باشد. در میان این پارامترها، ضریب اصطکاک  $\mu_f$  قابل اندازه‌گیری است و به عنوان یک پارامتر تجربی داده می‌شود. ضریب میرایی  $\eta$  از سختی گرفته شده است که در بخش بعد به شرح آن پرداخته شده است. بنابراین سختی پارامتری است که باید ابتدا تعیین شود. سختی را می‌توان با نظریه برخورد هرتز، وقی که خواص فیزیکی مانند مدول یانگ و نسبت پواسون مشخص است، محاسبه کرد. به استثنای سختی محاسبه شده توسط تئوری هرتز، یک روش مبتنی بر سختی تجربی در بعضی شرایط که در زیر توضیح داده شده اجتناب‌ناپذیر است. انتظار می‌رود که سختی ذرات تقریبی، کوچکتر از ذرات واقعی باشد. بنابراین باید مقدار سختی مشخصی را فرض کرد. با توجه به نظریه برخورد هرتز، رابطه بین نیروی نرمال  $\delta_n$  و جابجایی  $P_n$ ، توسط رابطه زیر داده شده است:

$$P_n = K_n \delta_n^{3/2} \quad (23)$$

در مورد دو ذره کره یک اندازه ( $r_s$  شاعر)،  $K_n$  توسط رابطه زیر بیان شده است:

دایره‌ای نیست. در نهایت، با استفاده از شرط پیوستگی، سرعت گاز باید معادله زیر را ارضاء کند.

$$AU = A_0 U_0 + A_d U_d \quad (38)$$

که  $A$  سطح مقطع لوله و  $U$  سرعت حجم مشخص است. توسط حل معادلات (33) و (38)، سرعت  $U_d$  و گرادیان فشار  $dp/dz$  بدست می‌آید. در محاسبات فعلی، طول  $\Delta z$  برابر اندازه قطر ذره  $d_p$  است. همچنین با توجه به آشفته بودن جریان، اثرات آشفتگی و نوسانات سرعت بروی حرکت ذرات در مدل شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ نیز به کد استفاده شده در این فوم افزوده شده است.

### 5-3- صحت‌سنجی

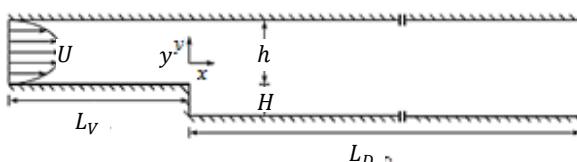
برای اعتبارسنجی روش اویلری-لاگرانژی از مقاله فسلر و همکاران [14] استفاده شده است، به این منظور هندسه "شکل 9" و با مشخصات، ارتفاع پله  $U_0 = 5h$ ،  $L_D = 35h$ ،  $h = 40$  (mm)،  $H = 26.7$  (mm) و  $L_V = 10.5$  (m/s) ایجاد شده است.

یک پله روبه عقب حاوی ذره چگال با یک جریان ورودی کanal به صورت کاملاً توسعه یافته مورد بررسی قرار گرفته است. این جریان ایده‌آل برای مطالعه تعاملات آشفتگی ذرات است، زیرا نتایج آشفتگی جریان میانی کanal، با حضور ذرات، تغییر می‌یابد [28]. این امر برای اطمینان از این که تغییرات مشاهده شده در آشفتگی ناشی از حضور ذرات بوده، ضروری است، زیرا جریان‌های جدا شده در جریان بالادست، به پروفیل سرعت متواتر بسیار حساس هستند (به بررسی‌های ایتون و جانسون<sup>2</sup> و سیمسون<sup>3</sup> توجه کنید). [30,29]

اهداف مشخص تحقیق فسلر و همکاران [14] این بوده است که تغییر آشفتگی فاز گاز و رفتار ذرات در مناطق جداش، اتصال مجدد جریان و مناطق توسعه یافته مسئله پله روبه عقب را بررسی کند. در این مطالعه از سه نوع ذره مختلف، ذرات شیشه‌ای  $90\mu\text{m}$  و  $150\mu\text{m}$  و ذرات مس  $70\mu\text{m}$  دو عدد استوکس و سه عدد رینولدز مختلف ذرات، استفاده شده است. سرعت‌های فاز گاز در حضور ذرات، برای بارگذاری‌های جرمی ( $\dot{m}_p/\dot{m}_{\text{air}}$ ) این ذرات از 3 تا 40 درصد، اندازه‌گیری شده است [14]. عدد رینولدز حرکت ذرات، به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$\text{Re}_p = \frac{d_p U_{\text{rel}}}{v} \quad (39)$$

که در این رابطه  $d_p$  قطر ذره،  $v$  ویسکوزیته سینماتیک سیال و  $U_{\text{rel}}$  مقياس سرعت مشخصی برای سرعت متواتر لغزش ذرات نسبت به جریان است. برای آزمایش کوتی، بهترین انتخاب برای تشخیص سرعت متواتر لغزش ذرات، سرعت متواتر مایع در حال نوسان است. هر سه اندازه ذره دارای عدد استوکس نسبتاً زیاد بودند، بنابراین آن‌ها برای حرکت لحظه‌ای



**Fig. 9** The geometry general form of the step problem for the verification of the Eulerian-Lagrangian method

شکل 9 نمای کلی هندسه مسئله پله برای صحت‌سنجی روش اویلری-لاگرانژی

<sup>2</sup> Johnston

<sup>3</sup> Simpson

روی ذرات آزاد شده در مایع تأثیر دارد.

نیروی اولیه عمدتاً به دلیل گرادیان فشار ناشی از عبور مایع از بستر می‌باشد. نیروی دوم کشش(درگ) مایع است که می‌تواند با روش استاندارد براساس ضریب درگ محاسبه شود. برای فرمول بندی، همان‌طور که در "شکل 8" نشان داده شده است، میدان جریان به قسمت‌هایی به طول  $\Delta z$  تقسیم می‌شود.

در صورت تشکیل پلاگین، قسمت مقطع برش پر از ذره است. به طور کلی، دو قسمت فوق در مقطع برش وجود دارند. باید قسمت‌های بدون ذره و دارای ذره را به صورت  $A_e$  و  $A_d$  قسمت‌بندی کرد. نیروی مایع وارد بر روی یک ذره درون بستر به وسیله رابطه زیر داده می‌شود:

$$F_D = (dp/dz)\Delta z A_d/N \quad (32)$$

که  $dp/dz$  برابر گرادیان فشار و  $N$  تعداد ذرات در بستر فرض شده می‌باشد. گرادیان فشار به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\frac{dp}{dz} = \frac{4\zeta}{ds} \frac{1}{2} \rho (U_d - V_s)^2 \quad (33)$$

که  $\zeta$  ضریب افت فشار،  $U_d$  سرعت ظاهری مایع در بستر و  $V_s$  سرعت متوسط ذرات در قطعه است. ضریب  $\zeta$  را می‌توان از معادله ارگان<sup>4</sup> به صورت زیر به دست آورد:

$$\zeta = \frac{1 - \epsilon}{2\epsilon^3} \left( 150 \frac{1 - \epsilon}{\text{Re}_d} + 1.75 \right) \quad (34)$$

$$\text{Re}_d = d_p (U_d - V_s)/v \quad (35)$$

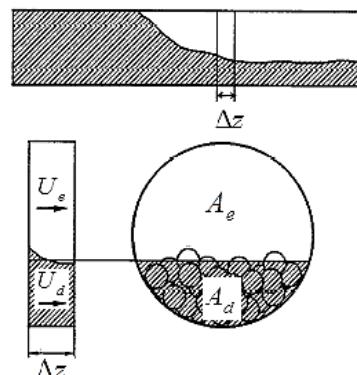
که  $v$  ویسکوزیته سینماتیک مایع است. فرض براین است که فشار مایع در بخش کanal ثابت باشد. بنابراین، افت فشار معادله بالا در بستر ناشی از دست دادن اصطکاک در ناحیه بدون ذره بالای بستر است. گرادیان فشار در ناحیه بدون ذره به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\frac{dp}{dz} = \frac{\lambda}{D_h} \frac{1}{2} \rho U_e^2 \quad (36)$$

که  $\lambda$  برابر ضریب اصطکاک جریان لوله است و از فرمول بلزیوس استفاده شود داریم:

$$\lambda = \frac{0.3164}{\text{Re}^{1/4}} \quad (37)$$

که  $\text{Re}$  برابر عدد رینولدز  $U_e D_h/v$  می‌باشد. مجموعه معادلات بالا فرمول اصطکاک برای جریان داخل لوله است. در این مورد، قطر هیدرولیکی به عنوان  $D_h$  استفاده می‌شود، زیرا بخش بدون ذره به علت وجود بستر ذره‌ای



**Fig. 8** برخ عرضی کanal جهت نمایش دو قسمت جریان، قسمت انباشته شده از

ذرات و دیگری قسمتی با ذرات کم

<sup>4</sup> Ergun



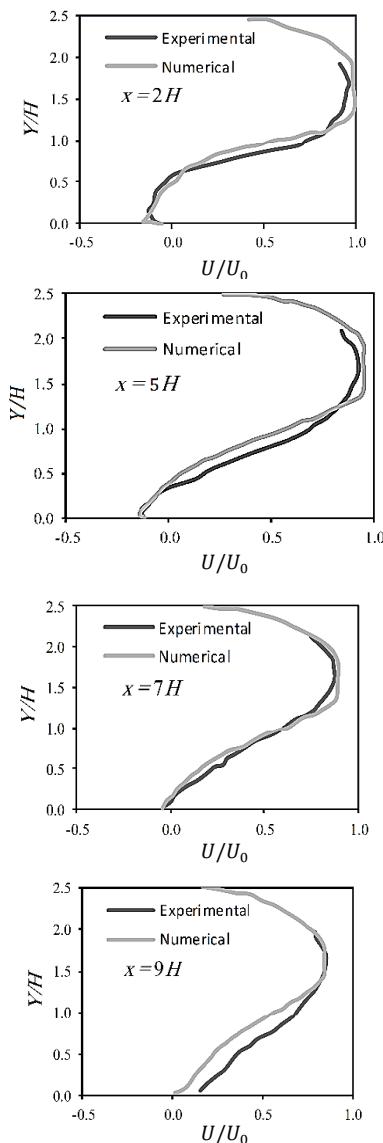
**Fig. 11** The volume ratio of particles to the fluid around (gas) after one second in the step problem

شکل 11 نسبت حجمی ذرات به سیال پیرامون (غاز) پس از گذشت زمان یک ثانیه در مسئله پله

5 مقطع با نتایج آزمایشگاهی مقایسه گردید (شکل 12). همان‌گونه که مشاهده می‌شود مطابقت خوبی بین نتایج به دست آمده با نتایج آزمایشگاهی وجود دارد.

#### 4- نتایج روش ترکیبی اویلری-اویلری و اویلری-لاگرانژی

در این مسئله ذرات کوچک‌تر از 12 میکرون با روش اویلری-اویلری و ذرات 12 تا 200 میکرون با روش اویلری-لاگرانژی به کanal ساده اولیه



سیال مناسب نیستند. همچنین، همان‌طور که مشاهده می‌شود، سرعت متوسط لغزش بین سیال و ذرات در اکثر مناطق جریان، کوچک است. بنابراین، سرعت سیال یا ذره  $r.m.s$  یک مقیاس مناسب برای اختلاف سرعت لحظه‌ای است. در جریان فعلی، این مقادیر با یک میانگین در حدود ( $ms^{-1}$ ) 1.2 برابر هستند. این مقدار سرعت برای محاسبه عدد رینولدز مشخص شده برای هر سه نوع ذره انتخاب شده است. عدد استوکس برابر نسبت زمان عکس‌العمل ذرات به زمان نماینده (مرجع) در جریان است.

$$St = \frac{\tau_p}{\tau_f} \quad (40)$$

برای ذرات کوچک با عدد رینولدز ناچیز، استوکس نشان داد که ثابت

زمانی ذره برابر رابطه زیر می‌باشد:

$$\tau_{p,Stokes} = \frac{(2\rho_p + \rho_f)d_p^2}{36\mu} \quad (41)$$

برای ذرات جامد در محیط گازی، تاثیر چگالی سیال ناچیز خواهد بود و

ثابت زمانی استوکسی به صورت زیر ساده می‌شود:

$$\tau_{p,Stokes} = \frac{\rho_p d_p^2}{18\mu} \quad (42)$$

که  $\rho_p$  برابر چگالی ذره،  $d_p$  برابر قطر ذره و  $\mu$  ویسکوزیته جنبشی می‌باشد. هرچند، این تعریف ثابت زمانی، تنها برای جریان خوشی کاملاً درست است و تغییر ثابت زمانی ذره برای عدد رینولدز بالا، برای ذرات موجود مهم است. ضریب درگ،  $C_D$ ، می‌تواند برای اعداد رینولدز بالای 700 صحیح باشد، و مطابق رابطه زیر به دست آید:

$$C_D = \frac{24}{Re_p} [1 + 0.15 Re_p^{0.687}] \quad (43)$$

افزایش ضریب درگ به دلیل افزایش عدد رینولدز، ثابت زمانی ذرات را کاهش می‌دهد [27]. بنابراین ثابت زمانی تغییر یافته در این مطالعه برابر است با:

$$\tau_p = \frac{\tau_{p,Stokes}}{[1 + 0.15 Re_p^{0.687}]} \quad (44)$$

اندازه زمان سیال انتخاب شده،  $\tau_f$ ، براساس فرکانس عبور گردابه تقریباً بزرگ، در لایه پرشی جدا شده، بوده است.

$$\tau_f = \frac{5H}{U_0} \quad (45)$$

که  $H$  برابر ارتفاع پله و  $U_0$  سرعت خط مرکزی کanal است. فرکانس غالب در این حالت توسط اندازه‌گیری‌های طیفی تک فاز و مطالعات تجربی تک فاز ایتون و جانسون [29] و بیتهاچارچی، اسچیک و تروت<sup>1</sup> [31] به دست آمده است.

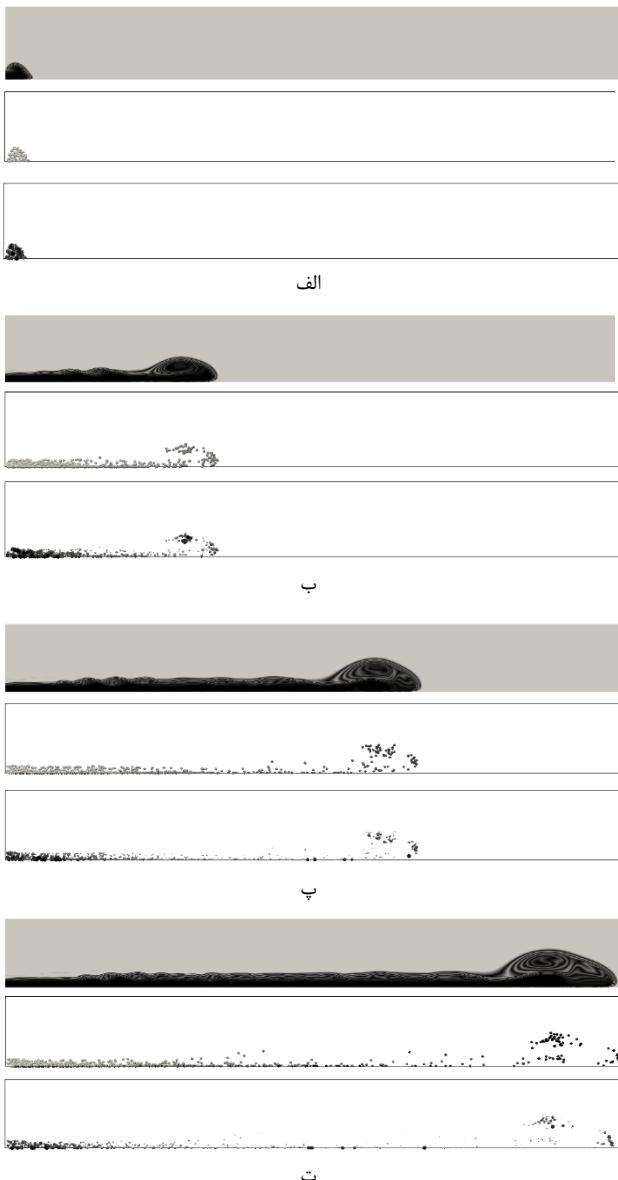
برای اعتبارسنجی روش عددی کار حاضر، از نتایج آزمایش فسلر و همکاران [14] استفاده گردید. محل قرارگیری ذرات و نسبت حجمی ذرات به سیال پیرامون (غاز) پس از گذشت زمان یک ثانیه به ترتیب در "شکل‌های 10 و 11" نشان داده شده است. در این مسئله برای شبیه‌سازی عددی این مسئله از کد نرم‌افزار متن باز اپن فوم استفاده گردید. پروفایل‌های سرعت در



**Fig. 10** Particle placement after passed one second in the step problem

شکل 10 محل قرارگیری ذرات پس از گذشت زمان یک ثانیه در مسئله پله

<sup>1</sup> Bhattacharjee, Scheelke & Troutt



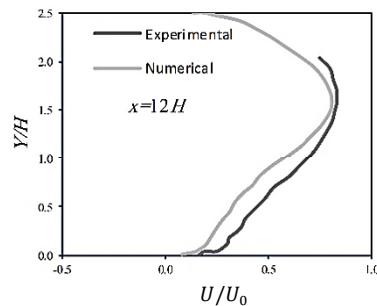
**Fig. 13** The first images refer to particles smaller than 12 microns, which are solved by the Eulerian-Eulerian method. Second and third images relate to larger particles simulated by the Eulerian-Lagrangian method. In the second picture, the dimensions of the same particles are displayed and their color shows the age and the third image is related to their dimensions. (a) 1 second (b) 10 second (c) 20 second (d) 30 second

شکل 13 تصاویر اول مربوط به ذرات کوچکتر از 12 میکرون است که به روش اویلری-اویلری حل شده‌اند. تصاویر دوم و سوم مربوط به ذرات بزرگ‌تر است که به روش اویلری-لاگرانژی شبیه‌سازی شده‌اند. در تصویر دوم ابعاد ذرات یکسان نمایش داده شده‌اند و رنگشان، سن آن‌ها را نمایش می‌دهد و تصویر سوم مربوط به ابعاد آن‌ها است. (الف) 1 ثانیه (ب) 10 ثانیه (پ) 20 ثانیه (ت) 30 ثانیه



**Fig. 14** An image of the input that indicates that larger particles are deposited slightly at the entrance

شکل 14 تصویری از ورودی که نشان می‌دهد ذرات بزرگ‌تر در درفاصله کمی از ورودی تنهشین می‌شوند



**Fig. 12** Comparison of speed profiles numerical results with laboratory results for Eulerian-Lagrangian method verification

شکل 12 مقایسه پروفایل‌های سرعت نتایج حل عددی با نتایج آزمایشگاهی جهت صحبت‌سنگی روش اویلری-لاگرانژی

افروزده شده است. تمام مشخصات هندسی کanal همانند مسئله اولیه حفظ شده است. در این حالت هر دو معادلات اویلری-اویلری و اویلری-لاگرانژی به صورت کوپل حل شده‌اند. تصاویر الف غلظت ذرات کوچک‌تر از 12 و 30 ثانیه از جریان می‌باشد. تصویر ب ذرات بزرگ‌تر که جریان چگال با خود میکرون را نمایش می‌دهد، تصویر ب ذرات بزرگ‌تر که جریان چگال با خود حمل می‌کند را به نمایش می‌گذارد، رنگ ذرات، سن و زمان حضور آن‌ها را در کanal نمایش می‌دهد. ابعاد ذرات در تصویر ب تاثیر داده نشده است و تمامی آن‌ها با ابعاد یکسان نمایش داده شده‌اند و در تصویر پ ابعاد ذرات در نمایش آن‌ها در نظر گرفته شده است. برای نمایش بهتر ذرات، ابعاد آن‌ها بسیار بزرگ‌تر از ابعاد واقعی آن‌ها به تصویر کشیده شده است.

همان‌گونه که قابل پیش‌بینی بود، ذرات بزرگ‌تر در نزدیکی ورودی ته-نشین می‌شوند و ذرات کوچک‌تر تا زمان بیشتری با جریان همراه می‌شوند (طبق شکل 14).

در نتایج اویلری-اویلری، جریان چگال حاوی ذرات بسیار بزرگ، حدود 100 میکرون به علت وزن و سرعت سقوط بیشتر با سرعت بالایی تنهشین شده و جریان چگال عملاً مستهلك شده و از فاصله مشخصی از ورودی، پیشتر نمی‌رود، در این نتایج نیز می‌توان نتیجه به دست آمده را راستی آزمایی نمود، در "شکل 15" فقط ذرات 100 میکرون و بزرگ‌تر به نمایش درآمده است، همان‌گونه که مشاهده می‌شود.

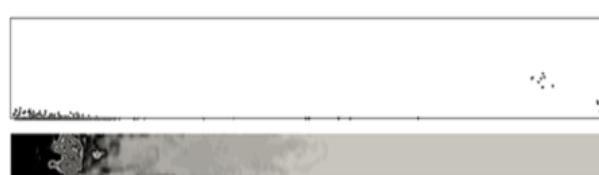
با نتایج اویلری-اویلری که در پایین تصویر آمده (شکل 15) و مربوط به کف کanal می‌باشد، مطابقت دارد و همان‌گونه که نتایج اویلری-اویلری، سیال چگال حاوی ذرات بزرگ بعد از گذشت مسافت مشخص متوقف می‌شود در این نتایج نیز همان‌گونه است. تنها تفاوت در ذرات است که در هد سیال چگال مشاهده می‌شود. در روش اویلری-لاگرانژی تعدادی ذرات بزرگ در هد جریان مشاهده می‌شود که به علت گردابه هد جریان تا مسافت زیادی با جریان همراه می‌شود.

## 5- نتیجه‌گیری

زیر مجموعه مهمی از جریان‌های چگال، بهدلیل حضور تعداد زیادی از ذرات جامد در سیال، ایجاد می‌شوند. این نوع جریان‌های چگال بهدلیل تنهشینی این ذرات معلق، ازنوع جریان‌های ناپایدار می‌باشند، چرا که با تنهشینی این ذرات، اختلاف چگالی از بین رفتہ و جریان چگال مستهلك شده و از حرکت باز می‌ایستد.

برای شبیه‌سازی این نوع جریان‌ها، اغلب از روش اویلری-اویلری استفاده می‌شود، مزیت مهم این نوع دیدگاه زمان پردازش پایین این روش می‌باشد. با

- instability, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 418, No. 1, pp. 213-229, 2000.
- [6] Q. Wang, K. D. Squires, Large eddy simulation of particle-laden turbulent channel flow, *Physics of Fluids*, Vol. 8, No. 5, pp. 1207, 1996.
- [7] M. D. Patterson, J. Simpson, S. Dalziel, N. Nikiforakis, Numerical modelling of two-dimensional and axisymmetric gravity currents, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 47, No. 10-11, pp. 1221-1227, 2005.
- [8] S. K. Ooi, G. Constantinescu, L. Weber, Numerical simulations of lock-exchange compositional gravity current, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 635, pp. 361-388, 2009.
- [9] S. K. Ooi, G. Constantinescu, L. J. Weber, 2D Large-Eddy Simulation of lock-exchange gravity current flows at high Grashof numbers, *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol. 133, No. 3, pp. 1037-1047, 2007.
- [10] S. K. Ooi, G. Constantinescu, L. Weber, A numerical study of intrusive compositional gravity currents, *Physics of Fluids*, Vol. 19, No. 7, pp. 076602-076602-14, 2007.
- [11] M. Mahdinia, B. Firoozabadi, M. Farshchi, A.G. Varnamkhasti, H. Afshin, Large eddy simulation of Lock-Exchange flow in a curved channel, *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol. 138, No. 1, pp. 57-70, 2011.
- [12] M. Nasr-Azadani, E. Meiburg, Turbidity currents interacting with three-dimensional seafloor topography, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 745, pp. 409-443, 2014.
- [13] L. Ottolenghi, C. Adduce, R. Inghilesi, V. Armenio, F. Romon, Entrainment and mixing in unsteady gravity currents, *Journal of Hydraulic Research*, Vol. 54, No. 5, pp. 541-557, 2016.
- [14] J. R. Fessler, J. K. Eaton, Turbulence modification by particles in a backward-facing step flow, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 394, pp. 97-117, 1999.
- [15] G. Hetzroni, Particles-turbulence interaction, *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 15, No. 5, pp. 735-746, 1989.
- [16] R. A. Gore, C. T. Crowe, Modulation of turbulence by dispersed phase, *Journal of Fluids Engineering*, Vol. 113, No. 2, pp. 304-307, 1991.
- [17] Y. Yang, J. N. Chung, T. R. Troutt, C. T. Crowe, The influence of particles on the spatial stability of two-phase mixing layers, *Physics of Fluids A*, Vol. 2, No. 10, pp. 1839-1845, 1990.
- [18] A. A. Mostafa, H. C. Mongia, V. G. McDonell, G. S. Samuelsen, Evolution of particle-laden jet flows: A theoretical and experimental study, Vol. 27, No. 2, *AIAA*, pp. 167-183, 1989.
- [19] S. K. Ooi, G. Constantinescu, L. Weber, Numerical simulations of lock-exchange compositional gravity current, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 635, pp. 361-388, 2009.
- [20] J. Paik, A. Eghbalzadeh, F. Sotiropoulos, Three-Dimensional unsteady RANS modeling of discontinuous gravity currents in rectangular domains, *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol. 135, No. 6, pp. 505-521, 2009.
- [21] P. Moin, J. Kim, Numerical investigation of turbulent channel flow, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 118, pp. 341-377, 1982.
- [22] A. Peer, A. Gopaul, M. Dauhoo, M. Bhuruth, A new fourth-order non-oscillatory central scheme for hyperbolic conservation laws, *Applied Numerical Mathematics*, Vol. 58, No. 5, pp. 674-688, 2008.
- [23] F. Necker, C. Härtel, L. Kleiser, E. Meiburg, High-resolution simulations of particle-driven gravity currents, *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 28, No. 2, pp. 279-300, 2002.
- [24] T. H. Ellison, J. S. Turner, Turbulent entrainment in stratified flows, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 6, No. 3 pp. 423-448, 1959.
- [25] M. Garcia, G. Parker, Experiments on the entrainment of sediment into suspension by a dense bottom current, *Journal of Geophysical Research*, Vol. 98, No. 3, pp. 4793-4807, 1993.
- [26] P. A. Cundall, O. D. Strack, A discrete numerical model for granular assemblies, *Geotechnique Journal*, Vol. 29, No. 1, pp. 47-65, 1979.
- [27] M. Saidi, H. Basirat Tabrizi, J. R. Grace, C. J. Lim, Hydrodynamic investigation of gas-solid flow in rectangular spout-fluid bed using CFD-DEM modeling, *Powder Technology*, Vol. 284, No. 2, pp. 355-364, 2015.
- [28] J. D. Kulick, J. R. Fessler, J. K. Eaton, Particle response and turbulence modification in fully developed channel flow, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 277, pp. 109-134, 1994.
- [29] J. K. Eaton, J. P. Johnston, Turbulent flow reattachment: An experimental study of the flow and structure behind a backward-facing step. *Mechanical Engineering Department. Rep. MD-39*. Stanford University, Stanford, California. 1980.
- [30] R. L. Simpson, Aspects of turbulent boundary-layer separation, *Progress in Aerospace Sciences*, Vol. 32, No. 5, pp. 457-521, 1996.
- [31] T. Troutt, S. Bhattacharjee, B. Schelke, Modification of vortex interactions in a reattaching separated flow, *The American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*, Vol. 24, No. 4, pp. 623-629, 1986.



**شکل ۱۵** مطابقت الگوی رسوب ذرات بزرگ‌تر از 100 میکرون به روش اویلری-اویلری و اویلری-لاگرانژی

افزودن ترم سقوط ذرات به معادله غلظت در این روش نیز شاهد استهلاک جریان خواهیم بود. در اکثر پدیده‌های طبیعی گسترهای از ذرات با بعد و خواص متفاوت در جریان چگال حضور دارند و برای شبیه‌سازی این نوع جریان‌ها باید برای هر یک، معادله غلظت جداگانه‌ای را به معادلات افزود که با بی‌شمار شدن تنوع ذرات عملای روش توحیه زمان پایین پردازش خود را از دست می‌دهد.

از طرفی، روش اویلری-اویلری الگوی رسوب و مسیر حرکت ذرات را به ما نمی‌دهد و از برهم کنش آن‌ها صرف‌نظر می‌گردد. بنابراین این روش برای مسئلی با تنوع بالای خواص فیزیکی ذرات و زمانی که سرعت سقوط ذرات و فرآینده تنشی‌نمایی محسوس باشد، روش اویلری-اویلری روش مطلوبی نمی‌باشد ولی احتساب تمام ذرات نیز به روش اویلری-لاگرانژی حجم پردازش را به شدت افزایش می‌دهد. با توجه به نتایج به دست آمده مشخص گردید زمانی که ابعاد ذرات کوچک‌تر از 12 میکرون باشد، فرآینده رسوب‌گذاری، محسوس نمی‌باشد و می‌توان از اثر ابعاد ذرات چشم پوشی نمود و روش اویلری-اویلری روش مناسبی محسوب می‌شود.

در نتیجه، با جدا نمودن ذرات درشت و ریز و محاسبه آن‌ها با دو روش متفاوت، از مزیت هر دو دیدگاه استفاده گردید. ذرات ریز با معادله غلظت و طیفی از ذرات 12 تا 200 میکرون به روش اویلری-لاگرانژی به مسئله افزوده گردید و نتایج قابل قبولی به دست آمد. بنابراین، این ایده می‌تواند راه حلی باشد برای جبران نقاط ضعف دو روش اویلری-اویلری و اویلری-لاگرانژی و این دو دیدگاه می‌توانند، برای کسب نتایجی قابل قبول و با زمان پردازشی بهینه، مکمل یکدیگر باشند.

## ۶- مراجع

- Z. He, P. Hu, H. Ho, Y. Lin, Hydrodynamics of gravity currents down a ramp in linearly stratified environments, *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol. 20, No. 3, pp. 3-6, 2016.
- S. Chamoun, G. De Cesare, A. J. Schleiss, Venting of turbidity currents approaching a rectangular opening on a horizontal bed, *Journal of Hydraulic Research*, Vol. 0, No. 0, pp. 1-15, 2017.
- C. Hartel, E. Meiburg, F. Necker, Vorticity dynamics during the start-up phase of gravity currents, *Nuovo Cimento-Società Italiana Di Fisica Sezione Civile*, Vol. 22, No. 6, pp. 823-834, 1999.
- C. Hartel, E. Meiburg, F. Necker, Analysis and direct numerical simulation of the flow at a gravity-current head Part 1: Flow topology and front speed for slip and no-slip boundaries, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 418, No. 7, pp. 189-212, 2000.
- C. Hartel, F. Carlsson, M. Thunblom, Analysis and direct numerical simulation of the flow at a gravity-current head Part 2: The lobe-and-cleft