



## مطالعه عددی انتقال حرارت در فیلم تقطیر نانوسیال روی یک صفحه مایل

مسعود ضیائی راد<sup>1\*</sup>، فرزانه امانی<sup>2</sup>

1- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه اصفهان، اصفهان  
2- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه شهرکرد، شهرکرد  
\* اصفهان، کدپستی 81746-73441، m.ziaeirad@eng.ui.ac.ir

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل  
دریافت: 09 اردیبهشت 1394  
پذیرش: 20 خرداد 1394  
ارائه در سایت: 07 تیر 1394

کلید واژگان:  
تقطیر لایه‌ای  
صفحه مایل  
جریان نانوسیال  
انتقال حرارت  
روش عددی

### چکیده

این مقاله به بررسی عددی افزایش انتقال حرارت با استفاده از نانوذرات در پدیده تقطیر سیال روی یک صفحه سرد مایل پرداخته است. برای حل تشابهی معادلات لایه مرزی تقطیر روی سطح از روش‌های پرتابی و اویلر اصلاح شده، استفاده شده است. اثرات تغییر زاویه سطح، به کارگیری نانوسیال‌های مختلف، تغییر در کسر حجمی نانوذرات و عدد ژاکوب بر پروفیل سرعت، دما و عدد نوسلت بررسی شده است. نمودارهای حاصل در موارد مشابه با تئوری نوسلت و مطالعات تحلیلی موجود برای سیال پایه و نانوسیال مقایسه و اعتبارسنجی شده است. نتایج نشان می‌دهد که حضور نانوذرات در فیلم مایع تقطیر، انتقال حرارت از آن را افزایش می‌دهد. با دور شدن سطح از حالت عمودی، تغییرات دما در عرض لایه مرزی نانوسیال به حالت خطی نزدیک شده و در نتیجه انتقال حرارت از آن کاهش می‌یابد. همچنین می‌توان دریافت که عدد نوسلت متوسط تا زاویه سطح 20 درجه، تقریباً ثابت مانده و بعد از آن با شیبی ملایم کاهش می‌یابد؛ بطوریکه به‌عنوان مثال برای نانوسیال آب-اکسید تیتانیوم، با افزایش زاویه عمودی سطح تا 60 درجه، گرادیان دما در حدود 20 درصد کاهش یافته است. علاوه بر آن، مشاهده شد که رابطه نسبت عدد نوسلت نانوسیال به آب خالص، برحسب کسر حجمی نانوذرات به صورت خطی است که شیب این خط برای نانوسیال‌های آب-مس و آب-نقره از سایر نانوسیال‌های مطالعه شده بیشتر است؛ یعنی این دو نانوسیال در افزایش انتقال حرارت موثرتر نشان می‌دهند. نتایج بدست آمده همچنین این مطلب را که تئوری نوسلت در اعداد ژاکوب پایین جواب صحیح می‌دهد، تأیید کرد.

## Numerical study of heat transfer in film condensation of nanofluid on an inclined plate

Masoud Ziaei-Rad<sup>1\*</sup>, Farzaneh Amani<sup>2</sup>

1- Department of Mechanical Engineering, University of Isfahan, Isfahan, Iran.  
2- Department of Mechanical Engineering, Shahrekord University, Shahrekord, Iran.  
\*Post Code: 81746- 73441, Isfahan, Iran, m.ziaeirad@eng.ui.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 29 April 2015  
Accepted 10 June 2015  
Available Online 28 June 2015

Keywords:  
Film Condensation  
Inclined Plate  
Nanofluid Flow  
Heat Transfer  
Numerical Method

### ABSTRACT

In this paper, the heat transfer enhancement by the nanoparticles in the film condensation of nanofluid over a cooled plate is studied numerically. Shooting method and modified-Euler scheme are employed to solve the condensation boundary layer equations. The effect of changes in the plate angle, nanofluid type, volume fraction of nanoparticles and Jacob number, on the velocity and temperature profiles and Nusselt number are investigated. Resulting graphs are compared and validated with the available theoretical results for the base fluid and nanofluid. The results show that the presence of nanoparticles in the liquid film of condensation increases the heat transfer from it. As the plate distances from the vertical position, the temperature change across the boundary layer is close to linear and thus, the heat transfer descends. Also, it can be seen that the average Nusselt number is almost constant up to the angle of 20°, and then reduces in a gradual manner, so that for instance, for water-TiO<sub>2</sub> nanofluid, by increasing the angle up to 60°, the temperature gradient is reduced by about 20 percent. Furthermore, it is seen that the relationship between the ratio of nanofluid to pure water Nusselt number and the nanoparticles volume fraction is linear, while the slope of the line for water-Cu and water-Ag is higher than other studied nanofluids, i.e., these two nanofluids are more effective in heat transfer enhancement. The obtained results also confirm the fact that the Nusselt theory is only applicable in low Jacob numbers.

### 1- مقدمه

طراحی می‌شوند [1]. برج تقطیر نفت خام یکی از پرکاربردترین موارد استفاده این پدیده است. مبدل‌های حرارتی، آب شیرین‌کن‌ها و برج‌های خنک کننده از دیگر موارد کاربرد فیلم تقطیر هستند. کاربردهای فراوان

در پدیده تقطیر از انرژی نهان بخار آزاد شده، گرما به سطح منتقل می‌شود و مایع چگالیده به وجود می‌آید. چگالنده‌ها در صنعت بر مبنای چگالش فیلمی

Please cite this article using:

M. Ziaei-Rad, F. Amani, Numerical study of heat transfer in film condensation of nanofluid on an inclined plate, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 8, pp. 239-248, 2015 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

تغییر فاز و تقطیر در صنعت، افزایش نرخ انتقال حرارت در این پدیده را بسیار حائز اهمیت می‌کند. در سال‌های اخیر با توجه به روند رشد سریع تکنولوژی، از جمله در نیروگاه‌ها، تولیدات شیمیایی و تجهیزات میکروالکترونیک، نیاز به تغییر در نوع سیال عامل که بتوان خواص بهتری را در راستای افزایش انتقال حرارت از آن دریافت کرد، به چشم می‌خورد. البته بهینه‌سازی سیستم‌های انتقال حرارت موجود، در بیشتر مواقع با افزایش سطح آن‌ها صورت می‌گیرد که این باعث افزایش حجم و ابعاد دستگاه‌ها می‌شود. برای غلبه بر این مشکل، استفاده از نانوسیال‌ها به عنوان سیال‌های خنک کننده جدید، راهکاری موثر در این زمینه است. نانوسیال به سوسپانسیون پایدار گفته می‌شود که از ذراتی با ابعاد نانو تشکیل شده و خواص ترموفیزیکی سیال را بهبود می‌بخشد. مهمترین نقش نانوذرات، افزایش ضریب هدایت گرمایی سیال است که حتی در غلظت‌های پایین آن‌ها نیز مشاهده می‌شود. این افزایش، به فاکتورهایی از قبیل شکل و ابعاد ذرات، درصد حجمی آن‌ها در محلول و ویژگی‌های حرارتی نانوذرات و سیال پایه بستگی دارد [2].

مطالعات بسیاری در زمینه پدیده تقطیر سیال‌های خالص در سال‌های گذشته می‌توان یافت که در آن‌ها خصوصیات پدیده تقطیر و عوامل تأثیرگذار بررسی شده است [3-5]. چن و همکارانش [6] مطالعاتی تجربی بر روی فیلم تقطیر انجام دادند و نتایج خود را با حل تشابهی مسأله تقطیر مقایسه کردند. آن‌ها تنش برشی سطح و اثرات آشفتگی را که در تئوری نوسلت از آن‌ها صرف نظر شده بود، در نظر گرفتند و دریافتند که همچنان می‌توان از تنش برشی در اعداد پرناتل بالا صرف نظر کرد. مقایسه نتایج آن‌ها با نوسلت همچنین اختلاف مشهودی را بین نتایج در اعداد رینولدز بالاتر از 20 آشکار کرد. اصفهانی و ضیائی راد [7] فیلم آرام تقطیر را روی یک صفحه عمودی بررسی کردند و با استفاده از متغیرهای تشابهی مناسب و روش حل عددی پرتابی، معادلات پاره‌ای را حل کرده سپس پروفیل دما، گرادیان دما و تغییرات نوسلت را بر حسب تغییرات اعداد بدون بعد ژاکوب و پرناتل به دست آوردند. آن‌ها نتیجه گرفتند که تئوری نوسلت در اعداد ژاکوب پایین برای همه اعداد پرناتل قابل استفاده است، ولی با افزایش عدد ژاکوب، نتایج از این تئوری فاصله می‌گیرند.

یکی از راهکارهایی که امروزه در مطالعات علمی و همینطور در سیستم‌های مختلف صنعتی به منظور افزایش انتقال حرارت مورد بررسی و استفاده قرار می‌گیرد، به‌کارگیری نانوسیال‌ها به جای سیال عامل خالص است. نانوسیال‌ها مخلوطی از یک سیال پایه و ذرات فلزی یا اکسیدهای فلزی در ابعاد نانو هستند که این ذرات با استفاده از تکنیک‌های مختلفی همچون تجزیه حرارتی لیزری تولید شده و سپس نانوسیال حاصل به‌کمک همگن‌کننده‌های التراسونیک آماده استفاده می‌شود.

موارد متعددی از بکارگیری نانوذرات در افزایش انتقال حرارت سیال بویژه در جریان‌های جابجایی آزاد در تحقیقات گذشته می‌توان یافت. پوترا و همکارانش [8] جریان جابجایی آزاد درون یک سیلندر افقی حاوی نانوسیال را به صورت تجربی بررسی کردند. در این تحقیق، یک طرف سیلندر، سرد و سوی دیگر آن گرم است و از نانوذرات آلومینا و اکسید مس استفاده شده است. کسر حجمی نانوذرات، نوع و هندسه نانوذرات در این مطالعه بررسی شده است. خانافر و همکاران وی [9] به کمک روش عددی حجم محدود، جریان جابجایی آزاد درون یک محفظه با دیوارهای سرد و گرم را مطالعه کردند. آن‌ها خطوط جریان، پروفیل‌های دما و سرعت، ضریب انتقال حرارت و عدد نوسلت متوسط را برحسب کسر حجمی و عدد گراشهف ارائه و گزارش

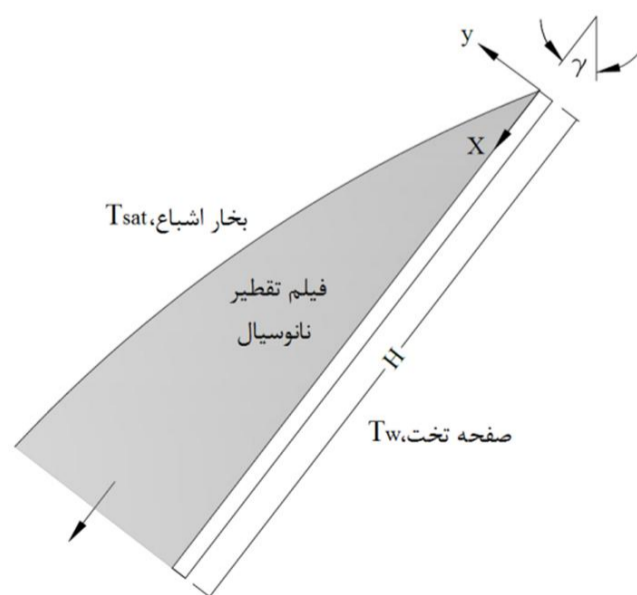
کردند که با افزایش کسر حجمی و عدد گراشهف، انتقال حرارت نیز افزایش یافته است. صفاری و شهروزیان [10] تحلیل عددی تقطیر یک جریان دوفازی بخار-مایع در حالت لایه‌ای و هم‌جهت درون لوله شیب‌دار را با احتساب افت فشار و تنش برشی انجام دادند و افت فشار و ضرایب انتقال حرارت را برای اعداد رینولدز و دماهای اشباع مختلف بررسی کردند. همچنین ضخامت فیلم تقطیر را برای زوایای مختلف به دست آوردند. محاسبات آن‌ها نشان داد که با افزایش زاویه شیب، ضریب انتقال حرارت کلی کاهش می‌یابد. حیرانی و نجفی فرد [11] جریان غیردائم جابجایی آزاد را بر روی یک صفحه متحرک عمودی به روش تحلیلی مورد مطالعه قرار داده و تغییرات پارامترهای لایه مرزی حرارتی و هیدرولیکی را برحسب عدد پرناتل محاسبه کردند. نتایج آن‌ها نشان داد که با افزایش عدد پرناتل، ضخامت لایه مرزی هیدرولیکی و حرارتی کاهش می‌یابد. عزیز و خان [12] جریان جابجایی آزاد لایه مرزی نانوسیال از روی صفحه عمودی را به روش حل عددی بررسی کرده و گرادیان دمای بی‌بعد و تابع جریان را برحسب نسبت شناوری، جابجایی و حرکت براوونی تعیین کردند. آن‌ها در نتایج خود ارتباط بین دما، سرعت و کسر حجمی نانوذرات را با تغییرات پارامترهای بی‌بعدی همچون عدد پرناتل و عدد لوئیس، سرعت براوونی، نسبت شناوری و ضریب انتقال حرارت جابجایی جریان ارائه کردند. شیخ‌زاده و همکارانش [13] جریان جابجایی طبیعی نانوسیال را در یک محفظه مربعی حاوی منبع حرارتی مرکزی به صورت عددی بررسی کرده و روابطی را برای محاسبه عدد نوسلت جریان ارائه نمودند. آن‌ها در بررسی نانوسیال‌های مختلف دریافتند که در همه موارد، با افزایش کسر حجمی نانوذرات عدد نوسلت افزایش یافته است. ضیائی راد و کسائی پور [14] با روش حل تشابهی، جریان لایه مرزی جابجایی ترکیبی برای نانوسیال آب - مس از روی یک صفحه افقی را به صورت عددی مورد بررسی قرار دادند. در این مقاله تأثیر تغییر دمای سطح، کسر حجمی نانوذره و پارامتر جابجایی ترکیبی بر ضریب اصطکاک، عدد نوسلت و پروفیل دما و سرعت در جریان مطالعه شد. نتایج آن‌ها نشان داد که عدد نوسلت جریان با افزایش کسر حجمی نانوذرات و پارامتر جابجایی ترکیبی، افزایش می‌یابد. علاوه بر آن، در کسر حجمی نانوذرات و پارامتر جابجایی ترکیبی بیشتر، اثر بالا بردن دمای سطح بر افزایش عدد نوسلت و کاهش ضریب اصطکاک، محسوس‌تر است. شجاعی فرد و همکاران [15] بهینه‌سازی عملکرد گرمایی یک لوله حرارتی را با استفاده از نانوسیال اکسید آلومینیوم مطالعه کردند. نتایج آن‌ها نشان داد که در بهبود عملکرد لوله حرارتی، نوع ذرات، قطر و کسر حجمی آن‌ها بسیار تأثیرگذار است؛ به‌گونه‌ای که افزایش کسر حجمی نانوذرات باعث افزایش بازدهی می‌شود، ولی قطر ذرات تأثیر معکوس بر بازدهی خواهد داشت.

یکی از مهمترین جنبه‌های استفاده از نانوسیال‌ها در افزایش انتقال حرارت در فرایند تقطیر، به‌کار بردن آن‌ها در لوله‌های حرارتی و ترموسیفون‌هاست [16-20]. این وسایل معمولاً شامل یک بخش اواپراتور و یک بخش کندانسور هستند که استفاده از نانوسیال در هر دو بخش اواپراتور و کندانسور می‌تواند به افزایش قابل توجه انتقال حرارت در آن‌ها کمک کند [19]. در حقیقت نانوذرات موجود همراه با بخار آب در قسمت اواپراتور ترموسیفون، پس از عبور از لوله حرارتی وارد کندانسور می‌شوند و همراه با تقطیر بخار آب در بخش کندانسور، وارد لایه تقطیر نیز می‌شوند. قرار گرفتن ترموسیفون به صورت شیب‌دار البته به جاری شدن فیلم تقطیر و کند کردن روند رسوب‌گذاری نانوذرات هم کمک می‌کند.

جای آب، ویژگی‌های حرارتی ترموسیفون را بهبود می‌بخشد. بررسی مطالعات گذشته بر روی نقش نانوسیال‌ها در بهبود انتقال حرارت، نشان می‌دهد که موارد بسیار اندکی از مطالعه عددی انتقال حرارت نانوسیال‌ها در جریان‌های دوفازی، بویژه در پدیده تقطیر وجود دارد. ویژگی بارز مطالعه عددی حاضر، استفاده از فرضیات لایه مرزی و معادلات ODE حاصل در حل عددی مسأله تقطیر نانوسیال روی یک سطح است که با بررسی‌های انجام شده، گرچه در مورد سیال خالص، یک روش کلاسیک بشمار می‌رود، ولی در کارهای گذشته بر روی مطالعه نانوسیال‌ها در پدیده تقطیر، از این روش عددی استفاده نشده است. معدود مطالعات قبلی بر روی این پدیده، شامل آزمایشات تجربی [18 و 19]، روش‌های حل تحلیلی در برخی موارد خاص [16 و 17] و یک روش حل عددی برای بررسی عملکرد لوله حرارتی ترموسیفون بین بخش‌های اواپراتور و کندانسور [20] بوده‌اند. با توجه به خلأ موجود در این زمینه و اهمیت و کاربرد عملی این موضوع، در مقاله حاضر علاوه بر بررسی اثر تغییر کسرحجمی نانوذرات، نوع آن‌ها و زاویه سطح، نقش پارامتر بدون بعد و شناخته شده انتقال حرارت در پدیده تقطیر، یعنی عدد ژاکوب نیز بر انتقال حرارت در تقطیر نانوسیال مورد بررسی و تجزیه و تحلیل قرار گرفته است.

## 2- مدل و فرضیات فیزیکی

نمایی از مدل دوبعدی تشکیل فیلم تقطیر نانوسیال روی صفحه مایلی با زاویه  $\gamma$  نسبت به راستای قائم در شکل 1 نشان داده شده است. جریان دائمی از فیلم آرام تقطیر در تماس با سطح بالایی صفحه قرار دارد. بخار اشباع آب با دمای  $T_{sat}$  در مجاورت صفحه قرار گرفته و انتقال گرما از فیلم مایع اشباع تشکیل شده به سطح مایل با دمای ثابت  $T_w < T_{sat}$  روی می‌دهد. با اثر کردن نیروی گرانش در جهت عمودی به سمت پایین، مایع اشباع به شکل فیلمی آرام روی سطح جریان می‌یابد [3]. شرط عدم لغزش بر روی سطح برقرار است. از اتلاف حرارتی لزوج نیز صرف‌نظر شده و فرضیات لایه مرزی (شامل صرف‌نظر از نفوذ محوری و گرادیان فشار عرضی) در جریان برقرار است. نانوذرات و سیال پایه در تعادل حرارتی می‌باشند. همچنین نانوسیال، نیوتنی و همگن در نظر گرفته می‌شود [6]. حداکثر کسرحجمی انتخاب شده برای نانوذرات در این مقاله، برابر 0/06 است که این مقدار تضمین کننده پایداری نانوسیال و عدم رسوب‌گذاری و کلوخه نشدن آن‌هاست. با توجه به در نظر گرفتن کسرحجمی پایین برای نانوذرات در سیال پایه، سوسپانسیون جامد-مایع به صورت تک‌فاز مدل خواهد شد. همچنین فرض می‌شود که خواص بخار متأثر از حضور نانوذرات نخواهد بود [16].



شکل 1 نمایی از تشکیل فیلم تقطیر نانوسیال روی یک سطح مایل

مواردی از مطالعات تحلیلی و تجربی بر روی به‌کارگیری نانوذرات در پدیده تقطیر در گذشته می‌توان یافت، حال آنکه موارد اندکی از بررسی عددی این پدیده وجود دارد. از آن جمله، آورامکو و همکارانش [16] انتقال حرارت فیلم تقطیر بخار حاوی نانوذرات از روی یک سطح افقی را مورد مطالعه قرار دادند. آن‌ها به کمک روشی تحلیلی، عدد نوسلت، پروفیل‌های سرعت و دما و ضخامت فیلم تقطیر را برحسب غلظت، ضریب هدایت گرمایی، چگالی و لزجت دینامیکی نانوذرات محاسبه کردند و دریافتند که با افزایش غلظت، ضریب هدایت گرمایی و چگالی نانوذرات، عدد نوسلت افزایش می‌یابد. همچنین با نزدیک شدن به مرز جدایش فیلم تقطیر و بخار، غلظت نانوذرات نیز بالا می‌رود. همین محققین همچنین در مطالعه دیگری [17] با به‌کارگیری یک مدل تحلیلی تقریبی، پارامترهای مؤثر بر انتقال حرارت در فیلم تقطیر بخار ساکن حاوی نانوذرات را در مجاورت صفحه‌ای عمودی بررسی کردند. آن‌ها از نتایج خود چنین استنباط کردند که افزایش کسرحجمی نانوذرات، فرایندهای انتقال جرم و مومنتم را افزایش می‌دهد. در نتیجه، این موجب کامل‌تر شدن پروفیل‌های سرعت در فیلم تقطیر می‌گردد. همچنین موجب افزایش در اصطکاک سطحی و شدت یافتن انتقال مومنتم می‌شود، که فزونی انتقال مومنتم خود افزایش حرارت را سبب خواهد شد.

یکی از مهمترین مطالعات تجربی انجام شده در مورد استفاده از نانوسیال‌ها در جریان دوفازی داخل ترموسیفون، آزمایش‌های انجام شده توسط گابریل و آنجل هومینیک [18] است. در آزمایش‌های آن‌ها از نانوذره اکسید آهن استفاده شده و نشان دادند افزایش انتقال حرارت تابعی از کسرحجمی نانوذره و زاویه چگالنده است. آن‌ها مشاهده کردند که افزایش خواص حرارتی متوسط فیلم تقطیر با حضور نانوذرات، به زاویه شیب کندانسور بستگی دارد. لذا نتیجه گرفتند که برای افزایش بازدهی، باید زاویه کندانسور کم شده و کسرحجمی نانوذره افزایش یابد. لیو و همکارانش [19] نیز عملکرد حرارتی یک لوله حرارتی شیاردار مایل را در حضور نانوذرات به صورت تجربی مطالعه کردند. آن‌ها مشاهده کردند که نانوذرات موجود در مایع با تبخیر مایع وارد بخار شده و سپس وارد فیلم مایع تقطیر در بخش کندانسور می‌شود و ادعا کردند که این امر موجب افزایش انتقال حرارت در بخش کندانسور می‌گردد. در این کار تجربی، تأثیر تغییر کسرحجمی نانوذره اکسیدمس و زاویه لوله حرارتی بر میزان انتقال حرارت ارائه شده است. نتایج آن‌ها نشان داد که زاویه لوله حرارتی نقش بسیار مهمی دارد؛ به طوری که بهترین کارایی همراه با نانوذرات، در زاویه 45 است و با افزایش زاویه لوله حرارتی نسبت به محور افقی، ضریب انتقال حرارت کاهش می‌یابد. آن‌ها همچنین مشاهده کردند که استفاده از نانوسیال بجای سیال خالص مشخصاً در قسمت کندانسور، خواص انتقال حرارتی تقطیر را بهبود می‌بخشد که این نرخ افزایش حتی کمی بیش از بخش اواپراتور نیز بوده است.

در مطالعه عددی دیگری گابریل و آنجل هومینیک [20] عملکرد لوله‌های حرارتی ترموسیفون را با به‌کارگیری نانوسیال آب-اکسید آهن به صورت عددی بررسی کردند. در این مدل آن‌ها از تحلیل سه بعدی استفاده کرده و اثرات کسرحجمی نانوذرات و دمای کاری را بر عملکرد حرارتی لوله حرارتی ترموسیفون بررسی کردند. تمرکز این مطالعه بر نقش نانوذرات در قسمت لوله حرارتی ترموسیفون بوده است. آن‌ها از نانوسیالی با درصد حجمی نانوذرات صفر تا 5/3 در چهار دمای کاری مختلف بهره بردند و نتیجه گرفتند که افزودن کسرحجمی نانوذرات اثر قابل توجهی بر افزایش نرخ انتقال حرارت و کاهش دما بین اواپراتور و کندانسور دارد. همچنین بیان کردند که نتایج تجربی و عددی آن‌ها هر دو مؤید این مطلب است که استفاده از نانوسیال‌ها به

تابع جریان بدون بعد،  $F$  و دمای بدون بعد،  $\theta$  نیز در این حالت به صورت روابط تعریف خواهند شد [4]:

$$F(\eta, Pr) = \frac{1}{4 \alpha_{nf} \left( \frac{\nu \alpha Ra}{\nu_{nf} \alpha_{nf} 4} \right)^{1/4}} \psi(x, y) \quad (7)$$

$$\theta = \frac{T - T_{sat}}{T_w - T_{sat}}$$

در قسمتی از فصل مشترک بخار- مایع با عرض واحد و به طول  $dx$ ، آهنگ انتقال گرما به فیلم مایع با آهنگ رهایی انرژی ناشی از تقطیر در فصل مشترک یکسان و برابر با  $h_{fg} dm$  می‌باشد. از طرفی با صرف نظر از جابجایی، این مقدار با آهنگ انتقال گرما در سطح نیز برابر است. لذا با نوشتن بالانس انرژی در یک المان مرزی، می‌توان روابط (8) را نوشت:

$$\int_0^x k_{nf} \left[ \frac{\partial T}{\partial y} \right]_{y=0} dx = \int h_{fg} dm \quad (8)$$

$$\frac{k_{nf}(T_{sat} - T_w)}{\delta} = \rho_{nf} v_c h_{fg}$$

در شکل بدون بعد، این معادله به صورت رابطه (9) قابل بیان است:

$$\alpha_{nf} Ja \left( \frac{c_{p,nf}}{c_p} \right) = \delta v_c \quad (9)$$

که در آن، عدد بدون بعد ژاکوب، که معرف نسبت انتقال حرارت بر اثر تغییر دما به انرژی نهان سیال هنگام تغییر فاز از مایع به بخار می‌باشد، به صورت رابطه (10) تعریف شده است [4]:

$$Ja = c_p \frac{T_{sat} - T_w}{h_{fg}} \quad (10)$$

در روابط بالا،  $h_{fg}$  انتالی تغییر فاز،  $\delta$  ضخامت فیلم تقطیر و  $v_c$  سرعت مرجع در جهت عرضی لایه مرزی است.

اکنون معادلات PDE حاکم با جایگذاری مشتقات جزئی موجود در آن‌ها برحسب پارامتر تشابهی، بازنویسی می‌شوند:

$$\rho_{nf} \left( u \frac{\partial u}{\partial \eta} \eta_x + v \frac{\partial u}{\partial \eta} \eta_y \right) = g(\rho_{nf} - \rho_v) \cos \gamma + \mu_{nf} \eta_y \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{\partial u}{\partial \eta} \eta_y \right) \quad (11)$$

که  $\eta_x$  و  $\eta_y$  به ترتیب مشتقات  $\eta$  نسبت به  $x$  و  $y$  هستند. پس از جایگذاری مشتقات پارامتر تشابهی و سایر متغیرهای بدون بعد در معادلات بالا و ساده سازی آن‌ها، فرم دیفرانسیلی معمولی معادلات مومنتم و انرژی حاکم بر جریان تقطیر نانوسیال روی سطح به شکل روابط (12) حاصل می‌شوند:

$$\ddot{F} + \frac{\alpha_{nf}}{\nu_{nf}} [3F\dot{F} - 2F^2] + \cos \gamma = 0 \quad (12)$$

$$\ddot{\theta} + 3F\dot{\theta} = 0$$

و شرایط مرزی (2) را می‌توان برحسب متغیرهای تشابهی و بدون بعد به صورت روابط (13) بازنویسی کرد:

$$\eta = 0: \begin{cases} F = 0 \\ \dot{F} = 0 \\ \theta = 1 \end{cases}, \quad \eta \rightarrow \eta_\delta: \begin{cases} \dot{F} = 0 \\ \theta = 0 \end{cases} \quad (13)$$

که  $\eta_\delta$  برابر با مقدار  $\eta$  در سطح مشترک دو فاز، یعنی در  $y = \delta$  است. برای تعیین مقدار  $\eta_\delta$ ، بالانس انرژی در فیلم تقطیر- بین تبادل حرارت سطح و فیلم تقطیر، انرژی ناشی از گرمای نهان و انرژی ناشی از تغییر دمای تقطیر، به شکل رابطه (14) نوشته می‌شود [7]:

$$\int_0^x k \left[ \frac{\partial T}{\partial y} \right]_{y=0} dx = \int_0^\delta \rho u h_{fg} dy$$

### 3- معادلات حاکم

معادلات دو بعدی حاکم بر جریان دائم، تراکم ناپذیر و لایه‌ای فیلم تقطیر نانوسیال، شامل معادلات بقای جرم، مومنتم محوری و انرژی، بر اساس فرضیات لایه مرزی و سایر فرضیات فیزیکی ذکر شده در بالا، به صورت روابط (1) نوشته می‌شوند:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1-الف)$$

$$\rho_{nf} \left( u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = g(\rho_{nf} - \rho_v) \cos \gamma + \mu_{nf} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (1-ب)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha_{nf} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (1-ج)$$

در این معادلات،  $x$  و  $y$  مؤلفه‌های مختصات به ترتیب در راستای صفحه و عمود بر آن و  $u$  و  $v$  مؤلفه‌های سرعت سیال در آن دو راستاست. همچنین  $T$  دمای سیال،  $\rho$  و  $\rho_v$  به ترتیب چگالی سیال و بخار،  $\mu$  لزجت دینامیکی و  $\alpha$  ضریب نفوذ حرارتی می‌باشد. زیرنویس  $nf$  در اینجا برای نشان دادن خواص نانوسیال است.

با توجه به تقطیر نانوسیال روی سطح جامد نفوذناپذیر، شرایط مرزی معادلات لایه مرزی فوق را می‌توان به صورت رابطه (2) نوشت:

$$y = 0: \begin{cases} u = 0 \\ v = 0 \\ T = T_w \end{cases}, \quad y \rightarrow \delta: \begin{cases} \frac{\partial u}{\partial y} \rightarrow 0 \\ T \rightarrow T_{sat} \end{cases} \quad (2)$$

که  $\delta(x)$  در اینجا ضخامت لایه مرزی هیدرودینامیکی و  $T_w$  و  $T_{sat}$  به ترتیب دماهای سطح و بخار اشباع هستند.

### 4- حل تشابهی

با توجه به برقراری شروط وجود حل تشابهی در این مسأله، می‌توان برای تبدیل معادلات دیفرانسیل پاره‌ای (PDE) به معادلات دیفرانسیلی معمولی (ODE)، پارامتر تشابهی مناسبی تعریف نمود. برای این منظور، ابتدا با استفاده از تعریف تابع جریان، به صورت رابطه (3) و جایگذاری آن در معادلات حاکم، آن‌ها را به صورت رابطه (4) بازنویسی کرد:

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (3)$$

$$\left( \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \right) = \frac{g(\rho_{nf} - \rho_v)}{\rho_{nf}} \cos \gamma + \nu_{nf} \frac{\partial^3 \psi}{\partial y^3}$$

$$\left( \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \alpha_{nf} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (4)$$

اکنون مقیاس ضخامت لایه مرزی حرارتی تقطیر  $\delta_t$ ، به صورت رابطه (5) تعریف می‌شود [4]:

$$\delta_t \approx \left( \frac{k_{nf} \nu_{nf}}{g(c_p)_{nf} (\rho_{nf} - \rho_v) x} \right)^{1/4} \quad (5)$$

که  $c_p$  ظرفیت حرارتی،  $\nu$  لزجت سینماتیکی و  $k$  ضریب هدایت گرمایی است.

با به کارگیری این دو مقیاس، می‌توان پارامتر تشابهی  $\eta$  را برای تبدیل معادلات حاکم، به صورت رابطه (6) به کار برد [4]:

$$\eta = \frac{y}{\delta_t} = \frac{y}{x} \left( \frac{\nu \alpha Ra}{\nu_{nf} \alpha_{nf} 4} \right)^{1/4}, \quad Ra = \frac{g\beta(T_w - T_{sat})x^3}{\nu \alpha} \quad (6)$$

در این رابطه،  $Ra$  عدد بی‌بعد رایلی و  $\beta$  ضریب انبساط گرمایی حجمی است.

مقادیر ضرایب ثابت  $C_1, C_2, C_3$  و  $C_4$  در این تعریف به ترتیب برابر با  $10^{-6} \times 1/133$ ،  $10^{-6} \times 2/771$ ،  $10^{-8} \times 9/0$  و  $10^{-7} \times 3/93$  هستند. همچنین در معادلات فوق، برای نانوذرات آلومینا  $\rho_p, d_p = 33 \text{ nm}$  چگالی نانوذره و  $k_b$  ثابت بولتزمن (برابر با  $10^{-23} \times 1/3807$ ) است.

برای محاسبه دیگر خاصیت نانوسیالها، یعنی ضریب هدایت گرمایی، نیز بسته به نوع نانوذرات روابط متفاوتی وجود دارد. این خاصیت برای نانوسیال آب-آلومینا با فرض نانوذرات کروی شکل، از رابطه ارائه شده توسط پاک و چو [27] قابل محاسبه است:

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = 1 + 64.7\varphi^{0.74} \left(\frac{d_f}{d_p}\right)^{0.369} \times \left(\frac{k_p}{k_f}\right)^{0.747} Pr_f^{0.9955} Re_p^{1.2321} \quad (21)$$

در رابطه فوق،  $Pr_f = \nu_f/\alpha_f$  عدد پرانتل سیال پایه (آب) و:

$$Re_p = \frac{\rho_f k_b T}{3\pi [A_1 \times 10^{A_2/(T-A_3)}]^2 l_f}$$

$$A_1 = 2.414 \times 10^{-5}, A_2 = 247.8, A_3 = 140$$

عدد رینولدز نانوذرات نامیده می‌شود. همچنین،  $d_f$  قطر مولکول‌های آب (تقریباً برابر با  $2/88$  آنگستروم) و  $l_f$  فاصله آزاد متوسط این مولکول‌هاست که برابر با  $17 \text{ nm}$  در نظر گرفته شده است [27]. دقت بالای مدل فوق در محاسبه ضریب هدایت حرارتی آب-آلومینا توسط تحقیقات دیگری نیز تایید شده است [28].

برای محاسبه ضریب هدایت حرارتی نانوسیال آب-اکسید تیتانیوم، با فرض نانوذرات کروی شکل، می‌توان از معادله بروگمن [29] به صورت (22) استفاده کرد:

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = \frac{1}{4} \left[ (3\varphi - 1) \frac{k_p}{k_f} + \{3(1 - \varphi) - 1\} + \Delta^{1/2} \right] \quad (22)$$

که در آن:

$$\Delta = \left[ (3\varphi - 1) \frac{k_p}{k_f} + \{3(1 - \varphi) - 1\} \right]^2 + 8 \frac{k_p}{k_f}$$

ضریب هدایت گرمایی نانوسیال آب - نقره را نیز می‌توان از رابطه ساده (23) محاسبه کرد [24]:

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = 0.9692\varphi + 0.9508 \quad (23)$$

برای محاسبه ضریب هدایت حرارتی مؤثر نانوسیال مس از مدل ارائه شده توسط پاتل و همکاران [30] استفاده شده است. در این مدل، هدایت حرارتی مؤثر نانوسیال از رابطه (24) محاسبه می‌شود:

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = 1 + \frac{k_p A_p}{k_f A_f} + \frac{c k_p A_p Pe}{k_f A_f} \quad (24)$$

که در آن:

$$\frac{A_p}{A_f} = \frac{d_f \varphi}{d_p (1 - \varphi)} \quad (25)$$

و  $Pe = u_p d_p / \alpha_f$  عدد پکلت است که  $u_p$  در تعریف آن، سرعت حرکت براوونی نانوذرات بوده و برابر است با:

$$u_p = \frac{2 k_b T}{\pi \mu_f d_p^2}$$

همچنین  $c$  ضریبی ثابت است که از روش‌های تجربی بدست می‌آید؛ در این مقاله از مقدار  $36000$  پیشنهاد شده توسط ژان و روتزل [2] استفاده شده است.

## 6- روش حل عددی

برای حل معادلات دیفرانسیل معمولی حاکم بر جریان لایه مرزی نانوسیال

$$+ \int_0^\delta \rho u c_p (T_{sat} - T) dy \quad (14)$$

اکنون با استفاده از تعریف پارامترهای تشابهی و عدد ژاکوب، شکل بدون بعد معادله (14) را می‌توان به صورت رابطه (15) نیز نوشت:

$$Ja = -3 \frac{F(\eta_\delta)}{\theta(\eta_\delta)} \quad (15)$$

## 5- خواص نانوسیال

خواص ترموفیزیکی سیال پایه و نانوذرات بکار رفته، در جدول 1 آورده شده است. در این مطالعه آب به عنوان سیال پایه برای نانوذرات مس، نقره، اکسیدتیتانیوم و آلومینا در نظر گرفته شده است.

اکنون خواص نانوسیال (nf) حاصل به صورت ترکیبی از خواص سیال پایه (f) و خواص نانوذرات (p) به صورت رابطه (16) نوشته می‌شود. چگالی و گرمای مخصوص نانوسیال را می‌توان با استفاده از کسرجمعی نانوذرات در سیال پایه ( $\varphi$ ) و بر اساس درصدی وزنی از خواص سیال پایه و نانوذرات نوشت [22].

$$\rho_{nf} = (1 - \varphi)\rho_f + \varphi\rho_p$$

$$(\rho c_p)_{nf} = (1 - \varphi)(\rho c_p)_f + \varphi(\rho c_p)_p \quad (16)$$

برای محاسبه لزجت مؤثر نانوسیال، بسته به نوع نانوذرات روابط متفاوتی ارائه شده است. این رابطه برای نانوسیال آب-اکسید تیتانیوم (با قطر نانوذرات  $27 \text{ nm}$ )، به شکل (17) بیان شده است [22]:

$$\frac{\mu_{nf}}{\mu_f} = 1 + 3.544\varphi + 169.46\varphi^2 \quad (17)$$

لزجت نانوسیال آب-مس، به کمک رابطه (18) و با فرض نانوذرات کروی شکل مس با قطر  $29 \text{ nm}$  محاسبه می‌شود [23]:

$$\frac{\mu_{nf}}{\mu_f} = 1 + (3.982 \times 10^{-4} T - 4.534 \times 10^{-2}) \varphi^{0.4261} \quad (18)$$

برای به دست آوردن لزجت نانوسیال آب-نقره نیز از رابطه (19) استفاده می‌شود [24]:

$$\frac{\mu_{nf}}{\mu_f} = 1.005 + 0.497\varphi - 0.1149\varphi^2 \quad (19)$$

در این رابطه، قطر نانوذرات نقره برابر  $30 \text{ nm}$  در نظر گرفته می‌شود [25]. لزجت نانوسیال آب-آلومینا را با در نظر گرفتن قطر نانوذرات، حرکت براوونی آن‌ها در سیال پایه و اثر دمای آب بر این حرکت، می‌توان به صورت روابط (20) نوشت [26]:

$$\frac{\mu_{nf}}{\mu_f} = 1 + \frac{\rho_p V_{br} d_p^2}{72 N \delta}, \quad V_{br} = \frac{1}{d_p} \left( \frac{18 k_b T}{\pi \rho_p d_p} \right)^{1/2}$$

$$\delta = \left( \frac{\pi}{6\varphi} \right)^{1/3} \times d_p$$

$$N = (C_1 \varphi + C_2) d_p + (C_3 \varphi + C_4) \quad (20)$$

که  $V_{br}$  سرعت حرکت براوونی نانوذرات است. در این روابط همچنین،  $\delta$  فاصله مراکز نانوذرات و  $N$  پارامتری برای تطبیق نتایج با داده‌های تجربی است.

جدول 1 خواص ترموفیزیکی آب و نانوذرات [21]

ماده	$\rho$ (kg.m <sup>-3</sup> )	$C_p$ (J.kg <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup> )	$k$ (Wm <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup> )
آب خالص	997/1	4179	0/613
مس	8933	385	401
نقره	10500	235	429
آلومینا	3970	765	40
اکسید تیتانیوم	4250	686/2	8/9538

به صرفه تشخیص داده شده است.

### 7- بررسی نتایج

برای محاسبه انتقال حرارت در فیلم تقطیر، ضریب انتقال حرارت بدون بعد به شکل رابطه (28) قابل بیان است [7]:

$$Nu_x = \frac{h_x x}{k_{nf}} = - \frac{k_{nf} \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0}}{k_{nf} (T_{sat} - T_w)} x \quad (28)$$

که پس از جایگذاری تعریف پارامتر تشابهی و ساده سازی آن، روابط بدست می آیند: (29)

$$Nu_x = \left( \frac{\nu}{\nu_{nf}} \frac{\alpha}{\alpha_{nf}} \frac{Ra}{4} \right)^{1/4} \left( \frac{d\theta}{d\eta} \right)_{\eta=0} \quad (29)$$

$$\left( \frac{d\theta}{d\eta} \right)_{\eta=0} = Nu_x \left( \frac{\nu}{\nu_{nf}} \frac{\alpha}{\alpha_{nf}} \frac{Ra}{4} \right)^{-1/4}$$

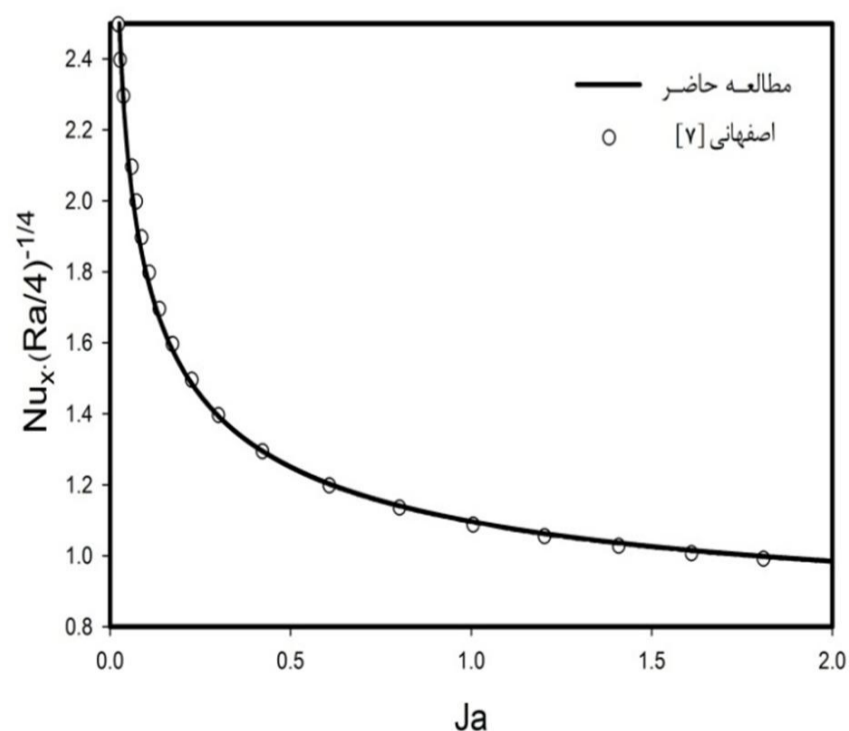
گرادینان دما به اعداد بدون بعد نوسلت و رایلی وابسته است. برای تعیین عدد نوسلت متوسط روی سطح نیز، با انتگرال گیری از رابطه فوق روی سطح، می توان رابطه (30) را نوشت:

$$\overline{Nu} = - \frac{k_{nf}}{k_f} \int_x \left( \frac{d\theta}{d\eta} \right)_{\eta=0} dx \quad (30)$$

پارامتر بررسی شده دیگر، عبارت  $\overline{Nu}/Nu_t$  می باشد که برابر با نسبت نوسلت متوسط به رابطه ارائه شده برای محاسبه نوسلت در تئوری نوسلت است. این عبارت را می توان به صورت رابطه (31) بیان کرد [7]:

$$\frac{\overline{Nu}}{Nu_t} = \left( 0.68 + \frac{1}{Ja} \right)^{-1/4} \left( \frac{d\theta}{d\eta} \right)_{\eta=0} \quad (31)$$

به منظور اعتبارسنجی روش حل عددی استفاده شده و اطمینان از صحت عملکرد کد کامپیوتری، انتقال حرارت در فیلم تقطیر آرام سیال خالص ( $\varphi = 0$ ) با  $Pr = 1$  روی یک سطح عمودی ( $\gamma = 0$ ) محاسبه شده و با نتایج اصفهانی و ضیائی راد [7] در شکل 2 مقایسه شده است. در این شکل، تغییرات گرادینان دمای بی بعد (رابطه 29) با عدد بدون بعد ژاکوب (رابطه 10) رسم شده است. تطابق مطلوب بین نتایج دو مطالعه، در این شکل مشهود است. در این شکل به وضوح می توان مشاهده کرد که با افزایش عدد ژاکوب، گرادینان دمای بی بعد و در نتیجه انتقال حرارت روی سطح افزایش می یابد. شکل 3 پروفیل سرعت در لایه مرزی فیلم تقطیر نانوسیال حاصل از



شکل 2 تغییرات گرادینان دمای بی بعد روی سطح عمودی نسبت به عدد ژاکوب برای سیال خالص با  $Pr = 1$

روی سطح به همراه روابط محاسبه خواص نانوسیال، از یک کد کامپیوتری تدوین شده به زبان برنامه نویسی فرترن، استفاده می شود. در این کد، به دلیل ناکافی بودن مقادیر معلوم مرزی روی سطح و عدم امکان استفاده از مقادیر مرز لایه مرزی در آغاز حل -با توجه به پیشروی مکانی در حل معادلات لایه مرزی- از روشی موسوم به روش پرتابی (shooting) استفاده شده است. در این روش، ابتدا مقادیر مجهول مرزی و مورد نیاز برای حل پیشروی مکانی حدس زده شده و سپس با یک فرمولاسیون کارآمد و سریع برآمده از روش های اویلر و اویلر اصلاح شده، معادلات دیفرانسیل حل می شود. با به کارگیری روش اویلر، می توان مقدار  $F$  و مشتقات آن را در نقطه  $i+1$  یافت [31] (روابط 26).

$$\begin{aligned} F_{i+1} &= F_i + \Delta y \dot{F}_i \\ \dot{F}_{i+1} &= \dot{F}_i + \Delta y \ddot{F}_i \\ \ddot{F}_{i+1} &= \ddot{F}_i + \Delta y \dddot{F}_i \end{aligned} \quad (26)$$

در روش اویلر اصلاح شده، پیش از بدست آوردن مستقیم مقدار  $F$  و مشتقات آن در نقطه  $i+1$  از روابط فوق، یک مقدار واسط از  $i$  بدست آمده و با ترکیب آن ها در مقدار واسط و در  $i$ ، مقادیر در  $i+1$  محاسبه می شوند. از آنجا که شرایط مرزی در نقطه ابتدایی تنها برای  $F$  و  $\dot{F}$  هستند و مشتق دوم در این نقطه نامعین است، این مقدار در ابتدا حدس زده می شود. پس از انجام محاسبات برای نقاط بعدی بر اساس روش فوق تا رسیدن به انتهای لایه مرزی، در صورت عدم تطابق مقدار  $\ddot{F}$  محاسبه شده با مقدار معلوم آن در این نقطه، حدس اولیه تصحیح می شود و طی یک فرایند تکرار به حل همگرا خواهد رسید. برای تصحیح حدس های اولیه، از روش وترتی بهره برده شده است. برای افزایش سرعت همگرایی، از دو حدس اولیه استفاده شده و محاسبات برای هر دو انجام می شود. پس از مقایسه دو جواب بدست آمده و در صورت زیاد بودن اختلاف بین آن ها، یکی از مقادیر با حدس جدید حاصل از روش وترتی، جایگزین می شود. لذا مقدار مشتق دوم با استفاده از رابطه (27) تصحیح خواهد شد:

$$C = B_0 - B \left( \frac{B_0 - A_0}{B - A} \right) \quad (27)$$

که در آن  $C$  حدس اصلاح شده بر اساس روش وترتی و  $A_0$  و  $B_0$  حدس های اولیه برای مشتق دوم هستند. همچنین  $A$  و  $B$  به ترتیب تفاوت مقدار  $\ddot{F}$  محاسبه شده مربوط به حدس های  $A_0$  و  $B_0$ ، با مقدار معلوم  $\ddot{F}$  در نقطه انتهایی اند.

در این تحقیق، از توزیع یکنواخت نقاط محاسباتی استفاده شده است. در جدول 2 مقادیر نوسلت متوسط به عنوان نمونه برای تقطیر نانوسیال نقره با کسر حجمی 0/05 روی سطحی با زاویه 60 درجه، به ازای تعداد نقاط محاسباتی مختلف آمده است. می توان دید که بالاتر از تعداد نقاط 200، تغییرات این عدد قابل توجه نیست. لذا این تعداد نقاط محاسباتی دقیق و

جدول 2 تغییرات نوسلت متوسط به ازای تعداد نقاط شبکه

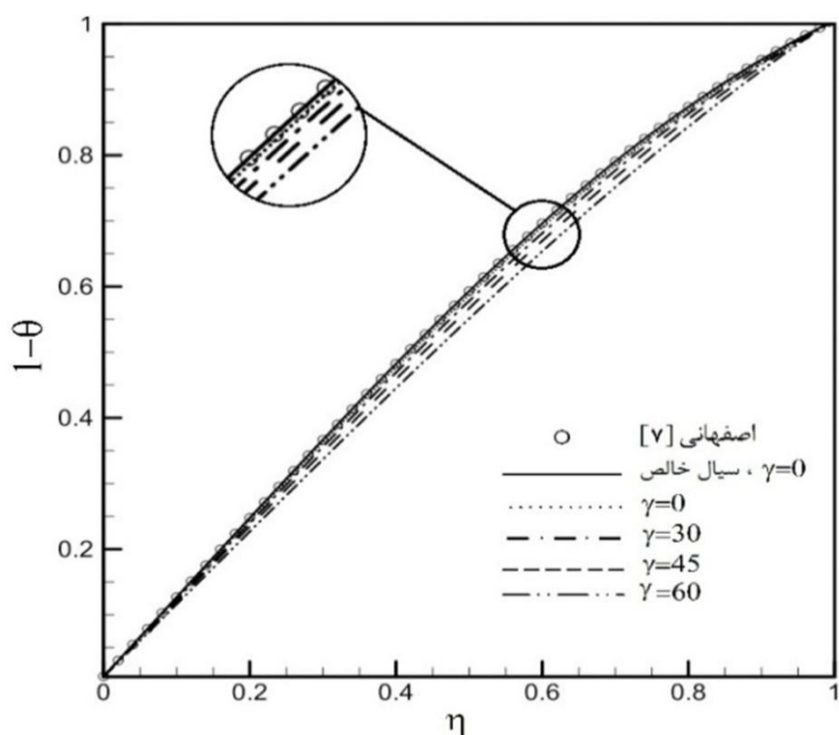
تعداد نقاط شبکه	$\overline{Nu}$
50	10/2949
100	10/6151
150	10/9855
200	11/2370
250	11/2372
300	11/2370
350	11/2370

می‌کنند. علاوه بر آن، در شکل 4 مشاهده می‌شود که با افزایش زاویه و فاصله گرفتن سطح از حالت عمودی، شیب نمودارها با روندی سریعتر از افزایش زاویه سطح، افزایش می‌یابند؛ بطوریکه خطوط زاویه ثابت، در زوایای بالاتر فاصله بیشتری نسبت به یکدیگر پیدا می‌کنند. این بدین معناست که گرادیان دما و در نتیجه انتقال حرارت از سطح، با افزایش زاویه سطح نسبت به حالت قائم، با سرعت زیادی کاهش خواهد یافت. به عنوان نمونه، به ازای عدد ژاکوب 4، افزایش زاویه سطح تا 60 درجه، گرادیان دما را در حدود 15 درصد کاهش داده است. می‌توان دید که تا عدد ژاکوب 2، تغییر کسرحجمی تأثیر زیادی بر گرادیان دما ندارد و انتقال حرارت تنها متأثر از تغییر زاویه است. با بالاتر رفتن عدد ژاکوب، اثر کسرحجمی بیشتر شده و انتقال حرارت را افزایش می‌دهد.

تأثیر تغییر زاویه سطح را بر پروفیل دما برای نانوسیال آب- مس ( $\varphi = 0.05$ ) در شکل 5 می‌توان دید. مشاهده می‌شود که با افزایش زاویه سطح، تغییرات دما در عرض لایه مرزی به حالت خطی نزدیک می‌شود و فاصله منحنی‌ها نیز نسبت به یکدیگر اندکی بیشتر می‌شود. کاهش انحنای خطوط در زوایای سطح بالاتر در این شکل را می‌توان به کاهش گرادیان دما و در نتیجه کاهش انتقال حرارت تعبیر نمود، در حالی که فاصله بیشتر بین منحنی‌های پروفیل دما در زوایا بالاتر، نشان دهنده کند شدن روند کاهش انتقال حرارت با افزایش زاویه سطح نسبت به راستای قائم می‌باشد.

تأثیر کسرحجمی نانوذرات بر تغییرات عدد نوسلت متوسط فیلم تقطیر نانوسیال آب- اکسید تیتانیوم نسبت به زاویه سطح، در شکل 6 نشان داده شده است. در این شکل می‌توان دید که با افزایش زاویه سطح، عدد نوسلت متوسط و در نتیجه انتقال حرارت از سطح، برای همه کسرحجمی تا زاویه  $\gamma = 20^\circ$ ، تقریباً ثابت مانده و پس از آن با شیبی ملایم، اندکی کاهش می‌یابد. علاوه بر آن، مشاهده می‌شود که با افزایش کسرحجمی نانوذرات، انتقال حرارت افزایش می‌یابد؛ بطوری که بیشترین میزان انتقال حرارت همچنان برای نانوسیالی با کسرحجمی 0/06 روی سطح قائم است.

فاصله برابر بین خطوط  $\varphi$  ثابت در شکل 6 نیز نمایانگر آن است که تأثیر کسرحجمی نانوذرات بر عدد نوسلت متوسط از یک رابطه خطی پیروی می‌کند. این نکته بطور دقیق‌تر از شکل 7 قابل استنباط است. برای بررسی تأثیر نانوذرات مختلف بر انتقال حرارت از فیلم تقطیر روی سطح، شکل 7

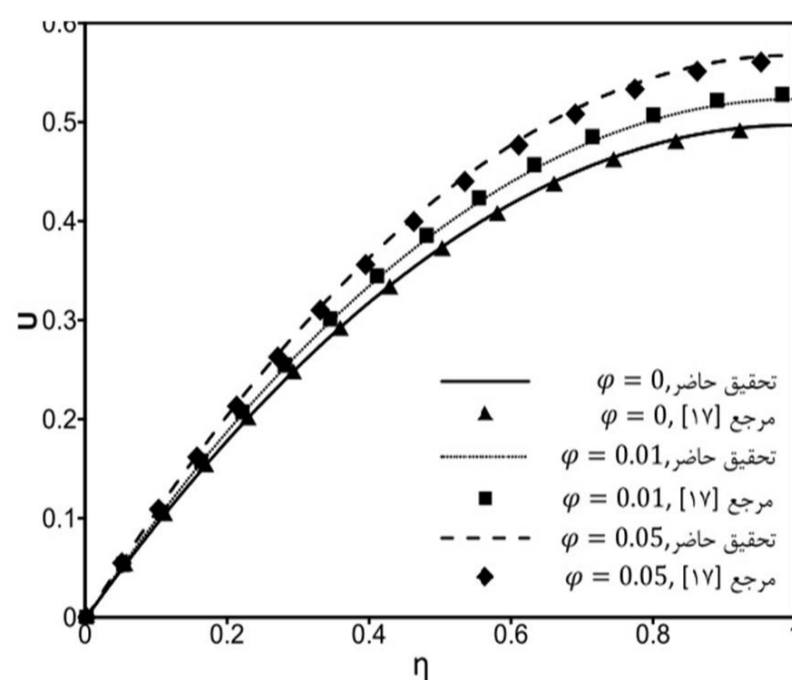


شکل 5 اثر تغییر زاویه سطح بر پروفیل دمای لایه مرزی تقطیر برای نانوسیال آب- مس با کسرحجمی 0/05 در عدد ژاکوب 1/8

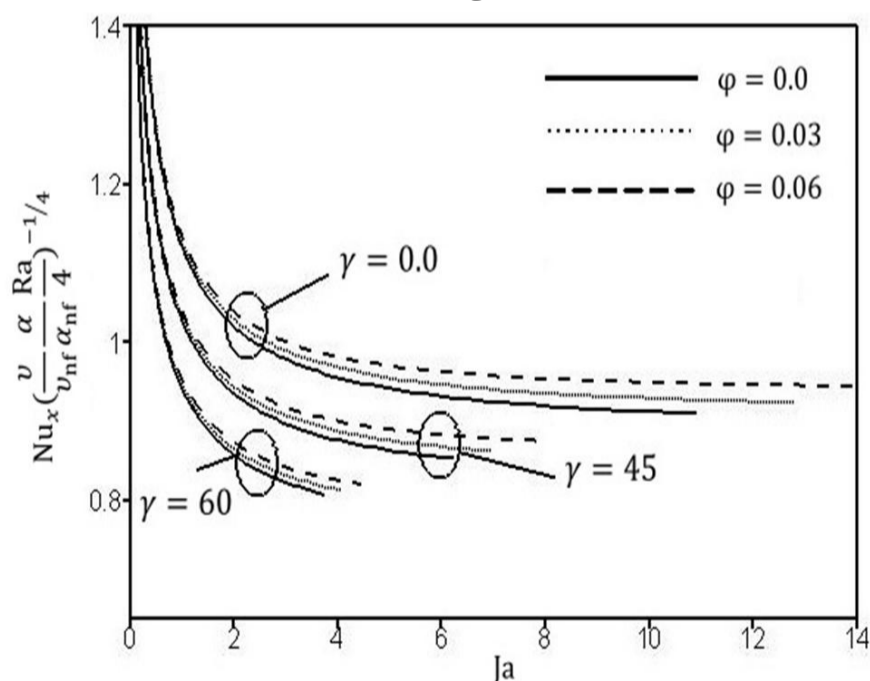
شبیه‌سازی عددی حاضر را با مطالعه تحلیلی آورانکو و همکارانش [17] مقایسه می‌کند. برای تطابق با نتایج مقاله ذکر شده، سطح در حالت عمودی ( $\gamma = 0$ ) فرض شده است. ملاحظه می‌شود که پروفیل سرعت به دست آمده در مطالعه حاضر، تطابق بسیار خوبی با نتایج آورانکو [17] به ازای سه مقدار کسرحجمی مختلف دارد. می‌توان دید که هرچه چگالی نانوذرات موجود در در فیلم تقطیر بیشتر باشد، مقاومت هیدرولیکی در جریان و سرعت در لایه مرزی افزایش می‌یابند.

در شکل 4 گرادیان دمای بی‌بعد برحسب عدد ژاکوب به ازای زوایای مختلف سطح و تغییرات کسرحجمی نانوذره نشان داده شده است. این شکل برای نانوسیال آب- مس با کسرحجمی‌های 0، 0/03 و 0/06 رسم شده است. مشاهده می‌شود که در یک عدد ژاکوب معین، با افزایش زاویه سطح نسبت به راستای قائم، گرادیان دما کاهش یافته است؛ به طوری که بیشترین گرادیان دما برای صفحه عمودی حاصل می‌شود. این بدین معناست که برای دستیابی به انتقال حرارت بیشتر، صفحه باید به حالت عمودی نزدیک شود. همین نتیجه با افزایش دادن کسرحجمی نیز حاصل می‌شود.

می‌توان دید که خطوط در هر زاویه، شیب تندی در اعداد ژاکوب پایین ندارند، چراکه اختلاف دمای اشباع سیال و سطح در ابتدا زیاد است و با نزدیک شدن به تعادل دمایی، خطوط با شیب ملایم به مقداری ثابت میل



شکل 3 مقایسه پروفیل سرعت بدون بعد با مطالعه تحلیلی آورانکو [17] به ازای سه کسرحجمی مختلف نانوسیال



شکل 4 گرادیان دمای بدون بعد نانوسیال آب- مس نسبت به عدد ژاکوب، در زوایای مختلف سطح و به ازای کسرحجمی‌های مختلف

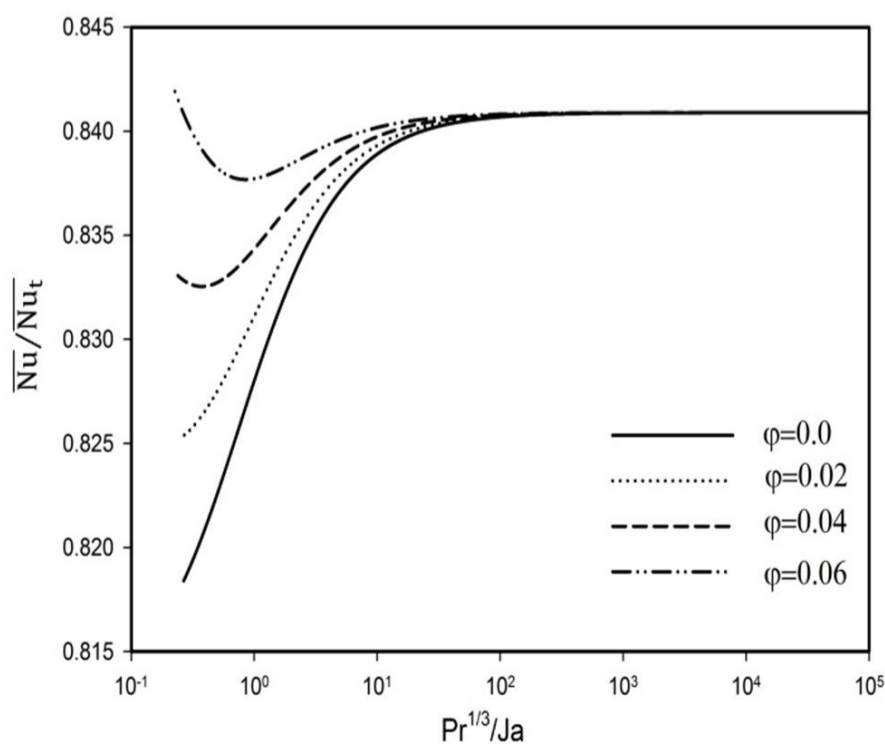
با نگاهی بر شکل 7 و جدول 3 همچنین می‌توان دریافت که تفاوت قابل توجهی بین شیب خطوط نانوسیال‌های آب-آلومینا و آب-اکسید تیتانیوم با نانوسیال‌های حاوی نانوذرات مس و نقره وجود دارد. لذا می‌توان گفت که ضریب هدایت حرارتی بالای دو نانوذره اخیر، در پدیده تقطیر نیز نقش موثری در افزایش انتقال حرارت از سیال پایه ایفا می‌کند.

نسبت عدد نوسلت به نوسلت تئوری (معادله 31) برحسب نسبت بی‌بعد  $Pr^{1/3}/Ja$  در مقادیر مختلف کسر حجمی نانوذرات و برای نانوسیال‌های مختلف، در شکل‌های 8- الف تا د آورده شده است. شکل‌ها برای سطحی با زاویه 60 درجه رسم شده‌اند. با توجه به ثابت فرض شدن عدد پراتل در این نمودارها، با کاهش عدد ژاکوب (افزایش  $Pr^{1/3}/Ja$ )، مقادیر عدد نوسلت متوسط و تئوری برابر خواهند شد. لذا تئوری نوسلت در اعداد ژاکوب پایین (یعنی در ابتدای صفحه) پاسخ صحیح خواهد داشت.

در این شکل‌ها همچنین دیده می‌شود که با افزایش کسر حجمی نانوذرات، عدد نوسلت متوسط نیز افزایش یافته و انتقال حرارت بیشتری حاصل می‌شود. می‌توان دید که برای نانوسیال‌های آب-نقره و آب-مس، تغییر در عدد نوسلت بر اثر تغییر کسر حجمی نانوذره محسوس‌تر است و لذا نقش نانوذره در افزایش انتقال حرارت بیشتر خواهد بود؛ مطلبی که در توضیح شکل 7 نیز بر آن تأکید شد. با نگاهی بر مجموعه شکل‌های 8 همچنین می‌توان دریافت که کمینه عدد نوسلت در مورد نانوسیال حاوی نقره یا مس در عدد ژاکوب بالاتری نسبت به دو نانوسیال دیگر رخ می‌دهد. این بدان معنی است که در محدوده وسیعتری از عدد ژاکوب، این دو نانوسیال عدد نوسلت بالاتری را تجربه می‌کنند.

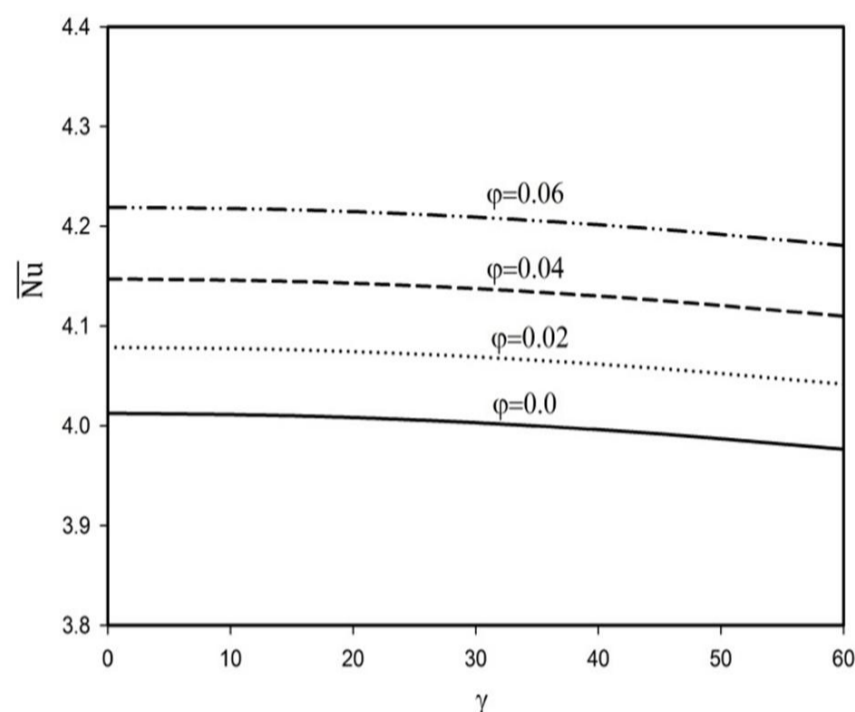
### 8- نتیجه‌گیری و جمع‌بندی

در مقاله حاضر جریان آرام نانوسیال عبوری از روی یک صفحه مایل مطالعه شده و اثرات تغییر زاویه سطح، به‌کارگیری نانوسیال‌های مختلف، تغییر در کسر حجمی نانوذرات و عدد ژاکوب بر پروفیل دما و عدد نوسلت مورد بررسی قرار گرفته است. نمودارها همچنین با مطالعات عددی مشابه برای سیال خالص و عدد نوسلت تئوری مقایسه و تطبیق داده شده است. از نتایج به دست آمده می‌توان دریافت که با افزایش زاویه سطح، تغییرات دما در عرض لایه مرزی نانوسیال به حالت خطی نزدیک می‌شود که این به معنای کاهش

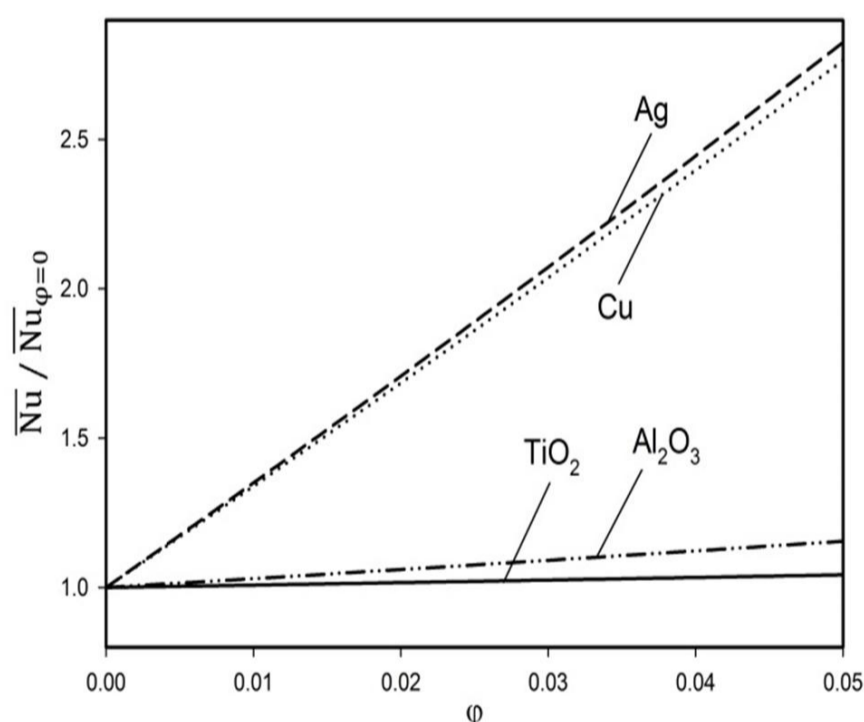


(الف)

رسم شده است. در این شکل، برای درک بهتر تأثیر حضور نانوذرات، نسبت عدد نوسلت متوسط نانوسیال به سیال خالص  $(\bar{Nu} / \bar{Nu}_{\phi=0})$ ، در کسر حجمی‌های مختلف و در زاویه سطح 60 درجه رسم شده است. این نمودار نشان می‌دهد که بالا رفتن کسر حجمی نانوذرات در سیال پایه، با افزایش عدد نوسلت متوسط همراه است. در این شکل همچنین بوضوح می‌توان دید که تغییرات این نسبت با  $\phi$  برای تمامی نانوذره‌ها، به صورت خطی است. لذا می‌توان رابطه‌ای به صورت  $\bar{Nu} / \bar{Nu}_{\phi=0} = A\phi$  برای تغییرات آن برحسب کسر حجمی نانوسیال در نظر گرفت. در این رابطه، A شیب خطوط بوده و برای نانوسیال‌های مختلف در جدول 3 آورده شده است.



شکل 6 تغییرات عدد نوسلت متوسط نانوسیال آب-اکسید تیتانیوم با زاویه سطح به ازای کسرهای حجمی مختلف نانوذرات



شکل 7 نسبت عدد نوسلت نانوسیال به سیال خالص برحسب کسر حجمی نانوذرات مختلف، برای سطحی با زاویه 60 درجه

جدول 3 شیب خطوط  $\bar{Nu} / \bar{Nu}_{\phi=0}$  برحسب  $\phi$  برای نانوسیال‌های مختلف (شکل 7)

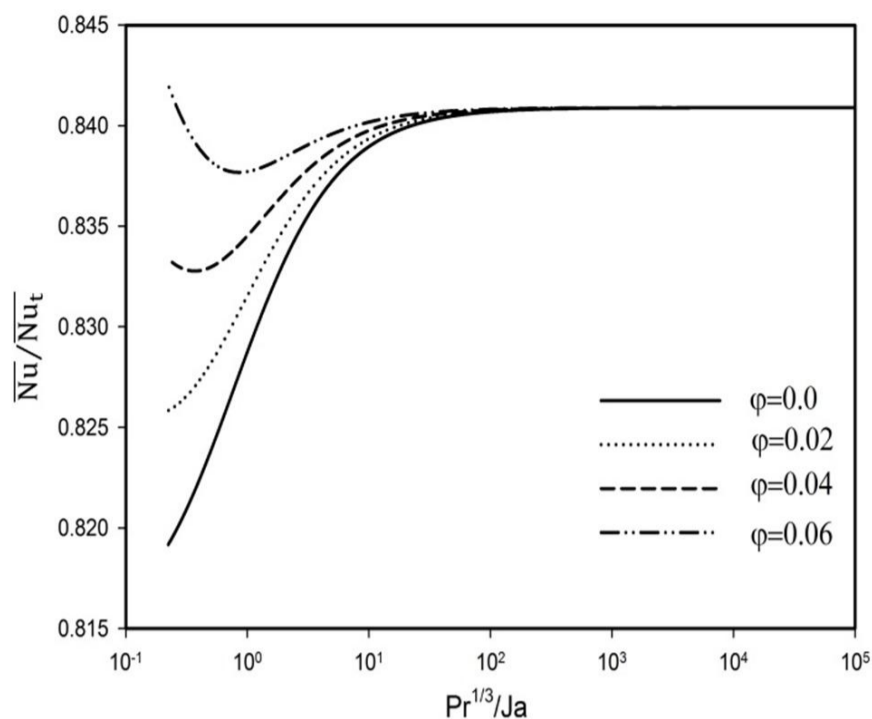
شیب خط (A)	نانوسیال
36/8	آب-نقره
35/2	آب-مس
2/2	آب-آلومینا
0/76	آب-اکسید تیتانیوم



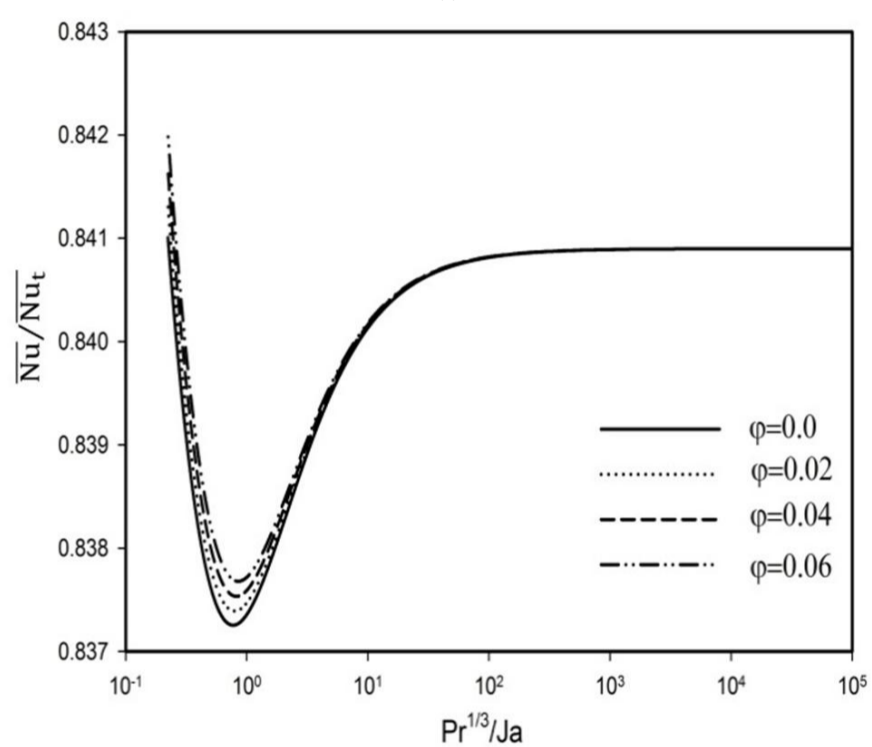
که گرچه برای همه نانوسیال‌ها، با افزایش کسرحجمی نانوذرات، انتقال حرارت افزایش یافته است (به عنوان مثال در نانوسیال آب-نقره با کسرحجمی 0/05، عدد نوسلت متوسط در همه زوایا 1/5 برابر شده است)، ولی با افزایش زاویه سطح، عدد نوسلت متوسط و در نتیجه انتقال حرارت از آن تا زاویه  $20^\circ$ ، تقریباً ثابت مانده و سپس با شیبی ملایم، اندکی کاهش می‌یابد (به عنوان نمونه، در نانوسیال آب-اکسید تیتانیوم با افزایش زاویه سطح به  $60^\circ$  گرادیان دما حدود 20 درصد کاهش می‌یابد). علاوه بر آن، نتایج نشان داد که رابطه نسبت  $\overline{Nu} / \overline{Nu}_{\phi=0}$  با  $\phi$  برای تمامی نانوذره‌ها، خطی است و شیب این خطوط برای نانوسیال‌های آب-مس و آب-نقره از سایر نانوسیال‌های مطالعه شده بیشتر است و لذا این دو نانوسیال در افزایش انتقال حرارت موثرترند. از نتایج همچنین می‌توان دریافت که تئوری نوسلت در اعداد ژاکوب پایین جواب صحیح خواهد داد.

### 9- فهرست علائم

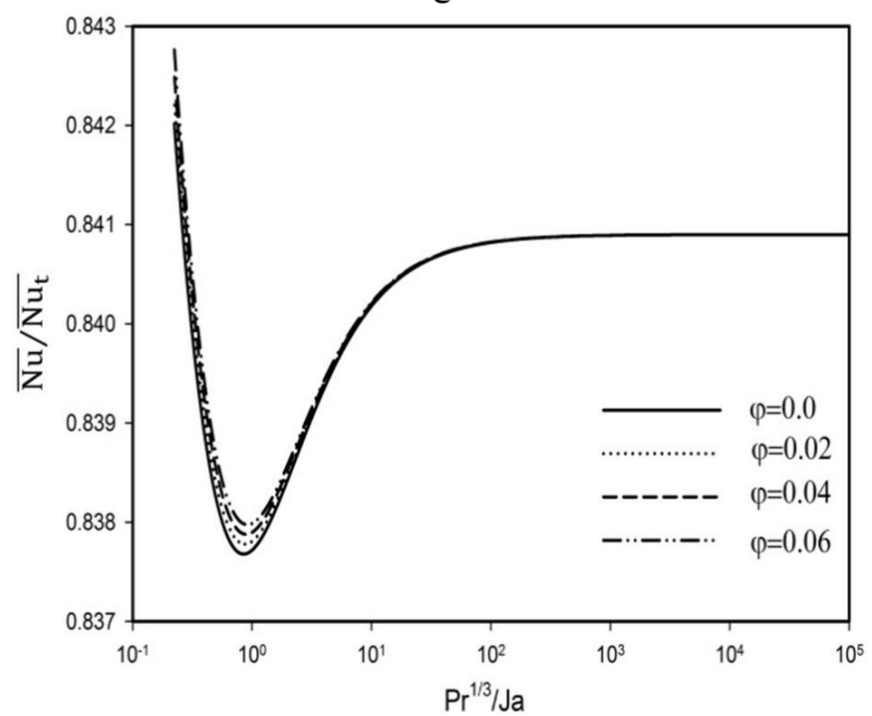
$c_p$	ظرفیت حرارتی
$C$	ثابت
$d$	قطر مولکول (mm)
$F$	تابعی از $Pr$ و $\eta$
$G$	تابعی از $\eta$ و $Pr$
$g$	شتاب گرانشی ( $m/s^2$ )
$h$	ضریب جابجایی ( $W/m^2K$ )
$h_{fg}$	انتالپی ( $J/kg.K$ )
$Ja$	عدد ژاکوب
$k$	ضریب هدایت حرارتی ( $Wm^{-1}k^{-1}$ )
$l$	فاصله آزاد مولکول‌های آب
$Nu$	عدد نوسلت
$Pe$	عدد پکله
$Pr$	عدد پراتل
$Re$	عدد رینولدز
$T$	دما (K)
$u$	سرعت در راستای $x$ (m/s)
$v$	سرعت نانوذرات
$v$	سرعت در راستای $y$ (m/s)
$x$	محور مختصات عمودی
$y$	محور مختصات افقی
علائم یونانی	
$\alpha$	ضریب پخش حرارتی ( $m^2s^{-1}$ )
$\beta$	ضریب انبساط گرمایی حجمی
$\Gamma$	زاویه سطح نسبت به محور قائم
$\delta$	ضخامت فیلم تقطیر (m)
$\delta$	فاصله مراکز نانوذرات (mm)
$\delta_t$	ضخامت لایه مرزی حرارتی (m)
$H$	پارامتر تشابهی
$\theta$	دمای بی بعد
$\mu$	لزجت دینامیکی ( $kgm^{-1}s^{-1}$ )
$\rho$	چگالی ( $kgm^{-3}$ )
$\nu$	ویسکوزیته سینماتیکی ( $m^2s^{-1}$ )



(ب)



(ج)



(د)

شکل 8 نسبت عدد نوسلت متوسط به عدد نوسلت تئوری بر حسب عدد ژاکوب در کسرحجمی‌های مختلف و زاویه سطح  $60^\circ$  درجه، برای نانوسیال (الف) آب-نقره (ب) آب-مس (ج) آب-اکسید آلومینیوم (د) آب-اکسید تیتانیوم

گرادیان دما و در نتیجه کاهش انتقال حرارت است. همچنین مشاهده می‌شود

- [13] Gh. SHeikhzade, H. Ehteram, A. Aghayi, Numerical Study of natural convection in a nanofluid filled enclosure with central heat source and presenting correlations of Nusselt number, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 13, No. 10, pp. 62-74, 2013. (In Persian)
- [14] M. Ziaei-Rad, A. Kasaeipoor, A Numerical study of similarity solution for mixed-convection copper-water nanofluid boundary layer flow over a horizontal plate, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 14, pp. 190-198, 2015. (In Persian)
- [15] M. H. Shojaeefard, A. Khalkhali, J. Zare, M. Tahani, Multi objective optimization of heat pipe performance while using aluminium oxide nanofluid, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 1, pp. 158-167, 2013. (In Persian)
- [16] A. A. Avramenko, I. V. Shevchuk, A. I. Tyrinov, D. G. Blinov, Heat transfer at film condensation of moving vapor with nanoparticles over a flat surface, *International Journal of Heat Mass Transfer*, Vol. 84, pp. 316-324, 2015.
- [17] A. A. Avramenko, I. V. Shevchuk, A. I. Tyrinov, D. G. Blinov, Heat transfer at film condensation of stationary vapor with nanoparticles near a vertical plate, *Applied Thermal Engineering*, Vol. 73, pp. 391-398, 2014.
- [18] G. Humnic, A. Humnic, Heat transfer characteristics of a twophaseclosed thermosyphons using nanofluids, *Exp. Therm. Fluid Sci.* Vol. 35, pp. 550-557, 2011.
- [19] Z. H. Liu, Y. Y. Li, R. Bao, Thermal performance of inclined grooved heat pipes using nanofluids, *International Journal of Thermal Science*. Vol. 49, pp. 1680-1687, 2010.
- [20] G. Humnic, A. Humnic, Numerical study on heat transfer characteristics of thermosyphon heat pipes using nanofluids, *Energy Conversion and Management*, Vol. 76, pp. 393-399, 2013.
- [21] Abu-Nada, Masoud Z. and Hizaji A., Natural convection heat transfer enhancement in horizontal concentric annuli using nanofluids. *International Comm. Heat Mass Transfer*, 35, pp. 657-665, 2008.
- [22] Kh. Khanafer, K. Vafai, A critical synthesis of thermophysical characteristics of nanofluids, *International Journal of Heat Mass Transfer*, Vol.54, pp. 4410-4428, 2011.
- [23] M. Khoshvaght-Aliabadi, F. Hormozi, A. Zamzamanian, Experimental analysis of thermal-hydraulic performance of copper-water nanofluid flow in different plate-fin channels, *Experimental thermal and fluid science.*, Vol. 52, pp. 248-258, 2014.
- [24] L. G. Asirvatham, R. Nimmagadda, S. Wongwises, Heat transfer performance of screen mesh wick heat pipes using silver-water nanofluid, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 60, pp. 201-209, 2013.
- [25] C. Kleinstreuer, Y. Feng, Experimental and theoretical studies of nanofluid thermal conductivity enhancement: a review, *Nanoscale Research Letters*, 6:229, 2011.
- [26] N. Masoumi, N. Sohrabi, A.A. Behzadmehr, New model for calculating the effective viscosity of nanofluids, *Journal of PhysicsD: Applied Physics*, Vol. 42, pp. 055501-055506, 2009.
- [27] B.C. Pak, Y.I. Cho, Hydrodynamic and heat transfer study of dispersed fluids with submicron metallic oxide particles, *Experimental Heat Transfer*, Vol. 11, pp. 151-170, 1998.
- [28] H.A. Mintsa, G. Roy, C.T. Nguyen, D. Doucet, New temperature dependent thermal conductivity data for water-based nanofluids, *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 48, pp. 363-371, 2009.
- [29] D.A.G. Bruggeman, Berechnung verschiedener physikalischer konstanten von heterogenen substanzen, I. Dielektrizitätskonstanten und leitfähigkeiten der mischkörper aus isotropen substanzen, *Ann. Phys., Leipzig*, Vol. 24, pp. 636- 679, 1935.
- [30] H. E. Patel, T. Pradeep, T. Sundarajan, A. Dasgupta, N. Dasgupta, S. Das, A micro-convection model for thermal conductivity of nanofluids. *Pramana- Journal of Physics*, Vol. 65, pp. 863- 869, 2005.
- [31] W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, B. P. Flannery, Numerical Recipes In Fortran 77, pp.749-755, The Press Syndicate of the University of Cambridge. New York, 1992.

$\varphi$	کسر حجمی نانوذره
$\psi$	تابع جریان
زیر نویس ها	
F	سیال پایه
Nf	نانوسیال
P	نانوذره
R	نسبی
Sat	اشباع
T	تئوری نوسلت
V	بخار
W	دیواره
بالا نویس ها	
-	متوسط

## 10- مراجع

- [1] G. Heidarinejad, H. Pashdarshahri, K. Mazaheri, Evaluation of induced-flow in two-room compartment fire using large eddy simulation, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 13, No. 4, pp. 74-85, 2013. (In Persian)
- [2] Y. Xuan, W. Roetzel, Conceptions for Heat Transfer Correlation of Nanofluids, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 43, pp. 3701-3707, 2000.
- [3] Nusselt W., Die oberflächenkondensation des wasserdampfes, *Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure*, 60(27), pp. 541-546, 1916. (In German)
- [4] Rohsenow W.M., Heat transfer and temperature distribution in laminar-film condensation, *Transactions of the American Society of Mechanical Engineers*, 78, pp. 1645-1648, 1956.
- [5] Sparrow E.M. and Gregg J.L., A boundary-layer treatment of laminar-film condensation, *Transactions of the ASME, Series C- Journal of Heat Transfer*, 81, pp. 13-18, 1959.
- [6] S. L. Chen, M. F. Gerner, C. L. Tien. General film condensation correlations. *J Experimental Heat Transfer*, Vol. 1, pp. 93-107, 1987.
- [7] J. A. Esfahani, M. Ziaei-Rad. Analysis of Laminar Film Condensation on a Vertical Plate. *Journal of Aerospace Science and Thechnology*, Vol. 2, No. 2, pp. 37-42, 2005.
- [8] N. Putra, W. Roetzel, S.K. Das, Natural convection of nano-fluids, *HeatMass Transfer* 398, pp. 775-784, 2003.
- [9] Kh. Khanafer, K. Vafai, M. Lightstone, Buoyancy-driven heat transfer enhancement in a two-dimensional enclosure utilizing nanofluids, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 46, pp. 3639-3653, 2003.
- [10] H. Safari, A. Shahruzian, Numerical analysis of laminar flow condensation in inclined pipe with pressure drop and shear stress, in *The 18<sup>th</sup> International Conference on Mechanical Engineering, Sharif University, Tehran, Iran, 2009.* (In Persian)
- [11] M. Heirani Nobari, F. Najafi Fard, Some non-permanent solution of free convection flow over a moving vertical plate with variable heat flux, in *The 15<sup>th</sup> International Conference on Mechanical Engineering, Amir Kabir University, Tehran, Iran, 2006.* (In Persian)
- [12] A. Aziz, W. A. Khan, Natural convection boundary layer flow of a nanofluid past a convectively heated vertical plate. *International Journal of Thermal Science*, 52, pp. 83-90, 2012.