



فضای کاری عاری از تداخل مکانیکی ربات‌های موازی صفحه‌ای با استفاده از روش هندسی

زلفا انوری¹، پیام ورشوی جاغرق^{2*}، مهدی طالع ماسوله³

1- کارشناس، مهندسی رباتیک، دانشگاه صنعتی همدان، همدان

2- استادیار، مهندسی رباتیک، دانشگاه صنعتی همدان، همدان

3- استادیار، مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه تهران، تهران

* همدان، صندوق پستی، 65155-579، varshovi@hut.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 25 دی 1395

پذیرش: 01 اسفند 1395

ارائه در سایت: 14 فروردین 1396

کلید واژگان:

تداخل مکانیکی

ربات موازی صفحه‌ای

فضای کاری عاری از برخورد

شاخص عملکرد فضای کاری

چکیده

ربات‌های موازی برخلاف داشتن مزیت‌های بسیار، عموماً فضای کاری محدودی دارند. بنابراین بدست آوردن فضای کاری آنها با در نظر گرفتن تداخل‌های مکانیکی از اهمیت بسزایی برخوردار است. در این مقاله به بررسی هندسی تداخل مکانیکی در مکانیزم‌های موازی صفحه‌ای، شامل تداخل لینک‌ها با یکدیگر و برخورد لینک‌ها و سکوی متحرک با موانع، پرداخته می‌شود. برای این منظور، یک روش هندسی جدید بر اساس بررسی تداخل پاره‌خطها، برای تشخیص برخوردها در فضای کاری مکانیزم موازی صفحه‌ای پیشنهاد می‌گردد. در این روش، ابتدا پیکربندی‌های ربات موازی صفحه‌ای در تمام نقاط فضای کاری بدست آورده می‌شود. سپس برخورد دو به دو لینک‌ها با یکدیگر و موانع، که به ترتیب با پاره‌خط و چندضلعی مدل شده‌اند، مورد بررسی قرار می‌گیرد. در نهایت، فضای کاری عاری از برخورد در یک جهت‌گیری خاص سکوی متحرک بدست می‌آید. علاوه بر آن در این مقاله نوعی شاخص برای بررسی فضای کاری با توجه به تداخل مکانیکی معرفی می‌شود. شاخص فوق دیدگاه مناسبی جهت یافتن بهترین فضای کاری ارائه می‌دهد. برای ارزیابی نتایج، این روش بر روی دو ربات موازی صفحه‌ای به نام‌های 3-RRR و 3-PRR در حالت‌های کاری مختلف اجرا می‌گردد. نتایج حاصله نشان می‌دهند که نسبت فضای کاری عملی به فضای کاری تئوری، با افزایش زاویه سکوی متحرک در دو جهت ساعتگرد و پادساعتگرد، کاهش می‌یابد. همچنین، به علت تفاوت در تعداد لینک‌های متحرک، فضای کاری عاری از تداخل مکانیکی ربات موازی 3-RRR به طور معمول محدودتر از ربات موازی 3-PRR می‌باشد.

The mechanical interference-free workspace of the planar parallel robots using geometric approach

Zolfa Anvari¹, Payam Varshovi-Jaghargh^{1*}, Mehdi Tale Masouleh²

1- Department of Robotics Engineering, Hamedan University of Technology, Hamedan, Iran

2- School of Electrical and Computer Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran

* P.O.B. 65155-579, Hamedan, Iran, varshovi@hut.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 14 January 2017
Accepted 19 February 2017
Available Online 03 April 2017

Keywords:

Mechanical interference
Planar parallel robot
Collision-free workspace
Performance index of the workspace

ABSTRACT

In spite of several advantages of parallel robots, they generally have limited workspace. Therefore, it is of paramount importance to obtain the workspace by considering the mechanical interference. In this paper, the mechanical interference in planar parallel mechanisms, including interference between links and, collision between links and obstacles and between end-effector and obstacles, are investigated using geometrical reasoning. For this purpose, a new geometric method is proposed for collision detection in the workspace of planar parallel mechanisms based on the lines segment intersection. In this method, the configurations of the planar parallel robot are obtained in the entire workspace. Then, the interference of links with each other and obstacles, which are respectively modeled by line segment and polygon, are determined. Finally, the collision-free workspace of the parallel robot is obtained for a specified orientation of the moving platform. Moreover, in this paper, an index is presented which can be used for examining the workspace by considering mechanical interference. The foregoing index provides some insight into obtaining a well-conditioned workspace. For the sake of validation, this method is implemented on two planar parallel robots, namely as 3-RRR and 3-PRR, for different working modes. The obtained results reveal that the ratio of the practical workspace to the theoretical workspace is decreased upon increasing the orientation of the end-effector for both clockwise and counterclockwise directions. Furthermore, due to differences in the number of the moving links, the mechanical interference-free workspace of 3-RRR parallel robot is usually more limited than 3-PRR parallel robot.

Please cite this article using:

Z. Anvari, P. Varshovi-Jaghargh, M. Tale Masouleh, The mechanical interference-free workspace of the planar parallel robots using geometric approach, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 4, pp. 101-110, 2017 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

1- مقدمه

ربات موازی از یک پایه ثابت¹، یک سکوی متحرک² و حداقل دو زنجیره سینماتیکی³ حلقه بسته تشکیل شده است که سکوی متحرک را به پایه ثابت متصل می‌کنند [1]. این مکانیزم‌ها، دقت و صلبیت بالایی در مقایسه با ربات‌های سری دارند و نسبت تحمل نیرو به وزن نیز در آنها بالا می‌باشد. از معایب این ربات‌ها می‌توان به فضای کاری⁴ کوچک‌تر نسبت به ربات‌های سری، کنترل پیچیده‌ی مجری نهایی و تعدد نقاط تکین⁵ در داخل فضای کاری اشاره کرد.

فضای کاری ربات‌های موازی، فصل مشترک فضای کاری هر یک از زنجیره‌های سری می‌باشد که سکوی متحرک را به پایه ثابت متصل می‌کنند. انواع مختلفی از فضای کاری می‌تواند برای یک مکانیزم موازی تعریف گردد که از متداول‌ترین آنها می‌توان به فضای کاری جهت ثابت⁶ یا فضای کاری انتقالی⁷ [3,2]، فضای کاری مکان ثابت⁸ یا فضای کاری دورانی⁹ [4]، فضای کاری بیشینه¹⁰ یا فضای کاری قابل دسترس¹¹ [5,3] و فضای کاری ماهر¹² [5] اشاره کرد. روش‌های متفاوتی نیز برای محاسبه فضای کاری ربات‌های موازی ارائه شده است که در حالت کلی می‌توان آنها را به دو دسته روش‌های هندسی¹³ [6,3] و روش‌های گسسته‌سازی¹⁴ یا جستجوی نقاط¹⁵ [7] تقسیم کرد. روش هندسی مورد استفاده در بیشتر مقالات به این ترتیب است که با توجه به قيود هندسی موجود بر روی پایه‌های ربات موازی، فضای کاری راس آنها محاسبه شده و سپس با انتقال تمامی فضاهای کاری به یک نقطه مبنا و بدست آوردن اشتراک فضاهای کاری راس هر زنجیره، فضای کاری کل تعیین می‌گردد. این در حالی است که در روش‌های گسسته‌سازی، فضای کاری ربات موازی شبکه‌بندی شده و برای هر شبکه، قيود سینماتیکی حاکم بر ربات بررسی می‌گردد. هر شبکه‌ای که این قيود را برآورده کند، متعلق به فضای کاری ربات می‌باشد. این گونه از روش‌ها، زمان اجرای بالایی دارند و این زمان اجرا، با افزایش دقت از طریق افزایش تعداد شبکه‌ها، به شدت افزایش خواهد یافت. اغلب پژوهش‌های انجام شده در زمینه فضای کاری ربات‌های موازی، بر روی ربات‌های موازی سه درجه آزادی صفحه‌ای [3] و شش درجه آزادی گو-استوارت [8,2]، و در مواردی محدود، بر روی ربات‌های موازی با درجات آزادی محدود، نظیر ربات موازی چهار درجه آزادی نامتقارن 2-PUU+2-PUUR [9] و پنج درجه آزادی متقارن 5-PRUR [10] صورت گرفته است.

اکثر روش‌ها و الگوریتم‌های ارائه شده در زمینه فضای کاری، بدون در نظر گرفتن عواملی است که می‌توانند فضای حرکتی مکانیزم‌های موازی را محدود نمایند. این در حالی است که تکینگی‌ها در داخل فضای کاری، محدودیت حرکتی مفاصل فعال و غیرفعال و همچنین تداخل و برخورد اعضای ربات با یکدیگر یا با موانع، از جمله عواملی هستند که بخش‌های قابل توجهی از فضای کاری ربات موازی را غیر قابل استفاده می‌کنند. الگوریتم‌های زیادی در

زمینه شناسایی مناطق عاری از تکینگی در داخل فضای کاری ربات‌های موازی ارائه شده است که بیشتر آنها مبتنی بر استفاده از خصوصیات ماتریس ژاکوبین می‌باشند. بر این اساس، انواع تکینگی در زنجیره‌های سینماتیکی حلقه بسته، به سه گروه تکینگی نوع اول، نوع دوم و نوع سوم تقسیم می‌گردد [11]. بر پایه این استدلال، زارع و همکارانش [12]، یک ربات موازی سه درجه آزادی انتقالی ارائه و فضای کاری بدون نقاط تکین نوع اول آن را بدست آوردند. زمانی فکری و همکارانش [13]، بهینه‌سازی پارامترهای طراحی یک ربات موازی چهار درجه آزادی را بر اساس فضای کاری عاری از تکینگی سینماتیکی نوع دوم آن انجام دادند. علاوه بر روش‌های ارائه شده بر اساس ماتریس ژاکوبین، الگوریتم‌های دیگری نیز برای بررسی حالت‌های تکین در مکانیزم‌های موازی پیشنهاد شده است که از مهمترین آنها می‌توان به استفاده از هندسه گرسمن¹⁶ [14]، تئوری پیچه¹⁷ [15] و آنالیز بازه‌ای¹⁸ [16] اشاره نمود. محدودیت حرکتی در مفاصل فعال و غیر فعال ربات موازی نیز به عنوان یکی دیگر از عواملی شناخته می‌شود که فضای کاری آن را محدود می‌کند. به عنوان نمونه، مفاصلی نظیر مفاصل لولایی¹⁹، یونیورسال²⁰ و کرووی²¹، به دلیل وجود قيود مکانیکی، نمی‌توانند به میزان 360 درجه حول محورهای خود دوران داشته باشند. همچنین مفاصل کشویی در مکانیزم‌های موازی و یا حتی طول کابل‌ها در ربات‌های موازی کابلی نیز دارای محدودیت حرکت خطی می‌باشند. در این زمینه، فعالیت‌های پژوهشی کمی صورت گرفته است که بیشتر آنها نیز بر پایه استفاده از آنالیز بازه‌ای [17] می‌باشند.

همان‌طور که پیش از این نیز اشاره شد، فضای کاری ربات موازی نسبت به سایر ربات‌ها محدودتر است. یکی دیگر از عواملی که سبب می‌شود قسمت قابل توجهی از این فضای کاری غیر قابل استفاده باشد، برخورد مکانیکی لینک‌های ربات با یکدیگر، برخورد لینک‌ها با موانع و برخورد صفحه متحرک یا مجری نهایی با موانع است. تحقیقات کمی در این زمینه انجام شده است که بیشتر آنها در زمینه‌ی جلوگیری از برخورد با موانع بر روی ربات‌های سیار²² و یا مجری نهایی ربات‌های سری صورت گرفته است. برای اولین بار، خطیب [18]، روشی بهنگام²³ بر پایه مفهوم میدان پتانسیل مصنوعی²⁴، برای جلوگیری از برخورد ربات‌های سیار و ربات‌های سری با موانع ارائه کرد. این روش برای جلوگیری از برخورد لینک‌ها به یکدیگر در ربات‌های سری نیز مورد استفاده قرار گرفت و به صورت عملی بر روی ربات سری پوما 560 نیز اجرا گردید. ایده‌ی ارائه شده در آن مقاله، دریچه‌ای در روش‌های برنامه‌ریزی مسیر حرکت ربات‌ها گشود و تحولی عظیم در این زمینه ایجاد کرد. پس از ارائه این روش، الگوریتم‌ها و روش‌های بسیاری برگرفته از این مفهوم پیشنهاد گردید که در اکثر آنها، دو میدان پتانسیل جاذبه و دافعه مصنوعی، به ترتیب ناشی از هدف و موانع، موجب هدایت ربات به سمت هدف بدون برخورد با موانع می‌گردید. یکی از ایرادات روش میدان پتانسیل، قرار گرفتن در کمینه‌های محلی به خصوص در محیط‌های شلوغ می‌باشد. برای رفع این مشکل، کیم و خزلا [19]، از تابعی هارمونیک استفاده نمودند که نقاط مینیمم محلی را به صورت کامل از محیط‌های شناخته شده حذف می‌کرد. روش هیستوگرام میدان برداری²⁵ توسط برونستین و کورن [20] برای

1 Fixed platform

2 Moving platform

3 Kinematic chain

4 Workspace

5 Singular

6 Constant-orientation workspace

7 Translation workspace

8 Constant-point workspace

9 Orientation workspace

10 Maximal workspace

11 Reachable workspace

12 Dexterous workspace

13 Geometrical approach

14 Discretization method

15 Node search

16 Grassmann geometry

17 Screw theory

18 Discretization method

19 Revolute

20 Universal

21 Spherical

22 Mobile robots

23 Real-time

24 Artificial potential field

25 Vector field histogram

بر این اساس، ساختار مقاله به این صورت است که در بخش 2، الگوریتم جدیدی ارائه می‌شود که قادر است برخورد‌های مکانیکی ربات موازی صفحه‌ای را شناسایی نماید. در این بخش نسبت فضای کاری عملی (عاری از برخورد) به فضای کاری تئوری به عنوان یک شاخص معرفی می‌شود. در بخش 3 برخوردها در فضای کاری دو ربات صفحه‌ای موازی $3-RRR$ و $3-PRR$ بررسی می‌شود و نسبت فضای کاری عملی به تئوری، در جهت‌گیری‌های متفاوت برای صفحه‌ی متحرک به عنوان نمودار بررسی تغییرات ارائه می‌گردد. در بخش 4، به مقایسه، نتیجه‌گیری و معرفی پژوهش‌هایی که در آینده در این زمینه می‌توان انجام داد پرداخته می‌شود.

2- تشخیص برخورد مکانیکی ربات‌های موازی

این بخش به شرح روش شناسایی انواع برخوردها در فضای کاری، ارائه‌ی شبه کد برای معرفی ساختار کلی الگوریتم و معرفی یک نوع شاخص برای تعیین نسبت فضای کاری قابل استفاده‌ی نهایی به فضای کاری تئوری می‌پردازد.

2-1- تشخیص برخورد لینک‌ها

برخورد مکانیکی لینک‌های یک ربات موازی مشکلی است که معمولاً پس از طراحی، ساخت و به‌کارگیری ربات نمود بیشتری می‌یابد. برخورد مکانیکی در ربات‌های موازی بسته به ابعاد لینک‌ها، صفحه‌ی ثابت و صفحه‌ی متحرک، ممکن است در تعداد کمی از پیکربندی‌های ربات موازی یا در برخی موارد، در بیشتر از نیمی از پیکربندی‌های ممکن برای ربات موازی به وجود آید. با تقسیم‌بندی فضای کاری ربات به نقاط تشکیل‌دهنده‌ی آن (مش‌بندی) و قرار دادن صفحه‌ی متحرک ربات در تمام این نقاط و حل سینماتیک معکوس² برای تمام موقعیت‌های صفحه‌ی متحرک، می‌توان تمام پیکربندی‌های ممکن برای ربات موازی را به دست آورد [27]. در هنگامی که پیکربندی ربات مشخص است، اگر حداقل دو لینک ربات با یکدیگر برخورد داشته باشند، آن مختصات برای صفحه‌ی متحرک به عنوان مختصات ممنوعه در نظر گرفته می‌شود. با تکرار این الگوریتم برای تمام نقاط فضای کاری، مجموعه‌ای از مختصات به دست می‌آید که اگر صفحه متحرک در آن‌ها قرار گیرد، لینک‌های ربات با یکدیگر برخورد دارند. سپس می‌توان این مجموعه نقاط را از فضای کاری حذف کرد یا به عنوان مانع برای الگوریتم‌های مسیریابی در نظر گرفت [28].

2-2- تشخیص برخورد لینک‌ها به مانع

زمانی که یک مانع در فضای کاری ربات قرار گیرد، می‌تواند حرکت صفحه متحرک یا مجری نهایی را تحت تأثیر قرار دهد. در واقعیت وجود یک یا چند مانع در فضای کاری علاوه بر صفحه‌ی متحرک ممکن است حرکت لینک‌های ربات را نیز محدود کند. در چنین شرایطی اهمیت تشخیص برخورد لینک‌ها به مانع از برخورد مجری نهایی به مانع کمتر نمی‌باشد. مانع ممکن است شکل‌های هندسی متفاوتی داشته باشد که هر کدام می‌تواند داخل یک چندضلعی محاط شود. فضای کاری ربات مانند قسمت قبل به نقاط تشکیل‌دهنده تقسیم می‌شود. این نقاط مختصاتی هستند که مجری نهایی می‌تواند در آن‌ها قرار گیرد. با حل سینماتیک معکوس در تمام این نقاط، مقادیر متغیرهای مفصلی به دست می‌آید و با داشتن متغیرهای مفصلی، پیکربندی ربات حاصل می‌شود. موقعیت هر لینک ربات با یک خط در فضا مدل شده است و مانع نیز در یک چندضلعی محاط می‌شود. حال کافی است

اجتناب از برخورد بهنگام ربات‌های سیار با مانع در محیط ناشناخته ارائه گردید. این روش، از شبکه هیستوگرام دکارتی دو بعدی استفاده می‌کند که به صورت پیوسته توسط داده‌های حسگرها به‌روز می‌شود. فاکس و همکارانش [21]، روش پنجره دینامیکی¹ را برای جلوگیری از برخورد ربات متحرک با مانع معرفی کردند. علاوه بر روش‌های ذکر شده در بالا، روشی مبتنی بر شبکه عصبی بازگشتی نیز برای حل مسئله برخورد با مانع دینامیکی ربات‌های سری با در نظر گرفتن قیودی از قبیل محدودیت‌های فیزیکی مفاصل توسط ژانگ و وانگ [22] پیشنهاد گردید.

در سال‌های اخیر، پژوهش‌های محدودی نیز در زمینه‌ی برخورد سکوی متحرک ربات‌های موازی با مانع انجام شده است. لاهور و همکارانش [23]، برنامه‌ریزی مسیر حرکت ربات موازی کابلی بدون برخورد سکوی متحرک و کابل‌های ربات با مانع را ارائه و بر روی یک ربات موازی فضایی با چهار کابل پیاده‌سازی کردند. تاوو و آنه [24]، روشی بر پایه کاهش تداخل بین لینک‌ها و افزایش فضای کاری مکانیزم موازی پیشنهاد نمودند. این روش بر روی ربات موازی سه درجه آزادی کروی $3-RRR$ اجرا و مقادیر بهینه پارامترهای طراحی آن ربات به دست آورده شد. کاظمی و همکارانش [25]، با استفاده از تلفیق روش‌های میدان پتانسیل مجازی، منطق شرطی و روش‌های کمکی مانع مجازی پیرو، مانع مجازی متعامد و مانع مجازی محیطی، به مسیریابی ربات موازی صفحه‌ای $3-RRR$ با هدف جلوگیری از تداخل مکانیکی در فضای کاری آن پرداختند. روش مذکور، بدون در نظر گرفتن نقاط تکینگی ربات قابل اجرا می‌باشد که یکی از ایرادات این روش محسوب می‌گردد. فرزانه کلورزی و همکارانش [26]، نیز الگوریتمی بر پایه آنالیز بازه‌ای برای بدست آوردن فضای کاری عاری از مانع پیشنهاد و بر روی ربات‌های موازی سه درجه آزادی صفحه‌ای $3-RPR$ و شش درجه آزادی فضایی گو-استوارت ارائه کردند. این الگوریتم، قابلیت اجرا بر روی مکانیزم‌های موازی را دارد که مفاصل میانی زنجیره‌های سینماتیکی آنها، مفصل کشویی باشد.

با توجه به مطالب ارائه شده در این بخش و بر اساس آخرین تحقیقات انجام شده در زمینه ربات‌های موازی، بررسی فضای کاری با در نظر گرفتن تداخل مکانیکی لینک‌ها با یکدیگر و لینک‌ها و مجری نهایی با مانع، مسئله‌ای است که برخلاف اهمیت زیاد، کمتر مورد بررسی قرار گرفته است. زیرا در اکثر شبیه‌سازی‌ها، لینک‌ها به صورت پاره‌خط در نظر گرفته می‌شوند و برای راحتی مسئله از حجم و جرم آن‌ها نیز صرف نظر می‌گردد. اهمیت برخورد لینک‌ها هنگام پیاده‌سازی، ساخت و استفاده از ربات مشخص می‌شود و اگر اقدامی برای پیش‌گیری از تداخل مکانیکی اعضا انجام نگرفته باشد، برخورد صورت گرفته و خسارت‌هایی به ربات موازی وارد می‌شود. پژوهش‌های معدود انجام شده در این زمینه نیز بر روی ربات موازی صفحه‌ای $3-RPR$ پیاده‌سازی شده است. بر این اساس، در این تحقیق به ارائه روشی برای شناسایی فضای کاری انواع ربات‌های موازی صفحه‌ای با در نظر گرفتن تداخل مکانیکی در داخل فضای کاری آنها پرداخته می‌شود. هدف از ارائه این مقاله اصلاح فضای کاری ربات موازی صفحه‌ای است، به گونه‌ای که در آن فضا، هیچ‌گونه برخورد مکانیکی صورت نگیرد. این فضای کاری از طریق حذف قسمت‌هایی از فضای کاری که در آن‌ها حداقل یکی از برخوردهای مکانیکی رخ می‌دهد، به دست می‌آید. روش ارائه شده در این مقاله، بر روی دو ربات موازی صفحه‌ای $3-PRR$ و $3-RRR$ ، که نمونه‌هایی به مراتب پیچیده‌تر از ربات موازی صفحه‌ای $3-RPR$ است، اعمال و فضای کاری پیشین آنها اصلاح می‌گردد.

² Inverse kinematic

¹ Dynamic window approach

گردد. قسمت 5 از الگوریتم مذکور به حل سینماتیک معکوس ربات موازی اختصاص دارد. از سینماتیک معکوس برای به دست آوردن مقدار متغیرهای مفصلی با فرض معلوم بودن موقعیت و جهت‌گیری مجری نهایی استفاده می‌شود. حل سینماتیک معکوس در کنترل موقعیت ربات موازی حائز اهمیت است. در ربات‌های موازی حل سینماتیک معکوس نسبت به حل سینماتیک مستقیم ساده‌تر است و با استفاده از روابط هندسی لینک‌ها در هر زنجیره به دست می‌آید. در این مسئله، طول لینک‌ها، موقعیت و جهت‌گیری مجری نهایی و موقعیت مفاصل متصل به زمین مشخص است و هدف تعیین متغیرهای مفصلی می‌باشد.

در حل سینماتیک معکوس موقعیت سکوی متحرک و جهت‌گیری آن ورودی مسئله است، بنابراین مطابق شکل‌های 1 و 2 مختصات نقطه‌ای C_1 مشخص است. با داشتن ابعاد سکوی متحرک و جهت‌گیری آن مختصات نقاط C_2 و C_3 نیز به دست می‌آید. از طرفی موقعیت مفاصل ثابت A_1 ، A_2 و A_3 نیز مشخص است. موقعیت مفاصل B_1 ، B_2 و B_3 را می‌توان به ترتیب برحسب متغیرهای مجهول θ_1 ، θ_2 و θ_3 در ربات موازی 3-RRR، ρ_1 ، ρ_2 و ρ_3 در ربات موازی 3-PRR به دست آورد. سپس فاصله‌ی مفاصل B_2 ، B_1 و B_3 تا مفاصل ثابت یا مفاصل متصل به سکوی متحرک در نظر گرفته می‌شود. این فاصله در واقع همان طول لینک‌ها می‌باشد. بنابراین در هر زنجیره، یک معادله با یک مجهول (جهت‌گیری لینک اول) تشکیل می‌شود. با حل این معادله، زوایای مفاصل فعال حاصل می‌شوند.

با انجام مراحل بالا، روابط سینماتیک معکوس ربات‌های موازی 3-RRR، به صورت روابط (10) الی (12) حاصل می‌شود:

$$x_{B_i} = x_{A_i} + l_1 \cos \theta_i \quad (10)$$

$$y_{B_i} = y_{A_i} + l_1 \sin \theta_i \quad (11)$$

$$(x_{C_i} - x_{B_i})^2 + (y_{C_i} - y_{B_i})^2 - l_2^2 = 0 \quad (12)$$

این روابط برای ربات موازی 3-PRR نیز به صورت روابط (13) تا (15) نتیجه می‌شود:

$$x_{B_i} = x_{A_i} + \rho_i \cos\left(\frac{2(i-1)\pi}{3}\right) \quad (13)$$

$$y_{B_i} = y_{A_i} + \rho_i \sin\left(\frac{2(i-1)\pi}{3}\right) \quad (14)$$

$$(x_{C_i} - x_{B_i})^2 + (y_{C_i} - y_{B_i})^2 - l_2^2 = 0 \quad (15)$$

با حل مجزای معادلات (12) و (15) به ترتیب برحسب θ_i و ρ_i متغیرهای مفصلی فعال زنجیره‌های اول تا سوم برای هر یک از ربات‌های موازی حاصل می‌شود. در قسمت 6 از الگوریتم فوق، با توجه به معلوم بودن

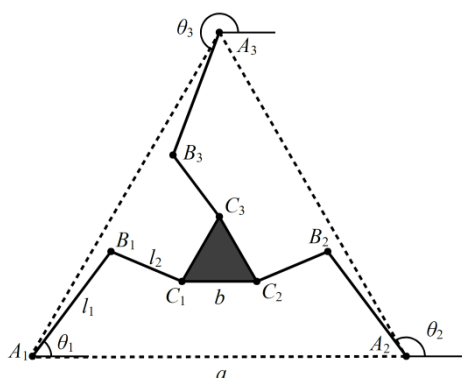


Fig. 1 Schematic representation of a 3-RRR planar parallel robot.

شکل 1 طرح شماتیک ربات موازی صفحه‌ای 3-RRR

برخورد این پاره‌خط‌ها بررسی شود. در صورت برخورد، مختصات مجری نهایی به عنوان مختصات ممنوعه در فضای کاری استخراج می‌گردد.

2-3- تشخیص برخورد صفحه متحرک به مانع

صفحه‌ی متحرک ربات موازی، صفحه‌ای است که مجری نهایی یا عملگر ربات روی آن قرار می‌گیرد. پیشگیری از برخورد مجری نهایی به مانع مسئله‌ای است که همواره مورد توجه پژوهشگران در این زمینه قرار گرفته است. یکی از روش‌های پیشگیری از برخورد به موانع ثابت، بدست آوردن پیکربندی‌های ممکن برای ربات در تمام فضای کاری و بررسی برخورد یا عدم برخورد صفحه‌ی متحرک با مانع است. در جدول 1 الگوریتم نحوه‌ی تشخیص برخورد مکانیکی در فضای کاری شرح داده شده است. در قسمت 1 از این الگوریتم، پارامترهای طراحی ربات مانند طول لینک‌ها، ابعاد صفحه‌ی ثابت، ابعاد صفحه‌ی متحرک و جهت‌گیری آن به عنوان ورودی توسط برنامه دریافت و در قسمت 2، فضای کاری عاری از تداخل مکانیکی، به عنوان خروجی برنامه تعیین می‌گردد. در قسمت 3، با توجه به جهت‌گیری و ابعاد صفحه‌ی متحرک و صفحه‌ی ثابت، موقعیت مفاصل اول و سوم در هر زنجیره سینماتیکی به دست می‌آیند. در قسمت 4، از طریق اشتراک فضای کاری زنجیره‌های سینماتیکی، فضای کاری ربات موازی حاصل می‌شود. برای این منظور لازم است قیود سینماتیکی در هر زنجیره از ربات موازی بررسی گردد. این قیود برای هر زنجیره سینماتیکی از ربات موازی 3-RRR به صورت رابطه‌ی (1) می‌باشد:

$$(l_1 - l_2)^2 \leq (x - x_{A_i})^2 + (y - y_{A_i})^2 \leq (l_1 + l_2)^2 \text{ for } i = 1, 2, 3 \quad (1)$$

همچنین، قیود سینماتیکی در ربات موازی 3-PRR نیز به صورت روابط

$$(2) \text{ الی (9) تعریف می‌گردد:}$$

$$(x - x_{A_i})^2 + (y - y_{A_i})^2 \leq l_i^2 \text{ for } i = 1, 2, 3 \quad (2)$$

$$\left(x - \left(x_{A_i} + \rho_{i,\max} \cos\left(\alpha + \frac{2(i-1)\pi}{3} \right) \right) \right)^2 + \left(y - \left(y_{A_i} + \rho_{i,\max} \sin\left(\alpha + \frac{2(i-1)\pi}{3} \right) \right) \right)^2 \leq l_2^2 \quad (3)$$

$$\text{for } i = 1, 2, 3$$

$$0 < x - x_{A_1} < \rho_{1,\max} \quad (4)$$

$$-l_1 < y - y_{A_1} < l_1 \quad (5)$$

$$0 < (x - x_{A_2}) \cos \frac{2\pi}{3} + (y - y_{A_2}) \sin \frac{2\pi}{3} < \rho_{2,\max} \quad (6)$$

$$-l_2 < (y - y_{A_2}) \cos \frac{2\pi}{3} - (x - x_{A_2}) \sin \frac{2\pi}{3} < l_2 \quad (7)$$

$$0 < (x - x_{A_3}) \cos \frac{4\pi}{3} + (y - y_{A_3}) \sin \frac{4\pi}{3} < \rho_{3,\max} \quad (8)$$

$$-l_3 < (y - y_{A_3}) \cos \frac{4\pi}{3} - (x - x_{A_3}) \sin \frac{4\pi}{3} < l_3 \quad (9)$$

که در روابط فوق، x و y موقعیت سکوی متحرک، x_{A_i} و y_{A_i} موقعیت اولین مفصل متصل به پایه ثابت از زنجیره‌ی i ام، l_1 و l_2 طول اولین و دومین رابط در زنجیره سینماتیکی ربات موازی و ρ_i طول مفصل کشویی در ربات موازی 3-PRR می‌باشد. با بررسی قیود برای زنجیره‌های سینماتیکی هر ربات موازی، فضای کاری راس هر زنجیره به دست می‌آید. برای به دست آوردن فضای کاری کلی ربات موازی، کافی است که فضاهای کاری به دست آمده برای هر زنجیره سینماتیکی، به یک نقطه منتقل و اشتراک فضای کاری آنها به دست آورده شود. قسمت 5 با یک حلقه‌ی for آغاز می‌شود تا محاسبات این قسمت و قسمت‌های 6 و 7، برای تمام نقاط فضای کاری تکرار

$$B_k = (l_1 \cos \theta_k, l_1 \sin \theta_k) \text{ for } 3 - \underline{\text{RRR}}, \quad k = 1, 2, 3 \quad (19)$$

$$B_k = (d_k \cos \frac{2(i-1)\pi}{3}, d_k \sin \frac{2(i-1)\pi}{3}) \text{ for } 3 - \underline{\text{PRR}}, \quad k = 1, 2, 3 \quad (20)$$

در قسمت 7 از الگوریتم، برخورد لینک‌ها با یکدیگر بررسی می‌گردد. عملکرد این تابع به این صورت است که هر لینک از ربات موازی صفحه‌ای به صورت یک پاره‌خط در فضای دوبعدی در نظر گرفته می‌شود. سپس، مختصات رئوس در دو چندضلعی و یا در دو مجموعه خطوط دریافت گردیده و پس از تحلیل توسط این قسمت از الگوریتم، یک آرایه‌ی دو ستونه، شامل مختصات نقاط برخورد ارائه می‌شود. به عبارت دیگر، برخورد میان پاره‌خطی که رأسی به مختصات $(x_1(i), y_1(i))$ را به رأسی با مختصات $(x_1(i+1), y_1(i+1))$ وصل می‌کند و پاره‌خطی که رأسی با مختصات $(x_2(j), y_2(j))$ را به رأسی با مختصات $(x_2(j+1), y_2(j+1))$ متصل می‌کند، اتفاق می‌افتد و مختصات نقطه‌ی برخورد در $(x_i(k), y_i(k))$ ذخیره می‌شود. مختصات مجری نهایی نیز در یک ماتریس ذخیره و این عمل برای آن نیز تکرار می‌شود. به این ترتیب تمام نقاطی که در آن‌ها برخورد صورت می‌گیرد، به دست می‌آید. برای تشخیص برخورد لینک‌ها به مانع و یا صفحه‌ی متحرک به مانع نیز الگوریتم کلی فوق استفاده می‌شود. در صورتی که مانع یا صفحه‌ی متحرک دایره باشند، می‌توان به راحتی آن‌ها را در یک چندضلعی محاط نمود.

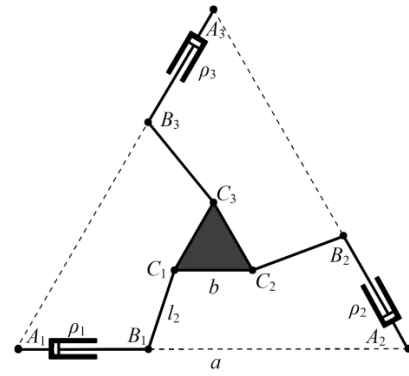


Fig. 2 Schematic representation of a 3-PRR planar parallel robot.

شکل 2 طرح شماتیک ربات موازی صفحه‌ای 3-PRR.

متغیرهای مفصلی، طول لینک‌ها و سایر پارامترهای طراحی ربات موازی، موقعیت مفاصل هر یک از ربات‌های موازی 3-RRR و 3-PRR (پیکربندی ربات) به دست می‌آید:

$$C_1 = (x, y) \quad (16)$$

$$C_2 = (x + b \cos \theta, y + b \sin \theta) \quad (17)$$

$$C_3 = (x + \frac{b}{2} \cos \theta - \frac{\sqrt{3}b}{2} \sin \theta, y + \frac{b}{2} \sin \theta + \frac{\sqrt{3}b}{2} \cos \theta) \quad (18)$$

همچنین، موقعیت مفاصل غیر فعال B_k به ازای هر یک از ربات‌های موازی 3-RRR و 3-PRR به شکل زیر محاسبه می‌شود.

جدول 1 الگوریتم تشخیص برخورد.

Table1 Collision detection algorithm.

1:	Input: $l_1, l_2, \rho, b, a, \theta$.
2:	Output: modified workspace.
3:	Vertices of the base triangle: A_1, A_2, A_3 second joints in each kinematics chain: B_1, B_2, B_3 vertices of the moving plate triangle: C_1, C_2, C_3
4:	$i = 0$; For whole of possible space For 3 kinematic chains Check kinematic constraints by using Eq.(1)-(9) If the conditions holds. $i = i + 1$; $X(i)$: x component of the workspace's point; $Y(i)$: y component of the workspace's point; End End End
5:	For $j = 1; i$; Solve IK for $X(j), Y(j)$ Eqs.(10)-(12) Results are: $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ for 3-RRR and ρ_1, ρ_2, ρ_3 for 3-PRR
6:	Obtain $B_1, B_2, B_3, C_1, C_2, C_3$ by using Eqs.(13)-(17)
7:	lines collision detection by using 'polyxpoly' command. $[xi,yi] = \text{polyxpoly}(x1,y1,x2,y2)$ returns the intersection points of two polylines in a planar, Cartesian system. If there is a collision save X, Y in a new matrix, $\text{Blockx}(j) = X(j)$; $\text{Blocky}(j) = Y(j)$; End End
8:	$\text{Blockx}, \text{Blocky}$ are forbidden workspace coordinates matrix. Amendment prohibited space in the main workspace is a collision-free workspace.

4-2- نسبت فضای کاری عاری از برخورد به فضای کاری تئوری

پس از به دست آوردن فضای کاری قابل استفاده ربات موازی در هر پیکربندی، برای مقایسه میزان تغییرات فضای کاری با تغییر جهت‌گیری مجری نهایی، شناسایی تأثیرگذارترین عامل در طراحی و در نهایت بهبود فضای کاری ربات‌های موازی، شاخص فضای کاری عاری از برخورد 'CFW'¹ تعریف و با η نمایش داده می‌شود. در واقع این شاخص نسبت فضای کاری عاری از برخورد ربات موازی را به فضای کاری تئوری نشان می‌دهد:

$$\eta = \frac{W_p}{W_t} \approx \frac{nW_p}{nW_t} \quad (21)$$

که در رابطه فوق، W_p فضای کاری عملی و W_t فضای کاری تئوری است و n تعداد نقاط در فضای کاری گسسته ربات موازی است؛ بنابراین عدد η ، عددی بین صفر و یک می‌باشد.

3- نمونه‌های مطالعاتی

در این بخش، به بررسی عملکرد الگوریتم فوق، با انجام چند مثال بر روی ربات‌های موازی 3-RRR و 3-PRR و به دست آوردن فضای کاری عاری از برخورد آنها به ازای زوایای مختلف پرداخته می‌شود. لازم به ذکر است که الگوریتم شناسایی برخورد ارائه شده در این مقاله، قابلیت تعمیم به تمام ربات‌های موازی صفحه‌ای را دارا می‌باشد.

1-3- ربات موازی 3-RRR

بررسی انواع برخوردها در فضای کاری یک ربات 3-RRR با پارامترهای طراحی ارائه شده در جدول 2 در دو جهت‌گیری برای مجری نهایی در شکل 3 و 4 ارائه شده است. در این شکل‌ها نواحی برخورد تفکیک شده و با سه رنگ در طیف خاکستری نشان داده شده است. همچنین، یک مانع نیز در فضای کاری ربات موازی قرار داده شده است و برخورد لینک با مانع و مجری

¹ Collision Free Workspace

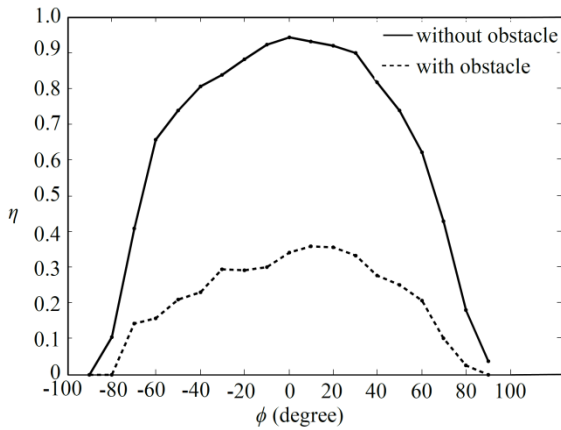


Fig. 5 The ratio of the practical workspace to the theoretical workspace ' η ' for different orientations of the 3-RRR parallel robot.
 شکل 5 نسبت فضای کاری عملی به فضای کاری تئوری ' η ' برای جهت‌گیری‌های مختلف ربات موازی 3-RRR.

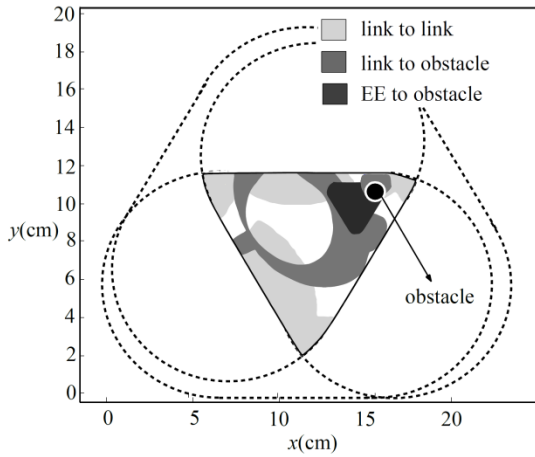


Fig. 6 Collision-free workspace of the 3-PRR parallel robot for $\theta=0^\circ$.
 شکل 6 فضای کاری عاری از تداخل مکانیکی ربات موازی 3-PRR برای جهت‌گیری $\theta=0^\circ$.

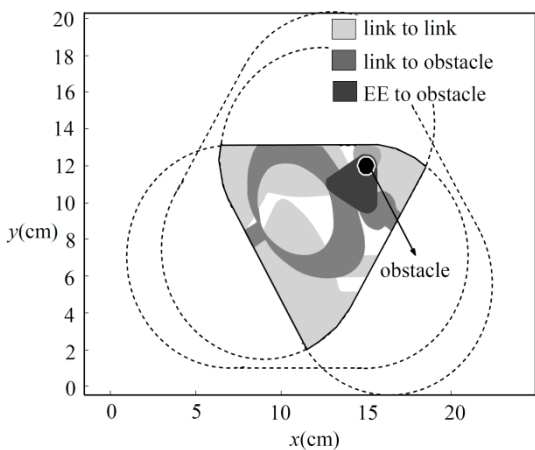


Fig. 7 Collision-free workspace of the 3-PRR parallel robot for $\theta=30^\circ$.
 شکل 7 فضای کاری عاری از تداخل مکانیکی ربات موازی 3-PRR برای جهت‌گیری $\theta=30^\circ$.

کاری تئوری در شکل 8 ارائه شده است.

همان‌طور که ملاحظه می‌شود، در نمودار شکل‌های 5 و 8، نسبت فضای

جدول 2 پارامترهای طراحی ربات موازی صفحه‌ای 3-RRR.

Table 2 design parameters for the 3-RRR planar parallel robot.

a	b	l_1	l_2
12	3	5	5

نهایی با مانع نیز بررسی گردیده است.

شاخص اندازه‌گیری نسبت فضای کاری عملی به فضای کاری تئوری معرفی شده در رابطه‌ی (21)، برای تعدادی از جهت‌گیری‌های مجری نهایی در نمودار شکل 5 آورده شده است. در این بخش، نیز دو حالت، یک بار شاخص نسبت فضای کاری عملی به تئوری در حضور مانع و یک بار بدون مانع، مورد بررسی قرار می‌گیرد.

2-3- ربات موازی 3-PRR

برخوردها در فضای کاری ربات موازی 3-PRR نیز، بر اساس پارامترهای طراحی جدول 3، به صورت تفکیک شده برای دو جهت‌گیری مجری نهایی در شکل‌های 6 و 7 و شاخص اندازه‌گیری نسبت فضای کاری عملی به فضای

جدول 3 پارامترهای طراحی ربات موازی صفحه‌ای 3-PRR.

Table 3 The design parameters for the 3-PRR planar parallel robot.

a	b	ρ_{max}	l_2
12	2	8	6

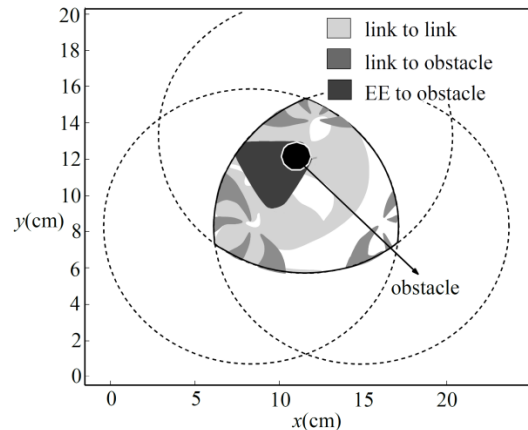


Fig. 3 Collision-free workspace of the 3-RRR parallel robot for $\theta=0^\circ$.
 شکل 3 فضای کاری عاری از تداخل مکانیکی ربات موازی 3-RRR برای جهت‌گیری $\theta=0^\circ$.

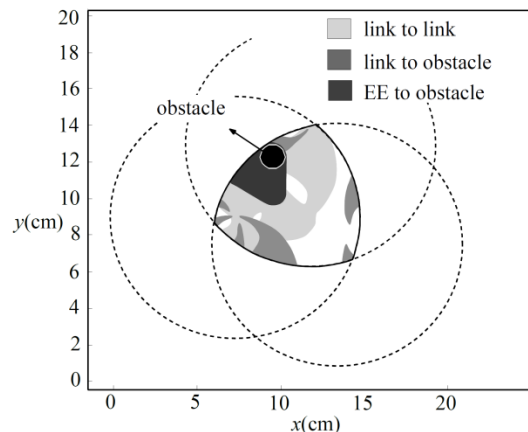


Fig. 4 Collision-free workspace of the 3-RRR parallel robot for $\theta=30^\circ$.
 شکل 4 فضای کاری عاری از تداخل مکانیکی ربات موازی 3-RRR برای جهت‌گیری $\theta=30^\circ$.

ربات موازی 3-RRR محدودتر از ربات موازی 3-PRR است. این تفاوت می‌تواند به علت تفاوت در تعداد اعضای متحرک ربات‌ها باشد. در ربات موازی 3-RRR دو لینک دوران می‌کنند، در حالی که در ربات موازی 3-PRR یکی از لینک‌ها جای خود را به یک مفصل کشویی که دوران ندارد، می‌دهد.

4- نتیجه گیری

در این مقاله به بررسی تداخل مکانیکی ربات‌های موازی صفحه‌ای، شامل تداخل لینک‌ها با یکدیگر، برخورد لینک‌ها به موانع و برخورد صفحه متحرک به موانع پرداخته شد. برای این منظور از یک روش هندسی جدید برای تشخیص برخوردها در فضای کاری استفاده گردید. به این صورت که پس از بدست آوردن پیکربندی ربات در تمام نقاط فضای کاری، برخورد دو به دو لینک‌ها با یکدیگر و با موانع که به ترتیب با پاره خط و چند ضلعی مدل شده‌اند، بررسی شد. همچنین، برای بررسی تاثیر تداخل مکانیکی بر روی فضای کاری، شاخصی بر اساس نسبت فضای کاری بدون برخورد به فضای کاری تئوری، η ، معرفی گردید. این شاخص می‌تواند در یافتن بهترین طراحی، مناسب‌ترین جهت‌گیری سکوی متحرک و بهترین پیکربندی برای داشتن بیشترین فضای کاری مورد استفاده قرار گیرد. در نهایت، فضای کاری عاری از برخورد برای یک جهت‌گیری خاص و نسبت فضای کاری عملی به فضای کاری تئوری در جهت‌گیری‌های مختلف مجری نهایی به دست آمد. نتایج پیاده‌سازی این الگوریتم بر روی دو ربات موازی صفحه‌ای 3-RRR و 3-PRR نشان می‌دهند که در شرایطی که سکوی متحرک دارای جهت‌گیری صفر درجه است، نسبت فضای کاری عملی به فضای کاری تئوری دارای مقدار حداکثر خود می‌باشد. بر همین اساس، با افزایش زاویه سکوی متحرک در دو جهت ساعتگرد و پادساعتگرد، تداخل مکانیکی بین لینک‌های زنجیره‌های سینماتیکی ربات موازی افزایش و مقدار شاخص η کاهش می‌یابد. نتایج حاصل از اعمال الگوریتم فوق بر روی پیکربندی‌های دو ربات موازی مذکور و مقایسه‌ی مقدار شاخص η نیز آشکار می‌سازد که فضای کاری عاری از تداخل مکانیکی ربات موازی 3-RRR محدودتر از ربات موازی 3-PRR است که می‌تواند ناشی از تفاوت در تعداد لینک‌های متحرک زنجیره‌های سینماتیکی آنها باشد. تعمیم الگوریتم ارائه شده به ربات‌های فضایی و کابلی، در نظر گرفتن فضای برخورد به عنوان مانع و بهینه‌سازی پارامترها با استفاده از شاخص معرفی شده در این مقاله، از جمله پژوهش‌هایی است که در آینده می‌توان در این زمینه به آنها پرداخت.

جدول 4 شاخص η برای پیکربندی‌های متفاوت ربات‌های موازی صفحه‌ای 3-RRR و 3-PRR

Table 4 The index η for different working modes of the 3-RRR & 3-PRR planar parallel robots.

η (3-PRR)	η (3-RRR)	حالت	شکل
0.75	0.78	- - -	a
0.93	0.75	- - +	b
0.75	0.65	- + -	c
0.93	0.61	- + +	d
0.85	0.90	+ - -	e
1.00	0.88	+ - +	f
0.85	0.83	+ + -	g
1.00	0.80	+ + +	h

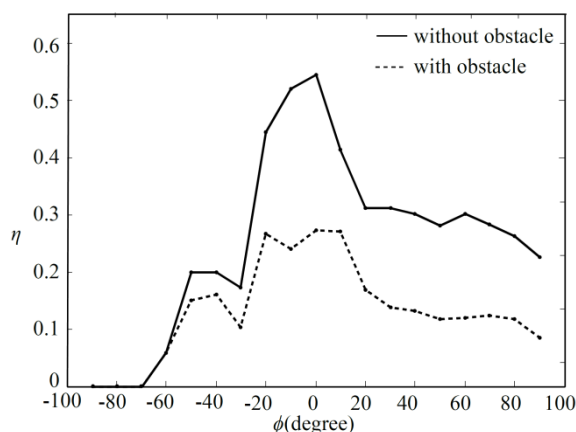


Fig. 8 The ratio of the practical workspace to the theoretical workspace ' η ' for different orientations of the 3-PRR parallel robot.

شکل 8 نسبت فضای کاری عملی به فضای کاری تئوری ' η ' برای جهت‌گیری‌های مختلف ربات موازی 3-PRR .

کاری عملی به فضای کاری تئوری زمانی که جهت‌گیری صفحه متحرک صفر درجه است، در بیشترین مقدار خود می‌باشد. در نتیجه هر چه زاویه صفحه متحرک در دو جهت ساعتگرد و پادساعتگرد بیشتر شود، تداخل لینک‌ها افزایش یافته و فضای کاری قابل استفاده برای ربات موازی کاهش می‌یابد. به صورت شهودی در شکل‌های 6 و 7 نیز کاملاً مشخص است که 30 درجه تغییر جهت‌گیری مجری نهایی، سبب افزایش برخورد لینک‌ها می‌شود.

3-3- بررسی فضای کاری در پیکربندی‌های متفاوت برای دو ربات موازی 3-RRR و 3-PRR

همان‌طور که پیش از این اشاره شد، استفاده از این روش علاوه بر یافتن بهترین جهت‌گیری برای مجری نهایی می‌تواند در انتخاب بهترین پیکربندی برای ربات نیز مفید باشد. پس از حل مسئله سینماتیک معکوس در هر نقطه از فضای کاری برای متغیرهای مفصلی فعال، دو مقدار مجزا بدست می‌آید که هر کدام نشان دهنده‌ی یک پیکربندی برای زنجیره‌ی سینماتیکی مربوط به آن مفصل است. از آنجایی که این ربات‌ها سه زنجیره‌ی سینماتیکی دارند، در مجموع هشت پیکربندی برای ربات وجود دارد. در شکل‌های 9 و 10، فضای برخورد لینک‌ها با یکدیگر در هشت پیکربندی ربات‌های موازی صفحه‌ای 3-RRR و 3-PRR نشان داده می‌شود. برای مقایسه‌ی بهتر و انتخاب بهترین پیکربندی (پیکربندی که در آن نسبت فضای کاری عملی به فضای کاری تئوری بیشتر باشد) جدول شماره 4 ارائه شده است. اگر مقادیر متغیرهای مفصلی در هر لحظه با علامت - و + نشان داده شوند، ستون دوم در جدول 4 نشان می‌دهد که در هر زنجیره، کدام متغیر مفصلی انتخاب شده است.

همان‌طور که از مجموعه شکل‌های 9 و 10 مشخص است، در پیکربندی‌های متفاوت برای ربات موازی، بسته به این که کدام جواب سینماتیک معکوس به عنوان متغیر مفصلی در نظر گرفته شود، فضای کاری عملی و برخوردها متفاوت هستند. در نهایت می‌توان با توجه به محدوده‌ی مورد نیاز برای حرکت مجری نهایی، پیکربندی مناسب انتخاب گردد. مقایسه‌ی شکل‌های 9 و 10 نشان می‌دهد که فضای کاری عاری از برخورد

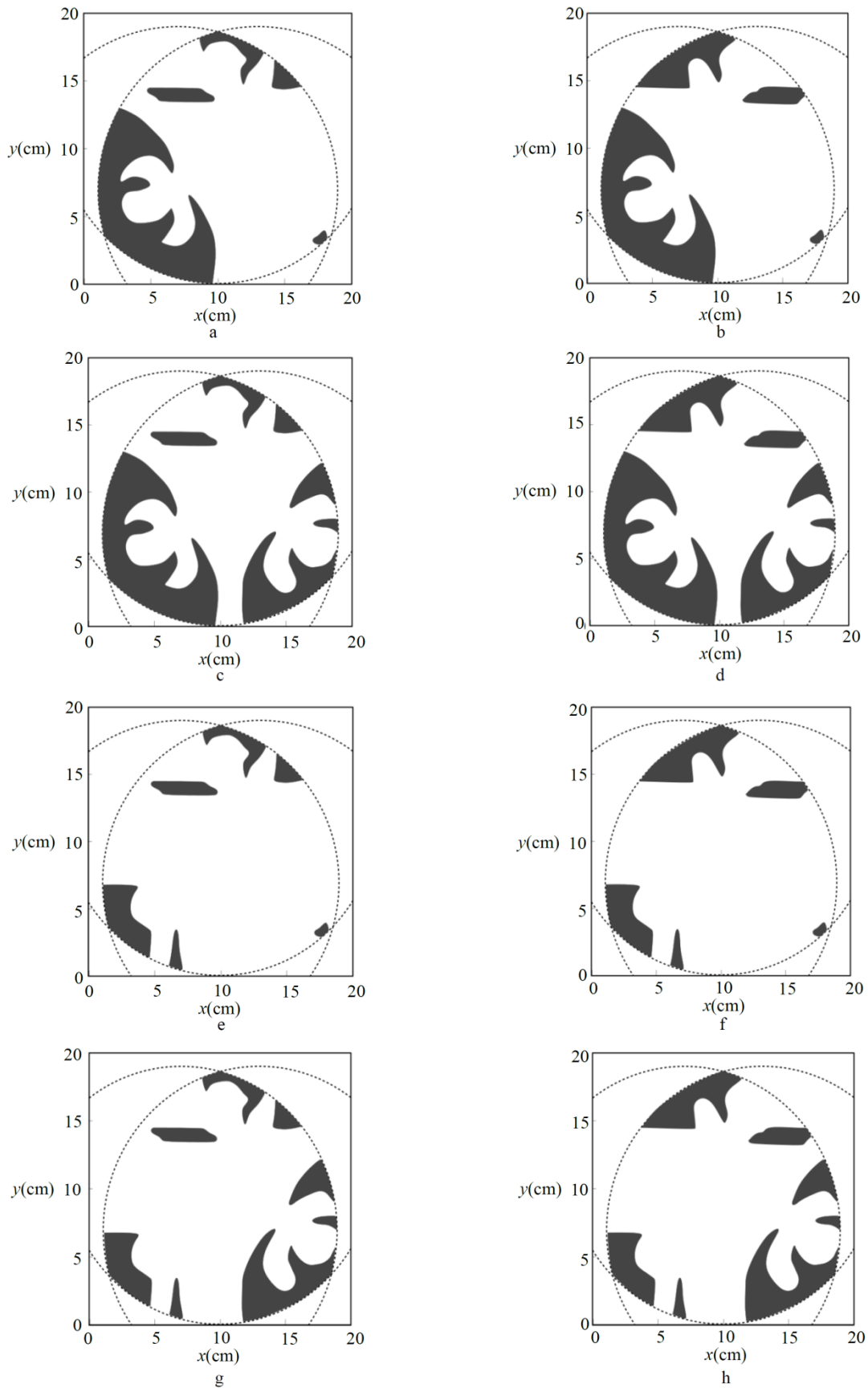


Fig. 9 Collision-free workspace for different configuration of the 3-RRR planar parallel robot.

شکل 9 فضای کاری عاری از برخورد به ازای اهرم‌بندی‌های مختلف برای ربات موازی صفحه‌ای 3-RRR.

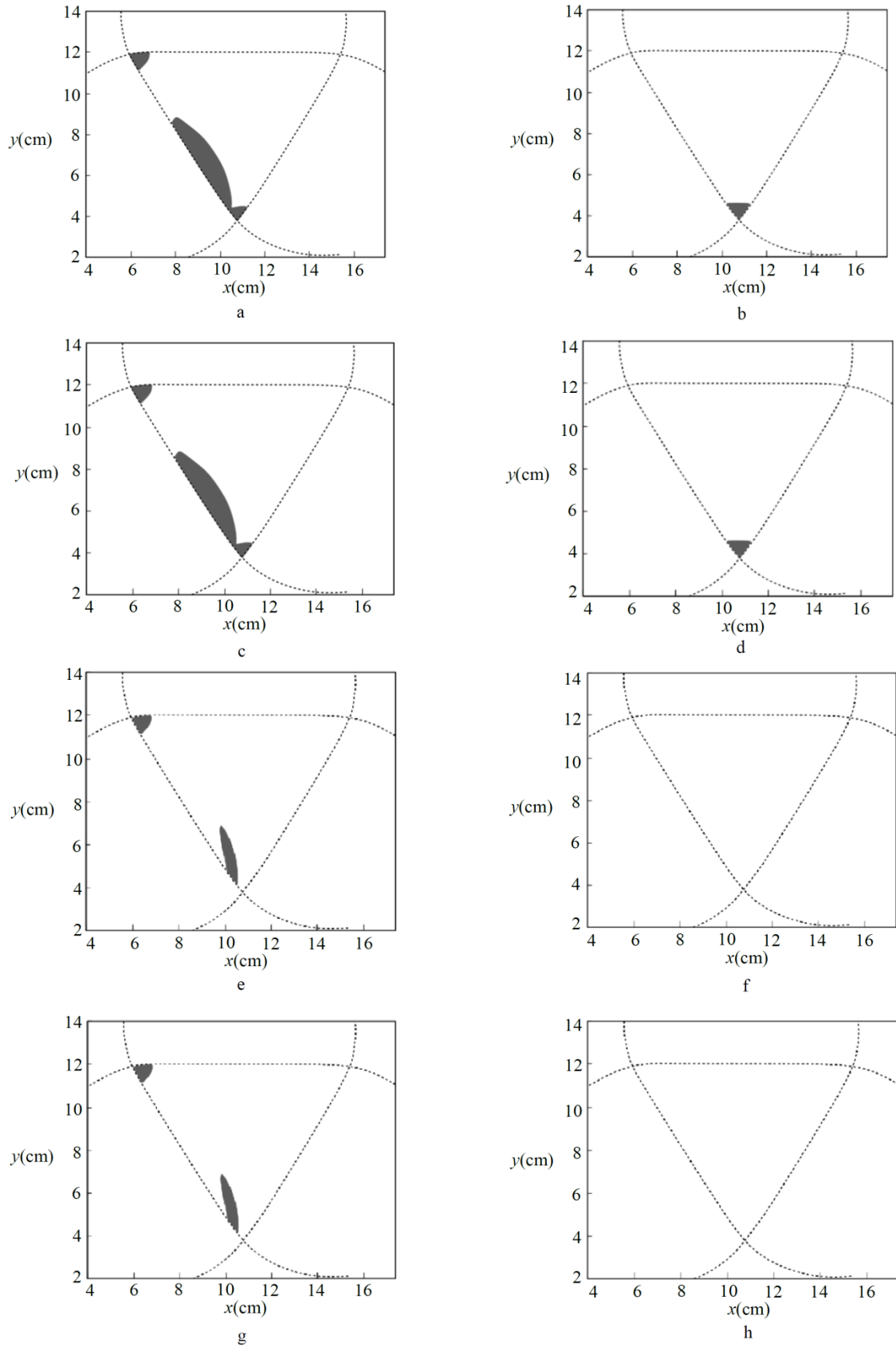


Fig. 10 Collision-free workspace in different configuration of the 3-PRR planar parallel robot.

شکل 10 فضای کاری عاری از برخورد به ازای اهرم‌بندی‌های مختلف برای ربات موازی صفحه‌ای 3-PRR

[1] J. P. Merlet, *Parallel robots*, Second Edition, pp.13-14, Sophia Antipolis: Springer Science & Business Media, 2006.

- [16] M. H. FarzanehKaloorazi, M. Tale Masouleh, S. Caro, Determining the maximal singularity-free circle or sphere of parallel mechanisms using interval analysis, *Robotica*, Vol. 34, No. 01, pp. 135-149, 2016.
- [17] M. Gouttefarde, D. Daney, J.-P. Merlet, Interval-analysis-based determination of the wrench-feasible workspace of parallel cable-driven robots, *IEEE Transactions on Robotics*, Vol. 27, No. 1, pp. 1-13, 2011.
- [18] O. Khatib, Real-time obstacle avoidance for manipulators and mobile robots, *The International Journal of Robotics Research*, Vol. 5, No. 1, pp. 90-98, 1986.
- [19] J.-O. Kim, P. K. Khosla, Real-time obstacle avoidance using harmonic potential functions, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol. 8, No. 3, pp. 338-349, 1992.
- [20] J. Borenstein, Y. Koren, The vector field histogram-fast obstacle avoidance for mobile robots, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol. 7, No. 3, pp. 278-288, 1991.
- [21] D. F. W. B. S. Thrun, D. Fox, W. Burgard, The dynamic window approach to collision avoidance, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol. 4, No. 1, pp. 23-33, 1997.
- [22] Y. Zhang, J. Wang, Obstacle avoidance for kinematically redundant manipulators using a dual neural network, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics)*, Vol. 34, No. 1, pp. 752-759, 2004.
- [23] S. Lahouar, E. Ottaviano, S. Zeghouel, L. Romdhane, M. Ceccarelli, Collision free path-planning for cable-driven parallel robots, *Robotics and Autonomous Systems*, Vol. 57, No. 11, pp. 1083-1093, 2009.
- [24] Z. Tao, Q. An, Interference analysis and workspace optimization of 3-RRR spherical parallel mechanism, *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 69, No. 1, pp. 62-72, 2013.
- [25] H. Kazemi, M. Tale Masouleh, P. Nozari Porshohuhi, R. Sabbagh Novin, Path planning of 3-RRR planar parallel robot by avoiding mechanical interferences via artificial potential field, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 12, pp. 317-325, 2015. (in Persian فارسی)
- [26] M. H. FarzanehKaloorazi, M. Tale Masouleh, S. Caro, Collision-free workspace of parallel mechanisms based on an interval analysis approach, *Robotica*, pp. 1-14, 2016.
- [27] D. Naderi, M. Tale Masouleh, P. Varshovi-Jaghargh, Gröbner basis and resultant method for the forward displacement of 3-DoF planar parallel manipulators in seven-dimensional kinematic space, *Robotica*, pp. 1-19, 2015.
- [28] B. Danaei, N. Karbasizadeh, M. Tale Masouleh, A general approach on collision-free workspace determination via triangle-to-triangle intersection test, *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, Vol. 44, No. 1, pp. 230-241, 2017.
- [2] C. Gosselin, Determination of the workspace of 6-DOF parallel manipulators, *Journal of Mechanical Design*, Vol. 112, No. 3, pp. 331-336, 1990.
- [3] J. P. Merlet, C. M. Gosselin, N. Mouly, Workspaces of planar parallel manipulators, *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 33, No. 1, pp. 7-20, 1998.
- [4] J.-P. Merlet, Determination of the orientation workspace of parallel manipulators, *Journal of intelligent and robotic systems*, Vol. 13, No. 2, pp. 143-160, 1995.
- [5] L. C. T. Wang, J. H. Hsieh, Extreme reaches and reachable workspace analysis of general parallel robotic manipulators, *Journal of Robotic Systems*, Vol. 15, No. 3, pp. 145-159, 1998.
- [6] D. Kim, W. K. Chung, Y. Youm, Geometrical approach for the workspace of 6-dof parallel manipulators, *Proceeding of The IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Albuquerque, pp. 2986-2991, 1997.
- [7] J.-P. Merlet, *Les robots parallèles*, pp. 367-369, Paris: Hermes, 1997.
- [8] I. A. Bonev, J. Ryu, A new approach to orientation workspace analysis of 6-DOF parallel manipulators, *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 36, No. 1, pp. 15-28, 2001.
- [9] N. Jaafarzadeh, M. Mahboubkhah, Design and analysis of workspace and singularity of a 4 degree of freedom parallel robot, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 8, pp. 28-36, 2014. (in Persian فارسی)
- [10] M. H. Saadatzi, M. Tale Masouleh, H. D. Taghirad, Workspace analysis of 5-PRUR parallel mechanisms (3T2R), *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, Vol. 28, No. 3, pp. 437-448, 2012.
- [11] C. Gosselin, J. Angeles, Singularity analysis of closed-loop kinematic chains, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol. 6, No. 3, pp. 281-290, 1990.
- [12] M. Mazare, M. Taghizadeh, M. R. Najafi, Design, Manufacturing, Kinematic analysis of a kind of a 3-DOF translational parallel manipulator, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 7, pp. 327-334, 2016. (in Persian فارسی)
- [13] M. Zamani Fekri, M. Zarei, M. Tale Masouleh, M. Yazdani, Optimal design and fabrication of a 4-DOF quattrotaar parallel robot with singularity-free workspace by ABC and PSO algorithms, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 6, pp. 149-158, 2016. (in Persian فارسی)
- [14] J.-P. Merlet, Singular configurations of parallel manipulators and Grassmann geometry, *The International Journal of Robotics Research*, Vol. 8, No. 5, pp. 45-56, 1989.
- [15] D. Zlatanov, I. A. Bonev, C. M. Gosselin, Constraint singularities of parallel mechanisms, *Proceeding of The IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Washington, pp. 496-502, 2002.