ماهنامه علمى پژوهشى

مهندسی مکانیک مدرس





شبیهسازی عددی بیواسطهٔ سناریوهای گذرش کنترلشده روی صفحه تخت

4 وحيد اصفهانيان $^{1^*}$ ، على اكبر دهقان 2 ، مسيح خوشاب 8 ، حسين چيذرى

1- استاد، مهندسی مکانیک، پژوهشکده خودرو، سوخت و محیط زیست، دانشگاه تهران، تهران

2- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد، یزد

3- دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد، یزد

4- دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه علوم مالزی، مالزی

* تهران، صندوق پستی evahid@ut.ac.ir ،1439957131

چکیدہ	اطلاعات مقاله
در جریان آرام کنترل رخداد گذرش بسیار پراهمیت است زیرا تعیین صحیح نیروهای آیرودینامیکی و میزان انتقال حرارت بشدت	مقاله پژوهشی کامل
تحت تأثیر تشخیص درست و کنترل این رخداد است. گذرش بهطور شدیدی تابع زمان و مکان است و بهطور سریع مقیاسهای	دریافت: 16 مهر 1393
مختلف میکروسکپی و ماکروسکپی به یکدیگر تبدیل میشوند. عدم قطعیت مدلهای آشفتگی در تعیین مکان رخداد گذرش جریان	پذیرش: 20 آذر 1393
موجب طراحی نادرست با دست کم افزایش هزینه طراحی و ساخت خواهد شد. با توجه به رشد روزافزون توان محاسباتی رایانهها و	ارائه در سایت: 25 بهمن 1393
محینین کارآمدی بیشتر روش های عددی در دینامیک سیالات محاسباتی، روش شبیهسازی عددی بیواسطه، DNS، کاربرد	کلید <i>وازگان:</i>
بیشتری حتی در صنعت پیدا کرده است. در تحقیق حاضر، زیربنای کد محاسباتی شبیهسازی عددی بیواسطه پایه گذاری شدهاست	سناریوهای گذرش کنترل شده
و هدف این تحقیق ارائه کد حلگر شبیهسازی عددی بیواسطه است. این حلگر برای مشتق گیری مکانی از روش فشرده و انتگرال	صفحه تخت
زمانی از رانگ- کوتای مرتبهٔ- بالا به همراه فیلتر پایین گذر استفاده می کند. همچنین، شرایط مرزی بدون بازتابش برای کاهش	شبیهسازی عددی بیواسطه
اندازهٔ میدان حل و افزایش دقت شرایط مرزی بکار گرفته شدهاست. تحقیق حاضر، شبیهسازی عددی بیواسطه سازی کاهش	روش عددی مرتبه بالا
کنترل شده روی صفحه تخت، را نشان داده است. توافق کیفی و کمی آزمونها با نتایج دیگر تحقیقات نشان دهنده صحت و دقت بخشهای مختلف از حلگر است.	

Direct Numerical Simulation of Controlled Transition Scenarios on **a** Flat plate

Vahid Esfahanian^{1*}, Ali Akbar Dehghan², Masih Khoshab², Hossain Chizari³

1- Department of Mechanical Engineering, Vehicle Fuel and Environment Research Institute, University of Tehran, Tehran, Iran

2- Department of Mechanical Engineering, Yazd University, Yazd, Iran

3- Department of Mechanical and Aerospace, University Science Malaysia, Gelugor, Malaysia

* P.O.B. 1439957131 Tehran, Iran, evahid@ut.ac.ir

ARTICLE INFORMATION	ABSTRACT	
Driginal Research Paper Received 08 October 2014 Accepted 11 December 2014 Available Online 14 February 2015	Transition control is of great significance in laminar flows since determination of aerodyna coefficients as well as heat transfer magnitude is strongly affected by accurate prediction control of this phenomenon. Transition is exceedingly dependent on space and time such various microscopic and macroscopic scales can convert to each other rapidly. On one	
Keywords: Controlled transition scenario Flat plate Direct Numerical Simulation High-order method	available uncertainties in RANS turbulence models can lead to inappropriate, or at least expensive, designs. On the other, considering the growing rate of computational resources along with development of more efficient numerical methods in CFD applications, Direct Numerical Simulation, DNS, has found an applicable role even in industrial applications. In the present study, a robust computational code is developed for Direct Numerical Simulation aimed at fundamental purposes. To this end, high-order compact finite-difference for spatial derivatives and high-order Runge-Kutta time integration are used in the present code as well as a low-pass filter to elucidate spurious oscillations. Also, non-reflecting boundary condition is employed to keep the domain size as small as possible and to improve the numerical accuracy at the boundaries. In the present study, Direct Numerical Simulation investigates controlled transition scenarios for flow over a flat plate. Results are in a good agreement with those of previous researches both qualitatively and quantitatively, which verify the various parts of the developed solver.	

و گذرش است بلکه بهمنظور برطرف کردن نیازهای طراحی وسایل پرنده، توربینهای بادی و بهطورکلی بهینهسازی مصرف و تولید انرژی است. در جریان آرام کنترل رخداد گذرش بسیار پراهمیت است زیرا تعیین صحیح

1– مقدمه

جریان گذرش در سالهای اخیر اهمیت بیشتری یافته است. تلاشهایی که در این راستا انجام شده است نهتنها بهمنظور فهم بیشتر سازکارهای ناپایداری

Please cite this article using:

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

V. Esfahanian, A. A. Dehghan, M. Khoshab, H. Chizari, Direct Numerical Simulation of Controlled Transition Scenarios on a Flat plate, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 3, pp. 353-364, 2015 (In Persian)

نیروهای آیرودینامیکی و میزان انتقال حرارت بشدت تحت تأثیر تشخیص درست و کنترل این رخداد است. هنوز تولید نتایج آزمایشگاهی برای تولید جزئیات دقیق هزینهبر و مشکل است و روش عددی و بخصوص شبیهسازی عددی بیواسطه¹ ، DNS، روزبهروز جذاب تر می شود.

شبیهسازی عددی بیواسطه یکی از چالش برانگیزترین روشها در دینامیک سیالات محاسباتی بهشمار میرود. در این روش همه مقیاسهای طولى و زمانى جريان سيال بهطور بى واسطه توسط معادلات ناوير - استوكس حل میشوند. چنین کاری در عمل بسیار مشکل است. جهت ایجاد تفکیکپذیری بالا در شبیهسازی عددی بیواسطه نیاز به تعداد بسیار زیاد نقاط شبکه میباشد. پیمایش در زمان نیز نیازمند گامهای زمانی بسیار کوچک است. ترکیب این دو نیاز، باعث می شود حتی برای اعداد رینولدز کم، هزينه محاسبات روش شبيهسازى عددى بىواسطه بسيار زياد باشد. مرتبه دقت در مکان اهمیت فراوانی دارد. بنابراین، از روشهای مرتبه بالا همچون روش طیفی و روش فشرده² استفاده می شود. علاوه بر این، استفاده از شبکه ریز و روشهای مرتبه بالا، نیازمند فیلترهای مرتبه بالا برای جلوگیری انتشار امواج مصنوعی فرکانس بالا است که موجب ناپایداری در حل و نتایج گمراه کننده می شوند. موضوع مهم دیگر، دقت و صحت رفتار شرایط مرزی است. زیرا تأثیر شرایط مرزی بر دقت و صحت حل چشم گیر است. به این منظور استفاده از شرایط مرزی بدون بازتابش پیشنهاد شده است. در نهایت، بهدلیل حجم زیاد محاسبات در روش شبیهسازی عددی بیواسطه، موازیسازی با استفاده از رابطهای برنامهنویسی کاربردی³ همچون MPI⁴ ضروری است و موجب افزایش سرعت قابل توجهی در شبیهسازی میشود.

گذرش از دیدگاه فیزیکی شدیداً تابع زمان و مکان است و بهطور سریع مقیاسهای مختلف میکروسکپی و ماکروسکپی به یکدیگر تبدیل میشوند. مدل های آشفتگی (RANS) قادر به حل چنین مسایلی نیست و تنها DNS و LES قادر به حل چنین مسایلی است. عدم قطعیت مدل های آشفتگی در تعیین مکان رخداد گذرش جریان موجب طراحی نادرست یا دست کم افزایش هزینه طراحی و ساخت خواهد شد. همچنین، متوسط گیری زمانی در مدل های آشفتگی به طور پایه ای موجب عدم صحت نتایج مسایل تابع زمان خواهد شد و ممکن است تنها در حلهای شبه گذرا قابل قبول باشد. صحت نتایج متوسط گیری مکانی هم محدود به جریان های همگن است. در جريانهاى آشفته ناپايا وضعيت وخيمتر است زيرا گامهاى زمانى مختلف موجب نتایج متفاوت خواهد شد و استفاده از مدلهای آشفتگی که وابستگی به نوع مساله دارد بسیار مشکل است و نمی توان به طور کلی مدلی را برای همه مسایل پیشنهاد کرد. اصلاح مدلهای آشفتگی برای تعیین مکان رخداد گذرش و جریان های تراکمپذیر با استفاده از نتایج بدست آمده از DNS امكانيذير خواهد بود.

فهم دقيق مراحل اوليه گذرش در كنترل بهينه آشفتگي پراهميت است. چگونگی تحولات جریان پایه برای به تاخیر انداختن گذرش هنگامی که آشفتگی مخرب است یا تسریع ناپایداری هنگامی که افزایش میزان اختلاط در جریان لازم است، نقش مهمی دارد. گذرش کنترل شده به سناریوهای گذرشی گفته می شود که با وارد کردن اغتشاشات دوبعدی کوچک تولید شده باشد. این نام گذاری به آزمایشهای تجربی در تونل باد باز می گردد. با کاهش سطح آشفتگی جریان آزاد در اندازه گیری های تونل باد و اعمال اغتشاشات

دوبعدی کوچک که با استفاده از نوار مرتعش و بهصورت کنترل شده تولید شده بودند [1] جریان آرام تحریک شد و جریان گذرش تولید گردید. چگونگی ورود اغتشاشات در گذرشهای کنترل شدهٔ نوع-K و نوع-H از طریق دمش/مکش دیواره در لایه مرزی بهطور کامل شناخته شده است [1]. این شناخت موجب كاهش عدم قطعيت، بررسي بهتر و اصلاح دقيق تر مدلسازیهای آشفتگی میشود. از طرف دیگر، بررسی چگونگی روند ورود اغتشاشات⁵ و کنترل رخداد گذرش از طریق حل DNS امکان یذیر می شود.

لازمه ورود به جریان آشفته وجود اغتشاشات سهبعدی میباشد. در واقع شروع گذرش از موجهای ناپایداری دوبعدی است اما در نهایت برای رسیدن به جریان آشفته، تولید امواج سهبعدی لازم است. پایداری ثانویه سیالی که امواج پلهای به آن اضافه شده باشد حول یک جسم سهبعدی در سال 1962 توسط كلبانف، تيداستورم و سارگنت اندازه گيرى شد [2]. آن ها نشان دادند اندرکنش یک جفت موج مایل به همراه موج TS⁶ همفرکانس موجب رشد همسازهای بالاتر[′] میشود. سپس، اغتشاشات سەبعدی به تاواییهای⁸ - شکل توسعه پيدا مي کنند. تاواييهاي Λ - شکل داراي دو بخش رأس و Λ دنباله هستند. رأس آنها یک تاوایی در جهت عرضی است که به آن قله گفته می شود و دو دونبالهٔ کشیده شده از دو طرف رأس که تاوایی های در جهت جریان هستند و جهت چرخش برخلاف یکدیگر دارند. در شکل 1 این تاواییها مشاهده میشوند. بخش رأس تاوایی Λ - شکل دارای گرادیان شدید و ضریب اصطکاک پوستهای بیشتری است و نیمرخهای سرعت با نقاط عطف لحظهای از خصوصیات آن می باشد. این سناریوی پایه گذرش است که دارای تاواییهای پیدرپی است. چیدمان کنار یکدیگر این ساختارها به قله و چاه شناخته میشود⁹. ساختار قله- چاه با نرخی سریعتر از نرخهای تقویت امواج TS (لزج) نمو می کند. این مسیر گذرشی است که شرایط آن مشابه آزمایش کلبانوف و همکاران است و گردابههای Λ - شکل بهصورت قلههای پیدرپی و چاههای پیدرپی آرایش پیدا میکنند. این نوع گذرش به نام فروپاشی مد پایه¹⁰ یا نوع-K شناخته میشود.

کاچانف، کوزلف و لفچنکو [1] با استفاده از دادهها و آزمایشات تجربی نوع دیگری از پایداری ثانویه را نشان دادند که به وسیله نوسانات با فرکانس زیرهمساز¹¹ موج پایه¹² و تغییر فاز آنها در فضای سهبعدی بهوجود میآمد. طول موج این نوسانات مضرب صحیحی از طول موج پایه می باشد. آشکارسازی جریان نشان دهندهٔ الگوهای جابجا شده از تاواییهای Λ - شکل در این نوع گذرش است. اندازه گیری های سیم داغ نشان داده است که امواج زیرهمساز (یک ویژگی لازم الگوی جابجاشده) درون لایهمرزی برانگیخته شده و موجب تولید برهم کنش امواج تشدید شده (که به نام نوع-C نامیده می شود) یا ناپایداریهای ثانویه (که به نام نوع-H شناخته شده است) می شود. این مسأله در سال 1971 توسط كريك [3] پيشبيني شده بود و با توجه به تلاشهای این دانشمند، این نوع پایداری به نوع -C شهرت یافت. در ادامه مشخص شد که در دامنههای بزرگ اغتشاشات، اهمیت مکانیزم کریک کم شده و ناپایداری براساس مدهایی گسترش می یابد که از وضعیت تشدید دورتر باشند. این سناریوی گذرش به صورت الگوهای جابجا شدهای از قلهها و

DOR: 20.1001.1.10275940.1394.15.3.5.5

¹⁻ Direct Numerical Simulation (DNS)

²⁻ Compact Methods

³⁻ Application Programming Interface (API) 4- Message Passing Interface (MPI)

⁵⁻ این روند به پذیرندگی (Receptivity) شناخته میشود.

⁶⁻ Tollmien-Schlichting 7- Higher Harmonics

⁸⁻Vorticities

⁹⁻ Peak and Valley 10- Fundamental Mode Breakdown

¹¹⁻ Subharmonic

¹²⁻ Fundamental Frequency

مهندسی مکانیک مدرس، خرداد 1394، دوره 15، شماره 3

چاهها توصيف مي شود و به افتخار هربرت [4] نوع -H نام گرفت. در شکل 1 سناریوی گذرش از مرجع [5] ارائه شده است. ترکیب خطی گذرشهای نوع -K و نوع -H می تواند تمام ساز کارهای ممکن پذیرندگی را برای گذرش كنترلشده ارايه دهد [6].

نتايج شگفت انگيز حاصل از مدل تحليلي هربرت [7] و محاسبات ناویر -استوکس سینگر و همکاران [9,8] آن بود که تحت شرایط یکسان دامنه نسبت به نتایج آزمایشگاهی، سازکار فروپاشی زیرهمساز، نوع -H، بدست آمده بود، در حالی که، در نتایج آزمایشگاهی فروپاشی نوع-K را مشاهده کرده بودند. این نتایج برخلاف مشاهدات آزمایشگاهی کلبانوف بود و بسیاری دیگر از محققین این نتایج را تایید کرده بود. تنها کوزلف و رمضانف [10] در آزمایش کانال، هنگامی که زیرهمساز به صورت مصنوعی اعمال شده بوده است، گذرش نوع -H را دیده بودند.

این تناقض توسط سینگر و همکاران [9] برطرف شد. تحت شرایط اولیه نویز تصادفی و موج TS اجباری دوبعدی، مد زیرهمساز توسط تئوری پیشبینی میشود ولی بهصورت آزمایشگاهی دیده نمیشود. در هر حال، هنگامی که تاوایی² در جهت جریان (که بهدلیل آشفتگی صفحات بالادست در نازل تونل باد وجود دارد) اعمال شود، مد زیرهمساز تحت تأثیر مدهای پایه قرار میگیرد (همانند آزمایشگاه). هنگامی که گردابههایی در جهت جریان اعمال شود، الگوی ساختار قله- چاه منظم پدیدار می شود. در حضور تاوایی در جهت جریان، مد پایه بر مد زیرهمساز ارجحیت پیدا میکند، که این در توافق با مشاهدات آزمایشگاهی است ولی با تئوری که حضور چنین گردابههایی را درنظر نمی گیرد، توافق ندارد. بدون تاوایی در جهت جریان، مدهای زیرهمساز حاکم هستند همچنان که توسط تئوری پیشبینی میشود و توسط شبیه سازی عددی تایید می گردد. در حضور تاوایی درجهت جریان



شکل 1 سناریوهای گذرش و تشکیل ساختارهای Λ - شکل [5]: (الف) امواج TS دوبعدی، (ب) الگوی سه بعدی جابجا شده با طول موج بلند در جهت عرضی (نوع-C)، (ج) الگوی سهبعدی جابجا شده با طول موج کوتاه در جهت عرضی نوع -H و (د) الگوى منظم قله- چاه.

که از ویژگیهای تونل باد است، ناپایداری نوع -K حاکم است و شبیهسازیهای عددی نتایج آزمایشگاهی را پیشبینی میکند. پس، هر آزمایش بهطور طبیعی با سطح پایینی از تاوایی درجهت جریان آلوده میشود که فروپاشی سهبعدی را تولید میکند و منجر به ناپایداریهای ثانویه میشود.

پیش از آنکه گرادیان فشار کوچک در جهت جریان در محاسبات اعمال نشده بود، محاسبات فازل و همكاران [11] و فازل [12] تحت شرايط آزمایشهای کلبانف و همکاران [2] مطابقت ضعیفی را برای رشد مکانی در وضعیت قله و چاه نشان میدادهاست. این گرادیان فشار در آزمایشهای کلبانف و همکاران حضور داشت. ریست و کاچانف جزئیات بسیاری را بین نتایج اندازه گیری سیم داغ و DNS برای فروپاشی نوع -K مقایسه کردند و مطابقت بسيار خوبى براى توسعه اغتشاش مكانى، طيف اغتشاش، سرعت لحظهای و طیف فرکانسی/عدد موج عرضی، بدست آورده شد.

جاسلین و همکاران [13] نتایج زیرهمساز بهدست آمده توسط کاچانف و لفچنکو [1] را شبیهسازی کردند و توافق کیفی خوبی بهدست آوردند. با وجود این که برخی اختلاف مدال بین این دو بود، هنگامی که گرادیان فشار نامطلوب اندکی و تغییر فرکانس موثر کوچکی در اغتشاش به محاسبات اعمال شد این مشکل برطرف گردید.

اخیراً صیادی و همکاران [14] جریان آشفته حاصل از گذرش نوع -K و نوع -H را بهطور كامل، تا رسيدن به جريان آشفته، روى صفحه تخت شبيهسازى بى واسطه كردهاند. آن ها خواص جريان آشفته حاصل از گذرشهای مختلف، شامل گذرشهای کنترل شده و گذرش بای پس را مقایسه کردند و نشان دادهاند خواص جریان آشفته حاصل از گذرشهای مختلف یکسان است. با افزایش تشکیل ساختارهای Λ - شکل و اشباع این ساختارها، جریان وارد رژیم آشفته می شود. لذا، شناخت و بررسی آن ها در جریان گذرش روشی برای مطالعهٔ رژیم آشفته است.

در تحقیق حاضر، زیربنای کد محاسباتی DNS پایه گذاری شده است و نتایج مربوط به سناریوهای گذرش کنترل شده روی صفحه تخت، را نشان خواهد داد. روشهای عددی تفاضل محدود مرتبه- بالا و پردازش موازی برای پایه گذاری حلگر با دقت و صحت بالا استفاده شده است. نتایج شبیه سازی عملکرد بسیار خوب حلگر و راندمان بالای آن را در حجم بسیار زیاد محاسبات نشان مىدهد. با توجه به رشد روزافزون سختافزار رايانهها روشهای LES تا سال 2020 میلادی به صورت روشی عادی برای شبیه سازی عددی در صنعت خواهد بود [15] و در آینده نزدیک روشهای DNS نیز این گونه خواهد شد. لذا ایجاد ساختارها و بسترهای لازم، پیش از مواجهه با این دگرگونی، ضروری است.

2- روش عددی

2-1- معادلات حاکم و گسستهسازی

معادلات سهبعدی ناویر - استوکس غیردائم، تراکم پذیر و بی بعد در مختصات منحنیالخط متعامد (ξ,η,ζ)، معادلات حاکم است که بهفرم بقایی رابطه (1) نوشته شده است [16]:

$$\frac{1}{J}\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial \xi} + \frac{\partial F}{\partial \eta} + \frac{\partial G}{\partial \zeta} = \frac{\partial E_{\nu}}{\partial \xi} + \frac{\partial F_{\nu}}{\partial \eta} + \frac{\partial G_{\nu}}{\partial \zeta}$$
(1)

در این معادله **Q** بردار متغیرهای بقایی، **F** ، **E** و **G** جملات شار غیرلزج و **F**, ، **E**, و **G** جملات شار لزج در دستگاه مختصات منحنی الخط میباشند. همچنین، **ل** ژاکوبین انتقال از دستگاه فیزیکی به دستگاه محاسباتی است. برای تبدیل به فرم بدون بعد، مقادیر مرجع برای طول،

¹⁻ Receptivity 2- Vorticity

چگالی، سرعت، دما، فشار و زمان بهترتیب L، ρ_{∞} ، v_{∞}^{2} ، σ_{∞}^{2} , v_{∞}^{2} ، v_{∞}^{2} , $v_$

$$\mathbf{M}_{\infty} = \frac{\boldsymbol{U}_{\infty}}{\sqrt{\gamma \mathbf{R} \boldsymbol{T}_{\infty}}}, \quad \mathbf{R} = \frac{\rho_{\infty} \boldsymbol{U}_{\infty} \boldsymbol{L}}{\mu_{\infty}}, \quad \mathbf{P} = \frac{\mathbf{C}_{\mathbf{P}} \mu_{\infty}}{\boldsymbol{k}_{\infty}}, \quad \gamma = \frac{\mathbf{C}_{\mathbf{P}}}{\mathbf{C}_{\mathbf{v}}}$$
(2)

که در آن **R** ثابت گاز ایدهآل، **C**_p و **C**_p، بهترتیب، ظرفیت گرمایی ویژه در فشار ثابت و حجم ثابت می باشند. در تحقیق حاضر، **Pr = 0.71** و $\gamma = 1/4$ فرض شدهاند. لزجت بدون بعد نیز براساس رابطه ساترلند¹ (3) به دست آمده است.

$$\mu = \frac{T^{\frac{1}{2}}(1+S)}{T+S}, \quad S = \frac{110/3}{T_{\infty}}$$
(3)

که در آن دما برحسب واحد کلوین می باشد. این معادلات با استفاده از معادله حالت گاز کامل، رابطه (4)، تکمیل خواهند شد.

$$\gamma \, \mathbf{M}_{\infty}^{2} \, \boldsymbol{P} = \rho \boldsymbol{T} \,, \quad \boldsymbol{E}_{t} = \rho \boldsymbol{e}_{t} = \frac{\boldsymbol{P}}{\gamma - 1} + \frac{1}{2} \rho (\boldsymbol{u}^{2} + \boldsymbol{v}^{2} + \boldsymbol{w}^{2}) \tag{4}$$

روش های عددی کم - اتلاف مرتبه - بالا برای محاسبات جریان تراکم پذیر از اجزای ضروری هستند. هدف جلوگیری از اتلاف عددی بیش از حد در حل ویژگی های جریانی است که گستره ای وسیع از مقیاس های طولی را دارد. خانواده روش های فشرده انتخاب مناسبی برای حصول این هدف است. این روش، در مقایسه با روش طیفی، قدرت تفکیک پذیری مناسبی دارد درحالی که مشکلات و محدودیت های روش طیفی را ندارد [17]. در تحقیق حاضر، همه مشتقات مکانی با استفاده از روش فشرده مرکزی مرتبه - ششم بدست آورده شده است. مشتق مکانی فشرده به صورت رابطه (5) نوشته می شود [17]:

$$\beta f'_{i-2} + \alpha f'_{i-1} + f'_{i} + \alpha f'_{i+1} + \beta f'_{i+2} = \frac{1}{2h} \left[a \left(f_{i+1} - f_{i-1} \right) + \frac{b}{2} \left(f_{i+2} - f_{i-2} \right) + \frac{c}{2} \left(f_{i+3} - f_{i-3} \right) \right]$$
(5)

در رابطهٔ بالا **ا** مشتق متغیر **ا** در شبکهٔ با فاصلهٔ **أ** میباشد. با قرار دادن $\boldsymbol{\beta} = \boldsymbol{0}$ خانوادهای از روشهای سه قطری به دست میآیند. ضرایب مشتق مکانی ضمنی فشرده مرتبهٔ ششم $\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{c}, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}$ به ترتیب برابر با 14/9,1/9,0,1/3,0 هستند. برای نقاط مرزی و نزدیک به مرز فرمول بندی متفاوتی استفاده میشود. در نقاط نزدیک مرزها روش غیر مرکزی یا یکسویه استفاده شده است. فرمول بندی یک سویه روش فشرده مرتبه ششم برای نقاط مرزی به صورت رابطه (**6**) و (**7**) است:

$$f'_{i} + 4f'_{i+1} = \frac{1}{h} \left(-\frac{37}{12} f_{i} + \frac{2}{3} f_{i+1} + 3f_{i+2} - \frac{2}{3} f_{i+3} + \frac{1}{12} f_{i+4} \right) \quad i = 1$$
 (6)

$$\frac{1}{8}f'_{i-1} + f'_{i} + \frac{3}{4}f'_{i+1} = \frac{1}{8}\left(-\frac{43}{96}f_{i-1} - \frac{5}{6}f_{i} + \frac{9}{8}f_{i+1} + \frac{1}{6}f_{i+2} - \frac{1}{96}f_{i+3}\right) \quad i = 2$$
(7)

برای پیشروی در زمان، از روش انتگرال گیری رانگ-کوتا استفاده می شود. با توجه به حجم محاسبات بسیار زیاد در روش شبیه سازی عددی بی واسطه و همچنین دقت زمانی مورد نیاز، لازم است از روشی استفاده شود که مرتبه دقت زمانی بالایی داشته باشد و در عین حال حافظه کمی را اشغال کند. روش های گوناگونی برای انتگرال گیری زمانی حل وجود دارند که به چند صورت دسته بندی می شوند:

- براساس مرتبه زمانی
- براساس تعداد مراحل حل
- براساس واحد حافظه اشغال شده

بدیهی است که استفاده از روشی که بیشترین مرتبه زمانی را داشته و کمترین حافظه را اشغال کند، میتواند مفید باشد. روشهایی که دو واحد حافظه اشغال شده دارند² بهصورتهای گوناگونی تنظیم میشوند و روش فان درهوون³ یک روش مناسب میباشد [19,18]. برای حالتی که تعداد m-مرحله داشته باشد، الگوریتم ارایه شده در رابطه (8) به کار میرود:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = R(Q)$$

$$i = 1 \rightarrow m \{$$

$$S_{1} = S_{2} + \Delta t (a_{i,i-1} - b_{i-1})S_{1}$$

$$S_{1} = R(S_{1})$$

$$S_{2} = S_{2} + \Delta t \cdot b_{i} \cdot S_{1} \}$$

$$Q^{n+1} = S_{2}$$
(8)

در این تحقیق، رانگ-کوتای مرتبه چهارم، 5 مرحلهای با دو واحد حافظه [19] در مسألهٔ نمونه با موفقیت اعمال شده است و پایداری مناسبی از خود نشان داده است.

2-2- شرایط مرزی و اولیه

اعمال شرایط مرزی از موضوعات مهم در دینامیک سیالات محاسباتی است و به طور خاص در شبیه سازی عددی بی واسطه دو دلیل مهم وجود دارد: اول آن که، شرط مرزی بیانگر طبیعت جریان آشفته در مرز است و دوم آن که، شرط مرزی بایستی با روش های عددی مرتبه بالا که برای گسسته سازی استفاده می شوند، سازگار باشد. برای جریان زیر صوت، معادلات ناویر-استوکس در مکان بیضوی و نسبت به زمان سهموی هستند. لذا شرایط مرزی و اولیه تأثیر زیادی بر نتایج دارد، بخصوص در مسائلی همچون بررسی گذرش که شرایط اولیه و مرزی اهمیت دارد.

در شبیه سازی عددی بی واسطه، از الگوریتم های عددی مرتبه بالا در مکان و زمان استفاده می شود. در روش تفاضل محدود، الگوریتم های عددی پیشرفته بر پایهٔ روش های مرتبه بالا می تواند تفکیک پذیری⁴ در حد روش های طیفی و استهلاک عددی⁵ پایین، داشته باشد [17]. دقت و امکان استفاده از چنین الگوریتم های عددی، توسط شرایط مرزی که در مدل حلگر نهایی اعمال می شود، محدود می گردد.

صحت محاسبات جریان ناپایا بستگی به صحت رفتار شرایط مرزی دارد. بهدلیل محدودیت منابع محاسباتی، تنها بخشی از میدان محاسباتی برای جریان ناپایا در نظر گرفته میشود و هر چه میدان حل کوچکتر باشد هزینه محاسبات کاهش می ابد. کوچک کردن میدان، موجب بازتابش امواج

¹⁻ Sutherland's Law

²⁻ Two-register schemes 3- van der Houwen

³⁻ van der Houv 4- Resolution

⁵⁻ Numerical dissipation

дĔ

 $L = \Lambda P^{-1} \frac{\partial q}{\partial q}$

مصنوعی که شامل امواج فیزیکی و امواج عددی است، خواهد شد. چنین (13) امواجی در میدان حل انتشار می یابند و در برخورد به مرزها بازتابش می کنند. با استفاده از رابطه (13)، معادلات ناویر -استوکس (معادله 12)، بهصورت در نهایت، موجب آلوده شدن حل و تولید نتایج گمراه کننده، میشوند. از رابطه (14) نوشته می شود [22]: $\boldsymbol{P}^{-1}\frac{\partial \boldsymbol{q}}{\partial t} + \boldsymbol{L} + \boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{b}\frac{\partial \boldsymbol{q}}{\partial \eta} + \boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{c}\frac{\partial \boldsymbol{q}}{\partial \zeta} = \boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{M}^{-1}\cdot\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{v}}$ (14)

يا بەفرم يايستار بەصورت رابطە (15) نوشتە مىشود [22]:

$$\frac{\partial \boldsymbol{Q}}{\partial \boldsymbol{t}} + \boldsymbol{M} \cdot \boldsymbol{P} \cdot \boldsymbol{L} + \frac{\partial \boldsymbol{F}}{\partial \eta} + \frac{\partial \boldsymbol{G}}{\partial \zeta} = \boldsymbol{R}_{\boldsymbol{v}}$$
(15)

در نهایت با تعریف $D = M \cdot P \cdot L$ ، معادلات ناویر -استوکس در مختصات منحنى الخط به فرم مشخصه در جهت ٤، به صورت رابطه (16) نوشته مىشود [22]:

$$\frac{\partial \boldsymbol{Q}}{\partial \boldsymbol{t}} + \boldsymbol{D} + \frac{\partial \boldsymbol{F}}{\partial \eta} + \frac{\partial \boldsymbol{G}}{\partial \zeta} = \boldsymbol{R}_{\boldsymbol{v}}$$
(16)

معادله (16) برای اعمال شرط مرزی بدون بازتابش در جهت ع حل خواهد شد. معادلات ناویر- استوکس در مختصات منحنیالخط و فرم ،مشخصه در جهت η و ζ نيز به همين روش استخراج مى شوند. همچنين با صرفنظر کردن از جملات عرضی (جملات سوم و چهارم سمت چپ) و جملات لزج (جملات سمت راست) معادله (16)، رابطهٔ شرط مرزی غیرلزج یک بعدی محلی به دست می آید.

نکتهای که بایستی مورد توجه واقع شود، اعمال شرایط مرزی برای نقاط گوشه (تقاطع دو مرز) و کنج (تقاطع سه مرز) است. یک ترفند نسبتاً رایج، متوسط گیری از نقاط همسایه میباشد. در شبیه سازی عددی بی واسطه، این کار باعث ناپایداری و انتشار اغتشاش خواهد شد. محاسبه امواج وارد شده به میدان و امواج خروجی از میدان در همه جهتهای مختصات در گره گوشه (کنج)، بسته به این که گوشه (کنج) تقاطع کدام مرزها باشد، روش مناسبی برای اعمال شرایط مرزی برای نقاط گوشه (کنج) است. هرچند اعمال آن در کد نویسی هزینهبر است، با این حال، اعمال آن سرراست میباشد و صحت شرایط مرزی را تأمین میکند. بهعنوان نمونه برای یک گوشه که تقاطع دو مرز در جهتهای $frac{2}{2}$ و η باشند رابطه (17) استفاده می شود:

$$\frac{\partial \boldsymbol{Q}}{\partial \boldsymbol{t}} + \boldsymbol{D}_{\boldsymbol{\xi}} + \boldsymbol{D}_{\boldsymbol{\eta}} + \frac{\partial \boldsymbol{G}}{\partial \boldsymbol{\zeta}} = \boldsymbol{R}_{\boldsymbol{v}}$$
(17)

پاسخهای معادله بلازیوس بهعنوان شرط اولیه در همه آزمونها درنظر گرفته شده است.

2-3- فیلتر ضمنی پایین گذر خطی

بهدلیل ماهیت غیرخطی معادلات ناویر - استوکس، بعد از هر گام زمانی امواج فرکانس بالا در حل تولید می شود. فرکانس های عددی پس از چند تکرار تقویت شده و بهصورت فرکانس های فیزیکی مصنوعی موجب ناپایداری حل می شوند. برای جلوگیری از آن، از فیلترهای عددی مرتبه بالا استفاده می شود. در تحقیق حاضر از فیلتر ضمنی مرتبه بالا که توسط لی لی [17] ارائه شده است و برای این منظور کارآمد و مناسب میباشد، استفاده شده است. فرمول بندى فيلتر ضمنى مرتبه بالا بهصورت رابطه (18) است:

$$\boldsymbol{a}_{f}\hat{\phi}_{i-1} + \hat{\phi}_{i} + \boldsymbol{a}_{f}\hat{\phi}_{i+1} = \sum_{i=0}^{n} \frac{\boldsymbol{a}_{n}}{2} \left(\phi_{i-n} + \phi_{i+n} \right)$$
(18)

که در آن، $\hat{\phi}$ خاصیت فیلتر شده و ϕ خاصیت فیلتر نشده است. همچنین، n، تعداد نقاط درگیر است و **,a** و خرایب ثابت هستند که بسته به مرتبه فیلتر تعیین می گردند [25]. در فیلتر کردن و همچنین در طرف دیگر، بهمنظور شبیهسازی پدیدههای گذرش کنترل شده، پذیرندگی و آیروآکوستیکی، امکان اعمال اختلالات کنترل شده در مرزها، لازم است. شرایط مرزی که براساس مشخصههای جریان سیال عمل میکنند از دو دیدگاه عملکرد خوبی دارند: اول آن که با فیزیک جریان سازگارند و دوم بەلحاظ عددى مناسب مىباشند. ايدهٔ شرط مرزى غيرلزج يک بعدى محلى¹ توسط تامپسون [20] و پوینست و لیلی [21] پیشنهاد شد. این نوع شرط مرزی براساس فرم مشخصههای معادله ناویر - استوکس² بهدست میآید. نکته مهم در روشهایی که بر پایه مشخصهها هستند وجود دارد این است که باید مقادیر امواج وارد شده به ناحیه حل و امواج خروجی از آن برای هر کدام از مشخصهها بهدست

آورده شود. بعداً، چن و ژا [22] بر پایهٔ ایده این شرط مرزی، شرط مرزی بدون بازتابش را ارائه کردند. امروزه بهطور گستردهای از شرط مرزی بدون بازتابش استفاده می شود [24,23]. از طرف دیگر این شرط مرزی این امکان را بهوجود می آورد که اندازه میدان حل به طور چشم گیری کوچک شود. در تحقیق حاضر از شرط مرزی بدون بازتابش ورودی، خروجی و مرز دوردست ارایه شده در مرجع [22] استفاده شده است. همچنین، شرط مرزی بدون لغزش مرتبه چهارم روی دیواره اعمال شده است.

برای بدست آوردن روابط شرط مرزی بدون بازتابش، ابتدا معادلات ناویر -استوکس، معادله (1)، بهصورت متغیرهای اولیه، رابطه (9)، نوشته می شود .[22]

$$M\frac{\partial q}{\partial t} + A \cdot M\frac{\partial q}{\partial \xi} + B \cdot M\frac{\partial q}{\partial \eta} + C \cdot M\frac{\partial q}{\partial \zeta} = R_{v}$$
(9)

که در آن 👧 جملات لزج سمت راست معادلات ناویر - استوکس، معادله (1)، **p** بردار متغیرهای اولیه، ماتریسهای A ، B و C ژاکوبین تبدیل و M ماتریس ژاکوبین تبدیل بین متغیرهای پایستار و متغیرهای اولیه است. معادله (9) را می توان به صورت رابطه (10) و (11) بازنویسی کرد [22]:

$$\frac{\partial \boldsymbol{q}}{\partial t} + \boldsymbol{a} \frac{\partial \boldsymbol{q}}{\partial \xi} + \boldsymbol{b} \frac{\partial \boldsymbol{q}}{\partial \eta} + \boldsymbol{c} \frac{\partial \boldsymbol{q}}{\partial \zeta} = \boldsymbol{M}^{-1} \cdot \boldsymbol{R}_{\boldsymbol{v}}$$
(10)

$$\boldsymbol{a} = \boldsymbol{M}^{-1} \cdot \boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{M}, \ \boldsymbol{b} = \boldsymbol{M}^{-1} \cdot \boldsymbol{B} \cdot \boldsymbol{M}, \ \boldsymbol{c} = \boldsymbol{M}^{-1} \cdot \boldsymbol{C} \cdot \boldsymbol{M}$$
(11)

ماتریسهای **B** ، **A** و **C** و ماتریسهای متناظر آنها، **B** ، **A** و **C** مقادير ويژه يكساني دارند. براي جهت ٤ٍ، ميتوان ماتريس **٥** را به فرم Λ و P بردارهای ویژه و P^{-1} و P بردارهای ویژه و $a = P \Lambda P^{-1}$ ماتریس مقادیر ویژه باشند. بردارهای ویژه در انتقال از یک مختصات به مختصات دیگر تغییر خواهد کرد و بستگی به مختصات مورد استفاده دارند در حالی که مقادیر ویژه هر ماتریس یگانه هستند. بنابراین معادله (10) را مى توان بەصورت رابطە (12) بازنويسى كرد [22]:

$$P^{-1}\frac{\partial q}{\partial t} + \Lambda P^{-1}\frac{\partial q}{\partial \xi} + P^{-1}b\frac{\partial q}{\partial \eta} + P^{-1}c\frac{\partial q}{\partial \zeta} = P^{-1}M^{-1}\cdot R_{\nu}$$
(12)

رابطه اخیر فرم مشخصهٔ معادلات ناویر - استوکس در جهت ξ است. بردار 1 بهصورت رابطه (13) تعريف مي شود [22]:

¹⁻ Local One-Dimensional Inviscid (LODI) 2- Characteristic form of Navier-Stokes

مشتق گیری مکانی، نکته قابل توجه، نقاط نزدیک مرزی هستند. دو رویه برای حل این مشکل وجود دارد:

- استفاده از فیلتر (مشتقات) یکسویه با دقت مشابه آنچه برای نقاط. داخل ميدان استفاده مىشود
 - استفاده از فیلتر (مشتقات) مرکزی با دقت پایینتر

اعمال فیلتر یکسویه موجب تولید خطای پراکندگی¹ خواهد شد. حفظ مرتبه مشتقات با استفاده از مشتق گیری یکسویه و استفاده از فیلتر مرکزی با دقت پایین تر در نقاط نزدیک به مرز، ترکیبی پایداری برای روش شبیهسازی عددی بیواسطه است. نکته دیگر آنکه، برخلاف روش مرسوم در دینامیک سیالات محاسباتی، فیلترعددی در راستای عمود بر مرز، بر مرزهای با شرایط مرزی بدون بازتابش، اعمال میشود.

2-4- موازى سازى

پس از انتقال معادلات به فضای محاسباتی با توجه به حجم بالای محاسبات و حافظه مورد نیاز، موازیسازی برنامه ضروری است. اساس موازیسازی حل عددی مساله حاضر بر MPI میباشد. محاسبات موازی با استفاده از تقسیم n ناحیه حل به نواحی کوچکتر 2 صورت گرفته است. فضای محاسبات به (بسته بهجهت مشتق گیری یا فیلترکردن) ناحیه مستق گیری یا فیلترکردن تقسیم شده است و در طول محاسبات و در صورت لزوم هر ناحیه با نواحی اطراف خود ارتباط خواهد داشت. محاسبات با استفاده از CPU 20 حقيقي (Intel Xeon 2690v2) برای هر آزمون انجام گرفته است. بیشترین زمان محاسبه، برای 12 دورهٔ تناوب شبیهسازی، 20 روز بوده است. این زمان با استفاده از CPUهای Intel Core i7-2600K که دارای 4 هسته حقیقی و 4 هسته مجازی هستند در حدود 89 روز انجام می گیرد. هر یک از آزمونهای ارایه شده در این تحقیق، زمان محاسباتی حدود 40 هفته CPU- ساعت داشته است که با استفاده از پردازش موازی در زمان کمتر از 20 روز انجام شدهاست.

5-2- اعمال موج در شبیه سازی عددی بی واسطه سناریوهای گذرش

برای مشاهده سناریوهای گذرش در آزمایشگاه و روشهای عددی تلاش بر آن است که میدان آرام و بدون اغتشاشات ناخواسته ایجاد شود. در این شرایط با اعمال اغتشاشات کنترل شده سناریوهای گذرش بازسازی می شود. یکی از تفاوتهای آشکار بین شبیهسازی عددی بیواسطه و سایر روشهای عددی در شبیه سازی سناریوهای گذرش، در نحوه برخورد با اغتشاشات کنترل شده است. اغتشاشات در شبیهسازی عددی بیواسطه مکانی سناریوهای گذرش به تقلید از تونل باد به صورت شرط مرزی اعمال می شود در حالی که در روشهای PSE و LST اعمال موج به صورت شرط اولیه است.

برای شبیه سازی عددی بی واسطه سناریوهای گذرش جریان لایه مرزی، دو روش عمده برای اعمال اغتشاشات کنترل شده در متون ارایه شده است.

- ورودى اغتشاشات از طريق نوار مرتعش
- 2. ورودى اغتشاشات از طريق ورودى جريان

روشهای دیگری همچون ورودی اغتشاشات از طریق جریان دوردست و زبری سطح نیز وجود دارد که برای شبیهسازی گذرش و بخصوص گذرش بای پس استفاده می شود. همچنین، از روش ورودی اغتشاشات از طریق دیواره [26] و جریان دوردست [27] برای کنترل غیرفعال و فعال³ گذرش [28]

استفاده می گردد.

2-5-1 ورودى اغتشاشات از طريق نوار مرتعش

اولین روش که به تقلید از روش آزمایشگاهی است، اعمال موج از طریق نوار مرتعش میباشد [29] و آنرا میتوان بهصورت ناحیه دمش/مکش روی دیوار نیز در نظر گرفت. در شکل 2 نمایهای از این روش آورده شده است. شکل کلی تابع مدلسازی نوار مرتعش بهصورت رابطه (19) بیان میشود:

$V(x_1,z_1,t) = A_{2d} f(x) \sin(\omega_{2d}t) + A_{3d} f(x) g(z) \sin(\omega_{3d}t)$ (19)

که در آن $\varpi_{\mathbf{2d}}$ و $\sigma_{\mathbf{3d}}$ بهترتیب، فرکانس موج TS دوبعدی و موج مایل هستند و م**4 و م3** دامنه نوسانات پایه و موج مایل میباشند. دامنه امواج می تواند تابعی از عدد رینولدز هم باشد. در رابطه (19) تابع (۲) بهصورت رابطه (20) تا (22) تعريف شده است [14]:

$$|\mathbf{f}(\mathbf{x})| = 15.1875\xi^5 - 35.4375\xi^4 + 20.25\xi^3 \tag{20}$$

$$\xi = \frac{\mathbf{X} - \mathbf{X}_1}{\mathbf{X}_m - \mathbf{X}_1} \quad \mathbf{X}_1 \le \mathbf{X} \le \mathbf{X}_m \tag{21}$$

$$\xi = \frac{\mathbf{X}_2 - \mathbf{X}}{\mathbf{X}_2 - \mathbf{X}_m} \quad \mathbf{X}_m \le \mathbf{X} \le \mathbf{X}_2 \tag{22}$$

که در آن ۲۱ و ۲۷ بهترتیب مکان شروع و پایان اعمال موج هستند و

که λ_0 کو g(z) = cos(2 $\pi z / \lambda_0$) که $\chi_m = (\chi_1 + \chi_2)/2$ موج مايل است. جملة دوم رابطه (19) به تعداد امواج مايل تكرار مىشود. حالت حدى نوار مرتعش، سيم مرتعش است كه پهناى آن تنها به اندازه فاصله دو گره متوالی است. شکل کلی تابع مدلسازی سیم مرتعش بهصورت رابطه (23) بيان مي شود [30]:

$$V(z,t) = A_{2d} \sin(\omega_{2d} t) +$$

 $A_{3d} \sin(\beta_o z + \omega_{3d} t) + A_{3d} \sin(-\beta_o z + \omega_{3d} t)$
که در آن $\beta_o = 2\pi I \lambda_0$ عدد موج مایل است.

3 - نتايج و بحث

(23)

در این بخش ابتدا بهمنظور معتبرسازی حلگر آزمون نمونهای ارایه شدهاست و پس از آن نتایج شبیهسازی عددی بیواسطه برای شبیهسازی دو نوع گذرش كنترل شده آورده شدهاست.

تحلیل جریان گذرا بر روی صفحه تخت با روش DNS، با اعمال امواج TS در شرایط مرزی دیوار انجام می گیرد. امواج TS دو و سهبعدی به لایهمرزی آرام از طریق دیواره وارد شده و اثر آن در طول صفحه با گذشت زمان بررسی می شود. مطابق شکل 3 جریان روی بخشی از صفحه تخت حل می شود. پاسخهای معادله بلازیوس به عنوان شرط اولیه در نظر گرفته شده است. شایان ذکر است که طول میدان حل به گونه ای انتخاب شده است که جریان به رژیم آشفته نمیرسد.



Dispersion
 Domain Decomposition 3- Passive and active control





3-1- جریان گذرش خطی روی صفحه تخت

برپایهٔ روش عددی گفته شده در بالا، کدی توسعه داده شده است که معادلات حاکم به همراه شرایط مرزی و اولیه ذکر شده را حل نماید. پیش از آن که این کد بهعنوان حلگر جریان پیچیدهٔ گذرش غیرخطی، همچون گذرش کنترل شدهٔ نوع-K و نوع-H، به کار گرفته شود، آزمونهای متعددی برای اعتبارسنجی آن انجام گرفته است که به دلیل محدودیت تنها آزمون گذرش خطی روی صفحه تخت در اینجا ارائه شده است.

امواج سهبعدی در مطالعه خطی حاضر از طریق یک منبع سیم مرتعش بهصورت زیر که روی دیواره قرار گرفته است به میدان وارد می شود. در م

$$\boldsymbol{\nu}(\boldsymbol{z},\boldsymbol{t}) = \boldsymbol{A}_{\boldsymbol{s}\boldsymbol{d}} \sin(\boldsymbol{\beta}_{\boldsymbol{o}}\boldsymbol{z} + \boldsymbol{\omega}_{\boldsymbol{o}}\boldsymbol{t}) \tag{24}$$

تعداد نقاط شبکه مورد استفاده برابر 22×64×212 بوده است. شبکه در جهت عمود بر جریان متراکم شده در حالی که در سایر جهتها از شبکه یکنواخت استفاده شده است. اندازه اولین شبکه عمود بر دیواره برابر یکنواخت استفاده شده است. اندازه اولین شبکه عمود بر دیواره برابر $\Delta y = 0.025\delta_{adverow}$ گام زمانی برابر ³-01×10 است. دامنه نوسانات کوچکی برابر ⁴-10×10 و در نظر گرفته شده است تا اطمینان حاصل شود که دامنه نوسانات در موج مود مناز گرفته شده در محدوده خطی قرار گرفته است. شبیه سازی برای در موج 10 مینان دامل شود که دامنه نوسانات در موج یکه درون تا یک برای گرفته شده است تا اطمینان حاصل شود که دامنه نوسانات در موج 10 مینان در موج کا دوره تناوب موج 15 انجام شده است. شکل 4 مقایسه نتایج محاسباتی اسهبعدی تحریک شده در محدوده خطی قرار گرفته است. شبیه سازی برای 12 موج 11 مریک در مخلی قرار گرفته است. شیمانی مال است. شیمانی موج 12 موج 12 موج 12 موج 12 موج 12 موج 12 موج 13 موج 12 موج 13 موج 13 موج 14 موج 13 موج 14 موج 14 موج 14 موج 14 موج 14 موج 15 موج 15 موج 14 موج 15 موج 14 موج 15 موج 15 موج 14 موج 15 موج 15 موج 15 موج 15 موج 15 موج 14 موج 15 موج 15 موج 15 موج 14 موج 15 موج 14 موج 15 موج

3-2- جریان گذرش نوع−H روی صفحه تخت

امواج دو و سهبعدی در مطالعه حاضر از طریق یک منبع سیم مرتعش بهصورت رابطه (23) که روی دیواره قرار گرفته است به میدان وارد می شود. در شرایط فروپاشی مد زیرهمساز (گذرش نوع-H) موج سهبعدی تولید شده توسط یک منبع با **0.2418** و $\beta_{sr} = 0.04545$ و موج دوبعدی با



شکل 4 مقایسه دامنه اغتشاشات برای مؤلفههای سرعت سهبعدی با نتایج مرجع [11] در **770**ه . **Re**م

سرایس فخامت $x_{addWave} = 247.20$ در 224.20 ج با عدد رینولدز براساس فخامت $\infty_{zd} = 0.0909$ ه در مکان اعمال موج برابر $x_{addWave} = 247.20$ و عدد ماخ برابر 20.5 m_e جابجایی در مکان اعمال موج برابر $x_{addWave} = 732$ و عدد ماخ برابر 20.5 محاسباتی برابر اعمال شده است. دامنه اغتشاشات دو و سهبعدی بهترتیب برابر اعمال شده است. دامنه اغتشاشات دو و سهبعدی بهترتیب برابر 20.5 محاسباتی با اندازه ها ی [23.09 می اشد. در این حالت میدان محاسباتی با اندازه ها ی [23.09 می اشد. در این حالت میدان محاسباتی با اندازه ها ی [23.09 می اشد. در این حالت میدان محاسباتی برابر 20.5 محمد مربع و 20.5 محمد مربع محمد برابر 20.5 محمد برابر 20.5 محمد مربع مورد استفاده برابر شبیه سازی انتخاب شده است. تعداد نقاط شبکه مورد استفاده برابر 20.5 محمد در جهت عمود بر جریان متراکم شده در حلول 20.5 محمد مده است. در جدول 1.5 محمد است. در جدول 1.5 محمد است. در مده است. در جدول 1.5 محمد است. در محمد است. در حدول 1.5 محمد مده است. در محمد است. در حدول 1.5 محمو می محمد مده است. در حدول 1.5 محمد مده است. در محمد است. در محمد مده است. در حدول 1.5 محمد مده است. در محمد است. در حدول 1.5 محمد مده است. در محمد است. در محمد مده است. در حدول 1.5 محمو می محمد است. در محمد است. در حدول 1.5 محمو می محمد است. مده است. در حدول 1.5 محمو می محمد است. در حده است. در حدول 1.5 محمو می محمد است. در حدول 1.5 محمو می محمد است. در حدول 1.5 محمو می محمد است. در حده است.

شکل 5 توسعه زمانی موج زیرهمساز روی سطح دیواره مربوط به مؤلفه لحظهای سرعت در راستای جریان را در ارتفاع δ 88.0 = y نشان می دهد. الگوهای واضح تاواییهای Λ - شکل جابجا شده که مشخص کننده ناپایداری موج زیرهمساز هستند، به شکل اغتشاشات انتشار یافته به سمت پایین دست جریان تشکیل می شوند. همین رویه در شکل δ مربوط به مؤلفه لحظهای جریان تشکیل می شوند. همین رویه در شکل δ مربوط به مؤلفه لحظهای از 4 دوره تناوب، با توجه به طول میدان حل، شکل جریان متناوب می شود. متناوب شدن جریان و دوره تناوب آن در رفتار ضریب اصطکاک لحظهای پوستهای فروپاشی مد زیرهمساز در مقطع **یالاات** z که برای زمانهای مختلف در شکل 7 ترسیم شده است، نیز مشاهده می شود.

در شبیه سازی سناریوی گذرش نوع -H عرض میدان حل دو برابر طول موج عرضی است و بنابراین در خطوط هم تراز سرعت و تاوایی تشکیل دو ساختار Λ - شکل در عرض میدان حل مشاهده می گردد. انتظار می رود رفتار جریان در مقاطع عرضی z = 1, $2 = 1/2L_z$ و $z = z = 3/4L_z$ مشابه باشند. از طرف مشابه یکدیگر باشند.

در شکلهای 8 تا 11 نیم رخ سرعت عمودی، ۷، در عرضهای مختلف برای دو طول **یا1/1 = x** و **یا3/4 = x** و دورههای تناوب مختلف برای فروپاشی مد زیرهمساز ترسیم شده است. همان گونه که مشاهده می شود، نیم خهای سرعت عمودی در تناوب اول و در مقاطع ترسیم شده جریان آرام را نمایش می دهند. برای مقایسه بهتر تمام نیم رخها در مقطع **یا1/2 = x** هم مقیاس ترسیم شده است. با توسعه جریان در تناوب دوم (شکل 9)

در شکل 12 ساختارهای تاوایی لحظهای برای گذرش نوع-H در تناوب ۲=**87 ت**رسیم شده است. افزایش تاوایی در ساختارهای ۸ - شکل جابجا



شکل 5 خطوط همتراز سرعت لحظهای، *U*، در ارتفاع **y = 0.88***δ* و دورههای تناوب مختلف برای فروپاشی مد زیرهمساز

جدول 1 خصوصیات شبیهسازی گذرش نوع -H و نوع -K.

نوع -K	نوع -H	خصوصيات
277	249/27	طول میدان حل ل
50	50	ارتفاع میدان حل ل
62/84	52	عرض میدان حل ل ے
512	512	تعداد نقاط شبکه در راستای جریان ۲
64	64	تعداد نقاط شبکه در راستای عمود بر جریان ا
32	32	تعداد نقاط شبکه در راستای عرض جریان ٍ
0/0774	0/09090	$arnothing$ فرکانس موج دوبعدی $arnothing_{\mathbf{2d}}$
0/0774	0/04545	$arnothing _{f 3d}$ فرکانس موج سەبعدى
81/18	138/24	تناوب T
0/1	0/2418	$\beta_{o} = 2\pi I \lambda_{o}$ عدد موج مایل
900	732	${f Re}_{\delta}$ (مکان موج) هدد رینولدز ضخامت جابجایی
0/5	0/25	عدد ماخ 🖉
303/94	247/2	مکان اعمال موج _{AddWave} هکان اعمال موج
0/0566	0/05	$\delta_{ t addWave} imes$ اندازه اولین شبکه عمود بر دیواره
25	25	تعداد نقاط درون لایهمرزی در مکان اعمال موج
0/1	0/1	عدد CFL
0/25×10 ⁻²	0/15×10 ⁻²	گام زمانی بیبعد

شده در این شکل مشاهده میشود. همچنین افزایش تاوایی در طول توسعه یافتن جریان که نشان دهنده افزایش جریان سهبعدی در طول جریان میباشد قابل مشاهده است.

3-3- جریان گذرش نوع-K روی صفحه تخت

امواج دو و سهبعدی در مطالعه حاضر از طریق یک منبع سیم مرتعش











شکل 10 نیمرخ سرعت عمودی، ۷، در عرضهای مختلف برای دو طول _۲ 24/1 = ۲ و 3/4L_ ۲ و دوره تناوب ۲ = ۲ برای فروپاشی مد زیرهمساز



شکل 11 نیمرخ سرعت عمودی، *۷*، در عرضهای مختلف برای دو طول ۲**٫۷۷ = ۲** و ۲٫۷۵ = ۲ و دوره تناوب **۴** = ۲ برای فروپاشی مد زیرهمساز



شکل 12 تاوایی لحظهای در راستای عرضی، *wz*، در ارتفاع **9.88**6 = **y** برای فروپاشی مد زیرهمساز

به صورت رابطه (23) که روی دیواره قرار گرفته است به میدان وارد می شود. در شرایط فروپاشی مد پایه (گذرش نوع-K) موج سه بعدی تولید شده توسط یک منبع با 0.074 و $\beta_0 = 0.0774$ و موج دوبعدی با 0.0774 و $\omega_{za} = 0.0774$ در عک منبع با 1.0 $\beta_0 = 0.0774$ و موج دوبعدی با 3.0774 مال موج برابر 9.074 م و عدد ماخ برابر 0.5 M اعمال شده است. دامنه موج برابر 9.026 $Re_0 = 0.0372$ و 2.010 م و مال مال اغتشاشات دو و سه بعدی به ترتیب برابر 2.0 M_0 مال شده است. دامنه می باشد. در این حالت میدان محاسباتی با اندازه های [279.2,556] X می باشد. در این حالت میدان محاسباتی با اندازه های انتخاب شده است. می باشد. در این حالت میدان محاسباتی با اندازه های $Y_{addwave}$ و 2.012 $X_{addwave} = 0.0372$ می با ندازه مال شده است. دامنه می باشد. در این حالت میدان محاسباتی با اندازه های از میکه می باشد. در این حالت میدان محاسباتی با اندازه مال ای انتخاب شده است. یکنواخت استفاده شده است. در جدول 1 خصوصیات شبیه سازی گذرش نوع-۲ آورده شده است.

شکل 13 توسعه زمانی موج پایه روی سطح دیواره مربوط به مؤلفه لحظهای سرعت در راستای جریان را در ارتفاع $\delta = 0.880 = y$ نشان می دهد. الگوهای واضح تاواییهای Λ - شکل همراستا که مشخص کننده ناپایداری موج پایه هستند، به شکل اغتشاشات انتشار یافته به سمت پایین دست جریان تشکیل می شوند. همین رویه در شکل 14 مربوط به مؤلفه لحظهای سرعت عرضی، w، به وضوح قابل مشاهده است. همان گونه که مشاهده می شود پس از بیشتر از 4 دوره تناوب، با توجه به طول میدان حل، شکل جریان متناوب می شود. متناوب شدن جریان و دوره تناوب آن در رفتار ضریب اصطکاک پوستهای لحظهای فروپاشی مد پایه در مقطع z=1/2L = z که برای زمانهای مختلف در شکل 15 ترسیم شده است، نیز مشاهده می شود.

رشد ضریب اصطکاک پوستهای، Cf، از خصوصیات جریان گذرش است. در شکل **16** توسعه زمانی خطوط همتراز ضریب اصطکاک پوستهای نشان داده شدهاست. همان گونه که بهوضوح مشاهده می شود، در توسعه زمانی، ضریب اصطکاک پوستهای رشد می کند. اختلاف چشم گیری در مقدار ضریب اصطکاک پوستهای در عرض های مختلف مشاهده می شود که نشان دهندهٔ اختلاف ضریب اصطکاک پوستهای در ساختارهای Λ - شکل می باشد.

در شکل 17 ضریب اصطکاک پوستهای لحظهای و متوسط در مقطعی از عرض جریان ترسیم شده است. رشد ضریب اصطکاک پوستهای متوسط مشاهده میشود. همچنین، تا قبل از توسعه موج پایه روی سطح دیواره



شکل 13 خطوط همتراز سرعت لحظهای، *u*، در ارتفاع **b = 0.88**⁶ و دورههای تناوب مختلف برای فروپاشی مد پایه



شکل 14 خطوط همتراز سرعت لحظهای، ۱⁄۷، در ارتفاع 0.886 = y و دورههای تناوب مختلف برای فروپاشی مد پایه (خطوط پر نشان دهندهٔ مقادیر مثبت و خطچینها مقادیر منفی)



شکل 15 تغییرات ضریب اصطکاک پوستهای در دورههای تناوب مختلف برای فروپاشی مد پایه در مقطع *_z*=1/2L



شکل 16 خطوط همتراز ضریب اصطکاک پوستهای، Cf، در دورههای تناوب مختلف برای فروپاشی مد پایه

ضریب اصطکاک پوستهای متوسط همچنان با مقادیر آن در جریان آرام برابر است. شروع رشد ناگهانی، Cf، روی دیواره میتواند نشانه شروع گذرش باشد. در واقع این رخداد میتواند بهعنوان تعریف استفاده شود.

در شبیهسازی سناریوی گذرش نوع-۲ عرض میدان حل برابر طول موج عرضی است و بنابراین در خطوط همتراز سرعت و تاوایی تشکیل تنها یک ساختار ۸ - شکل در عرض میدان حل مشاهده می گردد. انتظار می ود رفتار جریان در مقاطع عرضی *LAL*= *z* و *LAL*= *z* مشابه یکدیگر باشند. در شکلهای 18 تا 21 نیم رخ سرعت عمودی، ۷، در عرضهای مختلف برای دو طول *LAL*= *x* و *LAL*= *x* و دورههای تناوب مختلف برای فروپاشی مد پایه ترسیم شدهاست. همان گونه که مشاهده می شود، نیمرخهای سرعت می دهدند. برای مقایسه بهتر تمام نیمرخها در مقطع *LAL*= *x* هم مقیاس می دهند. برای مقایسه بهتر تمام نیمرخها در مقطع *LAL*= *x* هم مقیاس ترسیم شده است. با توسعه جریان در تناوب چهارم (شکل 19) اغتشاشات از نیمهٔ میدان حل گذشته است، در حالی که، هنوز در نیمهٔ انتهایی میدان همهٔ نیمرخها یکسان هستند و جریان آرام را نشان می دهد.

با تشکیل کامل تاواییهای همراستای Λ - شکل در کل میدان حل از تناوب ششم به بعد (شکل 20 و 21)، نیمرخهای سرعت در دو مقطع عرضی $z = 1/4L_z$ و $z = 3/4L_z$ و همچنین، در دو مقطع عرضی $z = 1/4L_z$ رفتار مشابهی در هر دو مقطع طولی و برای هر دو تناوب از خود نشان میدهند که نشان دهندهٔ خصوصیت بارز سناریوی نوع -K، تاواییهای







مهندسی مکانیک مدرس، خرداد 1394، دوره 15، شماره 3







شکل 20 نیمرخ سرعت عمودی، *۷*، در عرضهای مختلف برای دو طول _۲**. ا**۲/2 × ۲ و ۲/4*L* و ۲/4 = ۲ و دوره تناوب ۲۳ = ۲ برای فروپاشی مد پایه



شکل 21 نی_مرخ سرعت عمودی، *۷*، در عرضهای مختلف برای دو طول ۲٫۷L = ۲ و ۲٫۷L = ۲ و دوره تناوب ۲۲ = ۲ برای فروپاشی مد پایه

 Λ - شکل همراستا، است. همچنین، جریانهای برگشتی در نیمرخهای مؤلفه عمودی سرعت نشان دهندهٔ تشکیل تاواییهای Λ - شکل میباشد.

4- جمعبندی

هدف تحقیق حاضر، پایه گذاری کد محاسباتی شبیهسازی عددی بی واسطه برای شبیه سازی جریان گذرش و آشفته بوده است. باتوجه به رشد روزافزون سخت افزار رایانه ها در آینده نزدیک روش های DNS به صورت روشی عادی برای شبیه سازی عددی خواهد شد. لذا ایجاد ساختارها و بسترهای لازم، پیش از مواجهه با این دگر گونی، ضروری است. لذا هدف این تحقیق پایه گذاری کد محاسباتی شبیه سازی عددی بی واسطه قرار گرفته است. حلگر

مهندسی مکانیک مدرس، خرداد 1394، دوره 15، شماره 3

حاضر برای مشتق گیری مکانی از روش فشرده مرتبه ششم (یا مرتبه چهارم) و انتگرال زمانی مرتبه چهارم (یا سوم) به همراه فیلتر پایین گذر ضمنی مرتبه هشتم (با توجه به مرتبه روش مشتق گیری) استفاده می کند. از رابط برنامهنویسی کاربردی MPI بهمنظور موازیسازی کد استفاده شده است و افزایش سرعت قابل توجهی در محاسبات حجیم روش DNS بهدست آمده است. همچنین، شرایط مرزی بدون بازتابش برای کاهش اندازهٔ میدان حل و افزایش دقت شرایط مرزی بکار گرفته شده است. آزمون گذرش ارائه شده توافق بسیار خوبی با نتایج مرجع [11] نشان داده است که صحت و دقت بخشهای مختلف از حلگر را تأیید میکند. نتایج شبیهسازی عددی بیواسطه سناریوهای گذرش نوع-H و نوع-K روی صفحه تخت، ارائه گردید و رفتار این دو نوع از گذرش نشان داده شده است. تشکیل ساختارهای Λ - شکل جابجا شده و همراستا، بهترتیب، در سناریوهای گذرش نوع-H و نوع-K روی صفحه تخت بهصورت خطوط همتراز سرعت یا تاوایی بههمراه تغییرات ضریب اصطکاک پوستهای لحظهای و متوسط نشان داده شده است. همچنین، رشد ضریب اصطکاک پوسته ی متوسط که از خصوصیات رژیم گذرش می باشد ارائه گردیده است. نیمرخهای سرعت عمودی در مقاطع مختلف جریان و در دورههای تناوب مختلف، بهمنظور نشان دادن رفتار ساختارهای Λ - شکل، ترسيم شده است. نتايج نشان دهندهٔ صحت محاسبات حلگر حاضر و همچنین عملکرد مطلوب آن است. این حلگر می واند برای حل مسائلی با هندسهٔ پیچیده تر، همچون جریان حول ایرفویل، یا جریان آشفته در تحقیقات آتی استفادہ شود.

وحید اصفہانیان و همکا*ر*ان

5- فهرست علائم

Α	دامنه موج
a, b, c	ضريب مشتق فشرده
Cf	ضريب اصطكاك پوستهاي
Ср	ظرفیت گرمایی ویژه در فشار ثابت
Cv	ظرفیت گرمایی ویژه در حجم ثابت
E, F, G	بردار شار خاصیت
Et	انرژی کل
h	فاصله شبكه
J	ژاکوبین تبدیل مختصات
k	ضريب هدايت حرارتي
М	ژاکوبین تبدیل متغیرهای پایستار به اولیه
M∞	عدد ماخ
Р	فشار بيبعد
Pr	عدد پرانتل
q	بردار متغيرهاي اوليه
Q	بردار متغیرهای بقایی
Re	عدد رينولدز
S	عدد ساترلند
t	زمان بیب ع د
Т	۔ ۔ ۔ ۔ دورۂ تناوب (یریود)
u, v, w	مؤلفههای سرعت بی بعد
X, Y, Z	راستای مختصات کارتزین (فیزیکی)
علائم يونانى	
· · · · · · · · · · · · · · · · · ·	ض ب مشتق فشرده

نى)

on transition in the plane channel, *Phys. Fluids A Fluid Dyn.*, Vol. 1, No. 12, pp. 1960–1971, 1989.

- [10] V. V. Kozlov, M. P. Ramazanov, Development of finite-amplitude disturbances in Poiseuille flow, J. Fluid Mech., Vol. 147, pp. 149–157, 1984.
- [11] H. F. Fasel, U. Rist, U. Konzelmann, Numerical investigation of the threedimensional development in boundary-layer transition, AIAA J., Vol. 28, No. 1, pp. 29–37, Jan. 1990.
- [12] H. F. Fasel, Numerical Simulation of Instability and Transition in Boundary Layer Flows, in Laminar-Turbulent Transition, D. Arnal and R. Michel, Eds. Springer Berlin Heidelberg, pp. 587–598, 1990.
- [13] R. D. Joslin, C. L. Streett, C.-L. Chang, Theoretical and Computational Fluid Dynamics Spatial Direct Numerical Simulation of Boundary-Layer Transition Mechanisms: Validation of PSE Theory, *Theor. Comput. Fluid Dyn.*, Vol. 4, pp. 1–45, 1992.
- [14] T. Sayadi, C. W. Hamman, P. Moin, Direct numerical simulation of complete H-type and K-type transitions with implications for the dynamics of turbulent boundary layers, *J. Fluid Mech.*, Vol. 724, pp. 480– 509, Apr. 2013.
- [15] J. Larsson, Q. Wang, The prospect of using large eddy and detached eddy simulations in engineering design, and the research required to get there, *Philos. Trans. R. Soc. A Math. Phys. Eng. Sci.*, Vol. 372, No. 2022, pp. 1–15, Feb. 2014.
- [16] J. C. Tannehill, D. A. Anderson, R. H. Pletcher, Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer. Taylor & Francis, 1997.
- [17] S. K. Lele, Compact finite difference schemes with spectral-like resolution, J. Comput. Phys., Vol. 103, No. 1, pp. 16–42, 1992.
- [18] S. Gottlieb, On High Order Strong Stability Preserving Runge–Kutta and Multi Step Time Discretizations, J. Sci. Comput., Vol. 25, No. 1, pp. 105– 128, Oct. 2005.
- [19] C. A. Kennedy, M. H. Carpenter, R. M. Lewis, Low-Storage, Explicit Runge-Kutta Schemes for the Compressible Navier-Stokes Equations, *Appl. Numer. Math.*, Vol. 35, No. 3, pp. 177–219, 2000.
- [20] K. W. Thompson, Time dependent boundary conditions for hyperbolic systems, J. Comput. Phys., Vol. 68, No. 1, pp. 1–24, 1987.
- [21] T. J. Poinsot, S. K. Lele, Boundary Conditions for Direct Simulations of Compressible Viscous Flows, J. Comput. Phys., Vol. 101, No. 2, pp. 104– 129, Apr. 1992.
- [22] X. Chen, G.-C. Zha, Implicit application of non-reflective boundary conditions for Navier–Stokes equations in generalized coordinates, Int. J. Numer. Methods Fluids, Vol. 50, No. 7, pp. 767–793, Mar. 2006.
- [23] C. Liu, High performance computation for DNS/LES, Appl. Math. Model., Vol. 30, No. 10, pp. 1143–1165, 2006.
- [24] L. Jiang, H. Shan, C. Liu, M. Visbal, Non-Reflecting Boundary Conditions for DNS in Curvilinear Coordinates, *in Recent Advances in DNS and LES*, Vol. 54, D. Knight and L. Sakell, Eds. Springer Netherlands, pp. 219–233, 1999
- [25] M. R. Visbal, D. V. Gaitonde, High-order accurate methods for unsteady vortical flows on curvilinear meshes, *AIAA Pap.*, Vol. 131, 1998.
 [26] W. Nitsche, J. Suttan, S. Becker, P. Erb, Experimental and numerical
- [26] W. Nitsche, J. Suttan, S. Becker, P. Erb, Experimental and numerical investigations of controlled transition in low-speed free flight, *Aerosp. Sci.*, Vol. 5, pp. 245–255, 2001.
- [27] A. Monokrousos, L. Brandt, P. Schlatter, D. S. Henningson, DNS and LES of estimation and control of transition in boundary layers subject to freestream turbulence, *Int. J. Heat Fluid Flow*, Vol. 29, pp. 841–855, 2008.
- [28] W. S. Saric, H. L. Reed, Toward Practical Laminar Flow Control Remaining Challenges, AIAA Fluid Dyn. Conf. 28 June – 1 July 2004.
- [29] H. F. Fasel, U. Konzelmann, Non-parallel stability of a flat-plate boundary layer using the complete Navier-Stokes equations, J. Fluid Mech., Vol. 221, pp. 311–374, Apr. 1990.
- [30] Z. Wang, K. S. Yeo, B. C. Khoo, Spatial direct numerical simulation of transitional boundary layer over compliant surfaces, *Comput. Fluids*, Vol. 34, No. 9, pp. 1062–1095, Nov. 2005.

eta_o	عدد موج مايل
γ	نسبت ظرفیت گرمایی ویژه گاز
δ	ضخامت جابجايي لايهمرزي
Δ	تغييرات
ζ, η, ξ	راستای مختصات منحنیالخط (محاسبا
Λ	ماتريس مقادير ويژه
λ_o	طول موج مایل
ρ	چگالی بیبعد
arphi	خاصيت
ω	فركانس
بالانويسها	
٨	مقدار فیلتر شدہ

1		
اغتش	خاصيت	

زيرنويسها

2d, 3d	دوبعدی و سهبعدی
00	مقدار مرجع یا مقدار جریان آزاد
AddWave	محاراعمال موج

اشى

6- تقدیر و تشکر

نویسندگان از پژوهشکده خودرو، سوخت و محیط زیست (VFERI)، دانشگاه تهران برای پشتیبانی از این طرح پژوهشی تقدیر و تشکر مینمایند.

7- مراجع

- Y. S. Kachanov, V. Y. Levchenko, The resonant interaction of disturbances at laminar-turbulent transition in a boundary layer, *J. Fluid Mech.*, Vol. 138, pp. 209–247, 1984.
- [2] P. S. Klebanoff, K. D. Tidstrom, L. M. Sargent, The three-dimensional nature of boundary layer instability, *J. Fluid Mech.*, Vol. 12, pp. 1–34, 1962.
- [3] A. D. D. Craik, Non-linear resonant instability in boundary layers, J. Fluid Mech., Vol. 50, pp. 393–413, 1971.
- [4] T. Herbert, Secondary instability of boundary layers, Annu. Rev. Fluid Mech, Vol. 20, No. 1, pp. 487–526, 1988.
 [4] M. C. Sain, A. S. W. Theoreman. Second Science 4, 200 (200).
- [5] W. S. Saric, A. S. W. Thomas, Experiments on the subharmonic route to turbulence in boundary layers, *in Turbulence and Chaotic Phenomena in Fluids*, pp. 117–122, 1984.
- [6] P. J. Schmid, D. S. Henningson, Stability and transition in shear flows, Springer, 2001.
- [7] W. S. Saric, Special course on Progress in Transition Modeling, AGARD REPORT 793, North Atlantic Treaty Organization, 1993.
- [8] B. Singer, H. L. Reed, J. H. Ferziger, Investigation of the effects of initial disturbances on plane channel transition, in AIAA, Aerospace Sciences Meeting, 1986.
- [9] B. A. Singer, H. L. Reed, J. H. Ferziger, The effects of streamwise vortices

Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-28