



## شبیه‌سازی عددی بی‌واسطه سناریوهای گذرش کنترل شده روی صفحه تخت

وحید اصفهانیان<sup>1\*</sup>، علی اکبر دهقان<sup>2</sup>، مسیح خوشاب<sup>3</sup>، حسین چیزری<sup>4</sup>

1- استاد، مهندسی مکانیک، پژوهشکده خودرو، سوخت و محیط زیست، دانشگاه تهران، تهران

2- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد، یزد

3- دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد، یزد

4- دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه علوم مالزی، مالزی

\* تهران، صندوق پستی 1439957131، evahid@ut.ac.ir

### چکیده

در جریان آرام کنترل رخداد گذرش بسیار پراهمیت است زیرا تعیین صحیح نیروهای آیرودینامیکی و میزان انتقال حرارت شدت تحت تأثیر تشخیص درست و کنترل این رخداد است. گذرش به‌طور شدیدی تابع زمان و مکان است و به‌طور سریع مقیاس‌های مختلف میکروسکوپی و ماکروسکوپی به یکدیگر تبدیل می‌شوند. عدم قطعیت مدل‌های آشفتگی در تعیین مکان رخداد گذرش جریان موجب طراحی نادرست یا دست‌کم افزایش هزینه طراحی و ساخت خواهد شد. با توجه به رشد روزافزون توان محاسباتی رایانه‌ها و همچنین کارآمدی بیشتر روش‌های عددی در دینامیک سیالات محاسباتی، روش شبیه‌سازی عددی بی‌واسطه، DNS، کاربرد بیشتری حتی در صنعت پیدا کرده است. در تحقیق حاضر، زیربنای کد محاسباتی شبیه‌سازی عددی بی‌واسطه پایه‌گذاری شده است و هدف این تحقیق ارائه کد حلگر شبیه‌سازی عددی بی‌واسطه است. این حلگر برای مشتق‌گیری مکانی از روش فشرده و انتگرال زمانی از رنگ- کوتای مرتبه- بالا به همراه فیلتر پایین گذر استفاده می‌کند. همچنین، شرایط مرزی بدون بازتابش برای کاهش اندازه میدان حل و افزایش دقت شرایط مرزی بکار گرفته شده است. تحقیق حاضر، شبیه‌سازی عددی بی‌واسطه سناریوهای گذرش کنترل شده روی صفحه تخت، را نشان داده است. توافق کیفی و کمی آزمون‌ها با نتایج دیگر تحقیقات نشان دهنده صحت و دقت بخش‌های مختلف از حلگر است.

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل  
دریافت: 16 مهر 1393  
پذیرش: 20 آذر 1393  
ارائه در سایت: 25 بهمن 1393  
کلید واژگان:  
سناریوهای گذرش کنترل شده  
صفحه تخت  
شبیه‌سازی عددی بی‌واسطه  
روش عددی مرتبه بالا

## Direct Numerical Simulation of Controlled Transition Scenarios on a Flat plate

Vahid Esfahanian<sup>1\*</sup>, Ali Akbar Dehghan<sup>2</sup>, Masih Khoshab<sup>2</sup>, Hossain Chizari<sup>3</sup>

1- Department of Mechanical Engineering, Vehicle Fuel and Environment Research Institute, University of Tehran, Tehran, Iran

2- Department of Mechanical Engineering, Yazd University, Yazd, Iran

3- Department of Mechanical and Aerospace, University Science Malaysia, Gelugor, Malaysia

\* P.O.B. 1439957131 Tehran, Iran, evahid@ut.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 08 October 2014  
Accepted 11 December 2014  
Available Online 14 February 2015

**Keywords:**  
Controlled transition scenario  
Flat plate  
Direct Numerical Simulation  
High-order method

### ABSTRACT

Transition control is of great significance in laminar flows since determination of aerodynamics coefficients as well as heat transfer magnitude is strongly affected by accurate prediction and control of this phenomenon. Transition is exceedingly dependent on space and time such that various microscopic and macroscopic scales can convert to each other rapidly. On one side, available uncertainties in RANS turbulence models can lead to inappropriate, or at least expensive, designs. On the other, considering the growing rate of computational resources along with development of more efficient numerical methods in CFD applications, Direct Numerical Simulation, DNS, has found an applicable role even in industrial applications. In the present study, a robust computational code is developed for Direct Numerical Simulation aimed at fundamental purposes. To this end, high-order compact finite-difference for spatial derivatives and high-order Runge-Kutta time integration are used in the present code as well as a low-pass filter to elucidate spurious oscillations. Also, non-reflecting boundary condition is employed to keep the domain size as small as possible and to improve the numerical accuracy at the boundaries. In the present study, Direct Numerical Simulation investigates controlled transition scenarios for flow over a flat plate. Results are in a good agreement with those of previous researches both qualitatively and quantitatively, which verify the various parts of the developed solver.

### 1- مقدمه

و گذرش است بلکه به‌منظور برطرف کردن نیازهای طراحی وسایل پرنده، توربین‌های بادی و به‌طور کلی بهینه‌سازی مصرف و تولید انرژی است. در جریان آرام کنترل رخداد گذرش بسیار پراهمیت است زیرا تعیین صحیح

جریان گذرش در سال‌های اخیر اهمیت بیشتری یافته است. تلاش‌هایی که در این راستا انجام شده است نه‌تنها به‌منظور فهم بیشتر سازکارهای ناپایداری

Please cite this article using:

V. Esfahanian, A. A. Dehghan, M. Khoshab, H. Chizari, Direct Numerical Simulation of Controlled Transition Scenarios on a Flat plate, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 3, pp. 353-364, 2015 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

دوبعدی کوچک که با استفاده از نوار مرتعش و به‌صورت کنترل شده تولید شده بودند [1] جریان آرام تحریک شد و جریان گذرش تولید گردید. چگونگی ورود اغتشاشات در گذرش‌های کنترل شده نوع-K و نوع-H از طریق دمش/مکش دیواره در لایه مرزی به‌طور کامل شناخته شده است [1]. این شناخت موجب کاهش عدم قطعیت، بررسی بهتر و اصلاح دقیق‌تر مدل‌سازی‌های آشفته می‌شود. از طرف دیگر، بررسی چگونگی روند ورود اغتشاشات<sup>5</sup> و کنترل رخداد گذرش از طریق حل DNS امکان‌پذیر می‌شود.

لازمه ورود به جریان آشفته وجود اغتشاشات سه‌بعدی می‌باشد. در واقع شروع گذرش از موج‌های ناپایداری دوبعدی است اما در نهایت برای رسیدن به جریان آشفته، تولید امواج سه‌بعدی لازم است. پایداری ثانویه سیالی که امواج پله‌ای به آن اضافه شده باشد حول یک جسم سه‌بعدی در سال 1962 توسط کلبانف، تیداستورم و سارگنت اندازه‌گیری شد [2]. آن‌ها نشان دادند اندرکنش یک جفت موج مایل به همراه موج TS<sup>6</sup> هم‌فرکانس موجب رشد هم‌سازهای بالاتر<sup>7</sup> می‌شود. سپس، اغتشاشات سه‌بعدی به تاوایی‌های<sup>8</sup>  $\Lambda$  - شکل توسعه پیدا می‌کنند. تاوایی‌های  $\Lambda$  - شکل دارای دو بخش رأس و دنباله هستند. رأس آن‌ها یک تاوایی در جهت عرضی است که به آن قله گفته می‌شود و دو دنباله کشیده شده از دو طرف رأس که تاوایی‌های در جهت جریان هستند و جهت چرخش برخلاف یکدیگر دارند. در شکل 1 این تاوایی‌ها مشاهده می‌شوند. بخش رأس تاوایی  $\Lambda$  - شکل دارای گرادبان شدید و ضریب اصطکاک پوسته‌ای بیشتری است و نیمرخ‌های سرعت با نقاط عطف لحظه‌ای از خصوصیات آن می‌باشد. این سناریوی پایه گذرش است که دارای تاوایی‌های پی‌درپی است. چیدمان کنار یکدیگر این ساختارها به قله و چاه شناخته می‌شود<sup>9</sup>. ساختار قله - چاه با نرخ سریع‌تر از نرخ‌های تقویت امواج TS (لُج) نمو می‌کند. این مسیر گذرش است که شرایط آن مشابه آزمایش کلبانف و همکاران است و گردابه‌های  $\Lambda$  - شکل به‌صورت قله‌های پی‌درپی و چاه‌های پی‌درپی آرایش پیدا می‌کنند. این نوع گذرش به نام فروپاشی مد پایه<sup>10</sup> یا نوع-K شناخته می‌شود.

کاجانف، کوزلف و لَفچَنکو [1] با استفاده از داده‌ها و آزمایشات تجربی نوع دیگری از پایداری ثانویه را نشان دادند که به وسیله نوسانات با فرکانس زیرهمساز<sup>11</sup> موج پایه<sup>12</sup> و تغییر فاز آن‌ها در فضای سه‌بعدی به‌وجود می‌آید. طول موج این نوسانات مضرب صحیحی از طول موج پایه می‌باشد. آشکارسازی جریان نشان دهنده الگوهای جابجا شده از تاوایی‌های  $\Lambda$  - شکل در این نوع گذرش است. اندازه‌گیری‌های سیم داغ نشان داده‌است که امواج زیرهمساز (یک ویژگی لازم الگوی جابجاشده) درون لایه مرزی برانگیخته شده و موجب تولید برهم‌کنش امواج تشدید شده (که به نام نوع-C نامیده می‌شود) یا ناپایداری‌های ثانویه (که به نام نوع-H شناخته شده است) می‌شود. این مسأله در سال 1971 توسط کریک [3] پیش‌بینی شده بود و با توجه به تلاش‌های این دانشمند، این نوع پایداری به نوع C- شهرت یافت. در ادامه مشخص شد که در دامنه‌های بزرگ اغتشاشات، اهمیت مکانیزم کریک کم شده و ناپایداری براساس مدهایی گسترش می‌یابد که از وضعیت تشدید دورتر باشند. این سناریوی گذرش به‌صورت الگوهای جابجا شده‌ای از قله‌ها و

نیروهای آیرودینامیکی و میزان انتقال حرارت بشدت تحت تأثیر تشخیص درست و کنترل این رخداد است. هنوز تولید نتایج آزمایشگاهی برای تولید جزئیات دقیق هزینه‌بر و مشکل است و روش عددی و بخصوص شبیه‌سازی عددی بی‌واسطه<sup>1</sup>، DNS، روزبه‌روز جذاب‌تر می‌شود.

شبیه‌سازی عددی بی‌واسطه یکی از چالش برانگیزترین روش‌ها در دینامیک سیالات محاسباتی به‌شمار می‌رود. در این روش همه مقیاس‌های طولی و زمانی جریان سیال به‌طور بی‌واسطه توسط معادلات ناویر-استوکس حل می‌شوند. چنین کاری در عمل بسیار مشکل است. جهت ایجاد تفکیک‌پذیری بالا در شبیه‌سازی عددی بی‌واسطه نیاز به تعداد بسیار زیاد نقاط شبکه می‌باشد. پیمایش در زمان نیز نیازمند گام‌های زمانی بسیار کوچک است. ترکیب این دو نیاز، باعث می‌شود حتی برای اعداد رینولدز کم، هزینه محاسبات روش شبیه‌سازی عددی بی‌واسطه بسیار زیاد باشد. مرتبه دقت در مکان اهمیت فراوانی دارد. بنابراین، از روش‌های مرتبه بالا همچون روش طیفی و روش فشرده<sup>2</sup> استفاده می‌شود. علاوه بر این، استفاده از شبکه ریز و روش‌های مرتبه بالا، نیازمند فیلترهای مرتبه بالا برای جلوگیری از انتشار امواج مصنوعی فرکانس بالا است که موجب ناپایداری در حل و نتایج گمراه کننده می‌شوند. موضوع مهم دیگر، دقت و صحت رفتار شرایط مرزی است. زیرا تأثیر شرایط مرزی بر دقت و صحت حل چشم‌گیر است. به این منظور استفاده از شرایط مرزی بدون بازتاب پیشنهاد شده است. در نهایت، به‌دلیل حجم زیاد محاسبات در روش شبیه‌سازی عددی بی‌واسطه، موازی‌سازی با استفاده از رابط‌های برنامه‌نویسی کاربردی<sup>3</sup> همچون MPI<sup>4</sup> ضروری است و موجب افزایش سرعت قابل توجهی در شبیه‌سازی می‌شود.

گذرش از دیدگاه فیزیکی شدیداً تابع زمان و مکان است و به‌طور سریع مقیاس‌های مختلف میکروسکوپی و ماکروسکوپی به یکدیگر تبدیل می‌شوند. مدل‌های آشفته‌گی (RANS) قادر به حل چنین مسائلی نیست و تنها DNS و LES قادر به حل چنین مسائلی است. عدم قطعیت مدل‌های آشفته‌گی در تعیین مکان رخداد گذرش جریان موجب طراحی نادرست یا دست‌کم افزایش هزینه طراحی و ساخت خواهد شد. همچنین، متوسط‌گیری زمانی در مدل‌های آشفته‌گی به‌طور پایه‌ای موجب عدم صحت نتایج مسایل تابع زمان خواهد شد و ممکن است تنها در حل‌های شبه‌گذرا قابل قبول باشد. صحت نتایج متوسط‌گیری مکانی هم محدود به جریان‌های همگن است. در جریان‌های آشفته ناپایا وضعیت وخیم‌تر است زیرا گام‌های زمانی مختلف موجب نتایج متفاوت خواهد شد و استفاده از مدل‌های آشفته‌گی که وابستگی به نوع مساله دارد بسیار مشکل است و نمی‌توان به‌طور کلی مدلی را برای همه مسایل پیشنهاد کرد. اصلاح مدل‌های آشفته‌گی برای تعیین مکان رخداد گذرش و جریان‌های تراکم‌پذیر با استفاده از نتایج بدست آمده از DNS امکان‌پذیر خواهد بود.

فهم دقیق مراحل اولیه گذرش در کنترل بهینه آشفته‌گی پراهمیت است. چگونگی تحولات جریان پایه برای به تأخیر انداختن گذرش هنگامی که آشفته‌گی مخرب است یا تسریع ناپایداری هنگامی که افزایش میزان اختلاط در جریان لازم است، نقش مهمی دارد. گذرش کنترل شده به سناریوهای گذرش گفته می‌شود که با وارد کردن اغتشاشات دوبعدی کوچک تولید شده باشد. این نام‌گذاری به آزمایش‌های تجربی در تونل باد باز می‌گردد. با کاهش سطح آشفته‌گی جریان آزاد در اندازه‌گیری‌های تونل باد و اعمال اغتشاشات

5- این روند به پذیرندگی (Receptivity) شناخته می‌شود.

6- Tollmien-Schlichting  
7- Higher Harmonics  
8- Vorticities  
9- Peak and Valley  
10- Fundamental Mode Breakdown  
11- Subharmonic  
12- Fundamental Frequency

1- Direct Numerical Simulation (DNS)  
2- Compact Methods  
3- Application Programming Interface (API)  
4- Message Passing Interface (MPI)

که از ویژگی‌های تونل باد است، ناپایداری نوع K- حاکم است و شبیه‌سازی‌های عددی نتایج آزمایشگاهی را پیش‌بینی می‌کند. پس، هر آزمایش به‌طور طبیعی با سطح پایینی از تاوایی در جهت جریان آلوده می‌شود که فروپاشی سه‌بعدی را تولید می‌کند و منجر به ناپایداری‌های ثانویه می‌شود. پیش از آنکه گرادیان فشار کوچک در جهت جریان در محاسبات اعمال نشده بود، محاسبات فازل و همکاران [11] و فازل [12] تحت شرایط آزمایش‌های کلبانف و همکاران [2] مطابقت ضعیفی را برای رشد مکانی در وضعیت قله و چاه نشان می‌داده‌است. این گرادیان فشار در آزمایش‌های کلبانف و همکاران حضور داشت. ریست و کاجانف جزئیات بسیاری را بین نتایج اندازه‌گیری سیم داغ و DNS برای فروپاشی نوع K- مقایسه کردند و مطابقت بسیار خوبی برای توسعه اغتشاش مکانی، طیف اغتشاش، سرعت لحظه‌ای و طیف فرکانسی/عدد موج عرضی، بدست آورده شد.

جاسلین و همکاران [13] نتایج زیرهمساز به‌دست آمده توسط کاجانف و لچنکو [1] را شبیه‌سازی کردند و توافق کیفی خوبی به‌دست آوردند. با وجود این‌که برخی اختلاف مدال بین این دو بود، هنگامی که گرادیان فشار نامطلوب اندکی و تغییر فرکانس موثر کوچکی در اغتشاش به محاسبات اعمال شد این مشکل برطرف گردید.

اخیراً صیادی و همکاران [14] جریان آشفته حاصل از گذرش نوع K- و نوع H- را به‌طور کامل، تا رسیدن به جریان آشفته، روی صفحه تخت شبیه‌سازی بی‌واسطه کرده‌اند. آن‌ها خواص جریان آشفته حاصل از گذرش‌های مختلف، شامل گذرش‌های کنترل شده و گذرش بای‌پس را مقایسه کردند و نشان داده‌اند خواص جریان آشفته حاصل از گذرش‌های مختلف یکسان است. با افزایش تشکیل ساختارهای  $\Lambda$  - شکل و اشباع این ساختارها، جریان وارد رژیم آشفته می‌شود. لذا، شناخت و بررسی آن‌ها در جریان گذرش روشی برای مطالعه رژیم آشفته است.

در تحقیق حاضر، زیربنای کد محاسباتی DNS پایه‌گذاری شده است و نتایج مربوط به سناریوهای گذرش کنترل شده روی صفحه تخت، را نشان خواهد داد. روش‌های عددی تفاضل محدود مرتبه- بالا و پردازش موازی برای پایه‌گذاری حلگر با دقت و صحت بالا استفاده شده است. نتایج شبیه‌سازی عملکرد بسیار خوب حلگر و راندمان بالای آن را در حجم بسیار زیاد محاسبات نشان می‌دهد. با توجه به رشد روزافزون سخت‌افزار رایانه‌ها روش‌های LES تا سال 2020 میلادی به‌صورت روشی عادی برای شبیه‌سازی عددی در صنعت خواهد بود [15] و در آینده نزدیک روش‌های DNS نیز این‌گونه خواهد شد. لذا ایجاد ساختارها و بسترهای لازم، پیش از مواجهه با این دگرگونی، ضروری است.

## 2- روش عددی

### 2-1- معادلات حاکم و گسسته‌سازی

معادلات سه‌بعدی ناویر- استوکس غیردائم، تراکم‌پذیر و بی‌بعد در مختصات منحنی‌الخط متعامد  $(\xi, \eta, \zeta)$ ، معادلات حاکم است که به‌فرم بقایی رابطه (1) نوشته شده است [16]:

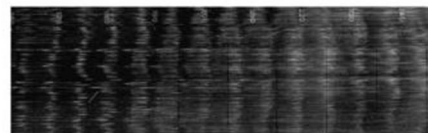
$$\frac{1}{J} \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial \xi} + \frac{\partial F}{\partial \eta} + \frac{\partial G}{\partial \zeta} = \frac{\partial E_v}{\partial \xi} + \frac{\partial F_v}{\partial \eta} + \frac{\partial G_v}{\partial \zeta} \quad (1)$$

در این معادله  $Q$  بردار متغیرهای بقایی،  $E$ ،  $F$  و  $G$  جملات شار غیرلزج و  $E_v$ ،  $F_v$  و  $G_v$  جملات شار لزج در دستگاه مختصات منحنی‌الخط می‌باشند. همچنین،  $J$  ژاکوبین انتقال از دستگاه فیزیکی به دستگاه محاسباتی است. برای تبدیل به فرم بدون بعد، مقادیر مرجع برای طول،

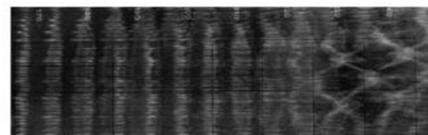
چاه‌ها توصیف می‌شود و به افتخار هربرت [4] نوع H- نام گرفت. در شکل 1 سناریوی گذرش از مرجع [5] ارائه شده است. ترکیب خطی گذرش‌های نوع K- و نوع H- می‌تواند تمام سازکارهای ممکن پذیرندگی<sup>1</sup> را برای گذرش کنترل‌شده ارائه دهد [6].

نتایج شگفت‌انگیز حاصل از مدل تحلیلی هربرت [7] و محاسبات ناویر-استوکس سینگر و همکاران [9,8] آن بود که تحت شرایط یکسان دامنه نسبت به نتایج آزمایشگاهی، سازکار فروپاشی زیرهمساز، نوع H-، بدست آمده بود، در حالی که، در نتایج آزمایشگاهی فروپاشی نوع K- را مشاهده کرده بودند. این نتایج برخلاف مشاهدات آزمایشگاهی کلبانوف بود و بسیاری دیگر از محققین این نتایج را تایید کرده بود. تنها کوزلف و رمضانف [10] در آزمایش کانال، هنگامی که زیرهمساز به‌صورت مصنوعی اعمال شده بوده است، گذرش نوع H- را دیده بودند.

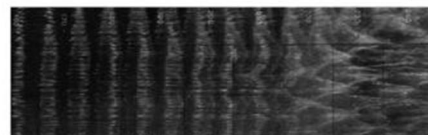
این تناقض توسط سینگر و همکاران [9] برطرف شد. تحت شرایط اولیه نويز تصادفی و موج TS اجباری دوبعدی، مد زیرهمساز توسط تئوری پیش‌بینی می‌شود ولی به‌صورت آزمایشگاهی دیده نمی‌شود. در هر حال، هنگامی که تاوایی<sup>2</sup> در جهت جریان (که به‌دلیل آشفته‌گی صفحات بالادست در نازل تونل باد وجود دارد) اعمال شود، مد زیرهمساز تحت تأثیر مدهای پایه قرار می‌گیرد (همانند آزمایشگاه). هنگامی که گردابه‌هایی در جهت جریان اعمال شود، الگوی ساختار قله- چاه منظم پدیدار می‌شود. در حضور تاوایی در جهت جریان، مد پایه بر مد زیرهمساز ارجحیت پیدا می‌کند، که این در توافق با مشاهدات آزمایشگاهی است ولی با تئوری که حضور چنین گردابه‌هایی را در نظر نمی‌گیرد، توافق ندارد. بدون تاوایی در جهت جریان، مدهای زیرهمساز حاکم هستند همچنان‌که توسط تئوری پیش‌بینی می‌شود و توسط شبیه‌سازی عددی تایید می‌گردد. در حضور تاوایی در جهت جریان



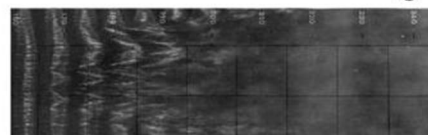
(الف)



(ب)



(ج)



(د)

شکل 1 سناریوهای گذرش و تشکیل ساختارهای  $\Lambda$  - شکل [5]: (الف) امواج TS دوبعدی، (ب) الگوی سه‌بعدی جابجا شده با طول موج بلند در جهت عرضی (نوع C-)، (ج) الگوی سه‌بعدی جابجا شده با طول موج کوتاه در جهت عرضی نوع H- و (د) الگوی منظم قله- چاه.

1- Receptivity  
2- Vorticity

برای پیشروی در زمان، از روش انتگرال‌گیری رانگ-کوتا استفاده می‌شود. با توجه به حجم محاسبات بسیار زیاد در روش شبیه‌سازی عددی بی‌واسطه و همچنین دقت زمانی مورد نیاز، لازم است از روشی استفاده شود که مرتبه دقت زمانی بالایی داشته باشد و در عین حال حافظه کمی را اشغال کند. روش‌های گوناگونی برای انتگرال‌گیری زمانی حل وجود دارند که به چند صورت دسته‌بندی می‌شوند:

- براساس مرتبه زمانی
- براساس تعداد مراحل حل
- براساس واحد حافظه اشغال شده

بدیهی است که استفاده از روشی که بیشترین مرتبه زمانی را داشته و کمترین حافظه را اشغال کند، می‌تواند مفید باشد. روش‌هایی که دو واحد حافظه اشغال شده دارند<sup>2</sup> به‌صورت‌های گوناگونی تنظیم می‌شوند و روش فان‌در‌هون<sup>3</sup> یک روش مناسب می‌باشد [19,18]. برای حالتی که تعداد  $m$ -مرحله داشته باشد، الگوریتم ارایه شده در رابطه (8) به‌کار می‌رود:

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q}{\partial t} &= R(Q) \\ i=1 \rightarrow m \{ \\ S_1 &= S_2 + \Delta t (a_{i,i-1} - b_{i-1}) S_1 \\ S_1 &= R(S_1) \\ S_2 &= S_2 + \Delta t \cdot b_i \cdot S_1 \} \\ Q^{n+1} &= S_2 \end{aligned} \quad (8)$$

در این تحقیق، رانگ-کوتای مرتبه چهارم، 5 مرحله‌ای با دو واحد حافظه [19] در مسأله نمونه با موفقیت اعمال شده است و پایداری مناسبی از خود نشان داده است.

## 2-2- شرایط مرزی و اولیه

اعمال شرایط مرزی از موضوعات مهم در دینامیک سیالات محاسباتی است و به‌طور خاص در شبیه‌سازی عددی بی‌واسطه دو دلیل مهم وجود دارد: اول آن‌که، شرط مرزی بیانگر طبیعت جریان آشفته در مرز است و دوم آن‌که، شرط مرزی بایستی با روش‌های عددی مرتبه بالا که برای گسسته‌سازی استفاده می‌شوند، سازگار باشد. برای جریان زیر صوت، معادلات ناویر-استوکس در مکان بیضوی و نسبت به زمان سهموی هستند. لذا شرایط مرزی و اولیه تأثیر زیادی بر نتایج دارد، بخصوص در مسائلی همچون بررسی گذر ش که شرایط اولیه و مرزی اهمیت دارد.

در شبیه‌سازی عددی بی‌واسطه، از الگوریتم‌های عددی مرتبه بالا در مکان و زمان استفاده می‌شود. در روش تفاضل محدود، الگوریتم‌های عددی پیشرفته بر پایه روش‌های مرتبه بالا می‌توانند تفکیک‌پذیری<sup>4</sup> در حد روش‌های طیفی و استهلاک عددی<sup>5</sup> پایین، داشته باشد [17]. دقت و امکان استفاده از چنین الگوریتم‌های عددی، توسط شرایط مرزی که در مدل حلگر نهایی اعمال می‌شود، محدود می‌گردد.

صحت محاسبات جریان ناپایا بستگی به صحت رفتار شرایط مرزی دارد. به‌دلیل محدودیت منابع محاسباتی، تنها بخشی از میدان محاسباتی برای جریان ناپایا در نظر گرفته می‌شود و هر چه میدان حل کوچک‌تر باشد هزینه محاسبات کاهش می‌یابد. کوچک کردن میدان، موجب بازتابش امواج

چگالی، سرعت، دما، فشار و زمان به‌ترتیب  $L, \rho_\infty, U_\infty, T_\infty, \rho_\infty U_\infty^2$  می‌باشند. در محاسبات مربوط به صفحه تخت ضخامت جایجایی در محل اعمال موج در لایه مرزی،  $\delta_{AddWave}$ ، یا طول انتهای صفحه به عنوان طول مرجع  $(Re_\delta = 1.720787\sqrt{Re \cdot x})$  و مقادیر جریان آزاد به عنوان سایر مقادیر مرجع انتخاب شده‌اند. با استفاده از مقادیر مرجع بالا، می‌توان اعداد بی‌بعد مرجع را به صورت رابطه (2) تعریف نمود:

$$M_\infty = \frac{U_\infty}{\sqrt{\gamma R T_\infty}}, \quad Re = \frac{\rho_\infty U_\infty L}{\mu_\infty}, \quad Pr = \frac{C_p \mu_\infty}{k_\infty}, \quad \gamma = \frac{C_p}{C_v} \quad (2)$$

که در آن  $R$  ثابت گاز ایده‌آل،  $C_p$  و  $C_v$ ، به‌ترتیب، ظرفیت گرمایی ویژه در فشار ثابت و حجم ثابت می‌باشند. در تحقیق حاضر،  $Pr = 0.71$  و  $\gamma = 1/4$  فرض شده‌اند. لزجت بدون بعد نیز براساس رابطه ساترلند<sup>1</sup> (3) به‌دست آمده است.

$$\mu = \frac{T^{\frac{3}{2}}(1+S)}{T+S}, \quad S = \frac{110/3}{T_\infty} \quad (3)$$

که در آن دما برحسب واحد کلوین می‌باشد. این معادلات با استفاده از معادله حالت گاز کامل، رابطه (4)، تکمیل خواهند شد.

$$\gamma M_\infty^2 P = \rho T, \quad E_t = \rho e_t = \frac{P}{\gamma-1} + \frac{1}{2} \rho (u^2 + v^2 + w^2) \quad (4)$$

روش‌های عددی کم-اتلاف مرتبه-بالا برای محاسبات جریان تراکم‌پذیر از اجزای ضروری هستند. هدف جلوگیری از اتلاف عددی بیش از حد در حل ویژگی‌های جریانی است که گستره‌ای وسیع از مقیاس‌های طولی را دارد. خانواده روش‌های فشرده انتخاب مناسبی برای حصول این هدف است. این روش، در مقایسه با روش طیفی، قدرت تفکیک‌پذیری مناسبی دارد درحالی که مشکلات و محدودیت‌های روش طیفی را ندارد [17]. در تحقیق حاضر، همه مشتقات مکانی با استفاده از روش فشرده مرکزی مرتبه-ششم بدست آورده شده است. مشتق مکانی فشرده به‌صورت رابطه (5) نوشته می‌شود [17]:

$$\begin{aligned} \beta f'_{i-2} + \alpha f'_{i-1} + f'_i + \alpha f'_{i+1} + \beta f'_{i+2} = \\ \frac{1}{2h} \left[ a(f_{i+1} - f_{i-1}) + \frac{b}{2}(f_{i+2} - f_{i-2}) + \frac{c}{2}(f_{i+3} - f_{i-3}) \right] \end{aligned} \quad (5)$$

در رابطه بالا  $f'$  مشتق متغیر  $f$  در شبکه با فاصله  $h$  می‌باشد. با قرار دادن  $\beta = 0$  خانواده‌ای از روش‌های سه قطری به‌دست می‌آیند. ضرایب مشتق مکانی ضمنی فشرده مرتبه ششم  $a, b, c, \alpha, \beta$  به‌ترتیب برابر با  $14/9, 1/9, 0, 1/3, 0$  هستند. برای نقاط مرزی و نزدیک به مرز فرمول‌بندی متفاوتی استفاده می‌شود. در نقاط نزدیک مرزها روش غیرمرکزی یا یکسویه استفاده شده است. فرمول‌بندی یکسویه روش فشرده مرتبه ششم برای نقاط مرزی به‌صورت رابطه (6) و (7) است:

$$\begin{aligned} f'_i + 4f'_{i+1} = \\ \frac{1}{h} \left( -\frac{37}{12} f'_i + \frac{2}{3} f'_{i+1} + 3f'_{i+2} - \frac{2}{3} f'_{i+3} + \frac{1}{12} f'_{i+4} \right) \quad i=1 \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{8} f'_{i-1} + f'_i + \frac{3}{4} f'_{i+1} = \\ \frac{1}{h} \left( -\frac{43}{96} f'_{i-1} - \frac{5}{6} f'_i + \frac{9}{8} f'_{i+1} + \frac{1}{6} f'_{i+2} - \frac{1}{96} f'_{i+3} \right) \quad i=2 \end{aligned} \quad (7)$$

2- Two-register schemes  
3- van der Houwen  
4- Resolution  
5- Numerical dissipation

1- Sutherland's Law

$$L = \Lambda P^{-1} \frac{\partial q}{\partial \xi} \quad (13)$$

با استفاده از رابطه (13)، معادلات ناویر-استوکس (معادله 12)، به صورت رابطه (14) نوشته می‌شود [22]:

$$P^{-1} \frac{\partial q}{\partial t} + L + P^{-1} b \frac{\partial q}{\partial \eta} + P^{-1} c \frac{\partial q}{\partial \zeta} = P^{-1} M^{-1} \cdot R_V \quad (14)$$

یا به فرم پایستار به صورت رابطه (15) نوشته می‌شود [22]:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + M \cdot P \cdot L + \frac{\partial F}{\partial \eta} + \frac{\partial G}{\partial \zeta} = R_V \quad (15)$$

در نهایت با تعریف  $D = M \cdot P \cdot L$ ، معادلات ناویر-استوکس در مختصات منحنی‌الخط به فرم مشخصه در جهت  $\xi$ ، به صورت رابطه (16) نوشته می‌شود [22]:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + D + \frac{\partial F}{\partial \eta} + \frac{\partial G}{\partial \zeta} = R_V \quad (16)$$

معادله (16) برای اعمال شرط مرزی بدون بازتابش در جهت  $\xi$  حل خواهد شد. معادلات ناویر-استوکس در مختصات منحنی‌الخط و فرم مشخصه در جهت  $\eta$  و  $\zeta$  نیز به همین روش استخراج می‌شوند. همچنین، با صرف نظر کردن از جملات عرضی (جملات سوم و چهارم سمت چپ) و جملات لزج (جملات سمت راست) معادله (16)، رابطه شرط مرزی غیرلزج یک‌بعدی محلی به دست می‌آید.

نکته‌ای که بایستی مورد توجه واقع شود، اعمال شرایط مرزی برای نقاط گوشه (تقاطع دو مرز) و کنج (تقاطع سه مرز) است. یک ترفند نسبتاً رایج، متوسط‌گیری از نقاط همسایه می‌باشد. در شبیه‌سازی عددی بی‌واسطه، این کار باعث ناپایداری و انتشار اغتشاش خواهد شد. محاسبه امواج وارد شده به میدان و امواج خروجی از میدان در همه جهت‌های مختصات در گره گوشه (کنج)، بسته به این که گوشه (کنج) تقاطع کدام مرزها باشد، روش مناسبی برای اعمال شرایط مرزی برای نقاط گوشه (کنج) است. هر چند اعمال آن در کد نویسی هزینه‌بر است، با این حال، اعمال آن سراسر است می‌باشد و صحت شرایط مرزی را تأمین می‌کند. به عنوان نمونه برای یک گوشه که تقاطع دو مرز در جهت‌های  $\xi$  و  $\eta$  باشند رابطه (17) استفاده می‌شود:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + D_\xi + D_\eta + \frac{\partial G}{\partial \zeta} = R_V \quad (17)$$

پاسخ‌های معادله بلازیوس به عنوان شرط اولیه در همه آزمون‌ها در نظر گرفته شده است.

### 2-3- فیلتر ضمنی پایین گذر خطی

به دلیل ماهیت غیرخطی معادلات ناویر-استوکس، بعد از هر گام زمانی امواج فرکانس بالا در حل تولید می‌شود. فرکانس‌های عددی پس از چند تکرار تقویت شده و به صورت فرکانس‌های فیزیکی مصنوعی موجب ناپایداری حل می‌شوند. برای جلوگیری از آن، از فیلترهای عددی مرتبه بالا استفاده می‌شود. در تحقیق حاضر از فیلتر ضمنی مرتبه بالا که توسط لی [17] ارائه شده است و برای این منظور کارآمد و مناسب می‌باشد، استفاده شده است. فرمول بندی فیلتر ضمنی مرتبه بالا به صورت رابطه (18) است:

$$a_f \hat{\phi}_{i-1} + \hat{\phi}_i + a_f \hat{\phi}_{i+1} = \sum_{n=0}^N \frac{a_n}{2} (\phi_{i-n} + \phi_{i+n}) \quad (18)$$

که در آن،  $\hat{\phi}$  خاصیت فیلتر شده و  $\phi$  خاصیت فیلتر نشده است. همچنین،  $n$ ، تعداد نقاط درگیر است و  $a_f$  و  $a_n$  ضرایب ثابت هستند که بسته به مرتبه فیلتر تعیین می‌گردند [25]. در فیلتر کردن و همچنین در

مصنوعی که شامل امواج فیزیکی و امواج عددی است، خواهد شد. چنین امواجی در میدان حل انتشار می‌یابند و در برخورد به مرزها بازتابش می‌کنند. در نهایت، موجب آلوده شدن حل و تولید نتایج گمراه کننده، می‌شوند. از طرف دیگر، به منظور شبیه‌سازی پدیده‌های گذرش کنترل شده، پذیرندگی و آبرواکوستیکی، امکان اعمال اختلالات کنترل شده در مرزها، لازم است. شرایط مرزی که براساس مشخصه‌های جریان سیال عمل می‌کنند از دو دیدگاه عملکرد خوبی دارند: اول آن که با فیزیک جریان سازگارند و دوم به لحاظ عددی مناسب می‌باشند.

ایده شرط مرزی غیرلزج یک‌بعدی محلی<sup>1</sup> توسط تامپسون [20] و پوینست و لی [21] پیشنهاد شد. این نوع شرط مرزی براساس فرم مشخصه‌های معادله ناویر-استوکس<sup>2</sup> به دست می‌آید. نکته مهم در روش‌هایی که بر پایه مشخصه‌ها هستند وجود دارد این است که باید مقادیر امواج وارد شده به ناحیه حل و امواج خروجی از آن برای هر کدام از مشخصه‌ها به دست آورده شود. بعداً، چن و ژا [22] بر پایه ایده این شرط مرزی، شرط مرزی بدون بازتابش را ارائه کردند. امروزه به طور گسترده‌ای از شرط مرزی بدون بازتابش استفاده می‌شود [23, 24]. از طرف دیگر این شرط مرزی این امکان را به وجود می‌آورد که اندازه میدان حل به طور چشم‌گیری کوچک شود. در تحقیق حاضر از شرط مرزی بدون بازتابش ورودی، خروجی و مرز دور دست رایج شده در مرجع [22] استفاده شده است. همچنین، شرط مرزی بدون لغزش مرتبه چهارم روی دیواره اعمال شده است.

برای بدست آوردن روابط شرط مرزی بدون بازتابش، ابتدا معادلات ناویر-استوکس، معادله (1)، به صورت متغیرهای اولیه، رابطه (9)، نوشته می‌شود [22]:

$$M \frac{\partial q}{\partial t} + A \cdot M \frac{\partial q}{\partial \xi} + B \cdot M \frac{\partial q}{\partial \eta} + C \cdot M \frac{\partial q}{\partial \zeta} = R_V \quad (9)$$

که در آن  $R_V$  جملات لزج سمت راست معادلات ناویر-استوکس، معادله (1)، بردار متغیرهای اولیه، ماتریس‌های  $A$ ،  $B$  و  $C$  ژاکوبین تبدیل  $M$  و ماتریس ژاکوبین تبدیل بین متغیرهای پایستار و متغیرهای اولیه است. معادله (9) را می‌توان به صورت رابطه (10) و (11) بازنویسی کرد [22]:

$$\frac{\partial q}{\partial t} + a \frac{\partial q}{\partial \xi} + b \frac{\partial q}{\partial \eta} + c \frac{\partial q}{\partial \zeta} = M^{-1} \cdot R_V \quad (10)$$

که در آن

$$a = M^{-1} \cdot A \cdot M, \quad b = M^{-1} \cdot B \cdot M, \quad c = M^{-1} \cdot C \cdot M \quad (11)$$

ماتریس‌های  $a$ ،  $b$  و  $c$  و ماتریس‌های متناظر آن‌ها،  $A$ ،  $B$  و  $C$  مقادیر ویژه یکسانی دارند. برای جهت  $\xi$ ، می‌توان ماتریس  $a$  را به فرم  $a = P \Lambda P^{-1}$  نوشت، به طوری که ماتریس‌های  $P$  و  $P^{-1}$  بردارهای ویژه و  $\Lambda$  ماتریس مقادیر ویژه باشند. بردارهای ویژه در انتقال از یک مختصات به مختصات دیگر تغییر خواهد کرد و بستگی به مختصات مورد استفاده دارند در حالی که مقادیر ویژه هر ماتریس یگانه هستند. بنابراین معادله (10) را می‌توان به صورت رابطه (12) بازنویسی کرد [22]:

$$P^{-1} \frac{\partial q}{\partial t} + \Lambda P^{-1} \frac{\partial q}{\partial \xi} + P^{-1} b \frac{\partial q}{\partial \eta} + P^{-1} c \frac{\partial q}{\partial \zeta} = P^{-1} M^{-1} \cdot R_V \quad (12)$$

رابطه اخیر فرم مشخصه معادلات ناویر-استوکس در جهت  $\xi$  است. بردار  $L$  به صورت رابطه (13) تعریف می‌شود [22]:

1- Local One-Dimensional Inviscid (LODI)

2- Characteristic form of Navier-Stokes

استفاده می‌گردد.

### 2-5-1- ورودی اغتشاشات از طریق نوار مرتعش

اولین روش که به تقلید از روش آزمایشگاهی است، اعمال موج از طریق نوار مرتعش می‌باشد [29] و آنرا می‌توان به صورت ناحیه دمش/مکش روی دیوار نیز در نظر گرفت. در شکل 2 نمایه‌ای از این روش آورده شده است. شکل کلی تابع مدل‌سازی نوار مرتعش به صورت رابطه (19) بیان می‌شود:

$$v(x, z, t) = A_{2d} f(x) \sin(\omega_{2d} t) + A_{3d} f(x) g(z) \sin(\omega_{3d} t) \quad (19)$$

که در آن  $\omega_{2d}$  و  $\omega_{3d}$  به ترتیب فرکانس موج TS دوبعدی و موج مایل هستند و  $A_{2d}$  و  $A_{3d}$  دامنه نوسانات پایه و موج مایل می‌باشند. دامنه امواج می‌تواند تابعی از عدد رینولدز هم باشد. در رابطه (19) تابع  $f(x)$  به صورت رابطه (20) تا (22) تعریف شده است [14]:

$$|f(x)| = 15.1875\xi^5 - 35.4375\xi^4 + 20.25\xi^3 \quad (20)$$

$$\xi = \frac{x - x_1}{x_m - x_1} \quad x_1 \leq x \leq x_m \quad (21)$$

$$\xi = \frac{x_2 - x}{x_2 - x_m} \quad x_m \leq x \leq x_2 \quad (22)$$

که در آن  $x_1$  و  $x_2$  به ترتیب مکان شروع و پایان اعمال موج هستند و  $x_m = (x_1 + x_2) / 2$ . همچنین، تابع  $g(z) = \cos(2\pi z / \lambda_0)$  که  $\lambda_0$  طول موج مایل است. جمله دوم رابطه (19) به تعداد امواج مایل تکرار می‌شود. حالت حدی نوار مرتعش، سیم مرتعش است که پهنای آن تنها به اندازه فاصله دو گره متوالی است. شکل کلی تابع مدل‌سازی سیم مرتعش به صورت رابطه (23) بیان می‌شود [30]:

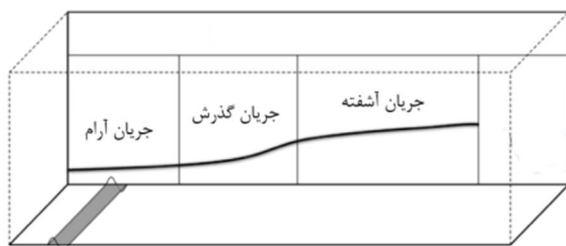
$$v(z, t) = A_{2d} \sin(\omega_{2d} t) + A_{3d} \sin(\beta_0 z + \omega_{3d} t) + A_{3d} \sin(-\beta_0 z + \omega_{3d} t) \quad (23)$$

که در آن  $\beta_0 = 2\pi / \lambda_0$  عدد موج مایل است.

### 3- نتایج و بحث

در این بخش ابتدا به منظور معتبرسازی حلگر آزمون نمونه‌ای ارایه شده است و پس از آن نتایج شبیه‌سازی عددی بی‌واسطه برای شبیه‌سازی دو نوع گذرش کنترل‌شده آورده شده است.

تحلیل جریان گذرا بر روی صفحه تخت با روش DNS، با اعمال امواج TS در شرایط مرزی دیوار انجام می‌گیرد. امواج TS دو و سه بعدی به لایه مرزی آرام از طریق دیواره وارد شده و اثر آن در طول صفحه با گذشت زمان بررسی می‌شود. مطابق شکل 3 جریان روی بخشی از صفحه تخت حل می‌شود. پاسخ‌های معادله بلازیوس به عنوان شرط اولیه در نظر گرفته شده است. شایان ذکر است که طول میدان حل به گونه‌ای انتخاب شده است که جریان به رژیم آشفته نمی‌رسد.



شکل 2 ورودی اغتشاشات از طریق نوار مرتعش [30]

مشتق‌گیری مکانی، نکته قابل توجه، نقاط نزدیک مرزی هستند. دو رویه برای حل این مشکل وجود دارد:

1. استفاده از فیلتر (مشتقات) یک‌سویه با دقت مشابه آنچه برای نقاط داخل میدان استفاده می‌شود
  2. استفاده از فیلتر (مشتقات) مرکزی با دقت پایین‌تر
- اعمال فیلتر یک‌سویه موجب تولید خطای پراکندگی<sup>1</sup> خواهد شد. حفظ مرتبه مشتقات با استفاده از مشتق‌گیری یک‌سویه و استفاده از فیلتر مرکزی با دقت پایین‌تر در نقاط نزدیک به مرز، ترکیبی پایدار برای روش شبیه‌سازی عددی بی‌واسطه است. نکته دیگر آنکه، برخلاف روش مرسوم در دینامیک سیالات محاسباتی، فیلتر عددی در راستای عمود بر مرز، بر مرزهای با شرایط مرزی بدون بازتابش، اعمال می‌شود.

### 2-4- موازی‌سازی

پس از انتقال معادلات به فضای محاسباتی با توجه به حجم بالای محاسبات و حافظه مورد نیاز، موازی‌سازی برنامه ضروری است. اساس موازی‌سازی حل عددی مساله حاضر بر MPI می‌باشد. محاسبات موازی با استفاده از تقسیم ناحیه حل به نواحی کوچکتر<sup>2</sup> صورت گرفته است. فضای محاسبات به  $n$  ناحیه مساوی در جهت  $\xi$  و  $\eta$  (سته به جهت مشتق‌گیری یا فیلتر کردن) تقسیم شده است و در طول محاسبات و در صورت لزوم هر ناحیه با نواحی اطراف خود ارتباط خواهد داشت. محاسبات با استفاده از 20 CPU حقیقی (Intel Xeon 2690v2) برای هر آزمون انجام گرفته است. بیشترین زمان محاسبه، برای 12 دوره تناوب شبیه‌سازی، 20 روز بوده است. این زمان با استفاده از CPUهای Intel Core i7-2600K که دارای 4 هسته حقیقی و 4 هسته مجازی هستند در حدود 89 روز انجام می‌گیرد. هر یک از آزمون‌های ارایه شده در این تحقیق، زمان محاسباتی حدود 40 هفته CPU-ساعت داشته است که با استفاده از پردازش موازی در زمان کمتر از 20 روز انجام شده است.

### 2-5- اعمال موج در شبیه‌سازی عددی بی‌واسطه سناریوهای گذرش

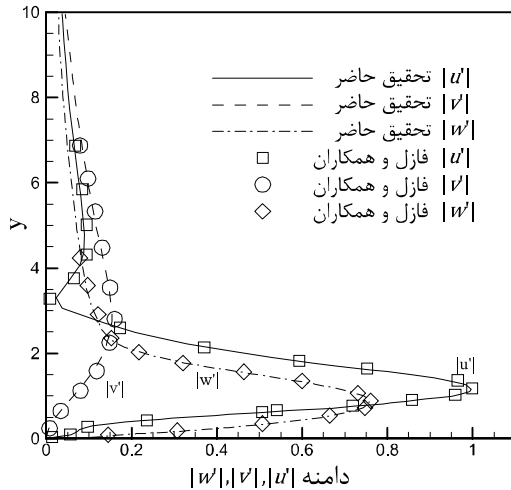
برای مشاهده سناریوهای گذرش در آزمایشگاه و روش‌های عددی تلاش بر آن است که میدان آرام و بدون اغتشاشات ناخواسته ایجاد شود. در این شرایط با اعمال اغتشاشات کنترل شده سناریوهای گذرش بازسازی می‌شود. یکی از تفاوت‌های آشکار بین شبیه‌سازی عددی بی‌واسطه و سایر روش‌های عددی در شبیه‌سازی سناریوهای گذرش، در نحوه برخورد با اغتشاشات کنترل شده است. اغتشاشات در شبیه‌سازی عددی بی‌واسطه مکانی سناریوهای گذرش به تقلید از تونل باد به صورت شرط مرزی اعمال می‌شود در حالی که در روش‌های PSE و LST اعمال موج به صورت شرط اولیه است. برای شبیه‌سازی عددی بی‌واسطه سناریوهای گذرش جریان لایه مرزی، دو روش عمده برای اعمال اغتشاشات کنترل شده در متون ارایه شده است.

1. ورودی اغتشاشات از طریق نوار مرتعش

2. ورودی اغتشاشات از طریق ورودی جریان

روش‌های دیگری همچون ورودی اغتشاشات از طریق جریان دوردست و زبری سطح نیز وجود دارد که برای شبیه‌سازی گذرش و بخصوص گذرش پای پس استفاده می‌شود. همچنین، از روش ورودی اغتشاشات از طریق دیواره [26] و جریان دوردست [27] برای کنترل غیرفعال و فعال<sup>3</sup> گذرش [28]

1- Dispersion  
2- Domain Decomposition  
3- Passive and active control



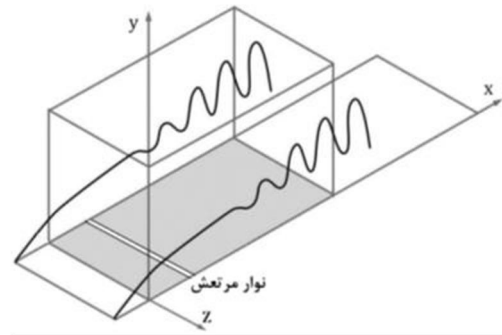
شکل 4 مقایسه دامنه اغتشاشات برای مؤلفه‌های سرعت سه‌بعدی با نتایج مرجع [11] در  $Re_\delta = 770$ .

در  $\omega_{2d} = 0.0909$  در  $x_{AddWave} = 247.20$  یا عدد رینولدز براساس ضخامت جابجایی در مکان اعمال موج برابر  $Re_\delta = 732$  و عدد ماخ برابر  $M_\infty = 0.25$  اعمال شده است. دامنه اغتشاشات دو و سه‌بعدی به ترتیب برابر  $A_{2d} = 0.0372$  و  $A_{3d} = 0.0124$  می‌باشد. در این حالت میدان محاسباتی با اندازه‌های  $x = [223.09, 472.36]$ ،  $y = [0, 50]$  و  $z = [-13, 39]$  برای شبیه‌سازی انتخاب شده است. تعداد نقاط شبکه مورد استفاده برابر  $32 \times 64 \times 512$  بوده است. شبکه در جهت عمود بر جریان متراکم شده در حالی که در سایر جهتها از شبکه یکنواخت استفاده شده است. در جدول 1 خصوصیات شبیه‌سازی گذرش نوع H آورده شده است.

شکل 5 توسعه زمانی موج زیرهمساز روی سطح دیواره مربوط به مؤلفه لحظه‌ای سرعت در راستای جریان را در ارتفاع  $y = 0.88\delta$  نشان می‌دهد. الگوهای واضح تاوایی‌های  $\Lambda$  - شکل جابجا شده که مشخص کننده ناپایداری موج زیرهمساز هستند، به شکل اغتشاشات انتشار یافته به سمت پایین دست جریان تشکیل می‌شوند. همین روبه در شکل 6 مربوط به مؤلفه لحظه‌ای تاوایی،  $\omega_z$ ، به وضوح قابل مشاهده است. همان‌گونه که مشاهده می‌شود پس از 4 دوره تناوب، با توجه به طول میدان حل، شکل جریان متناوب می‌شود. متناوب شدن جریان و دوره تناوب آن در رفتار ضرب اصطکاک لحظه‌ای پوسته‌ای فروپاشی مد زیرهمساز در مقطع  $z = 1/2L_z$  که برای زمان‌های مختلف در شکل 7 ترسیم شده است، نیز مشاهده می‌شود.

در شبیه‌سازی سناریوی گذرش نوع H- عرض میدان حل دو برابر طول موج عرضی است و بنابراین در خطوط هم‌تراز سرعت و تاوایی تشکیل دو ساختار  $\Lambda$  - شکل در عرض میدان حل مشاهده می‌گردد. انتظار می‌رود رفتار جریان در مقاطع عرضی  $z = 0$  و  $z = 1/2L_z$  مشابه باشند. از طرف دیگر، انتظار می‌رود رفتار جریان در مقاطع عرضی  $z = 1/4L_z$  و  $z = 3/4L_z$  مشابه یکدیگر باشند.

در شکل‌های 8 تا 11 نیم‌رخ سرعت عمودی،  $v$ ، در عرض‌های مختلف برای دو طول  $x = 1/2L_x$  و  $x = 3/4L_x$  و دوره‌های تناوب مختلف برای فروپاشی مد زیرهمساز ترسیم شده است. همان‌گونه که مشاهده می‌شود، نیم‌رخ‌های سرعت عمودی در تناوب اول و در مقاطع ترسیم شده جریان آرام را نمایش می‌دهند. برای مقایسه بهتر تمام نیم‌رخ‌ها در مقطع  $x = 1/2L_x$  هم‌مقیاس ترسیم شده است. با توسعه جریان در تناوب دوم (شکل 9)



شکل 3 نمایه حل بخشی از صفحه تخت

### 3-1- جریان گذرش خطی روی صفحه تخت

برپایه روش عددی گفته شده در بالا، کدی توسعه داده شده است که معادلات حاکم به همراه شرایط مرزی و اولیه ذکر شده را حل نماید. پیش از آن که این کد به عنوان حلگر جریان پیچیده گذرش غیرخطی، همچون گذرش کنترل شده نوع K- و نوع H-، به کار گرفته شود، آزمون‌های متعددی برای اعتبارسنجی آن انجام گرفته است که به دلیل محدودیت تنها آزمون گذرش خطی روی صفحه تخت در اینجا ارائه شده است.

امواج سه‌بعدی در مطالعه خطی حاضر از طریق یک منبع سیم مرتعش به صورت زیر که روی دیواره قرار گرفته است به میدان وارد می‌شود.

$$v(z, t) = A_{3d} \sin(\beta_0 z + \omega_0 t) \quad (24)$$

که در آن  $\beta_0 = 2\pi / \lambda_0$  عدد موج مایل و  $\omega_0$  فرکانس موج است. حالت خاص موج سه‌بعدی تولید شده توسط یک منبع با  $\beta_0 = 0.10994$  و  $\omega_0 = 0.054971$  (یا  $F = 100$ ) در  $x_{AddWave} = 185.644$  یا عدد رینولدز بر اساس ضخامت جابجایی در مکان اعمال موج برابر  $Re_\delta = 549.71$  توسط فاضل و همکاران [11] به تفصیل بررسی شده است. در این حالت میدان محاسباتی با اندازه‌های  $x = [124.430, 600.6828]$ ،  $y = [0, 52.76]$  و  $z = [-28.575, 28.575]$  برای شبیه‌سازی انتخاب شده است.

تعداد نقاط شبکه مورد استفاده برابر  $32 \times 64 \times 512$  بوده است. شبکه در جهت عمود بر جریان متراکم شده در حالی که در سایر جهتها از شبکه یکنواخت استفاده شده است. اندازه اولین شبکه عمود بر دیواره برابر  $\Delta y = 0.025\delta_{AddWave}$  (با 30 گره شبکه درون لایه مرزی) و عدد  $CFL = 0.1$  و گام زمانی برابر  $0.51 \times 10^{-3}$  است. دامنه نوسانات کوچکی برابر  $A_{3d} = 1 \times 10^{-4}$  در نظر گرفته شده است تا اطمینان حاصل شود که دامنه نوسانات در موج سه‌بعدی تحریک شده در محدوده خطی قرار گرفته است. شبیه‌سازی برای 12 دوره تناوب موج TS انجام شده است. شکل 4 مقایسه نتایج محاسباتی بدست‌آمده در تحقیق حاضر با نتایج مربوط به مطالعات فاضل و همکاران [11] را، در مختصات بی‌بعد تحقیق حاضر، نشان می‌دهد. در این شکل سه مؤلفه اغتشاشات سرعت در مکانی که عدد رینولدز بر پایه ضخامت جابجایی برابر  $Re_\delta = 770$  می‌باشد، نشان داده شده است. توافق بسیار خوبی در سرتاسر محدوده شامل نقطه صفر به دست آمده است.

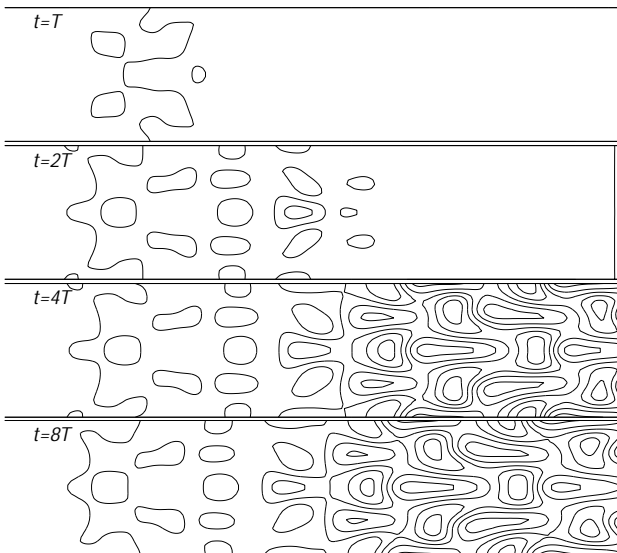
### 3-2- جریان گذرش نوع H- روی صفحه تخت

امواج دو و سه‌بعدی در مطالعه حاضر از طریق یک منبع سیم مرتعش به صورت رابطه (23) که روی دیواره قرار گرفته است به میدان وارد می‌شود. در شرایط فروپاشی مد زیرهمساز (گذرش نوع H-) موج سه‌بعدی تولید شده توسط یک منبع با  $\beta_0 = 0.2418$  و  $\omega_{3d} = 0.04545$  و موج دوبعدی با

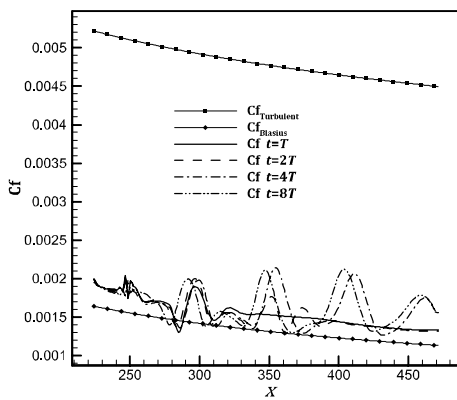
شده در این شکل مشاهده می‌شود. همچنین افزایش تاوایی در طول توسعه یافتن جریان که نشان دهنده افزایش جریان سه‌بعدی در طول جریان می‌باشد قابل مشاهده است.

3-3- جریان گذرش نوع-K روی صفحه تخت

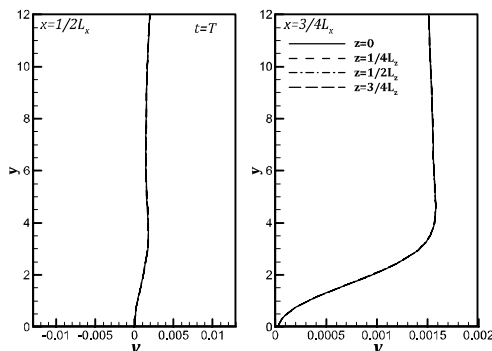
امواج دو و سه‌بعدی در مطالعه حاضر از طریق یک منبع سیم مرتعش



شکل 6 خطوط هم‌تراز تاوایی لحظه‌ای،  $\omega_z$ ، در ارتفاع  $y = 0.88\delta$  و دوره‌های تناوب مختلف برای فروپاشی مد زیرهمساز



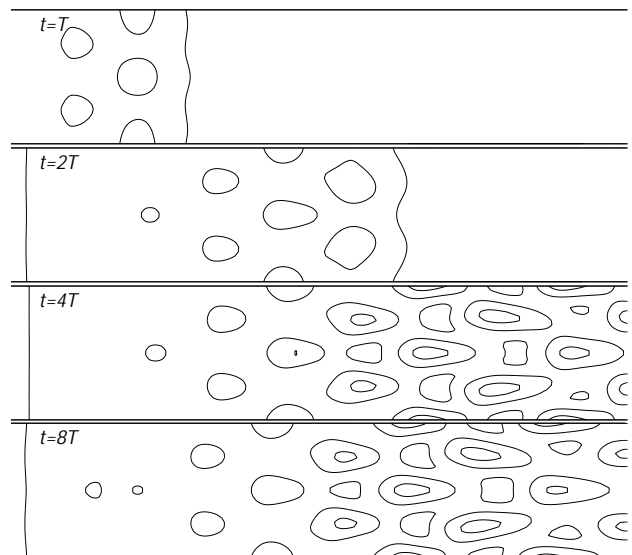
شکل 7 تغییرات ضریب اصطکاک پوسته‌ای در دوره‌های تناوب مختلف برای فروپاشی مد زیرهمساز در مقطع  $z = 1/2L_z$



شکل 8 نیم‌رخ سرعت عمودی،  $v$ ، در عرض‌های مختلف برای دو طول  $x = 1/2L_x$  و  $x = 3/4L_x$  و دوره تناوب  $t = T$  برای فروپاشی مد زیرهمساز

اغتشاشات به نیمه میدان حل می‌رسد، در حالی که، هنوز در نیمه انتهایی میدان همه نیم‌رخ‌ها یکسان هستند و جریان آرام را نشان می‌دهد. با تشکیل کامل تاوایی‌های جابجا شده  $\Lambda$  - شکل در کل میدان حل از تناوب چهارم به بعد، نیم‌رخ‌های سرعت در مقاطع عرضی  $z=0$  و  $z=1/2$  و همچنین در مقاطع عرضی  $z=1/4$  و  $z=3/4$  رفتار مشابهی در همه مقاطع طولی و برای همه تناوب‌ها از خود نشان می‌دهند که نشان دهنده خصوصیت بارز سناریوی نوع H- است. همچنین، جریان‌های برگشتی در نیم‌رخ‌های مؤلفه عمودی سرعت نشان دهنده تشکیل تاوایی‌های  $\Lambda$  - شکل می‌باشد.

در شکل 12 ساختارهای تاوایی لحظه‌ای برای گذرش نوع-H در تناوب  $t = 8T$  ترسیم شده است. افزایش تاوایی در ساختارهای  $\Lambda$  - شکل جابجا



شکل 5 خطوط هم‌تراز سرعت لحظه‌ای،  $U$ ، در ارتفاع  $y = 0.88\delta$  و دوره‌های تناوب مختلف برای فروپاشی مد زیرهمساز

جدول 1 خصوصیات شبیه‌سازی گذرش نوع H- و نوع K-

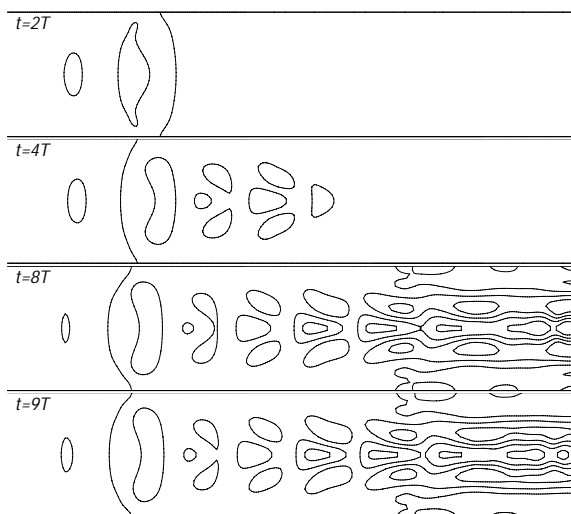
خصوصیات	نوع H-	نوع K-
طول میدان حل $L_x$	249/27	277
ارتفاع میدان حل $L_y$	50	50
عرض میدان حل $L_z$	52	62/84
تعداد نقاط شبکه در راستای جریان $N_x$	512	512
تعداد نقاط شبکه در راستای عمود بر جریان $N_y$	64	64
تعداد نقاط شبکه در راستای عرض جریان $N_z$	32	32
فرکانس موج دوبعدی $\omega_{2d}$	0/09090	0/0774
فرکانس موج سه‌بعدی $\omega_{3d}$	0/04545	0/0774
تناوب $T$	138/24	81/18
عدد موج مایل $\beta_0 = 2\pi / \lambda_0$	0/2418	0/1
عدد رینولدز ضخامت جابجایی (مکان موج) $Re_\delta$	732	900
عدد ماخ $M_\infty$	0/25	0/5
مکان اعمال موج $X_{AddWave}$	247/2	303/94
اندازه اولین شبکه عمود بر دیواره $\delta_{AddWave} \times$	0/05	0/0566
تعداد نقاط درون لایه مرزی در مکان اعمال موج	25	25
عدد CFL	0/1	0/1
گام زمانی بی‌بعد	$0/15 \times 10^{-2}$	$0/25 \times 10^{-2}$



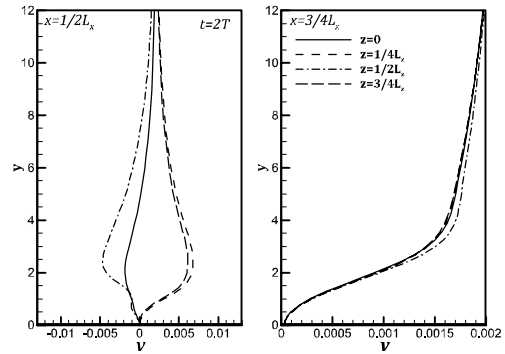
به صورت رابطه (23) که روی دیواره قرار گرفته است به میدان وارد می‌شود. در شرایط فروپاشی مد پایه (گذرش نوع-K) موج سه‌بعدی تولید شده توسط یک منبع با  $\beta_0 = 0.1$  و  $\omega_{3d} = 0.0774$  و موج دوبعدی با  $\omega_{2d} = 0.0774$  در  $x_{AddWave} = 303.94$  یا عدد رینولدز براساس ضخامت جابجایی در مکان اعمال موج برابر  $Re_\delta = 900$  و عدد ماخ برابر  $M_\delta = 0.5$  اعمال شده است. دامنه اغتشاشات دو و سه‌بعدی به ترتیب برابر  $A_{2d} = 0.0372$  و  $A_{3d} = 0.0124$  می‌باشد. در این حالت میدان محاسباتی با اندازه‌های  $x = [279.2, 556.2]$ ،  $y = [0, 50]$  و  $z = [-31.42, 31.42]$  برای شبیه‌سازی انتخاب شده است. تعداد نقاط شبکه مورد استفاده برابر  $512 \times 64 \times 32$  بوده است. شبکه در جهت عمود بر جریان متراکم شده در حالی که در سایر جهتها از شبکه یکنواخت استفاده شده است. در جدول 1 خصوصیات شبیه‌سازی گذرش نوع-K آورده شده است.

شکل 13 توسعه زمانی موج پایه روی سطح دیواره مربوط به مؤلفه لحظه‌ای سرعت در راستای جریان را در ارتفاع  $y = 0.88\delta$  نشان می‌دهد. الگوهای واضح تاوایی‌های  $\Lambda$  - شکل هم‌راستا که مشخص کننده ناپایداری موج پایه هستند، به شکل اغتشاشات انتشار یافته به سمت پایین دست جریان تشکیل می‌شوند. همین رویه در شکل 14 مربوط به مؤلفه لحظه‌ای سرعت عرضی،  $w$ ، به وضوح قابل مشاهده است. همان‌گونه که مشاهده می‌شود پس از بیشتر از 4 دوره تناوب، با توجه به طول میدان حل، شکل جریان متناوب می‌شود. متناوب شدن جریان و دوره تناوب آن در رفتار ضریب اصطکاک پوسته‌ای لحظه‌ای فروپاشی مد پایه در مقطع  $z = 1/2L_x$  که برای زمان‌های مختلف در شکل 15 ترسیم شده است، نیز مشاهده می‌شود.

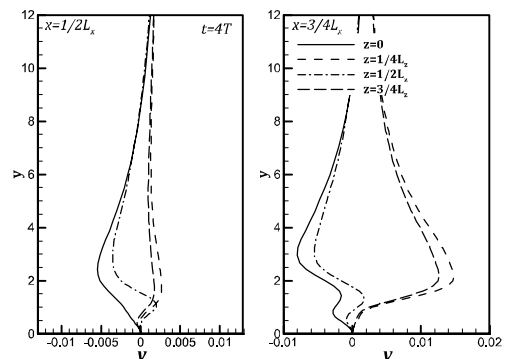
رشد ضریب اصطکاک پوسته‌ای،  $C_f$ ، از خصوصیات جریان گذرش است. در شکل 16 توسعه زمانی خطوط هم‌تراز ضریب اصطکاک پوسته‌ای نشان داده شده است. همان‌گونه که به وضوح مشاهده می‌شود، در توسعه زمانی، ضریب اصطکاک پوسته‌ای رشد می‌کند. اختلاف چشم‌گیری در مقدار ضریب اصطکاک پوسته‌ای در عرض‌های مختلف مشاهده می‌شود که نشان دهنده اختلاف ضریب اصطکاک پوسته‌ای در ساختارهای  $\Lambda$  - شکل می‌باشد. در شکل 17 ضریب اصطکاک پوسته‌ای لحظه‌ای و متوسط در مقطعی از عرض جریان ترسیم شده است. رشد ضریب اصطکاک پوسته‌ای متوسط مشاهده می‌شود. همچنین، تا قبل از توسعه موج پایه روی سطح دیواره



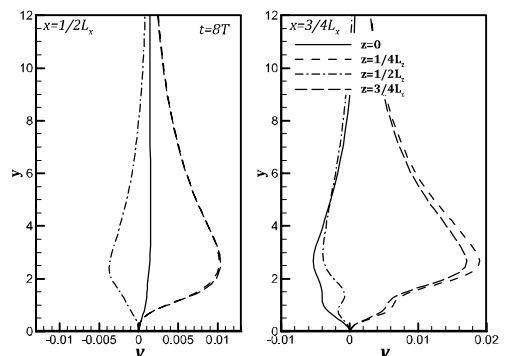
شکل 13 خطوط هم‌تراز سرعت لحظه‌ای،  $u$ ، در ارتفاع  $y = 0.88\delta$  و دوره‌های تناوب مختلف برای فروپاشی مد پایه



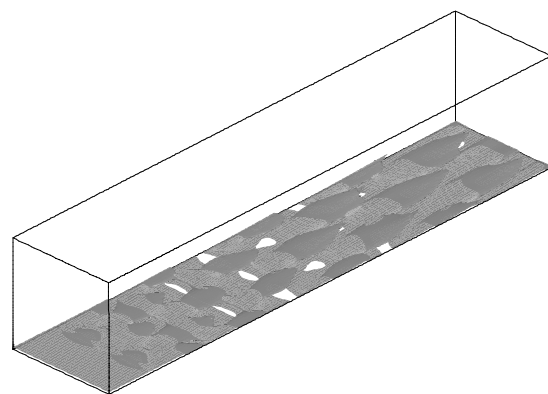
شکل 9 نیمرخ سرعت عمودی،  $v$ ، در عرض‌های مختلف برای دو طول  $x = 1/2L_x$  و  $x = 3/4L_x$  و دوره تناوب  $t = 2T$  برای فروپاشی مد زیرهمساز



شکل 10 نیمرخ سرعت عمودی،  $v$ ، در عرض‌های مختلف برای دو طول  $x = 1/2L_x$  و  $x = 3/4L_x$  و دوره تناوب  $t = 4T$  برای فروپاشی مد زیرهمساز



شکل 11 نیمرخ سرعت عمودی،  $v$ ، در عرض‌های مختلف برای دو طول  $x = 1/2L_x$  و  $x = 3/4L_x$  و دوره تناوب  $t = 8T$  برای فروپاشی مد زیرهمساز

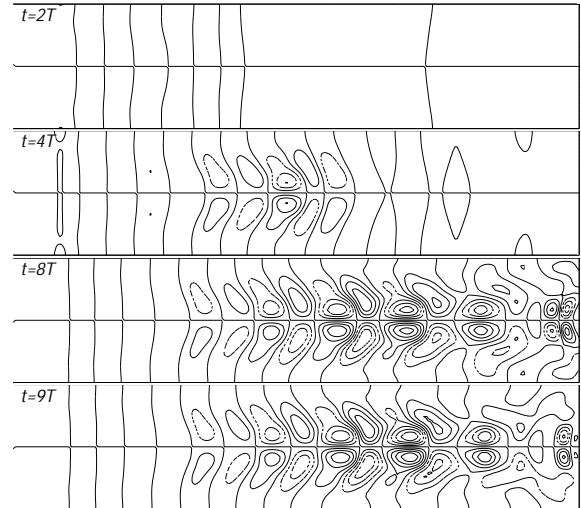


شکل 12 تاوایی لحظه‌ای در راستای عرضی،  $w_z$ ، در ارتفاع  $y = 0.88\delta$  برای فروپاشی مد زیرهمساز

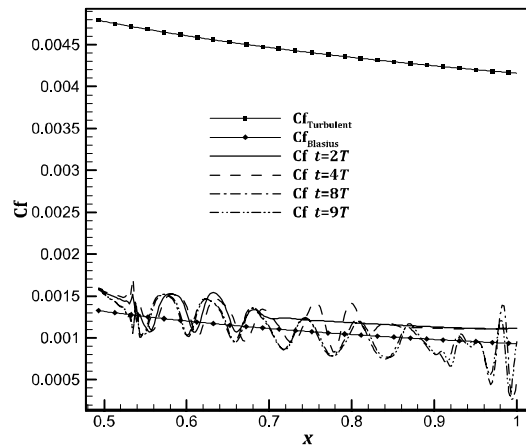
ضریب اصطکاک پوسته‌ای متوسط همچنان با مقادیر آن در جریان آرام برابر است. شروع رشد ناگهانی،  $C_f$ ، روی دیواره می‌تواند نشانه شروع گذرش باشد. در واقع این رخداد می‌تواند به‌عنوان تعریف استفاده شود.

در شبیه‌سازی سناریوی گذرش نوع-K عرض میدان حل برابر طول موج عرضی است و بنابراین در خطوط هم‌تراز سرعت و تاوایی تشکیل تنها یک ساختار  $\Lambda$  - شکل در عرض میدان حل مشاهده می‌گردد. انتظار می‌رود رفتار جریان در مقاطع عرضی  $z=1/4L_z$  و  $z=3/4L_z$  مشابه یکدیگر باشند. در شکل‌های 18 تا 21 نیم‌رخ سرعت عمودی،  $v$ ، در عرض‌های مختلف برای دو طول  $x=1/2L_x$  و  $x=3/4L_x$  و دوره‌های تناوب مختلف برای فروپاشی مد پایه ترسیم شده‌است. همان‌گونه که مشاهده می‌شود، نیم‌رخ‌های سرعت عمودی در تناوب دوم و در مقاطع ترسیم شده جریان آرام را نمایش می‌دهند. برای مقایسه بهتر تمام نیم‌رخ‌ها در مقطع  $x=1/2L_x$  هم‌مقیاس ترسیم شده است. با توسعه جریان در تناوب چهارم (شکل 19) اغتشاشات از نیمه میدان حل گذشته است، در حالی که، هنوز در نیمه انتهایی میدان همه نیم‌رخ‌ها یکسان هستند و جریان آرام را نشان می‌دهد.

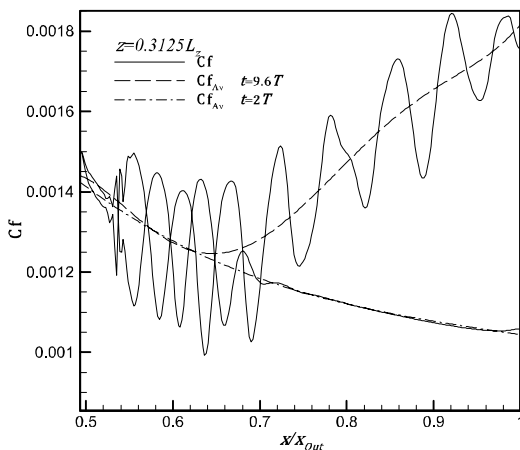
با تشکیل کامل تاوایی‌های هم‌راستای  $\Lambda$  - شکل در کل میدان حل از تناوب ششم به بعد (شکل 20 و 21)، نیم‌رخ‌های سرعت در دو مقطع عرضی  $z=1/4L_z$  و  $z=3/4L_z$  و همچنین، در دو مقطع عرضی  $z=0$  و  $z=1/2L_z$  رفتار مشابهی در هر دو مقطع طولی و برای هر دو تناوب از خود نشان می‌دهند که نشان دهنده خصوصیت بارز سناریوی نوع-K، تاوایی‌های



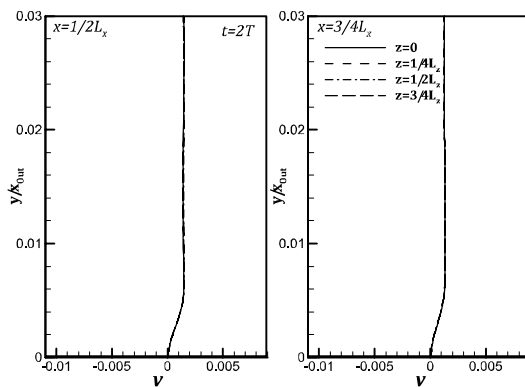
شکل 14 خطوط هم‌تراز سرعت لحظه‌ای،  $w$ ، در ارتفاع  $y=0.88\delta$  و دوره‌های تناوب مختلف برای فروپاشی مد پایه (خطوط پر نشان دهنده مقادیر مثبت و خط چین‌ها مقادیر منفی)



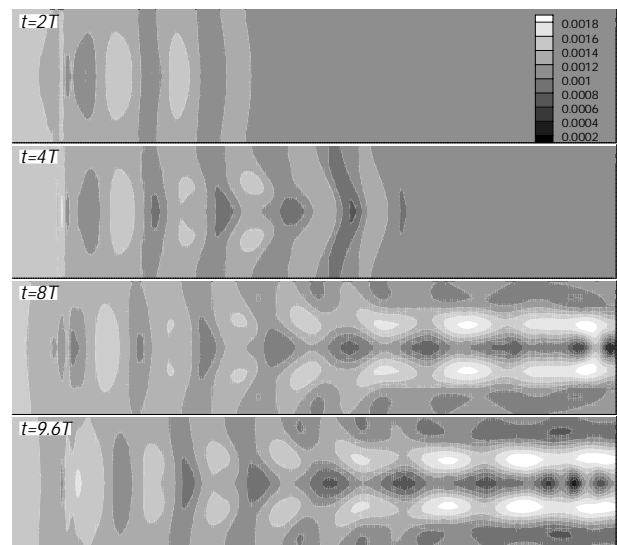
شکل 15 تغییرات ضریب اصطکاک پوسته‌ای در دوره‌های تناوب مختلف برای فروپاشی مد پایه در مقطع  $z=1/2L_z$



شکل 17 ضریب اصطکاک پوسته‌ای لحظه‌ای و متوسط برای مقطع عرضی  $z=0.3125L_z$



شکل 18 نیم‌رخ سرعت عمودی،  $v$ ، در عرض‌های مختلف برای دو طول  $x=1/2L_x$  و  $x=3/4L_x$  و دوره تناوب  $t=2T$  برای فروپاشی مد پایه

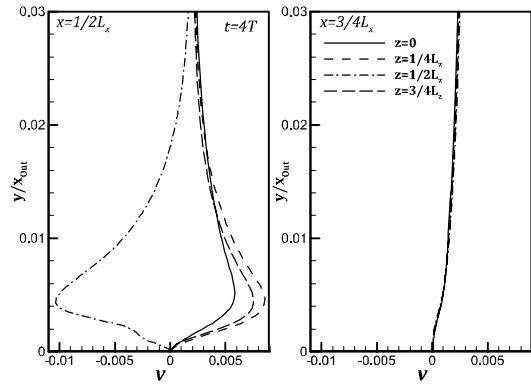


شکل 16 خطوط هم‌تراز ضریب اصطکاک پوسته‌ای،  $C_f$ ، در دوره‌های تناوب مختلف برای فروپاشی مد پایه

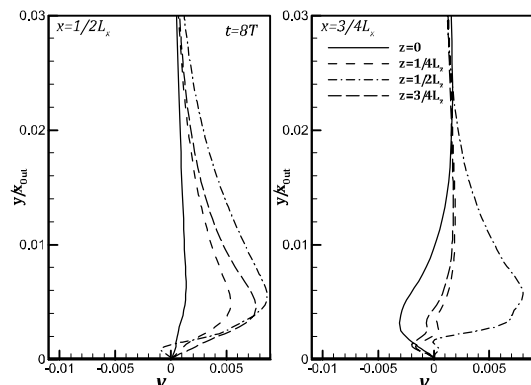
حاضر برای مشتق‌گیری مکانی از روش فشرده مرتبه ششم (یا مرتبه چهارم) و انتگرال زمانی مرتبه چهارم (یا سوم) به همراه فیلتر پایین گذر ضمنی مرتبه هشتم (با توجه به مرتبه روش مشتق‌گیری) استفاده می‌کند. از رابط برنامه‌نویسی کاربردی MPI به منظور موازی‌سازی کد استفاده شده است و افزایش سرعت قابل توجهی در محاسبات حجیم روش DNS به دست آمده است. همچنین، شرایط مرزی بدون بازتابش برای کاهش اندازه میدان حل و افزایش دقت شرایط مرزی بکار گرفته شده است. آزمون گذر ارائه شده توافق بسیار خوبی با نتایج مرجع [11] نشان داده است که صحت و دقت بخش‌های مختلف از حلگر را تأیید می‌کند. نتایج شبیه‌سازی عددی بی‌واسطه سناریوهای گذر نوع H- و نوع K- روی صفحه تخت، ارائه گردید و رفتار این دو نوع از گذر نشان داده شده است. تشکیل ساختارهای  $\Lambda$  - شکل جابجا شده و همراستا، به ترتیب، در سناریوهای گذر نوع H- و نوع K- روی صفحه تخت به صورت خطوط همتراز سرعت یا تاوایی به همراه تغییرات ضریب اصطکاک پوسته‌ای لحظه‌ای و متوسط نشان داده شده است. همچنین، رشد ضریب اصطکاک پوسته‌ای متوسط که از خصوصیات رژیم گذر می‌باشد ارائه گردیده است. نیمرخ‌های سرعت عمودی در مقاطع مختلف جریان و در دوره‌های تناوب مختلف، به منظور نشان دادن رفتار ساختارهای  $\Lambda$  - شکل، ترسیم شده است. نتایج نشان دهنده صحت محاسبات حلگر حاضر و همچنین عملکرد مطلوب آن است. این حلگر می‌تواند برای حل مسائلی با هندسه پیچیده‌تر، همچون جریان حول ایرفویل، یا جریان آشفته در تحقیقات آتی استفاده شود.

5- فهرست علائم

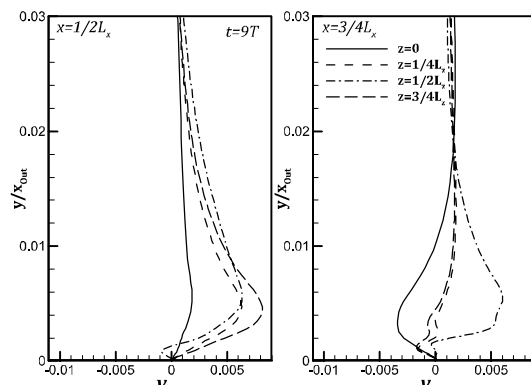
A	دامنه موج
$a, b, c$	ضریب مشتق فشرده
Cf	ضریب اصطکاک پوسته‌ای
Cp	ظرفیت گرمایی ویژه در فشار ثابت
Cv	ظرفیت گرمایی ویژه در حجم ثابت
E, F, G	بردار شار خاصیت
$E_t$	انرژی کل
h	فاصله شبکه
J	ژاکوبین تبدیل مختصات
k	ضریب هدایت حرارتی
M	ژاکوبین تبدیل متغیرهای پایستار به اولیه
$M_\infty$	عدد ماخ
P	فشار بی‌بعد
Pr	عدد پرانتل
q	بردار متغیرهای اولیه
Q	بردار متغیرهای باقیی
Re	عدد رینولدز
S	عدد ساترلند
t	زمان بی‌بعد
T	دوره تناوب (پریود)
$u, v, w$	مؤلفه‌های سرعت بی‌بعد
$x, y, z$	راستای مختصات کارتزین (فیزیکی)
علائم یونانی	
$\alpha, \beta$	ضریب مشتق فشرده



شکل 19 نیمرخ سرعت عمودی،  $v$ ، در عرض‌های مختلف برای دو طول  $x = 1/2L_x$  و  $x = 3/4L_x$  و دوره تناوب  $t = 4T$  برای فروپاشی مد پایه



شکل 20 نیمرخ سرعت عمودی،  $v$ ، در عرض‌های مختلف برای دو طول  $x = 1/2L_x$  و  $x = 3/4L_x$  و دوره تناوب  $t = 8T$  برای فروپاشی مد پایه



شکل 21 نیمرخ سرعت عمودی،  $v$ ، در عرض‌های مختلف برای دو طول  $x = 1/2L_x$  و  $x = 3/4L_x$  و دوره تناوب  $t = 9T$  برای فروپاشی مد پایه

$\Lambda$  - شکل همراستا، است. همچنین، جریان‌های برگشتی در نیمرخ‌های مؤلفه عمودی سرعت نشان دهنده تشکیل تاوایی‌های  $\Lambda$  - شکل می‌باشد.

4- جمع‌بندی

هدف تحقیق حاضر، پایه‌گذاری کد محاسباتی شبیه‌سازی عددی بی‌واسطه برای شبیه‌سازی جریان گذر و آشفته بوده است. باتوجه به رشد روزافزون سخت‌افزار رایانه‌ها در آینده نزدیک روش‌های DNS به صورت روشی عادی برای شبیه‌سازی عددی خواهد شد. لذا ایجاد ساختارها و بسترهای لازم، پیش از مواجهه با این دگرگونی، ضروری است. لذا هدف این تحقیق پایه‌گذاری کد محاسباتی شبیه‌سازی عددی بی‌واسطه قرار گرفته است. حلگر

- on transition in the plane channel, *Phys. Fluids A Fluid Dyn.*, Vol. 1, No. 12, pp. 1960–1971, 1989.
- [10] V. V. Kozlov, M. P. Ramazanov, Development of finite-amplitude disturbances in Poiseuille flow, *J. Fluid Mech.*, Vol. 147, pp. 149–157, 1984.
- [11] H. F. Fasel, U. Rist, U. Konzelmann, Numerical investigation of the three-dimensional development in boundary-layer transition, *AIAA J.*, Vol. 28, No. 1, pp. 29–37, Jan. 1990.
- [12] H. F. Fasel, Numerical Simulation of Instability and Transition in Boundary Layer Flows, in *Laminar-Turbulent Transition*, D. Arnal and R. Michel, Eds. Springer Berlin Heidelberg, pp. 587–598, 1990.
- [13] R. D. Joslin, C. L. Streett, C.-L. Chang, Theoretical and Computational Fluid Dynamics Spatial Direct Numerical Simulation of Boundary-Layer Transition Mechanisms: Validation of PSE Theory, *Theor. Comput. Fluid Dyn.*, Vol. 4, pp. 1–45, 1992.
- [14] T. Sayadi, C. W. Hamman, P. Moin, Direct numerical simulation of complete H-type and K-type transitions with implications for the dynamics of turbulent boundary layers, *J. Fluid Mech.*, Vol. 724, pp. 480–509, Apr. 2013.
- [15] J. Larsson, Q. Wang, The prospect of using large eddy and detached eddy simulations in engineering design, and the research required to get there, *Philos. Trans. R. Soc. A Math. Phys. Eng. Sci.*, Vol. 372, No. 2022, pp. 1–15, Feb. 2014.
- [16] J. C. Tannehill, D. A. Anderson, R. H. Pletcher, *Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer*. Taylor & Francis, 1997.
- [17] S. K. Lele, Compact finite difference schemes with spectral-like resolution, *J. Comput. Phys.*, Vol. 103, No. 1, pp. 16–42, 1992.
- [18] S. Gottlieb, On High Order Strong Stability Preserving Runge-Kutta and Multi Step Time Discretizations, *J. Sci. Comput.*, Vol. 25, No. 1, pp. 105–128, Oct. 2005.
- [19] C. A. Kennedy, M. H. Carpenter, R. M. Lewis, Low-Storage, Explicit Runge-Kutta Schemes for the Compressible Navier-Stokes Equations, *Appl. Numer. Math.*, Vol. 35, No. 3, pp. 177–219, 2000.
- [20] K. W. Thompson, Time dependent boundary conditions for hyperbolic systems, *J. Comput. Phys.*, Vol. 68, No. 1, pp. 1–24, 1987.
- [21] T. J. Poinsot, S. K. Lele, Boundary Conditions for Direct Simulations of Compressible Viscous Flows, *J. Comput. Phys.*, Vol. 101, No. 2, pp. 104–129, Apr. 1992.
- [22] X. Chen, G.-C. Zha, Implicit application of non-reflective boundary conditions for Navier-Stokes equations in generalized coordinates, *Int. J. Numer. Methods Fluids*, Vol. 50, No. 7, pp. 767–793, Mar. 2006.
- [23] C. Liu, High performance computation for DNS/LES, *Appl. Math. Model.*, Vol. 30, No. 10, pp. 1143–1165, 2006.
- [24] L. Jiang, H. Shan, C. Liu, M. Visbal, Non-Reflecting Boundary Conditions for DNS in Curvilinear Coordinates, in *Recent Advances in DNS and LES*, Vol. 54, D. Knight and L. Sakell, Eds. Springer Netherlands, pp. 219–233, 1999.
- [25] M. R. Visbal, D. V. Gaitonde, High-order accurate methods for unsteady vortical flows on curvilinear meshes, *AIAA Pap.*, Vol. 131, 1998.
- [26] W. Nitsche, J. Suttan, S. Becker, P. Erb, Experimental and numerical investigations of controlled transition in low-speed free flight, *Aerosp. Sci.*, Vol. 5, pp. 245–255, 2001.
- [27] A. Monokrousos, L. Brandt, P. Schlatter, D. S. Henningson, DNS and LES of estimation and control of transition in boundary layers subject to free-stream turbulence, *Int. J. Heat Fluid Flow*, Vol. 29, pp. 841–855, 2008.
- [28] W. S. Saric, H. L. Reed, Toward Practical Laminar Flow Control — Remaining Challenges, *AIAA Fluid Dyn. Conf.* 28 June – 1 July 2004.
- [29] H. F. Fasel, U. Konzelmann, Non-parallel stability of a flat-plate boundary layer using the complete Navier-Stokes equations, *J. Fluid Mech.*, Vol. 221, pp. 311–374, Apr. 1990.
- [30] Z. Wang, K. S. Yeo, B. C. Khoo, Spatial direct numerical simulation of transitional boundary layer over compliant surfaces, *Comput. Fluids*, Vol. 34, No. 9, pp. 1062–1095, Nov. 2005.

عدد موج مایل	$\beta_0$
نسبت ظرفیت گرمایی ویژه گاز	$\gamma$
ضخامت جابجایی لایه مرزی	$\delta$
تغییرات	$\Delta$
راستای مختصات منحنی الخط (محاسباتی)	$\zeta, \eta, \xi$
ماتریس مقادیر ویژه	$A$
طول موج مایل	$\lambda_0$
چگالی بی‌بعد	$\rho$
خاصیت	$\varphi$
فرکانس	$\omega$
<b>بالانویس‌ها</b>	
مقدار فیلتر شده	$\wedge$
خاصیت اغتشاشی	$\prime$
<b>زیرنویس‌ها</b>	
دوبعدی و سه‌بعدی	2d, 3d
مقدار مرجع یا مقدار جریان آزاد	$\infty$
محل اعمال موج	AddWave

## 6- تقدیر و تشکر

نویسندگان از پژوهشکده خودرو، سوخت و محیط زیست (VFER)، دانشگاه تهران برای پشتیبانی از این طرح پژوهشی تقدیر و تشکر می‌نمایند.

## 7- مراجع

- [1] Y. S. Kachanov, V. Y. Levchenko, The resonant interaction of disturbances at laminar-turbulent transition in a boundary layer, *J. Fluid Mech.*, Vol. 138, pp. 209–247, 1984.
- [2] P. S. Klebanoff, K. D. Tidstrom, L. M. Sargent, The three-dimensional nature of boundary layer instability, *J. Fluid Mech.*, Vol. 12, pp. 1–34, 1962.
- [3] A. D. D. Craik, Non-linear resonant instability in boundary layers, *J. Fluid Mech.*, Vol. 50, pp. 393–413, 1971.
- [4] T. Herbert, Secondary instability of boundary layers, *Annu. Rev. Fluid Mech.*, Vol. 20, No. 1, pp. 487–526, 1988.
- [5] W. S. Saric, A. S. W. Thomas, Experiments on the subharmonic route to turbulence in boundary layers, in *Turbulence and Chaotic Phenomena in Fluids*, pp. 117–122, 1984.
- [6] P. J. Schmid, D. S. Henningson, *Stability and transition in shear flows*, Springer, 2001.
- [7] W. S. Saric, Special course on Progress in Transition Modeling, *AGARD REPORT 793*, North Atlantic Treaty Organization, 1993.
- [8] B. Singer, H. L. Reed, J. H. Ferziger, Investigation of the effects of initial disturbances on plane channel transition, in *AIAA, Aerospace Sciences Meeting*, 1986.
- [9] B. A. Singer, H. L. Reed, J. H. Ferziger, The effects of streamwise vortices