



مدل سازی روان کاری الاستوهیدرودینامیک مکانیزم پیرو و بادامک مسطح با روان کار گریس به روش چند شبکه‌ای

امیر ترابی¹، صالح اکبرزاده^{2*}، محمدرضا سلیم پور³

1- دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان

2- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان

3- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان

* اصفهان، صندوق پستی 8415683111، s.akbarzadeh@cc.iut.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 30 آبان 1393

پذیرش: 28 دی 1393

ارائه در سایت: 28 بهمن 1393

کلید واژگان:

روانکار غیرنیوتونی

الاستوهیدرودینامیک

پیرو و بادامک

گریس

روش چند شبکه‌ای

چکیده

مسئله روان کاری پیرو و بادامک از جمله مسایل پر چالش علم تریبولوژی است که در آن بسیاری از مکانیزم‌های روان کاری نقش دارند. اثراتی نظیر تغییرات گذرا به همراه فشردگی لایه روان کار، تغییر شکل الاستیک سطوح و تغییر خواص روان کار با افزایش فشار به طور همزمان وجود دارند. در این مقاله تلاش شده است تا علاوه بر منظور کردن پارامترهای مختلف مؤثر در این مسئله، اثر استفاده از یک روان کار غیر نیوتونی مانند گریس با استفاده از مدل سازی عددی بررسی شود. مدل رفتاری اسوالد برای گریس به همراه دیگر معادلات حاکم بر مسئله روان کاری الاستوهیدرودینامیک مکانیزم پیرو و بادامک فرمول بندی و با استفاده از روش اختلاف محدود گسسته شده‌اند. به منظور حل مجموعه معادلات از روش پیشرفته چندشبکه‌ای استفاده شده و نتایج به صورت مقایسه یک روان کار نیوتنی که روغن پایه گریس محسوب می‌شود با روان کار غیرنیوتنی گریس ارائه گردیده است. نتایج بدست آمده با یافته‌های حاصله از روش‌های عددی دیگر نظیر نیوتن رافسون صحت سنجی شده است. حل مسئله بیانگر کاهش حداکثر فشار روان کار در هنگام استفاده از گریس و در عین حال کم شدن ضخامت لایه روان کار گریس است. افزایش سرعت باعث افزایش ضخامت لایه روانکار در حالت استفاده از روغن می‌شود اما اثر محسوسی بر روی ضخامت گریس ندارد.

Modeling elastohydrodynamic lubrication of cam and flat follower mechanism with grease via Multi-grid method

Amir Torabi, Saleh Akbarzadeh*, Mohammad Reza Salimpour

Department of Mechanical Engineering, Isfahan University of Technology, Isfahan, Iran

* P.O.B. 8415683111, Isfahan, Iran, s.akbarzadeh@cc.iut.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 21 November 2014
Accepted 18 January 2015
Available Online 17 February 2015

Keywords:
Non-Newtonian Lubricant
Elastohydrodynamics
Cam and Follower
Grease
Multi-Grid Method

ABSTRACT

One of the challenging problems of tribology is cam and follower elastohydrodynamic lubrication due to the simultaneous effect of various lubrication mechanisms. These mechanisms are transient, squeeze film, elastic deformation of contacting surfaces and variation of lubricant properties with pressure. In this paper, besides studying the mentioned factors, the effect of using a non-Newtonian lubricant such as grease is numerically investigated. The lubrication governing equations and Oswald's grease behavior equation have been discretized using finite difference technique. The system of equation has been solved via Multi-Grid method which is an advanced iterative method in solving system of partial differential equations. The results are shown for Newtonian oil compared to grease for different cam rotational speed. Also, different grease behaviors are investigated. The results are verified by comparison of the results obtained using the famous Newton-Raphson method. Findings show that the minimum lubricant thickness as well as the maximum pressure is lower when using grease compared to the case that a Newtonian lubricant is used. In the case of Newtonian lubricant, increasing the speed results in an increase in the lubricant film thickness but it is shown that, in the case of Non-Newtonian lubricant, speed does not affect the lubricant thickness.

1- مقدمه

در علم تریبولوژی است. در این مکانیزم به خاطر تغییر پروفیل بادامک و پیرو در محل تماس شرایط کلی سطح تماس و از جمله شعاع انحنا، لحظه به لحظه با چرخش بادامک در حال تغییر است. در کل علاوه بر ویژگی‌های روان کاری سطوح ناهم‌دیس، یک مسئله حالت گذرا نیز هست. تغییر لحظه‌ای شعاع انحنا روی سرعت ورود روان کار به فضای بین محل تماس دو جسم

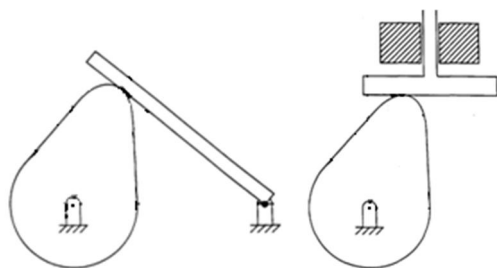
مکانیزم پیرو و بادامک برای ایجاد یک حرکت خاص تکرار شونده در ماشین توسط دو یا چند قطعه که یکی از آنها شکلی شبیه بادام دارد، بکار می‌رود. در شکل 1 نمایی از مکانیزم پیرو و بادامک نشان داده شده است. ولی مسئله روان کاری مکانیزم پیرو و بادامک یک مسئله عام تماس دو سطح ناهم‌دیس

Please cite this article using:

A. Torabi, S. Akbarzadeh, M.R. Salimpour, Modeling elastohydrodynamic lubrication of cam and flat follower mechanism with grease via Multi-grid method, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 4, pp. 41-50, 2015 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

[8-11]. گولزارچ و گرین‌وود نشان دادند که بیشتر گریس‌ها رفتار شبه پلاستیک از خود نشان می‌دهند [12]. با آن که تنش برشی در یک نرخ برش مشخص کمتر از تنش برشی روغن پایه مربوطه نمی‌شود، ممکن است ضخامت لایه روانکار کمتر از حالت مربوط به روغن پایه شود. علت آنرا جریان گرمایی سیال در ورودی‌ها دانسته‌اند. جانکیز و کرژمینسکی فردا با کار عددی تأیید کردند که مقادیر برون‌یابی شده ضخامت لایه روان‌کار در فرمول‌های روان‌کاری الاستوهیدرودینامیک برای روغن پایه تقریب خوبی برای استفاده در مواقعی است که از گریس به عنوان روان‌کار استفاده شود [13]. علت آنرا جریان گرمایی سیال در ورودی‌ها دانسته‌اند. جانکیز و کرژمینسکی فردا با کار عددی تأیید کردند که مقادیر برون‌یابی شده ضخامت لایه روان‌کار در فرمول‌های روان‌کاری الاستوهیدرودینامیک برای روغن پایه تقریب خوبی برای استفاده در مواقعی است که از گریس به عنوان روان‌کار استفاده شود [13]. جنگ نیز تحقیق جامعی در مورد رفتار گریس‌ها با استفاده از روش عددی ارائه کرده است [14]. وی امکان جامد شدن گریس را تحت تنش مطرح می‌کند و به جریان متفاوت آن با سیال روغن می‌پردازد. محققین زیادی تلاش داشته‌اند تا روان‌کاری گذرا با گریس را به صورت تجربی آزمایش کنند. سوگیمورا و آکیاما با تکنیک استفاده از گریس‌های فلورسنت روی دستگاه آزمایشگاهی گوی و دیسک اقدام به بررسی تجربی این وضعیت نموده‌اند [15]. لو و خوانساری در تحقیقی تجربی یاتاقان ژورنالی که با گریس روان‌کاری شده و حرکت نوسانی دارد را مورد بررسی قرار داده‌اند [16]. حرکت نوسانی که نوعی حرکت گذراست سبب تغییر لحظه‌ای رژیم روان‌کاری از هیدرودینامیکی تا مخلوط و شدت بروز اصطکاک شده است. همچنین آنها بیشتر در تحقیق دیگری اثر روان‌کاری با گریس را در یاتاقان‌های ژورنال با استفاده از روش تجربی بررسی کردند [17]. اثر پارامترهایی نظیر بار، نوع گریس و جنس مواد یاتاقانی از جمله مواردی بودند که در این تحقیق مورد بررسی قرار گرفتند. نتایج حل حاکی از نازک بودن بیش از حد لایه روان‌کار و قرار گرفتن رژیم روان‌کاری مخلوط بوده است. کوزیو و همکارانش در تحقیق تجربی نسبتاً جدیدی سه نوع گریس متفاوت را با دستگاه آزمایشگاهی پین روی دیسک آزمایش کردند تا رابطه‌ای بین ضخامت لایه گریس و خواص آن پیدا کنند [18]. بررسی تجربی مکانیزم پیرو و بادامک مسئله بسیار دشوارتری است و تاکنون دستگاه دقیقی برای بررسی تجربی معرفی نشده است. ولا و همکاران در تلاشی قابل توجه دستگاهی را با محدودیت حرکت پیرو ارائه کرده‌اند که نتایج آن قابل استناد برای بحث صحنه سنجی نیست [19]. در تحقیق‌های عددی برای حل مسئله معمولاً ناحیه حل را به سه بخش تقسیم می‌کنند. روش تکراری پیش‌رونده در ناحیه‌های کم فشار که متناظر با ورودی و خروجی است و روش تکراری معکوس در ناحیه مرکزی پرفشار استفاده می‌شوند. همچنین برای محدود کردن نوسانات فشار و دستیابی به همگرایی از ضرایب رهاسازی بهره برده شده است. روش رهاسازی خواص تصحیح خطای خوبی دارد ولی در عوض بسیار کند است. نکته اساسی در اینجاست که در گسسته‌سازی معادلات دیفرانسیل جزئی خطا با طول موج متناسب با اندازه شبکه کاهش می‌یابد.



شکل 1 طرح شماتیک مکانیزم بادامک و پیرو مسطح [20]

تأثیر می‌گذارد. این سرعت در برخی مواقع از دوره کاری مکانیزم می‌تواند صفر شود و یا جهت ورود روان‌کار معکوس گردد که در این حالت‌ها سطح تماس با وضعیت روان‌کاری ناکافی روبرو خواهد شد. احتمال تماس فلز با فلز افزایش یافته و ممکن است سایش و خرابی سطوح را در پی داشته باشد. مطلوب‌ترین طراحی برای داشتن عملکرد بهینه یک مکانیزم پیرو و بادامک از نظر کاهش اصطکاک و سایش آن است که این دو قطعه به طور کامل توسط یک لایه روان‌کار از هم جدا شوند و امکان درگیری زبری‌های دو سطح وجود نداشته باشد. این مهم محقق نمی‌شود مگر آنکه در مرحله طراحی همه عوامل مؤثر با دقت مناسب برای مدل‌سازی روان‌کاری پیرو و بادامک در نظر گرفته شوند.

مهمترین عامل تأثیرگذار بر شرایط تماس که در مدل‌سازی روان‌کاری باید مورد توجه قرار گیرد، اثرات فشار بالای ایجاد شده در عرض لایه روان‌کار است. در تماس ناهمدیس همراه با روان‌کاری با افزایش بار عمودی وارده بین دو جسم سطح تماس تغییر چندانی ندارد و فشار در لایه روغن افزایش پیدا می‌کند؛ مشاهده شده که فشار می‌تواند تا 2GPa بالا برود [1]. در چنین فشارهایی سطوح تماس تغییر شکل الاستیک می‌دهند و دیگر صلب نخواهند بود. این تغییر شکل فضای بیشتری به روان‌کار می‌دهد تا دو سطح را از هم جدا کند که به آن روان‌کاری الاستوهیدرودینامیک می‌گویند.

دستیابی به این مدل تریبولوژیکی برای مکانیزم پیرو و بادامک توجه محققان زیادی را به خود معطوف کرد. داوسون و همکارانش با فرض سطوح کاملاً صلب برای بادامک و پیرو یک تحلیل شبه گذرا با در نظر گرفتن فشرده شدن لایه روغن ارائه دادند [2]. گسیم روانکاری بادامک و پیرو غلتان را مورد بررسی قرار داده است [3]. او در تحلیل خود با صرفنظر از نشستی جانبی و فرض عدم لغزش در ناحیه تماس، اثر فشرده شدن لایه روغن و اثرات گرمایی را برای محاسبه تغییر ضخامت لایه روغن مدل کرده است. داوسون و همکارانش در ادامه تحقیق قبلی خود بر پایه یک تحلیل گذرا با استفاده از اصول الاستوهیدرودینامیک برای منظور کردن تغییر شکل الاستیک سطوح تحت فشار بالای تماس، مسئله را مورد بررسی قرار داده‌اند [4]. در نظر گرفتن حالت گذرا برخلاف تحلیل شبه استاتیک قبلی سبب شد تا پیش‌بینی نبود لایه روغن در سرعت ورود صفر اصلاح شود. برجسته‌ترین کار در تحلیل عددی پیرو و بادامک با در نظر گرفتن نشستی جانبی، تغییر شکل الاستیک، فشرده شدن لایه روغن و تغییرات زمانی توسط کوشواها و راهنجات انجام شده است [5]. آنها روانکاری یک بادامک سیکلوئیدی و پیرو تخت را با تحلیل دینامیکی نسبتاً کاملی شامل دینامیک غیرخطی فیر ارائه کردند. سیول جانگ در دومین مقاله خود محاسبه ضخامت لایه روغن را در تماس خطی دارای غلتش و لغزش بررسی کرده و برای این حالت مکانیزم پیرو و بادامک را مثالی مناسب در نظر گرفته است [6]. این تحقیق با در نظر گرفتن مدل دینامیکی دقیق‌تر و محاسبه ضخامت لایه روانکار با در نظر گرفتن شرط فشرده شدن لایه روانکار تکمیل تحقیق قبلی وی در این زمینه محسوب می‌شود. در این تحقیق‌ها، تنها مدل سازی روان‌کاری پیرو و بادامک با روان‌کار روغن نیوتنی بحث شده است. ناکاهارا و همکاران روانکاری پیرو و بادامک را با در نظر گرفتن اثرات گرمایی شامل تولید حرارت به خاطر تماس زبری‌ها و ویسکوزیته متغیر تحلیل کردند [7] ولی تاکنون اثر روان‌کارهای غیر نیوتنی مانند گریس‌ها روی این مکانیزم بررسی نشده است.

تلاش‌های متعددی برای مدل سازی عددی روان‌کاری الاستوهیدرودینامیک با گریس انجام‌شده و پارامترهای متعددی از فشرده شدن لایه روان‌کار، شرط مرزی حفره زایی، نوع گریس و اضمحلال لایه روان‌کار در آنها بررسی شده است

که در آن m_{eq} جرم معادل مجموعه مکانیزم در حرکت انتقالی است و به صورت رابطه (5) تعریف می‌شود:

$$m_{eq} = m_v + m_T + \frac{1}{3} m_{sp} \quad (5)$$

توجه شود که جرم فنر، m_{sp} ، جرم پیرو، m_v ، و جرم متعلقات پیرو، m_T ، قابل صرف نظر کردن نیست و باید در نابالانسی انتقالی دینامیک سیستم در نظر گرفته شود. نیروی تماسی در نقطه دلخواه روی سطح مجموع نیروی ناشی از فنر و پیش بارگذاری پیرو است که به صورت رابطه (6) بیان می‌شود:

$$F_{ck} = k_{sp}s + F_p \quad (6)$$

که در آن k_{sp} ثابت فنر، s خیز پیرو و F_p نیروی پیش بار است و با در نظر گرفتن نیروهای اینرسی، ناشی از چرخش بادامک با سرعت زاویه‌ای ω نیروی تماس طبق رابطه (7) خواهد شد:

$$F_{ck} = k_{sp}s + F_p + m_{eq}\omega^2 J_\theta \quad (7)$$

این نیرو در عرض تماس پیرو و بادامک، d ، عمل می‌کند و بنابراین نیرو بر واحد طول را به صورت رابطه (8) بیان می‌کند:

$$F = \frac{F_{ck}}{d} \quad (8)$$

مدل دینامیکی فوق به سادگی اتفاقات دینامیکی روی داده در مکانیزم پیرو و بادامک را بیان می‌کند و برای انجام تحلیل روان کاری مناسب است.

2-2- معادله رفتار روان کار

خواص روانکارهای معمول و به خصوص لزجت و چگالی آنها با فشار و دما متغیر است. وقتی از اثرات گرمایی صرف نظر شده باشد و حالت ساده شده هم‌دمایی در نظر گرفته شود، معادلات حاکم بر تغییرات لزجت و چگالی روانکار با فشار برای روانکارهای معمولی مانند روغن پایه گریس به قرار روابط (9) و (10) هستند [21]:

$$\bar{\rho} = \frac{\rho}{\rho_0} = \left(1 + \frac{0.6p}{1 + 1.7p}\right) \quad (9)$$

$$\bar{\eta} = \frac{\eta}{\eta_0} = \exp\{(\ln \eta_0 + 9.67)[(1 + 5.1 \times 10^{-9}p)^{0.68} - 1]\} \quad (10)$$

اما گریس نوعی روان کار است که با افزودن عامل ضخیم کننده مانند صابون-های فلزی به روغن به صورت ماده‌ای شبه جامد یا ژله‌ای بدست می‌آید. فیبرهای صابون ساختاری مش‌گونه برای نگهداری روغن شکل می‌دهند. ساختار سه بعدی فیبرهای گریس به گونه‌ای است که فرایند روان کاری آنرا کاملاً پیچیده، متغیر با زمان و همراه با اثرات ویسکو پلاستیک خواهد کرد. گرانروی گریس معمولاً با کاهش نرخ کرنش برشی افزایش می‌یابد و ارتباط نرخ تنش و کرنش برشی در آن خطی نیست. همچنین در گریس‌ها معمولاً یک آستانه تحمل تنش برشی وجود دارد و تا هنگامی که تنش برشی از این حد آستانه فراتر نرود مانند یک جامد رفتار می‌کند [22]. در هنگام جریان لایه گریس، سرعت عمود بر لایه روان کار جاری ثابت است. گریس وقتی تحت نرخ برش مشخصی جریان می‌یابد، هم تنش برشی و هم گرانروی به تدریج با زمان رو به کاهش می‌گذارند.

رفتار گریس را معمولاً به صورت رابطه اسوالد یا بینگهام و یا صورت کلی تر هرشل - بالکلی به صورت رابطه (11) بیان می‌کنند [23].

$$\tau = \tau_s + \eta \dot{\gamma}^n \quad (11)$$

که در آن معمولاً $n < 1$ ، η گرانروی پلاستیسیته مشابه گرانروی روغن است. این مدل نزدیک‌ترین نتایج نسبت به تجربی را به خصوص در سرعت‌های پایین، سرعت بدون بعد کمتر از 10^{-8} ، بدست می‌دهد [22]. اگر $n=1$ باشد، مدل هرشل - بالکلی به مدل بینگهام تبدیل می‌شود و هنگامی که تنش آستانه τ_s صفر باشد، به مدل اسوالد می‌رسیم. بنابراین مدل مطرح شده

اگر این طول موج‌ها نسبت به اندازه مش بزرگ باشند، همگرایی آهسته خواهد بود. مشخص است که یک خطای هموار بیانگر حل در یک شبکه درشت است. با استفاده از شبکه‌های اندازه درشت برای حل مؤلفه‌های خطای هموار، یک سرعت همگرایی مستقل از شبکه بدست خواهد آمد که منجر به الگوریتمی برای حل مسئله در N عملیات می‌گردد. این الگوریتم پیشرفته به عنوان روش چند شبکه‌ای شناخته می‌شود و روشی است که در این مقاله برای مدل سازی استفاده شده است.

در این مقاله مسئله مدل سازی روان کاری مکانیزم پیرو و بادامک با روان کاری گریس حل شده و نتایج تحلیل با روان کاری روغن مقایسه گردیده است. بدین منظور ابتدا معادلات حاکم بر مسئله از قبیل معادلات حرکتی مکانیزم تا معادلات بقای جرم و اندازه حرکت بیان شده و سپس در بخش بعدی نحوه گسسته سازی و آماده سازی آن‌ها برای حل در چارچوب روش عددی چند شبکه‌ای تشریح شده است. سپس نتایج و تحلیل آنها ارائه گردیده است. برای صحت سنجی نیز از نتایج مدل سازی الاستوهیدرودینامیک با روش نیوتن رافسون استفاده شده است.

2- معادلات حاکم بر مسئله

مهمترین مسئله در مکانیزم پیرو و بادامک متغیر بودن مشخصات تماس، سرعت و بار است. بنابراین بدست آوردن معادلات حاکم بدون حل سینماتیک و دینامیک آن میسر نیست. در تحلیل‌های تریبولوژی قطعات در حال تماس، می‌توان دو سطح با انحناهای مختلف را به یک سطح مسطح و یک سطح مدور تصویر کرد. بنابراین حل مسئله برای مکانیزم تماس مستقیم مسطح انجام گردیده است.

2-1- سینماتیک و دینامیک

از نگاه سینماتیک، در تماس پیرو و بادامک مسطح امکان ترکیب لغزش و غلتش مشاهده می‌شود که نیازمند تحلیل جامع در این زمینه است. معادلات حرکتی دو جسم نسبت به یکدیگر برای محاسبه سرعت ورود روانکار به فضای تماس کاربرد دارند. این معادلات برای هفت مکانیزم مختلف پیرو و بادامک نوسانی و رفت و برگشتی توسط متیو و همکاران ارائه شده است [20]. ورودی این روش، حرکت پیرو است که شامل منحنی صعود، سرعت زاویه‌ای بادامک و هندسه مکانیزم می‌شود. شعاع انحنا در نقطه تماس با استفاده از ضرایب سینماتیک محاسبه شده و از جمع برداری سرعت‌ها در این نقطه، سرعت ورود محاسبه می‌شود. به صورت ساده برای یک مکانیزم پیرو و بادامک مسطح مقادیر شعاع انحنای تماس به قرار رابطه (1) است:

$$R = R_0 + L + J_\theta \quad (1)$$

که در آن R_0 شعاع دایره مینا، L مقدار خیزش پیرو و J_θ شتاب هندسی یا مشتق دوم خیزش پیرو نسبت به زاویه چرخش بادامک است. اگر ω سرعت چرخش بادامک باشد، سرعت ورود روان کار و سرعت بدون بعد از رابطه (2) بدست می‌آید [20]:

$$U = \frac{1}{2}(\omega R + \omega J_\theta) = \frac{\omega}{2}(R_0 + L + 2J_\theta) \quad (2)$$

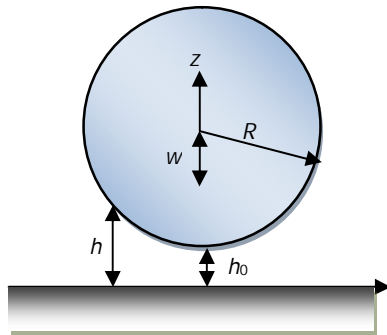
$$\bar{U} = \frac{\eta U}{E'R}$$

برای پیرو مسطح، بادامک صلب فرض شده و از چرخش پیرو صرف نظر می‌شود. در این تحلیل شتاب پیرو از رابطه (3) بدست می‌آید:

$$a_F = \frac{d^2 s}{dt^2} = \omega^2 J_\theta \quad (3)$$

بنابراین نیروی اینرسی ناشی از این شتاب نیز به قرار رابطه (4) است:

$$F_V = m_{eq}\omega^2 J_\theta \quad (4)$$



شکل 2 نگاشت تماس به دایره و سطح و نمایش پارامترها

که در آن ضخامت لایه روانکار در مرکز مختصات قبل از تغییر شکل سطح، عبارت دوم سمت راست همان فاصله بین سطح جسم معادل تغییر شکل نیافته و یک سطح مسطح و سرانجام w تغییر شکل الاستیک واقعی سطح جسم معادل از حالت اولیه‌اش است. شکل کمانش سطح در درون و برون محدوده اثر بار در جهت x با اندکی محاسبات به صورت رابطه (19) بدست می‌آید [21]:

$$w(\bar{x}) = \pi[\ln(4a) + 0.5 - \bar{x}^2], 0 \leq \bar{x} \leq 1$$

$$w(\bar{x}) = \pi\left\{\bar{x}\sqrt{\bar{x}^2 - 1} - \ln\left[\bar{x} + \sqrt{\bar{x}^2 - 1}\right] + [\ln(4a) + 0.5 - \bar{x}^2]\right\}, \bar{x} \geq 1 \quad (19)$$

که در آن a نیم عرض توزیع فشار هرتزین و \bar{x} مختصات طولی بدون بعد محل محاسبه کمانش است.

5-2- معادله بار

بار حمل شده توسط لایه روانکار الاستوهیدرودینامیک از انتگرال گیری توزیع فشار در آن بدست می‌آید. در حالت یک بعدی یا تماس خطی حاصل تقسیم بار بر طول تماس مطرح بوده که برابر با انتگرال فشار در عرض تماس است و به صورت معادله (20) بدست می‌آید:

$$\frac{W}{d} = \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} p dx \quad (20)$$

که در آن d عرض بادامک و x_{\min} و x_{\max} محدوده طولی توزیع فشار است.

3- آماده سازی و روش حل

الگوریتم حل مسئله روان کاری مکانیزم پیرو و بادامک در شکل 3 آورده شده است. جزئیات مراحل روش حل در این شکل مشخص شده است و بخش حل توزیع فشار و همگرایی که از پیچیدگی برخوردار است، در این بخش ارائه شده است. در روان کاری هدف از حل یافتن توزیع فشار است و پارامترهای دیگر جریان نظیر سرعت‌ها از اهمیت کمتری برخوردارند. به همین منظور روش‌های عددی که برای حل مسئله روانکاری استفاده می‌شوند عموماً بر پایه گسسته سازی به روش اختلاف محدود استوار هستند. معادله رینولدز در حالت یک بعدی، یک معادله مشتق جزئی غیرخطی است که از گسسته سازی صورت بدون بعد آن برای روغن نیوتنی به صورت رابطه (21) خواهد شد:

$$\frac{\varepsilon_{i-\frac{1}{2}} P_{i-1} - P_i (\varepsilon_{i-\frac{1}{2}} + \varepsilon_{i+\frac{1}{2}}) + \varepsilon_{i+\frac{1}{2}} P_{i+1}}{\Delta X^2} = \frac{\bar{\rho}_i H_i - \bar{\rho}_{i-1} H_{i-1}}{\Delta X} + \frac{\bar{\rho}_i H_i^n - \bar{\rho}_{i-1} H_{i-1}^n}{\Delta T} \quad (21)$$

که در آن P و H به ترتیب فشار و ضخامت بدون بعد، E' مدول الاستیسیته معادل دو سطح است و دیگر پارامترها به صورت زیر تعریف می‌شوند [21].

$$\varepsilon = \frac{\bar{\rho} H^3}{\psi \eta}, \psi = 12 \frac{\bar{u} \eta_0 R^2}{P_h a^3}, a = R \sqrt{\frac{8W}{\pi}}, P_h = E' \sqrt{\frac{W}{2\pi}}, \varepsilon_{i \pm \frac{1}{2}} = \frac{1}{2} (\varepsilon_i + \varepsilon_{i \pm 1}), P = \frac{p}{P_h}, H = \frac{hR}{a^2} \quad (22)$$

عمومیت بیشتری دارد. پارامترهای مدل η و τ_s تابعی از فشار هستند و n را مستقل از فشار می‌گیرند. در این مقاله با توجه به حجم بالای محاسبات از مدل اسوالد استفاده شده تا هم کلیت موضوع و هم ساده‌تر شدن حل رعایت شود. این مدل را می‌توان به صورت رابطه (12) بازنویسی کرد:

$$\left| \frac{\partial u}{\partial y} \right|^{n-1} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right) = \frac{1}{\eta} (\tau) \quad (12)$$

از تعادل نیرو روی یک المان سیال طبق رابطه (13) داریم:

$$\frac{\partial \tau}{\partial y} = \frac{\partial p}{\partial x} \quad (13)$$

از ترکیب دو رابطه اخیر و شرایط مرزی زیر:

$$y = \frac{y_c}{2}, \frac{\partial u}{\partial y} = 0, y = \frac{h}{2}: u = U \quad (14)$$

که در آن h ضخامت لایه روان کار و y_c اندازه عرض قسمتی از جریان بوده که در آن سرعت ثابت است می‌توان سرعت در راستای طولی عرض تماس را به قرار رابطه (15) بدست آورد [14]:

$$u = U - \frac{n}{n+1} \left(\frac{1}{\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \right)^{\frac{1}{n}} \left[\left(\frac{h}{2} - \frac{y_c}{2} \right)^{\frac{n+1}{n}} - \left(y - \frac{y_c}{2} \right)^{\frac{n+1}{n}} \right] \quad (15)$$

با قرار دادن رابطه فوق در معادله بقای جرم به معادله رینولدز حاکم بر مسئله روان کاری گریس خواهیم رسید که در بخش بعدی صورت نهایی آن آورده شده است.

2-3- معادلات بقای جرم و اندازه حرکت

برای سیالات نیوتنی از معادله بقای جرم و ممنتوم همانند همراک و همکاران [21] می‌توان معادله رینولدز یک بعدی را بدست آورد که صورت کلی آن در یک بعد به قرار رابطه (16) است:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho h^3}{\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \right) = 12U \frac{\partial}{\partial x} (\rho h) + 12 \frac{\partial (\rho h)}{\partial t} \quad (16)$$

معادله حاکم بر روان کار گریس مشابه دیگر روان کارهای روغنی است. البته به خاطر آنکه معادله رفتار گریس متفاوت از رفتار روغن نیوتنی است و تنش برشی آستانه‌ای نیز وجود دارد، لایه روان کار به دو بخش تقسیم می‌شود که به ترتیب بخش لایه بدون برش و بخش لایه برشی هستند. این دو بخش باید به صورت مجزا بررسی شوند. با استفاده از مدل اسوالد، معادله رینولدز به صورت معادله 17 بدست می‌آید. جزئیات بیشتر استخراج این معادله را چنگ در تحقیق خود ذکر کرده است [14].

$$\frac{n}{2n+1} \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{n+1}{n}} \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho h^{\frac{2n+1}{n}} \left(\frac{1}{\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \right)^{\frac{1}{n}} \right) = U \frac{\partial}{\partial x} (\rho h) + \frac{\partial (\rho h)}{\partial t} \quad (17)$$

این معادلات باید با شرایط مرزی صفر بودن فشار در ورودی و شرط مرزی حفره زایی در خروجی حل شوند. شرط حفره زایی به معنای آن است که در خروجی به خاطر هندسه واگرای دو سطح امکان بروز فشار منفی وجود دارد. این مسئله در واقعیت ممکن نیست و فشار از فشار بخار سیال در دمای مربوطه که بسیار به صفر نزدیک است، کمتر نمی‌شود. بنابراین خروجی را جایی فرض می‌کنند که فشار و شیب آن صفر شود و بعد از آن موقعیت فشار منفی از حل بدست آید. در حل نیز فشارهای منفی را با صفر جایگزین می‌کنند.

2-4- معادله هندسه لایه روانکار

با صرف نظر کردن از زبری سطح، ضخامت لایه روانکار در یک بعد را مطابق شکل 2 می‌توان با بسط تیلور هندسه دایره‌ای به صورت رابطه (18) بیان کرد:

$$h(x) = h_0 + \frac{x^2}{2R} + w(x) \quad (18)$$

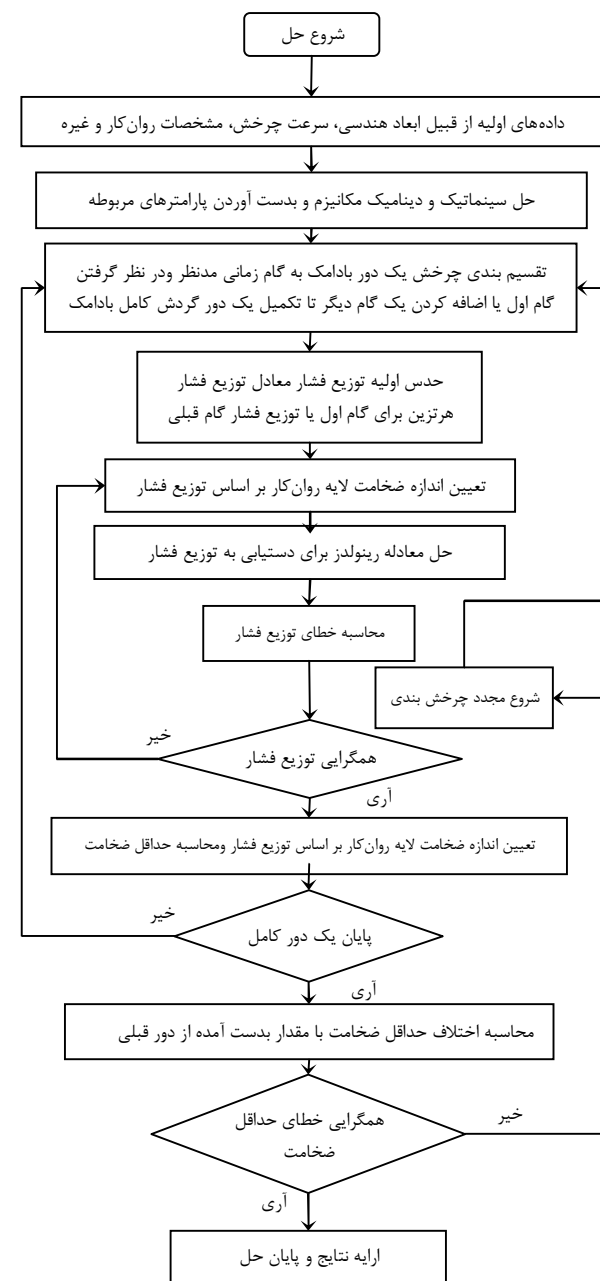
درشت انجام شود.

راهکار ساده تر آن است که از یک الگوی ثابت دوره ای بین شبکه ریز و درشت استفاده شود. به عبارتی پس از چند بار مشخص انجام رهاسازی انتقال از ریز به درشت انجام شود و ادامه کار پیگیری گردد. از آنجا که ممکن است با یک مرحله درشت کردن شبکه هزینه محاسباتی کم نشود، فرایند درشت کردن آن قدر ادامه می یابد تا به شبکه بهینه برسیم. الگوریتم روش چند سطحی در شکل 4 نشان داده شده است.

در حل مسئله حاضر تعداد رهاسازی روی هر مش ریزتر یک بار و روی هر مش درشت تر 19 بار است. متغیر بار بدون بعد در درشت ترین شبکه برابر $\pi/2$ است و در هر بار ریزتر شدن و درشت تر شدن شبکه به صورت رابطه (28) اصلاح می شود.

$$W_{K-1} = W_{K-1} - \Delta X \times \left(\frac{P_i + P_{i+1}}{2}\right) \quad (28)$$

$$W_{K-1} = W_{K-1} + \Delta X \times \left(\frac{P_i + P_{i+1}}{2}\right)$$



شکل 3 فلوجارت حل مسئله

برای گریس معادله رینولدز به صورت رابطه (23) در می آید:

$$\frac{\varepsilon_{i+\frac{1}{2}}(P_{i+1} - P_i)^{\frac{1}{n}} - \varepsilon_{i-\frac{1}{2}}(P_i - P_{i-1})^{\frac{1}{n}}}{\Delta X^{1+\frac{1}{n}}} = \frac{\bar{\rho}_i H_i - \bar{\rho}_{i-1} H_{i-1}}{\Delta X} + \frac{\bar{\rho}_i H_i^n - \bar{\rho}_{i-1} H_{i-1}^n}{\Delta T} \quad (23)$$

که در آن

$$\lambda = \frac{P_h^{\frac{1}{n}} a^{(2+\frac{1}{n})}}{2\bar{u} \left(2 + \frac{1}{n}\right) R^{(2+\frac{1}{n})} 2^{\frac{1}{n}} \eta_0^{\frac{1}{n}}}, \quad \varepsilon = \lambda \frac{\bar{\rho} H^{(2+\frac{1}{n})}}{\eta^n} \quad (24)$$

ارتباط پیچیده بین ضخامت و فشار در این معادله حل مسئله را دشوار می سازد. روش های متعددی برای حل این معادله در مقالات ارائه شده است. انتخاب روش بهینه به مقدار بار عمودی، سرعت و خواص روانکار بستگی دارد. برای حل این مسئله معمولاً از روش های تکراری استفاده می شود [24]. در این روش ها مقادیر جدیدی که در هر تکرار بدست می آیند را مستقیماً در تکرار بعدی استفاده نمی کنند و ترکیب خطی از مقادیر جدید و مقادیر تکرار قبلی را به صورت رابطه (25) استفاده می کنند.

$$\bar{P}_i = P_i + c\delta_i \quad (25)$$

که در آن c ضریب رها سازی، P_i فشار در تکرار قبلی و \bar{P}_i فشار در تکرار جدید است. برای تصحیح فشار عموماً از روش گاوس سایدل در ناحیه کم فشار استفاده می شود و برای پرهیز از واگرایی جواب در ناحیه پرفشار روش ژاکوبی به کار می رود [25]. مرز بین ناحیه پرفشار و کم فشار نیز از مقایسه عبارات معادله رینولدز بدست می آید. برای این منظور از معادله (21) نسبت به P_i مشتق گرفته و عبارات بدست آمده از سمت چپ و راست معادله را مقایسه کرده، در صورتی که سمت چپ بزرگتر باشد در ناحیه کم فشار بوده و از روش تکرار گاوس سایدل مطابق رابطه (26) استفاده می نماییم. در غیر این صورت در ناحیه پرفشار قرار داشته و روش تکرار ژاکوبی یا رابطه (27) پیشنهاد می شود.

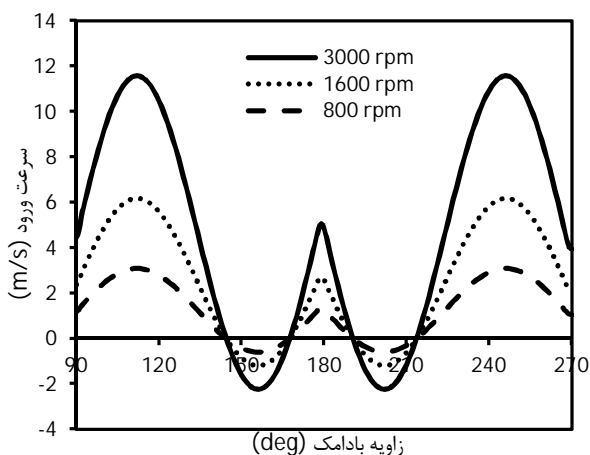
$$\delta_i = \left(\frac{\partial L_i}{\partial P_i}\right)^{-1} \gamma_i \quad (26)$$

$$\delta_i = \left(\frac{\partial L_i}{\partial P_i} - \frac{\partial L_i}{\partial P_{i-1}}\right)^{-1} \bar{\gamma}_i \quad (27)$$

که در آن L_i و γ_i همان صورت گسسته شده معادله حاکم یا معادله رینولدز هستند. در این روش انتخاب ضرایب رهاسازی بسیار در همگرایی اهمیت دارد که معمولاً به صورت تجربی تعیین می گردند.

اما این روش کاستی های خود را نیز دارد که همانا کندی همگرایی است. در چند رهاسازی اولیه مؤلفه های فرکانس بالا کاملاً از خطا حذف می شوند. بنابراین پس از چند تکرار، مؤلفه هایی با طول موج بزرگ نسبت به اندازه مش بر خطا حاکم می شوند. با هموار شدن خطا، دیگر نیازی به مش ریزتر جهت افزایش دقت نخواهد بود. بنابراین به جای آنکه فرایند رهاسازی روی شبکه ابتدایی ادامه بیابد، پس از آنکه سرعت همگرایی کاهش یافت، می توان به یک شبکه درشت تر رفته تا حل تقریبی با هموار ماندن خطا بدست آید. از آنجا که نسبت طول موج خطا به اندازه مش کوچک تر شده و از طرفی به خاطر تعداد نقاط کمتر شبکه درشت تر حجم محاسبات فرایند رهاسازی کاهش خواهد یافت، سرعت همگرایی بیشتر می شود. به محض اینکه تقریب خطا روی شبکه درشت حل شد، می توان آنرا روی شبکه اصلی میان یابی کرد. با انجام چند تکرار در این شبکه خطاهای فرکانس بالای ناشی از میان یابی حذف می شوند. جزئیات کامل برای انتقال و میان یابی در مرجع [26] آورده شده است.

نکته مهم موقع شناسی برای رفتن از شبکه ریز به درشت و برعکس است. دو روش برای این کار وجود دارد. روش اول این است که خطاها زیر نظر گرفته شود، در صورتی که از مقدار مشخصی کمتر شد، تبدیل شبکه ریز به



شکل 7 منحنی تغییرات سرعت ورود روانکار برحسب زاویه چرخش بادامک

4- نتایج شبیه‌سازی دینامیکی

انواع حرکت پیرو عبارت‌اند از سرعت ثابت، شتاب ثابت، هارمونیک، سیکلوئیدی و غیره که برای هر کدام می‌توان پروفیل مشخصی را برای پیرو مسطح رفت و برگشتی بدست آورد.

بادامک انتخاب‌شده برای تحلیل از نوع منحنی خیزش سیکلوئیدی مطابق رابطه (29) با مشخصات جدول 1 به صورت زیر است که در شکل 5 نیز نشان داده شده است.

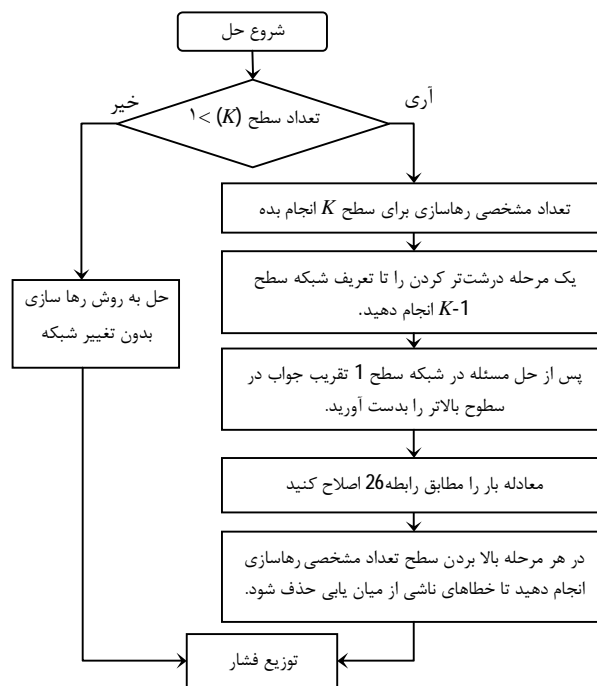
$$L_{cam} = 9.90 \left(\frac{\theta}{90} - \left(\frac{1}{2\pi} \sin \left(\frac{2\pi\theta}{90} \right) \right) \right) \quad (29)$$

منحنی تغییرات شعاع معادل تماس نیز با استفاده از روابط بخش سینماتیک در شکل 6 نشان داده شده است. تغییرات زیاد شعاع تماس در هر چرخش بادامک قابل توجه است. شعاع تماس مهمترین پارامتر سینماتیک است که روی همه جوانب مسئله روانکاری و از جمله سرعت ورودی روغن به فضای روان-کاری تأثیر خواهد داشت.

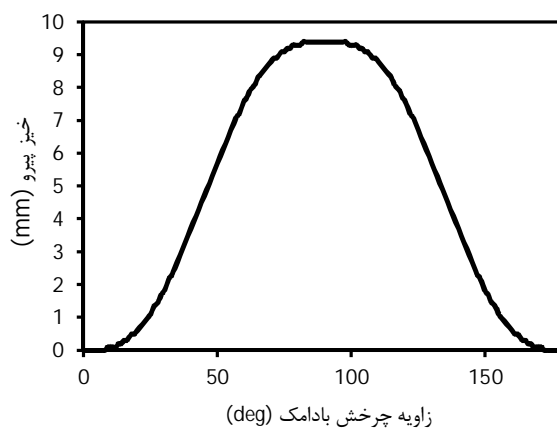
در منحنی‌های شکل 7 تغییرات سرعت ورود به فضای روانکاری برای سه سرعت دورانی مختلف بادامک نشان داده شده است. نکته مهم در این نمودارها تغییر جهت دادن سرعت در حین چرخش بادامک است. این بدان معناست که در زاویه‌های خاصی سرعت جریان روغن صفر می‌شود و به نظر لایه روانکار قطع خواهد شد ولی اگر اثر فشرده شدن لایه روغن در نظر گرفته شود، ضخامت لایه روانکار صفر نمی‌شود. در مجموع چهار مرتبه تغییر جهت در سرعت ورودی روانکار به فضای تماس رخ می‌دهد که سرعت تغییر جهت-ها در سومین و چهارمین تغییر جهت کمتر است و کاهش ضخامت و وخیم‌تر شدن وضعیت تماس از نظر سایش و برخورد زبری‌ها در هنگامی که بادامک از روی قله رد شده محتمل‌تر است.

در منحنی‌های شکل 8 تغییرات نیروی تماسی برای سه سرعت مختلف بادامک آورده شده است. تغییرات نیروی تماسی حاصل جمع نیروهای فنر و اینرسی است. با افزایش سرعت نیروهای اینرسی قابل ملاحظه می‌شوند و رفتار مکانیزم را تحت تأثیر قرار می‌دهند.

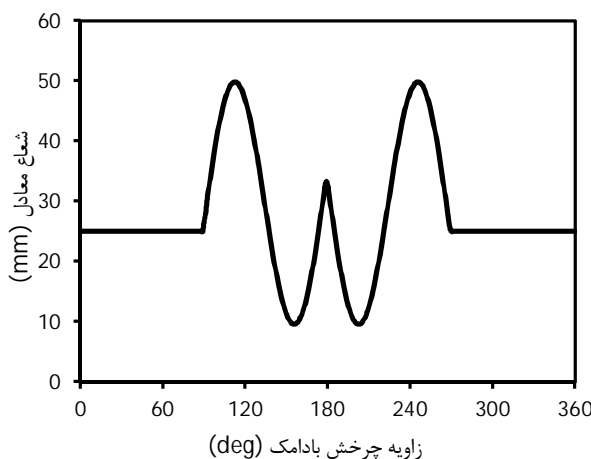
در سرعت‌های پایین چرخش بادامک مقدار شتاب کوچک‌تر است و مؤلفه نیرو ناشی از فشرده شدن فنر غالب است. شکل سهمی وار برای سرعت 800rpm نیز ناشی از این حقیقت است. با افزایش سرعت دورانی شتاب‌ها بیشتر شده و در موقعیت‌های تغییر جهت سرعت ورود روان‌کار اهمیت می‌یابد به نحوی که آرام آرام در سرعت دورانی 1600rpm و به طور واضح در سرعت دورانی 3000rpm، نیروی اینرسی افزایش می‌یابد و اندازه آن به



شکل 4 فلوجارت روش چند سطحی



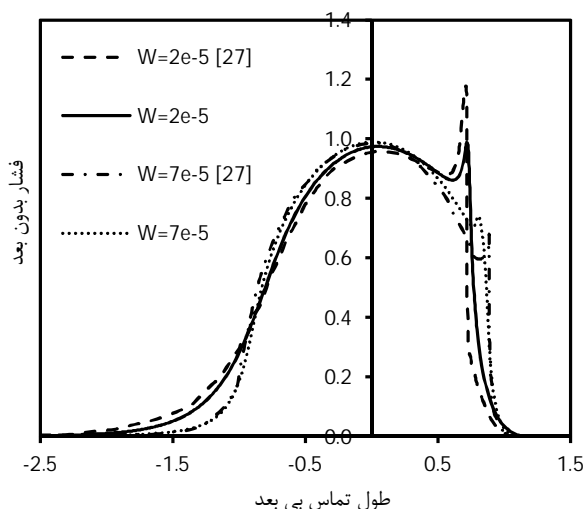
شکل 5 منحنی لیفت بادامک



شکل 6 منحنی تغییرات شعاع انحنای معادل برحسب زاویه چرخش بادامک

جدول 1 مشخصات بادامک

نوع بادامک	عرض بادامک	زاویه عمل	قطر دایره مبنا
سیکلوئیدی	20 میلی‌متر	90 درجه	25 میلی‌متری



شکل 9 مقایسه نتایج بدست آمده برای روان کاری با پارامترهای $G=5007$, $U=1 \times 10^{-11}$ و $W=30 \times 10^{-6}$ با نتایج مرجع [27]

جدول 2 پارامترهای مورد استفاده در مدل سازی	
پارامتر	مقدار
بار	100 kN
مدول الاستیسیته	$2/26e11$ Pa
شعاع معادل	0/012 m
سرعت	0/87 m/s
پارامتر گریس	$n=0/87$
گرانروی روغن پایه در فشار جو	0/4 Pa.s

تغییرات بعد بروز قله و نحوه ارضا شدن شرط مرزی حفره زایی احتمال دقیق تر بودن نتایج تحقیق حاضر را بیشتر خواهد کرد. به عبارتی در حل مسئله به روش چند شبکه‌ای شیب تغییرات فشار بعد از بروز قله نسبت به روش نیوتن کندتر است و افت ناگهانی فشار به شدت روش نیوتن رافسون نیست. از طرفی فشارها در مجانب شدن به سمت صفر با یکدیگر تطابق دارند که می‌توان چنین استنباط کرد که حل از نظر ارضای شرایط مرزی دقیق است و از طرفی پدیده‌ای مانند قله فشار را نیز با دقت بیشتر و قابل قبول تر از نظر ماهیت فیزیکی مواد پیش بینی می‌کند.

6- نتایج حل روان کاری با گریس

اکنون که توانمندی روش چند شبکه‌ای در حل مسئله با روغن نیوتنی آشکار شد، به حل مسئله پیچیده تر روان کار غیر نیوتنی گریس پرداخته خواهد شد. برای پارامترهای جدول 2 با حل مسئله الاستوهیدرودینامیک خطی نتایج بدست آمده است.

در شکل 10 منحنی تغییرات فشار در راستای طول ناحیه تماس برای گریس و روغن پایه‌اش نشان داده شده است. در شکل 11 نیز منحنی تغییرات ضخامت لایه روان کار آورده شده است. شکل توزیع فشار و وجود قله فشار در نمودار گریس با آن چیزی که از توزیع فشار در حالت الاستوهیدرودینامیک انتظار می‌رود بسیار شبیه است. در شکل این توزیع در مقایسه با روغن پایه گریس آورده شده و تفاوت بسیار جزئی آن‌ها در ناحیه قله فشار مشهود است. شرط مرزی حفره زایی نیز در هر دو نوع روان کار مشخص است. ضخامت لایه روانکار نیز ناحیه مسطح مربوط به شرایط الاستوهیدرودینامیک را به همراه افت ناگهانی در نزدیکی خروجی نشان می‌دهد. همانطور که مطالعات و پیش‌بینی‌ها بیان داشته‌اند، با وجود فشار

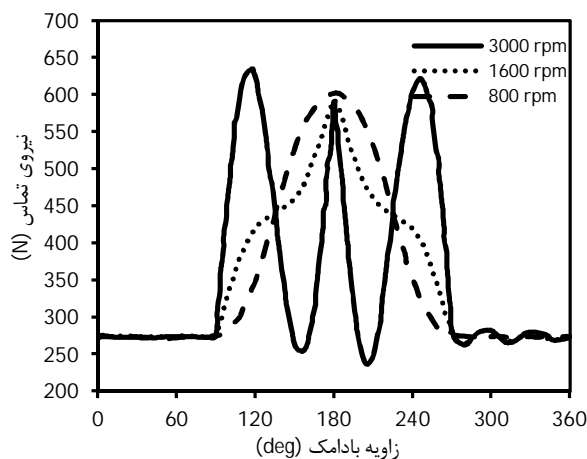
حدود نیروی فشردگی فنر می‌رسد. بنابراین نقاط کمینه و بیشینه نیروی تماسی روی موقعیت‌های تغییر جهت سرعت ورود بسته به شتاب منفی و مثبت و همچنین در حداکثر فشردگی فنر قرار می‌گیرند.

وقتی نوک بادامک رد می‌شود و به اصطلاح به فاز بسته شدن می‌رویم، اثر این نیروهای عکس‌العملی زیاد شده و سبب شتاب گیری جرم‌ها در راستای نیرو می‌شوند. در این نقطه اینرسی هر یک از جرم‌ها قابل ملاحظه می‌گردد. به خاطر سختی متفاوت بین جرم‌های نقطه‌ای، شتاب‌هایشان متفاوت بوده و این مسئله روی دامنه نوسانات تأثیر می‌گذارد. این اثرات در مراحل بعدی حل که بحث تغییرات زمانی وارد حل الاستوهیدرودینامیک خواهند شد، اهمیت پیدا می‌کنند. مدل ارائه شده امکان جدایی پیرو و بادامک را منظور نکرده است که در این صورت نیروی تماسی باید صفر می‌شد. از آنجا که هدف اصلی بحث مدل سازی روانکاری است، این مسئله که در سرعت‌های بالا رخ می‌دهد در اینجا قابل اغماض است.

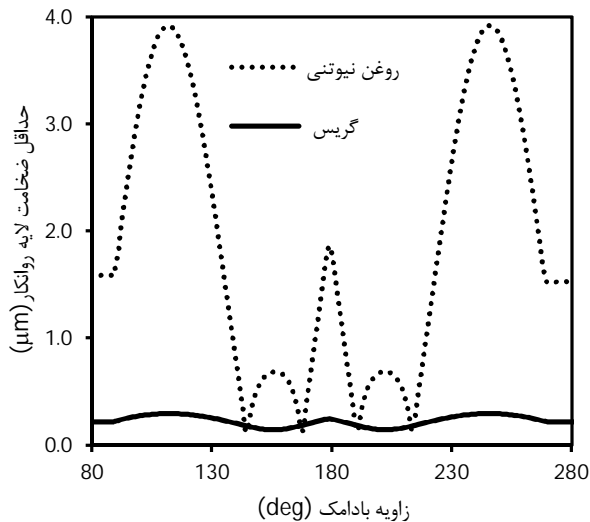
5- صحت سنجی حل روان کاری

پس از محاسبه مقدار نیروی تماسی، سرعت ورود و شعاع انحنای داده‌های دینامیکی و سینماتیکی مورد نیاز برای حل مسئله روان کاری در دسترس خواهند بود. حدس اولیه فشار را معمولاً فشار هرتزین در نظر می‌گیرند و با حل دستگاه معادلات فشار به روز می‌شود تا به جواب برسد. با توجه به آنکه عملاً امکان مقایسه تجربی داده‌ها به خاطر حرکت مکانیزم، اندازه‌های بسیار کوچک و متغیر ضخامت و فشارهای بالا وجود ندارد، حل عددی ارائه شده با فرض روغن نیوتنی با داده‌های معتبری که در مقالات اعلام شده صحت سنجی خواهد شد. بدین منظور داده‌های بدست آمده برای روان کار روغن نیوتنی در شرایط $G=5007$, $U=1 \times 10^{-11}$ و $W=30 \times 10^{-6}$ که با شرایط بررسی هوپرت و همراک [27] هم‌خوانی دارد، انتخاب شده است.

در شکل 9 مقایسه بین نتایج مشخص می‌کند که داده‌های بدست آمده از شبیه سازی روش چند شبکه‌ای با آنچه که هوپرت و همراک از روش نیوتن رافسون بدست آوردند، همخوانی بسیار خوبی دارد. اختلاف بین دو توزیع فشار برای نیروی تماس کوچکتر کمی بیشتر است. برای این نیرو اختلاف در بخش اعظم طول تماس کمتر از 5% است و اختلاف اندکی در حدود 18% در محل بروز قله فشار وجود دارد انطباق در نیروی بزرگتر بهتر بوده و در بیشتر سطح تماس اختلاف کمتر از 2% و در محل بروز قله فشار کمتر از 10% است. با توجه به روش‌های مختلف حل استفاده شده، این مقدار اختلاف اجتناب ناپذیر است.



شکل 8 منحنی تغییرات نیروی تماسی برحسب زاویه چرخش بادامک



شکل 12 تغییرات حداقل ضخامت لایه روان کار در مسئله روان کاری مکانیزم پیرو و بادامک با روان کار گریس و روغن

مکان‌هایی که حداقل ضخامت در طول یک دور گردش بادامک شکل می‌گیرد از نظر افزایش احتمال سایش از اهمیت خاصی برخوردار است. این نواحی همانطور که از شکل 12 برمی‌آید در دو طرف قبل و بعد از تماس پیرو با قله بادامک سیکلوئیدی هستند. برای روان کار روغن این ناحیه در قبل از قله بادامک نسبت به بعد از آن ضخامت کمتری دارد. حال آنکه برای گریس تفاوت چندانی بین این دو بخش وجود ندارد. در بررسی روان کاری پیرو و بادامک همانطور که قبلاً ذکر شد مسئله مهم تغییر لحظه‌ای هندسه، سینماتیک و دینامیک آن است. این موضوع در تحلیل روان کاری علاوه بر تغییر لحظه‌ای شعاع معادل تماس، سرعت ورود و بار عمودی در عبارت متغیر با زمان ضخامت لایه روغن نیز دیده می‌شود. برای این منظور این عبارت به سادگی با گسسته سازی اختلاف محدود پیشرو در یک پله زمانی در معادلات وارد می‌شود. تغییرات لایه روان کار بدست آمده حاکی از نازک بودن لایه گریس نسبت به روغن معادل آن است.

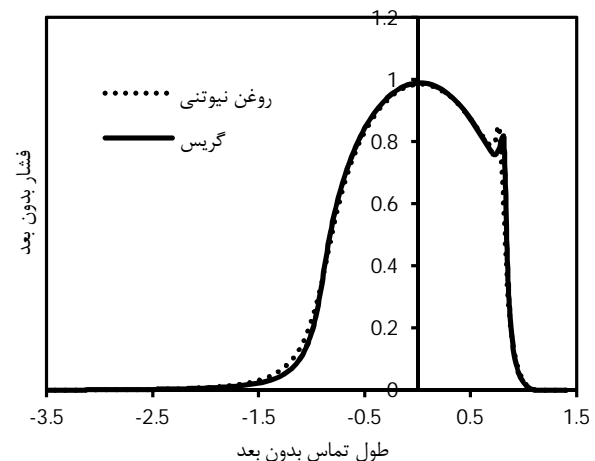
نکته دیگر تغییرات ضخامت لایه روان کار با سرعت گردش بادامک است. این موضوع برای روان کار نیوتنی و گریس اثر سرعت با مقایسه تغییرات ضخامت لایه روان کار برای سه سرعت مختلف پیرو و بادامک در شکل‌های 13 و 14 نمایش داده شده است.

همانطور که در شکل 13 نیز مشهود است با افزایش سرعت ضخامت لایه روان کار روغنی افزایش می‌یابد. ولی محل‌های بحرانی ضخامت و یا به عبارتی شکل کلی تغییرات تفاوت نمی‌کند. حداقل ضخامت لایه روان کار نیوتنی با افزایش سرعت از 800rpm تا 3000rpm تا 65% افزایش می‌یابد و متوسط ضخامت نزدیک به 48% افزایش نشان می‌دهد. اما در مورد گریس مطابق شکل 14 می‌توان چنین استنباط کرد که سرعت چرخش بادامک اثری روی ضخامت لایه روان کار نمی‌گذارد و در هر سه دور با توجه به تغییرات زیاد دینامیک و سینماتیک مسئله حداقل ضخامت تقریباً مشابهی بدست می‌آید. حداقل ضخامت لایه روان کار نیوتنی با افزایش سرعت از 800rpm تا 3000rpm تا 4% افزایش می‌یابد و متوسط ضخامت محسوسی تغییری نمی‌کند.

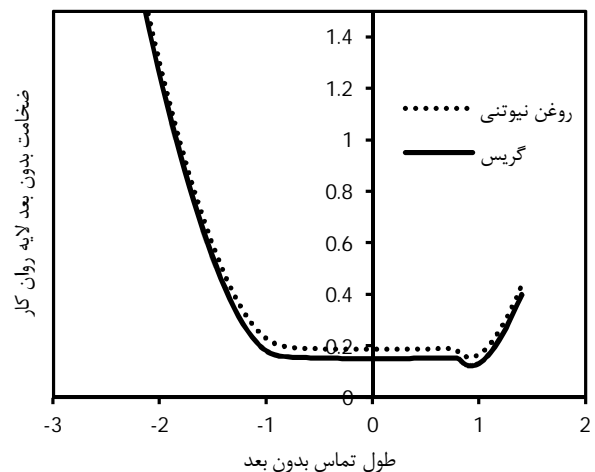
موضوع دیگری که جای تحقیق و کنکاش دارد، استفاده از گریس‌های مختلف است. گریس‌ها بسته به اینکه صابون مصرفی آنها بر چه پایه‌ای باشد، رفتارهای مختلفی از خود نشان می‌دهند. این رفتار در توان n رابطه (11) اثر

تقریباً برابر در عرض لایه تماس بین گریس و روغن ولی ضخامت گریس تقریباً 26% کمتر شده است. این نکته در مسایل روان کاری که هدف تأمین ضخامت مناسب روان کار مابین سطوح است، از اهمیت زیادی برخوردار است. یکی از دلایل اصلی کاهش ضخامت متفاوت بودن سرعت در محیط روان کار روغن و گریس است که از ماهیت رفتار غیر نیوتنی گریس سرچشمه می‌گیرد. سرعت‌ها در گریس کمتر از روغن خواهد بود.

پس از بررسی تحلیل یک حالت مشخص بین روغن و گریس نتایج تحلیل پیوسته روان کاری پیرو و بادامک با ارائه تغییرات هندسی و دینامیکی به مدل در هر زاویه چرخش قابل دستیابی است. تغییرات حداقل ضخامت لایه روانکار با استفاده از روان کار روغن در شکل 12 نشان داده شده است. الگوی تغییرات در منحنی شکل 12 بسیار تحت تأثیر تغییرات سرعت ورود روان کار است. حداکثر و حداقل ضخامت‌ها به ترتیب در نواحی با سرعت ورود بالا و تغییر جهت آن رخ می‌دهد. این الگوپذیری به خاطر اثر عمده مکانیزم روان کاری گوه فیزیکی برای سطوح همگرایی است که نسبت به هم حرکت می‌کنند. در مورد روان کار روغن تأثیرپذیری از سرعت ورود کاملاً مستقیم است و با تغییر جهت سرعت ورود ضخامت کم و با افزایش آن ضخامت زیاد می‌شود. اما در مورد گریس تأخیر پاسخ ناشی از ماهیت آن باعث می‌شود که به جای نقاط خاص با ضخامت کم، یک محدوده با ضخامت کم برقرار شود که به تدریج ضخامت کم و زیاد می‌شود.



شکل 10 تغییرات فشار در فضای تماس برای روان کار گریس در مقایسه با روغن پایه



شکل 11 تغییرات ضخامت لایه روانکار در فضای تماس برای روان کار گریس در مقایسه با روغن پایه آن

می‌توان دید که بهترین عملکرد را گریس‌های با توان n بزرگتر دارند. هر چه مقدار ضریب بزرگتر باشد، سرعت در روان‌کار بالا رفته و ضخامت بیشتری را شکل می‌دهد. با افزایش ضریب از $0/75$ تا $0/9$ حداقل ضخامت لایه گریس و متوسط آن به ترتیب $4/5$ برابر و $4/2$ برابر شده است که نشان از تغییر شگرف ضخامت لایه روان‌کار با نوع گریس استفاده شده دارد. اثر مقدار n روی تغییرات فشار نیز قابل بررسی است که با افزایش آن قله فشار به سمت مرکز تماس متمایل شده و اندازه آن افزایش می‌یابد.

7- بحث و نتیجه‌گیری

در این مقاله به بررسی اثر استفاده از روان‌کارهای غیر نیوتنی به خصوص گریس‌ها در مقایسه با روان‌کارهای نیوتنی مانند روغن‌ها در مکانیزم پیرو و بادامک پرداخته شده است. این اثر به وسیله مدل سازی عددی معادلات حاکم بر روان‌کاری الاستوهیدرودینامیک گذرا با استفاده از روش چند شبکه‌ای انجام شده است. روش چند شبکه‌ای روشی مدرن بر پایه روش تکراری گاوس سایدل و ژاکوبی است که با ریز و درشت کردن مرحله‌ای شبکه حل به حذف نوسانات خطا و رسیدن به همگرایی می‌انجامد. این روش به خوبی برای مسئله دشوار روان‌کاری مطرح‌شده اعمال گردید و نتایج تحلیل با نتایج بدست آمده از روش نیوتن رافسون صحت سنجی شد. از حل مسئله روان‌کاری مکانیزم پیرو و بادامک با سیکولوئیدی نتایج زیر بدست آمده است:

در بار و سرعت مشخص ضخامت لایه روان‌کار گریس کمتر از زمانی است که روغن مشابه استفاده شود. علت آن کمتر بودن سرعت سیال گریس در مقایسه با روغن در حین روان‌کاری است. این پدیده مربوط به ماهیت غیر نیوتنی آن است. ضخامت لایه روان‌کار گریس در مقایسه با روان‌کار روغن بسیار کمتر تغییر می‌کند و در طول تماس تقریباً یکنواخت است. اندازه کم ضخامت امکان تماس فلز با فلز و بروز سایش در سیستم را افزایش می‌دهد.

در مورد روان‌کار روغن ضخامت کمینه در یک دور گردش بادامک در ناحیه‌ای قبل از رسیدن تماس پیرو به قله بادامک بروز می‌کند. بعد از عبور قله نیز دوباره ضخامت کم می‌شود که اندکی بیش از اندازه قبل است. علت این امر را می‌توان در عکس شدن جهت سرعت ورود روغن و کاهش سرعت ورود دانست. اما در روان‌کار گریس ضخامت کمینه در دو طرف قله بادامک اتفاق می‌افتد و تفاوت این دو چندان محسوس نیست.

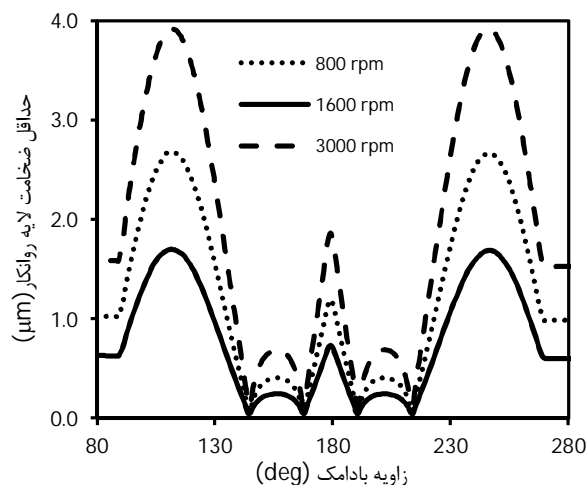
نقش سرعت چرخش بادامک در ضخامت لایه روان‌کار روغن و گریس بررسی شد که نتایج بیانگر تأثیر مستقیم آن روی روان‌کار روغن بود به طوری که با افزایش سرعت، ضخامت لایه روان‌کار افزایش یافت. با افزایش سرعت چرخش از 800rpm تا 3000rpm حداقل ضخامت روان‌کار روغن تا 65% افزایش می‌یابد. در مورد روان‌کار گریس حداقل ضخامت لایه روان‌کار مستقل از سرعت بود و افزایش ناچیزی با سرعت از خود نشان داد. با افزایش سرعت چرخش از 800rpm تا 3000rpm حداقل ضخامت روان‌کار گریس تنها 4% افزایش یافته است.

رفتار گریس که وابسته به نوع گریس است، روی ضخامت لایه روان‌کار اثر دارد. با توجه به مدل انتخابی برای مدل سازی سه ضریب رئولوژی مختلف بررسی شد که نتایج نشان از افزایش حداقل ضخامت لایه روان‌کار گریس با افزایش ضریب مزبور داشت به طوری که با تغییر ضریب از $0/75$ به $0/9$ ضخامت لایه روان‌کار بیش از 4 برابر افزایش از خود نشان داد.

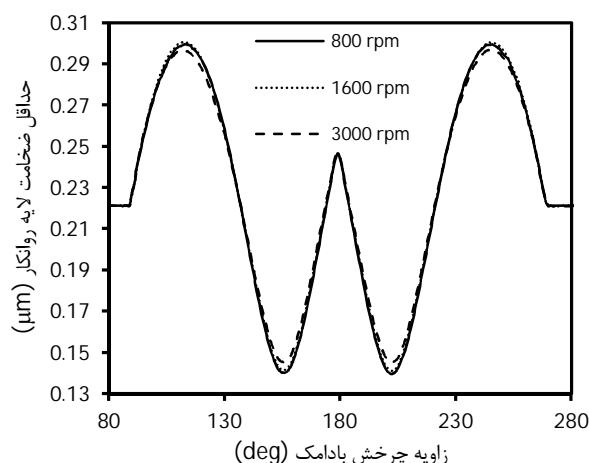
8- فهرست علائم

a	نیم عرض بیضی تماس هر تز (m)
a_F	شتاب پیرو (m/s^2)

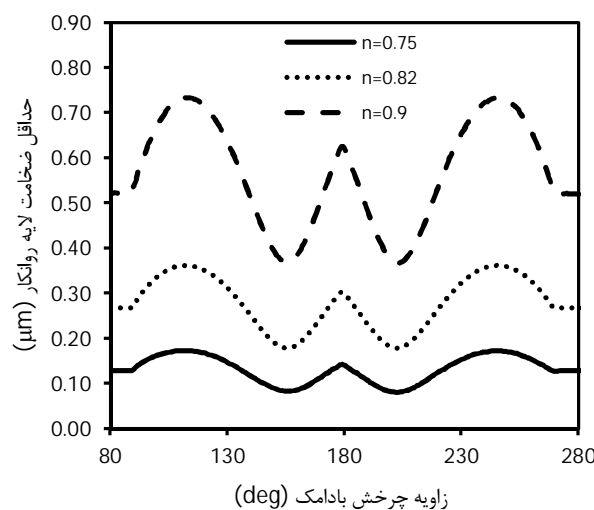
خود را نشان می‌دهد. برای ملاحظه اثر رفتار گریس بر روی مشخصات روان‌کاری شکل 15 را ببینید. در این شکل مقایسه بین ضخامت لایه روان‌کار برای گریس‌هایی با ضریب رئولوژی متفاوت نشان داده شده است.



شکل 13 مقایسه تغییرات حداقل ضخامت لایه روان‌کار روغن در سرعت‌های مختلف چرخش بادامک



شکل 14 مقایسه تغییرات حداقل ضخامت لایه روان‌کار روغن نیوتنی در سرعت‌های مختلف چرخش بادامک



شکل 15 مقایسه تغییرات حداقل ضخامت لایه روان‌کار گریس در سرعت‌های مختلف چرخش بادامک

- [3] B.A. Gecim, "Lubrication and fatigue analysis of a cam and roller follower", Paper IV(i), *Proceedings of the 15th Leeds-Lyon Symposium on Tribology*, The University of Leeds, UK, 6-9th September, 1988. ضریب رها سازی c
- [4] D. Dowson, C.M. Taylor and G. Zhu, "A transient elastohydrodynamic lubrication analysis of a cam and follower", *J. Phys. D: Appl. Phys.* 25, pp. A313-A320, 1992. عرض بادامک d
- [5] M. Kushwaha and H. Rahnejat, "Transient elastohydrodynamic lubrication of finite line conjunction of cam to follower concentrated contact", *J. Phys. D: Appl. Phys.*, (35), pp. 2872-2890, 2002. مدول الاستیسیته معادل E' (Pa)
- [6] S. Jang, "Transient elastohydrodynamic lubrication film thickness in sliding and rolling line contacts", *Journal of Mechanical Science and Technology*, 22, pp. 946-956, 2008. نیروی تماس بر واحد سطح F (N)
- [7] T. Nakahara, M. Yamaji and K. Kyogoku, "Effect of surface roughness on friction loss between cam and follower", *Proceedings of the 24th Leeds-Lyon Symposium on Tribology*, Volume 34, pp. 301-308, 1998. نیروی تماس F_{ck} (N)
- [8] C.H. Venner, M.T. van Zoelen and P.M. Lugt, "Thin layer flow and film decay modeling for grease lubricated rolling bearings", *Tribology International*, Volume 47, pp. 175-187, 2012. نیروی اینرسی پیرو F_V (N)
- [9] T. Otsu, Y. Nagata, J. Sugimura and R. Glovnea, "Cavitation Phenomena in Pure-Sliding Grease EHL Films", *STLE/ASME 2010 International Joint Tribology Conference San Francisco, California, USA*, October 17-20, 2010. ضخامت لایه روان‌کار h (m)
- [10] Piet M. Lugt, "A Review on Grease Lubrication in Rolling Bearings", *Tribology Transactions*, 52:4, pp.470-480, 2009. ضخامت لایه روان‌کار در مرکز مختصات h_0 (m)
- [11] G.E. Morales-Espejel, P.M. Lugt, H.R. Pasaribu, and H. Cen, "Film thickness in grease lubricated slow rotating rolling bearings", *Tribology International*, Volume 74, pp. 7-19, 2014. شتاب هندسی J_θ (m/rad²)
- [12] J.J. Kauzlarich and J.A. Greenwood, "Inlet shear heating in elastohydrodynamic lubrication", *Trans. ASME, J. Lubr. Technol.*, 95, pp. 417-426, 1973. ثابت فنر k_{sp} (N/m)
- [13] W. Jonkisz and H. Krzeminski-Freda, "The properties of elastohydrodynamic grease films". *Wear*, 77, pp. 277-285, 1979. خیز پیرو L (m)
- [14] J. Cheng, "Elastohydrodynamic grease lubrication theory and numerical solution inline contacts". *Tribology Transaction*, 37(4), pp.711-718, 1994. جرم معادل مجموعه مکانیزم m_{eq} (kg)
- [15] J. Sugimura and M. Akiyama, "Study of non-steady state grease lubrication with fluorescence microscope", *Elsevier Tribology Series*, Volume 39, pp. 285-294, 2001. جرم فنر m_{sp} (kg)
- [16] X. Lu and M.M. Khonsari, "An Experimental Study of Grease-Lubricated Journal Bearings Undergoing Oscillatory Motion", *Journal of Tribology*, 129(3), pp. 640-646, 2007. جرم متعلقات پیرو m_T (kg)
- [17] X Lu and M. M. Khonsari, "An Experimental Investigation of Grease-Lubricated Journal Bearings ", *Journal of Tribology*, 129(1), pp. 84-90, 2006. جرم پیرو m_V (kg)
- [18] T. Cousseau, M. Björling, B. Graça, A. Campos, J. Seabra and R. Larsson, "Film thickness in a ball-on-disc contact lubricated with greases, bleed oils and base oils", *Tribology International*, Volume 53, pp. 53-60, 2012. ضریب معادله هرشل بالکلی n
- [19] D. Vela, E. Ciulli, B. Piccigallo and F. Fazzolari, "Investigation on cam-follower lubricated contacts", *Journal of Engineering Tribology*, pp. 225: 379, 2011. فشار p (Pa)
- [20] J. A. Matthews, F. Sadeghi and R. J. Cipra, "Radius of Curvature and Entraining Velocity of Cam Follower Mechanisms", *STLE Tribology Transactions*, 39(4), pp. 899-907, 1996. حداکثر فشار هرتز P_h (Pa)
- [21] B.J. Hamrock, S.R. Schmid and B.O. Jacobson, "*Fundamentals of Fluid Film Lubrication*", 2nd Edition, Marcel Dekker Inc., 2004. شعاع انحنای معادل R (m)
- [22] G.W. Stachowiak and A. W Batchelor, "*Engineering Tribology*", Butterworth-Heinemann, 4th Edition, 2013. شعاع دایره مبنای بادامک R_0 (m)
- [23] W.H. Herschel and R. Bulkley, "Measurement of consistency as applied to rubber benzene solutions", *Proc. Am. Soc. Testing Mater*, 26(2), pp.291-300, 1926. جابجایی پیرو s (m)
- [24] A. Greenbaum, "Iterative Methods for Solving Linear Systems", *Society of Industrial and applied mathematics*, 1997. زمان t (s)
- [25] P. Huang, "Numerical Calculation of Lubrication Methods and Programs", *John Wiley & Sons*, 2013. سرعت u (m/s)
- [26] C.H. Venner and A.A. Lubrecht, "Multi Level Methods in Lubrication", *Elsevier Science, Tribology Series*: 37, 2000. سرعت ورود روان‌کار U (m/s)
- [27] L.G. Houper and B.J. Hamrock, "Fast Approach for Calculating Film Thicknesses and Pressures in Elastohydrodynamically Lubricated Contacts at High Loads". *Journal of Tribology*, Vol. 108, pp.411-419, JULY 1986. بار بدون بعد W
- [28] J. A. Matthews, F. Sadeghi and R. J. Cipra, "Radius of Curvature and Entraining Velocity of Cam Follower Mechanisms", *STLE Tribology Transactions*, 39(4), pp. 899-907, 1996. تغییر شکل سطح w (m)
- [29] W.H. Herschel and R. Bulkley, "Measurement of consistency as applied to rubber benzene solutions", *Proc. Am. Soc. Testing Mater*, 26(2), pp.291-300, 1926. متغیر فاصله در جهت طولی x (m)
- [30] A. Greenbaum, "Iterative Methods for Solving Linear Systems", *Society of Industrial and applied mathematics*, 1997. فاصله دو مرکز مش در جهت طولی ΔX (m)
- [31] D. Vela, E. Ciulli, B. Piccigallo and F. Fazzolari, "Investigation on cam-follower lubricated contacts", *Journal of Engineering Tribology*, pp. 225: 379, 2011. متغیر فاصله در جهت عرضی y (m)
- [32] J. A. Matthews, F. Sadeghi and R. J. Cipra, "Radius of Curvature and Entraining Velocity of Cam Follower Mechanisms", *STLE Tribology Transactions*, 39(4), pp. 899-907, 1996. کرنش برشی $\dot{\gamma}$
- [33] B.J. Hamrock, S.R. Schmid and B.O. Jacobson, "*Fundamentals of Fluid Film Lubrication*", 2nd Edition, Marcel Dekker Inc., 2004. مقدار اصلاح فشار δ
- [34] G.W. Stachowiak and A. W Batchelor, "*Engineering Tribology*", Butterworth-Heinemann, 4th Edition, 2013. گرانروی η (Pa.s)
- [35] W.H. Herschel and R. Bulkley, "Measurement of consistency as applied to rubber benzene solutions", *Proc. Am. Soc. Testing Mater*, 26(2), pp.291-300, 1926. گرانروی در فشار جو η_0 (Pa.s)
- [36] A. Greenbaum, "Iterative Methods for Solving Linear Systems", *Society of Industrial and applied mathematics*, 1997. چگالی ρ (kg/m³)
- [37] W.H. Herschel and R. Bulkley, "Measurement of consistency as applied to rubber benzene solutions", *Proc. Am. Soc. Testing Mater*, 26(2), pp.291-300, 1926. چگالی در فشار جو ρ_0 (kg/m³)
- [38] A. Greenbaum, "Iterative Methods for Solving Linear Systems", *Society of Industrial and applied mathematics*, 1997. تنش برشی τ (Pa)
- [39] P. Huang, "Numerical Calculation of Lubrication Methods and Programs", *John Wiley & Sons*, 2013. آستانه تنش برشی τ_S (Pa)
- [40] C.H. Venner and A.A. Lubrecht, "Multi Level Methods in Lubrication", *Elsevier Science, Tribology Series*: 37, 2000. سرعت چرخش بادامک ω (rad/s)
- [41] L.G. Houper and B.J. Hamrock, "Fast Approach for Calculating Film Thicknesses and Pressures in Elastohydrodynamically Lubricated Contacts at High Loads". *Journal of Tribology*, Vol. 108, pp.411-419, JULY 1986. **علائم یونانی**
- [42] R. Gohar, "*Elastohydrodynamics*", World Scientific Publishing Company, 2nd Edition, 2001. **زیر نویس‌ها**
- [43] D. Dowson, C.M. Taylor and G. Zhu, "Mixed lubrication of a cam and flat faced follower", Paper XX(i), *Proceedings of the 13th Leeds-Lyon Symposium on Tribology*, The University of Leeds, UK, 8-12th September, 1986. شماره شبکه مورد بررسی i

9- مراجع

- [1] R. Gohar, "*Elastohydrodynamics*", World Scientific Publishing Company, 2nd Edition, 2001.
- [2] D. Dowson, C.M. Taylor and G. Zhu, "Mixed lubrication of a cam and flat faced follower", Paper XX(i), *Proceedings of the 13th Leeds-Lyon Symposium on Tribology*, The University of Leeds, UK, 8-12th September, 1986.