مجله مهندسی مکانیک مدرس، اردیبهشت 1396، دوره 17، شماره 2، ص‌ص 263-274

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

ترکیب روش سیال روح- شبکه بولتزمن با روش شارژ مجدد برای شبیه‌سازی مرزهای منحنی متحرک با انتقال حرارت

محسن مظفری شمسی[1]، محمد سفید[2*]، غلامرضا ایمانی[3]

1- دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد، یزد
2- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد، یزد
3- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه خلیج فارس، بوشهر
* یزد، صندوق پستی 741-89195، mhsefid@yazd.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: 30 آبان 1395
پذیرش: 26 دی 1395
ارائه در سایت: 25 بهمن 1395

کلید واژگان:
شبکه بولتزمن حرارتی
سیال روح
شرایط مرزی حرارتی دریچلت و نیومن
میانیابی دو خطی

چکیده

در این مقاله، برای اعمال مرزهای منحنی حرارتی متحرک، برای اولین بار روش سیال روح- شبکه بولتزمن برای شبیه‌سازی مرزهای منحنی، با یک روش شارژ مجدد بر مبنای برونیابی، تلفیق شده است. در مرزهای متحرک در هر تکرار تعدادی از گره‌های دامنه جامد به دامنه سیال گام می‌گذارند که برای تخمین توابع توزیع مجهول انرژی و چگالی در چنین گره‌هایی از روش شارژ مجدد استفاده می‌شود. برای بررسی صحت روش ارائه شده، چندین مسأله شبیه‌سازی شده است. از جمله این مسأله‌ها، مسأله جابجایی طبیعی بین دو سیلندر هم‌مرکز و غیرهم‌مرکز و همچنین انتقال حرارت از سیلندر درون جریان آزاد است که جهت اعتبار سنجی روش سیال روح- شبکه بولتزمن با زمان آسودگی چند گانه در شبیه‌سازی مرزهای منحنی هیدرودینامیکی و حرارتی استفاده شده است. همچنین برای بررسی صحت روش شارژ مجدد به کار گرفته شده در این مقاله، مسأله ته نشینی یک ذره سرد هم‌دما در یک کانال عمودی شده است. نتایج نشان دهنده توانایی روش سیال روح همراه با روش شارژ مجدد در روش شبکه بولتزمن برای شبیه‌سازی مرزهای متحرک حرارتی با دقت بالا است.

Combination of ghost fluid-lattice Boltzmann and refilling methods for simulation of the moving curved boundaries with heat transfer

Mohsen Mozafari-Shamsi[1], Mohammad Sefid[1*], Gholamreza Imani[2]

1- Department of Mechanical Engineering, Yazd University, Yazd, Iran
2- Department of Mechanical Engineering, Persian Gulf University, Bushehr, Iran
* P.O.B. 89195-741 Yazd, Iran, mhsefid@yazd.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 20 December 2016
Accepted 15 January 2017
Available Online 13 February 2017

Keywords:
Thermal lattice Boltzmann method
Ghost fluid
Dirichlet and Neumann boundary conditions
Bilinear interpolation

ABSTRACT

In this article, the ghost fluid-lattice Boltzmann method, used to simulate the curved boundaries is combined with an extrapolation based refilling method to cope with the moving curved boundaries, where in each iteration some of the solid nodes step into the fluid domain. The refilling method is used to approximate the unknown density and internal energy distribution functions of such solid nodes. To examine the accuracy of the presented method, several case studies are considered. From those case studies, natural convection problem between two concentric and eccentric cylinders as well as heat transfer from a cylinder in a cross flow are considered to validate the ghost-fluid lattice Boltzmann method used to simulate the hydrodynamic and thermal conditions at the curved boundaries. To test the accuracy of the employed refilling method, sedimentation of a single isothermal cold particle in a vertical channel is investigated. The results show that the presented ghost fluid-lattice Boltzmann method with refilling is capable of simulating the moving thermal curved boundaries with excellent accuracy.

1- مقدمه

شبیه‌سازی جریان هیدرودینامیکی و حرارتی سیال بر روی سطوح منحنی متحرک در بسیاری از کاربردهای صنعتی به عنوان مثال یک توپ فلزی داغ که برای خنک‌کاری در یک سیال سرد فرو می‌رود، سیلندرهای خشک‌کن در صنایع شیمیایی، کاغذ و نساجی، همچنین خنک‌کاری پره‌های توربین و لوازم الکترونیکی اهمیت زیادی دارد. اعمال شرایط مرزی هیدرودینامیکی و حرارتی در چنین مرزهای پیچیده‌ای، در شبکه‌های دکارتی[1]، به علت عدم عبور مرز از نقاط شبکه، با مشکلاتی همراه است. این مشکلات نه تنها در روش‌های سنتی که بر پایه گسسته‌سازی معادلات ناویراستوکس[2] مانند المان محدود و تفاضل محدود هستند، بلکه در روش شبکه بولتزمن که بر پایه حل معادلات بولتزمن و تئوری جنبشی[3] بنا شده است نیز وجود دارند [1]. چرا که بر اساس همین ماهیت جنبشی، روش شبکه بولتزمن استاندارد معادلات بولتزمن را در شبکه دکارتی یکنواخت حل می‌کند.

[1] Cartesian grid

[2] Navier–Stokes equations
[3] Kinetic theory

Please cite this article using:

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

M. Mozafari-Shamsi, M. Sefid, Gh. Imani, Combination of ghost fluid-lattice Boltzmann and refilling methods for simulation of the moving curved boundaries with heat transfer, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 2, pp. 263-274, 2017 (in Persian)

[DOR: 20.1001.1.10275940.1396.17.2.7.9]

در دهه اخیر، محققان تلاش‌های بسیاری در جهت بهبود توانایی روش شبکه بولتزمن در شبیه‌سازی مرزهای منحنی انجام داده‌اند. فلیپوا و هانل [2] اولین محققانی هستند که توانستند با کمک روش پرش رو به عقب و ایده برون‌یابی توابع توزیع، مرزهای منحنی را در شبکه دکارتی مدل‌سازی کنند. این مدل مشکل ناپایداری داشت که بعـــدها توسط می و همکاران [4,3] بررسی و تا حد زیادی برطرف شد. در تحقیقی دیگر، یک روش ساده و دقیق با تلفیق روش انعکاس رو به عقب و میانیابی توسط بوزیدی و همکاران [5] ارایه شد که تنها محدود به مرزهای ثابت بود. لالمند و همکاران [6] شرط مرزی بوزیدی را جهت اعمال مرزهای متحرک گسترش دادند و سپس گو و همکاران [7] توابع توزیع مجهول را به دو بخش تعادلی و غیر تعادلی تقسیم کردند و ایده برون‌یابی تابع توزیع غیر تعادلی را برای اعمال شرط عدم لغزش در مرزهای منحنی ارایه کردند.

علاوه بر مرزهای هیدرودینامیکی، بسیاری از محققان، روش‌هایی را برای اعمال شرایط مرزی منحنی حرارتی در روش شبکه بولتزمن پیشنهاد و بررسی کردند. به عنوان اولین مطالعه در این زمینه هوانگ و همکاران [8] روش گو و همکاران [7] را برای اعمال شرط مرزی حرارتی روی مرزهای منحنی توسعه دادند. در مطالعه‌ای دیگر ژانگ و همکاران [9] برای شبیه‌سازی شرط مرزی منحنی، یک روش با دقت مرتبه اول با استفاده از روش تفاضل محدود ارایه دادند. هیچکدام از این مطالعه‌ها، مثالی برای استفاده از روش خود جهت اعمال مرزهای منحنی با شرط حرارتی نیومن ارائه نداده‌اند.

رویکرد دیگری که در برخورد با مرزهای منحنی بسیار کارآمد است، روش سیال روح[1] است که برای اولین بار توسط تیواری و ونکا [10] به شبکه بولتزمن وارد شد و سپس محققان توانایی‌های این روش برای شبیه‌سازی جریان‌هایی با مرزهای متحرک بررسی کرده و برتری‌های این روش را نسبت به دیگر روش‌های موجود را به اثبات رساندند [12,11]. خزاعلی و همکاران [13] نیز برای اولین بار از روش سیال روح برای شبیه‌سازی شرایط مرز منحنی حرارتی استفاده کردند. آن‌ها از روش معکوس وزنی فاصله[2] برای میانیابی مقادیر در نقاط تصویر استفاده کردند. در روش آن‌ها، بعضی از موقعیت‌ها -مانند هنگامی که فاصله نقطه تصویر و یکی از گره‌های سیال کم باشد و یا موقعیت‌هایی که یکی از گره‌های همسایه تصویر درون دامنه جامد قرار داشته باشد- وجود دارد که نیاز به ملاحظات خاصی دارند. آنها روش-هایی برای برخورد با این موقعیت‌های خاص پیشنهاد کردند که البته پایداری و دقت شبیه‌سازی‌ها را کاهش می‌داد.

مظفری و همکاران [14] در مطالعه ای ضمن نقد روش خزاعلی و همکاران [13]، روش سیال روح را جهت اعمال شرایط مرزی دریچلت و نیومن در شبکه بولتزمن با رویکردی جدید توسعه دادند. با توجه به آخرین اطلاعات نویسنده، روش سیال روح-شبکه بولتزمن[3] (GF-LBM) ارایه شده توسط مظفری و همکاران [14]، تنها روشی است که به آسانی هر دو شرایط مرزی نیومن و دریچلت را روی مرزهای منحنی اعمال می‌کند. این روش از یک میانیابی دو خطی استفاده می‌کند که به خوبی موقعیت‌های خاص پیش آمده هنگام میانیابی مقادیر ماکروسکپی در نقاط تصویر را پوشش می‌دهد.

مظفری و همکاران [14] در روش خود از مدل زمان آسودگی یکنواخت[4] برای توابع توزیع چگالی و انرژی استفاده کردند. هرچند مدل زمان آسودگی یکنواخت ساده ترین روشی است که اپراتور برخورد را شبیه‌سازی می‌کند، اما این روش باعث بی ثباتی عددی و همچنین ایجاد موج‌های فشار ناخواسته در شبیه‌سازی جریان‌های تراکم ناپذیر با اعداد رینولدز بالا و یا جریان‌های تراکم ناپذیر عبوری از موانع می‌شود. برای رفع این مشکلات روش شبکه بولتزمن با زمان آرامش چندگانه[5] (MRT) برای اولین بار توسط هومیر [15] ارایه شد و سپس توسط لالمند و لو [1] مورد بررسی قرار گرفت. بعد از آن MRT به عنوان روشی مناسب برای غلبه بر مشکلات SRT شناخته شد و مورد استفاده قرار گرفت. در این مطالعه از مدل MRT برای توابع توزیع چگالی و از مدلSRT برای توابع توزیع انرژی استفاده شده است.

بررسی مرزهای منحنی متحرک در شبکه‌های دکارتی، پیچیده تر از حالتی است که مرز ساکن است، چرا که در هر تکرار تعدادی از گره‌های درون دامنه جامد به دامنه سیال گام می‌گذارند. روش‌های عددی متعددی برای اعمال مرزهای منحنی متحرک وجود دارند که بر اساس شبکه بندی منطبق بر بدنه هستند. این روش‌ها برای شبیه‌سازی مرزهای منحنی متحرک معمولا نیاز به شبکه بندی مجدد دارند و به همین دلیل هزینه محاسباتی بالایی دارند. از جمله این روش‌ها می‌توان به روش‌های اویلر-لاگرانژ دلخواه[6] (ALE) و المان محدود و حجم محدود اشاره کرد [17,16]. هر چند در سال‌های اخیر روش‌هایی برای رفع نیاز به شبکه بندی مجدد در این روش‌ها ابداع شده است [17]، استفاده از روش شبکه بولتزمن که اساسا از شبکه کارتزین استفاده می‌کند و دارای الگوریتم ساده‌ای است، می‌تواند برای شبیه-سازی مرزهای پیچیده متحرک بسیار مفید باشد. بدین منظور، برای اولین بار لالمند و همکاران [6] مرزهای منحنی متحرک هیدرودینامیکی را با استفاده از روش شارژ مجدد[7] در شبکه بولتزمن شبیه‌سازی کردند. بعد از آن روش‌های دیگری برای شارژ مجدد گره‌های جدید برای شبیه‌سازی مرزهای متحرک هیدرودینامیکی ارایه شد [19,18].

طبق بررسی‌های انجام شده، مطالعه حاضر اولین تلاش برای شبیه‌سازی حرارتی مرزهای متحرک پیچیده با در نظر گرفتن روش شارژ مجدد و همچنین استفاده از روش کارآمد سیال روح-شبکه بولتزمن (GF-LBM) در مرز متحرک حرارتی است. این در حالی است که در مطالعات پیشین، روش-های مختلفی برای شبیه‌سازی شرایط مرزی حرارتی دریچلت و نیومن در مرزهای منحنی غیر متحرک ارایه شده است [21,20,8].

هاشمی و همکاران [22] نشست یک ذره را با مرز حرارتی دما ثابت شبیه‌سازی کردند. این نویسندگان فرض کردند که همواره مرز منحنی حرارتی دقیقا در وسط گره‌های شبکه قرار می‌گیرد. قابل ذکر است که فرض مذکور با توجه به سرعت غیر یکنواخت ذره و یکنواخت بودن شبکه منطقی نیست. همچنین آن‌ها هیچ اشاره‌ای به روش استفاده شده جهت شارژ مجدد گره‌هایی از جامد که به دلیل متحرک بودن مرز در هر گام زمانی به دامنه سیال گام می‌گذارند، نکردند. ضمناً آن‌ها از روش تبادل مومنتم ساده[8] برای محاسبه نیرو استفاده کردند که نتایج درستی بدست نمی‌دهد [23].

با توجه به مطالب ارایه شده، در این تحقیق برای اولین بار مرزهای منحنی متحرک با شرایط مرزی حرارتی دما ثابت و شار ثابت و همچنین مرزهای متحرک با کمک روش GF-LBM توسعه یافته توسط مظفری و همکاران [14] شبیه‌سازی شده است. در روش ارایه شده، مشابه با روشی که توسط لالمند و همکاران [6] برای شبیه‌سازی هیدرودینامیکی جریان روی مرز پیچیده متحرک ارایه شده است، علاوه بر توابع توزیع چگالی، توابع توزیع

[1] Ghost fluid
[2] Inverse Distance Weighted
[3] Ghost Fluid-lattice Boltzmann method (GF-LBM)
[4] Single relaxation time (SRT)
[5] Multi Relaxation Time (MRT)
[6] Arbitrary Lagrangiane Eulerian (ALE)
[7] Refilling method
[8] simple momentum exchange method

[DOR: 20.1001.1.10275940.1396.17.2.7.9]

انرژی نیز برای گره‌های جامدی که در هر تکرار به درون دامنه سیال گام می‌گذارند، مجدداً شارژ می‌شوند. همچنین در این مقاله بر خلاف مقاله قبلی نویسندگان [14] از تقریب برخورد MRT برای توابع توزیع چگالی استفاده شده است که پایداری بیشتری نسبت به روش SRT دارد.

در این مقاله برای بررسی توانایی روش GF-LBM، ضمن ارایه این روش و همچنین روش شارژ مجدد، جریان جابجایی طبیعی و اجباری حول چند هندسه شبیه‌سازی شده و علاوه بر مقادیر متوسط، مقادیر موضعی دما و ناسلت روی مرز، با نتایج حاصل از دیگر مطالعات مقایسه شده است. همچنین جهت بررسی صحت روش شارژ مجدد ارائه شده، ته نشینی یک ذره سرد هم‌دما درون یک کانال عمودی برای رژیم‌های مختلفی که به ازای اعداد گراشف مختلف به وجود می‌آیند، شبیه‌سازی شده است و با مقایسه نتایج حاصل با نتایج دیگر مطالعات، توانایی روش سیال روح همراه با روش شارژ مجدد در روش شبکه بولتزمن نشان داده شده است.

2- روش شبکه بولتزمن

در این مقاله از یک مدل شبکه بولتزمن دو بعدی که دارای نه سرعت گسسته است (D2Q9) و همچنین مدل دو توزیعی که از دو مجموعه تابع توزیع، یک تابع توزیع برای میدان سرعت (f_i) و یک تابع توزیع برای میدان دما (g_i)، بهره می‌برد، استفاده شده است. همچنین در این مقاله مطابق با معادله (1) از روش MRT برای اپراتور برخورد توابع توزیع چگالی و از روشSRT برای اپراتور برخورد توابع توزیع انرژی استفاده شده است [24].

$$\left|f_i(\vec{x}+\vec{e}_i\delta_t, t+\delta_t)\right\rangle - \left|f_i(\vec{x},t)\right\rangle = -M^{-1}S[|m(\vec{x},t)\rangle - |m^{\mathrm{eq}}(\vec{x},t)\rangle] \quad \text{(1-الف)}$$

$$\left|g_i(\vec{x}+\vec{e}_i\delta_t, t+\delta_t)\right\rangle - \left|g_i(\vec{x},t)\right\rangle = \frac{1}{\tau_g}[|g(\vec{x},t)\rangle - |g^{\mathrm{eq}}(\vec{x},t)\rangle] \quad \text{(1-ب)}$$

که در این معادلات$\left|f_i(\vec{x},t)\right\rangle$ و$|g_i(\vec{x},t)\rangle$ به ترتیب بردار تابع توزیع چگالی و انرژی است.M نیز ماتریس انتقال است که بردار تابع توزیع انرژی را به فضای مومنتم منتقل می‌کند و از معادله (2) محاسبه می‌شود [25].

$$M=\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -4 & -1 & -1 & -1 & -1 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 4 & -2 & -2 & -2 & -2 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & -2 & 0 & 2 & 0 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 2 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

همچنین $|m(\vec{x},t)\rangle$ بردار مومنتم و $|m^{eq}(\vec{x},t)\rangle$ بردار مومنتم تعادلی است که با معادله (3) برابر است [25].

$$|m^{\mathrm{eq}}(\boldsymbol{x},t)\rangle = \left(\rho, e^{(\mathrm{eq})}, \varepsilon^{(\mathrm{eq})}, j_x, q_x^{(\mathrm{eq})}, j_y, q_y^{(\mathrm{eq})}, p_{xx}^{(\mathrm{eq})}, p_{xy}^{(\mathrm{eq})}\right)^{\mathrm{T}} \quad (3)$$

در این معادله $j_x = u$، $j_y = v$، $\varepsilon^{(\mathrm{eq})} = \rho - 3\left(j_x^2 + j_y^2\right)$، $q_x^{(\mathrm{eq})} = -j_x$، $q_y^{(\mathrm{eq})} = -j_y$، $p_{xx}^{(\mathrm{eq})} = j_x^2 - j_y^2$، $p_{xx}^{(eq)} = j_x^2 . j_y^2$ است. همچنین $\vec{u} = ui + vj$ بردار سرعت ماکروسکپی در میدان دو بعدی و $S = \mathrm{diag}(0, -s_2, -s_3, 0, -s_5, 0, -s_7, -s_8, -s_9)$ ماتریس آرامش چگالی است که در آن $s_8 = s_9 = 1/\tau_f$. در این فرمولاسیون زمان آرامش بدون بعد چگـــالی و انرژی به ترتیب برابر $\tau_f = \upsilon/c_s^2\Delta t + 0.5$ و $\tau_g = \alpha/c_s^2\Delta t + 0.5$ است که υ ویسکوزیته سینماتیک و α ضریب پخش گرما است. توابع توزیع تعادلی چگالی $\left(f_i^{\mathrm{eq}}\right)$ و انرژی $\left(g_i^{\mathrm{eq}}\right)$ که در معادلات (1-الف) و (1-ب) آمده است به کمک معادلات (4) محاسبه می‌شوند [25].

$$f_i^{eq} = \rho w_i\left[1 + \frac{3}{c^2}\vec{e}_i\cdot\vec{u} + \frac{9}{2c^4}(\vec{e}_i\cdot\vec{u})^2 - \frac{3}{2c^2}\vec{u}\cdot\vec{u}\right] \quad \text{(4-الف)}$$

$$g_i^{\mathrm{eq}} = Tw_i\left[1 + \frac{3}{c^2}\vec{e}_i\cdot\vec{u} + \frac{9}{2c^4}(\vec{e}_i\cdot\vec{u})^2 - \frac{3}{2c^2}\vec{u}\cdot\vec{u}\right] \quad \text{(4-ب)}$$

که w_i ضرایب وزنی و $\vec{e}_i$ توزیع سرعت گسسته است که به ترتیب با استفاده از معادلات (5) و (6) محاسبه می‌شوند [25].

$$w_i = \begin{cases} 4/9 & i = 0 \\ 1/9 & i = 1,2,3,4 \\ 1/36 & i = 5,6,7,8 \end{cases} \quad (5)$$

$$\vec{e}_i = \begin{cases} (0,0) & i = 0 \\ \cos\left(\left[(i-1)\frac{\pi}{2}\right], \sin\left[(i-1)\frac{\pi}{2}\right]\right)c & i = 1,2,3,4 \\ \cos\left(\left[(i-5)\frac{\pi}{2}\right], \sin\left[(i-5)\frac{\pi}{2}\right]\right)\sqrt{2}c & i = 5,6,7,8 \end{cases} \quad (6)$$

در این معـــــادلات $c = \delta x/\delta t$ ســـرعت میکروسکپیک ذرات و $c_s = c/\sqrt{3}$ سرعت صوت در شبکه بولتزمن است. همچنین δx فاصله شبکه و δt گام زمانی است که برای سهولت، در این مقاله این دو مقدار برابر یک در نظر گرفته شده است. همچنین در این مقاله برای تخمین نیروی‌های شناوری در مسائل با جابجایی طبیعی، از تقریب بوزنسکیو استفاده شده و از اثرات تشعشع صرف‌نظر شده است. در این‌گونه از مسایل سرعت مشخصه جریان برابر $U = \sqrt{\beta g_y \Delta T H}$ در نظر گرفته می‌شود که برای اطمینان از شبیه‌سازی در محدوده تراکم ناپذیری، این مقدار باید کوچکتر از 0.1 در نظر گرفته شود. برای اعمال نیروی‌های شناوری در مدل شبکه بولتزمن با زمان آسودگی چند گانه (MRT)، مطابق با معادله (7) یک ترم به معادله برخورد در فضای مومنتم (سمت راست معادله (1-الف)) اضافه می‌شود [25].

$$|\Psi\rangle = -M^{-1}S[|m(\vec{x},t)\rangle - |m^{\mathrm{eq}}(\vec{x},t)\rangle] + \delta t M^{-1}|\hat{F}\rangle \quad (7)$$

که در معادله فوق $\hat{F}$ ترم نیرویی معادله مومنتم در فضای مومنتم است که برای مدل D2Q9 صورت معادله (8) بدست می‌آید [25].

$$\begin{aligned} &\hat{F}_0 = 0 && \hat{F}_2 = 6\left(1 - \frac{S_e}{2}\right)\vec{\bar{v}}\cdot\vec{F} \\ &\hat{F}_3 = F_x && \hat{F}_4 = -\left(1 - \frac{S_q}{2}\right)F_x \\ &\hat{F}_5 = F_y && \hat{F}_6 = -\left(1 - \frac{S_q}{2}\right)F_y \\ &\hat{F}_7 = 2\left(1 - \frac{S_v}{2}\right)\left(\bar{v}_x F_x - \bar{v}_y F_y\right) \\ &\hat{F}_8 = 2\left(1 - \frac{S_v}{2}\right)\left(\bar{v}_x F_x + \bar{v}_y F_y\right) \end{aligned} \quad (8)$$

در معادله (8) بردار $\vec{\bar{v}}$مطابق رابطه (9) با نیروی حجمی $(\vec{F})$ رابطه دارد [25].

$$\vec{\bar{v}} = \sum c_i f_i + \frac{\vec{F}\delta t}{2} \quad (9)$$

سپس کمیت‌های ماکروسکپی هیدرودینامیکی و حرارتی به ترتیب به کمک معادلات (10) و (11) محاسبه می‌شوند [25].

$$\rho = \sum_{i=0}^{8} f_i, \quad \rho\vec{u} = \sum_{i=0}^{8}\vec{e}_i f_i, \quad p = \rho c_s^2 \quad (10)$$

$$T = \sum_{i=0}^{8} g_i, \quad \overrightarrow{q''} = (\rho C_p)\left(\sum_{i=0}^{8}\vec{e}_i\, g_i\right)\frac{\tau_g - 0.5}{\tau_g} \quad (11)$$

3- روش سیال روح برای اعمال شرایط مرزی دریچلت و نیومن در شبکه بولتزمن

در این بخش روش سیال روحی که مظفری و همکاران [14] برای مرزهای منحنی حرارتی دریچلت و نیومن توسعه دادند، توضیح داده می‌شود. این روش، شرایط مرزی دریچلت و نیومن را با دقت مرتبه دو شبیه‌سازی می‌کند. در این روش از یک میانیابی دو خطی استفاده می‌شود و شار عمود بر سطح

جهت شبیه‌سازی مرزهای نیومن به طور مستقیم بدست می‌آید که از مزایای روش سیال روح است. در روش ارائه شده مشکلات روش‌های قبل، در برخورد با حالت‌های خاص پیش آمده در میانیابی‌ها، برطرف شده است. الگوریتم این روش برای به وسیله هفت گام زیر بیان می‌شود.

1- اولین قدم در این روش شناسایی گره‌های روح (GP) است. گره‌های روح گره‌هایی هستند که اولاً خارج از دامنه سیال و در درون دامنه جامد قرار دارند و ثانیاً یکی از چهار گره گره همسایه آن گره درون دامنه سیال قرار دارد (شکل 1). به بیان دیگر گره‌های روح (GP) گره‌هایی از دامنه جامد هستند که دارای حداقل یک لینک مشترک با دامنه سیال باشند. بنابراین در مرحله جاری شدن، این گره ها حداقل دارای یک تابع توزیع مجهول هستند که باید به درون دامنه سیال جاری شوند و برای کامل شدن مرحله جاری شدن این مقادیر مجهول باید تخمین زده شوند.

2- گام دوم پیدا کردن نقاط تصویر (IP) مربوط به هرکدام از گره‌های روح (GP) است. یک نقطه تصویر (IP)، نقطه ای بر روی خط عمود بر مرز از گره روح مربوطه است به نحوی که نقطه برخورد خط عمود با مرز دقیقا در بین نقطه تصویر (IP) و نقطه روح (GP) قرار می‌گیرد (شکل 1). به بیان دیگر نقطه روح به نحوی انتخاب می‌شود که مرز عمود منصف خط واصل بین نقطه روح و تصویر باشد.

3- در گام سوم، مقادیر متغیرهای اصلی جریان (مانند چگالی، سرعت و دما) در نقاط تصویر (IP) با کمک مقادیر این متغیرها در گره‌های همسایه میانیابی می‌شوند (حالت الف در شکل 1). برای این منظور، از روش میانیابی دو خطی استفاده شده است که به صورت معادله (12) بیان می‌شود.

$$\phi = ax + by + cxy + d \tag{12}$$

که در معادله (12)، ϕ بیانگر متغیرهای اصلی جریان (u_{GP}، v_{GP}، ρ_{GP} و T_{GP}) است. در روش میانیابی دو خطی چهار ضریب a، b، c و d مجهول هستند و بنابراین به چهار معادله برای بدست آوردن این ضرایب نیاز است. برای این منظور، مقادیر x، y و ϕ مربوط به هر یک از چهار گره همسایه (NP) نقطه تصویر (IP) مورد نظر، در معادله (12) جایگذاری می‌شوند و سپس ضرایب مجهول محاسبه می‌شوند. بعد از محاسبه ضرایب مجهول، مقادیر x و y نقطه تصویر درون معادله (12) جایگذاری می‌شود تا مقدار متغیر اصلی محاسبه(ϕ) شود.

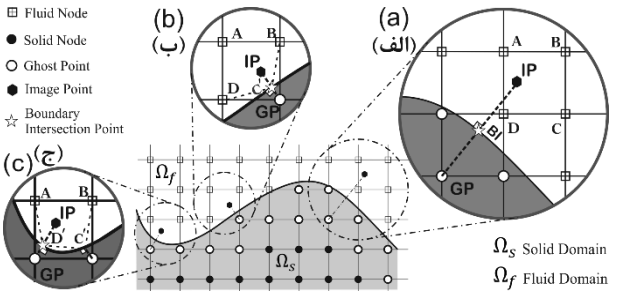

Fig. 1 Schematic illustration of image point (IP), ghost point (GP), and boundary intersection point (BI) as well as depiction of different situations encountered for interpolating the macroscopic variables at an IP (a) all neighbors of the image point are located inside the fluid domain (b) one of the neighbors of the IP is located inside the solid domain(c) two of the IP neighbors are located inside the solid domain

شکل 1 دیاگرام شماتیک نشان دهنده گره تصویر (IP)، نقطه روح (GP) و نقطه تقاطع با مرز (BI) برای حالت‌های مختلف میانیابی مقادیر متغیرهای عمومی در IP. (الف) چهار گره همسایه در دامنه سیال قرار دارند. (ب) یکی از گره‌های همسایه درون دامنه جامد قرار دارد. (ج) دو عدد از گره‌های همسایه درون دامنه جامد قرار دارند

در این روش، حالت‌های خاصی وجود دارند که نقطه تصویر کمتر از چهار گره همسایه در دامنه سیال دارد (حالت‌های (ب) و (ج) شکل 1). در این حالت‌ها یک گره همسایه درون دامنه جامد قرار گرفته است که مقدار متغیر در این گره مجهول است. تیواری و ونکا [10] روش برخورد با این حالت‌ها را تنها برای شرط مرزی دریچلت ارائه کرده‌اند. در این مقاله روش برخورد با این حالت‌های خاص برای شرایط مرزی نیومن نیز ارایه شده است. برای تخمین سرعت و یا دما در نقطه تصویر (IP) در شرایط مرزی سرعت و یا دما ثابت (دریچلت)، در حالت‌هایی که یکی از نقاط همسایه درون دامنه سیال قرار نگرفته‌اند، این نقاط با نقاط برخورد خط عمود بر مرز عبوری از نقطه تصویر (نقاط تقاطع مرز) جایگزین می‌شوند (که در شکل 1 با نقطه C' برای حالت (ب) و نقاط C' و D' برای حالت (ج) مشخص شده‌اند). سپس چهار معادله برای بدست آوردن ضرایب نوشته می‌شوند که می‌توان آنها را به شکل عمومی معادله (13) نوشت.

$$\begin{aligned} &a(\alpha_i x_i + (1-\alpha_i)\acute{x}_i) + b(\alpha_i y_i + (1-\alpha_i)\acute{y}_i) \\ &\quad + c(\alpha_i x_i y_i + (1-\alpha_i)\acute{x}_i\acute{y}_i) + d = \\ &\quad \alpha_i \phi_i + (1-\alpha_i)\acute{\phi}_i \qquad i = 1,2,3,4 \qquad \phi = u, v, T \end{aligned} \tag{13}$$

در معادله فوق علامت پرایم (´) مربوط به نقاط تقاطع است و α_i از طریق معادله (14) محاسبه می‌شود.

$$a_i = \begin{cases} 1 & NP_i \in \Omega_{\mathrm{fluid}} \\ 0 & NP_i \in \Omega_{\mathrm{solid}} \end{cases} \tag{14}$$

برای میانیابی مقادیر چگالی و همچنین دما برای شرط مرزی شار ثابت در نقاط تصویر، در حالت‌هایی که یکی از نقاط تصویر درون دامنه سیال قرار نمی‌گیرند (حالت‌های (ب) و (ج) شکل 1)، از آنجایی که دما و چگالی روی مرز مانند شرط مرزی دریچلت مشخص نیست، معادله (12) با معادله گرادیان عمود بر مرز (معادله (15)) که با استفاده از مشتق جهتی ϕ در راستای بردار عمود بر مرز در نقطه تقاطع مربوط بدست می‌آید، جایگزین می‌شود.

$$\frac{\partial \phi}{\partial \vec{n}} = an_x + bn_y + c\left(xn_{y+}yn_x\right) \tag{15}$$

که در این معادله $\partial\phi/\partial\vec{n}$ گرادیان متغیر اصلی در نقطه تقاطع در جهت عمود بر مرز است و $\vec{n}$ بردار عمود بر سطح به سمت دامنه سیال است. همچنین این معادلات را می‌توان به شکل عمومی معادله (16) نوشت:

$$\begin{aligned} &a(\alpha_i x_i + (1-\alpha_i)n_{xi}) + b\left(\alpha_i y_i + (1-\alpha_i)n_{yi}\right) \\ &\quad + c\left(\alpha_i x_i y_i + (1-\alpha_i)n_{xi}n_{yi}\right) + d = \alpha_i \phi_i + (1-\alpha_i)\left(\frac{\partial \phi}{\partial \vec{n}}\right)_{\mathrm{BI}} \\ &i = 1,2,3,4, \qquad \phi = \rho, T \end{aligned} \tag{16}$$

که در این معادله α_i از طریق معادله (14) جایگذاری می‌شود. برای درک بهتر طریقه استفاده از این معادلات در پیوست توضیح داده شده است.

4- در این مرحله مقادیر متغیرهای اصلی که در نقاط تصویر (IP) میانیابی شده‌اند، به نقاط روح (GP) برون‌یابی می‌شوند. برای این منظور، یک برون‌یابی خطی برای شرایط مرزی دریچلت و یک تقریب تفاضل مرکزی برای شرایط مرزی نیومن مطابق با فرمول (17) استفاده شده است.

$$\begin{cases} \text{Dirichlet} & \phi_{\mathrm{GP}} = 2\phi_{BI} - \phi_{IP} \qquad \text{(17- الف)} \\ \text{Neumann} & \left(\dfrac{\partial \phi}{\partial \vec{n}}\right)_{\mathrm{BI}} = \dfrac{\phi_{\mathrm{IP}} - \phi_{\mathrm{GP}}}{\Delta l} \qquad \text{(17- ب)} \end{cases}$$

که در این معادله Δl طول خط بین GP و IP است.

5- در این مرحله می‌توان با جایگذاری مقادیر تخمین زده شده متغیرهای اصلی در GP در فرمول‌های (4- الف) و (4- ب)، مقادیر توابع توزیع تعادلی (f_i^{eq} و g_i^{eq}) را در نقاط روح محاسبه کرد. مقادیر توابع توزیع غیر تعادلی (f_i^{neq} و g_i^{neq}) نیز همانند روش تخمین چگالی، محاسبه می‌شوند. تیواری و ونکا [10] اشاره کردند که برون‌یابی توابع توزیع غیر تعادلی از این طریق

[DOR: 20.1001.1.10275940.1396.17.2.7.9]

دارای دقت مرتبه اول است، ولی از آنجایی که $f_i^{\mathrm{neq}} = o(\delta f_i)$ و $g_i^{\mathrm{neq}} = o(\delta g_i)$ دقت کلی روش از مرتبه دوم خواهد بود.

6- سپس طبق معادله (18)، قسمت‌های تعادلی و غیرتعادلی توابع توزیع مجهول با یکدیگر جمع می‌شوند تا مقادیر این توابع در نقاط روح بدست آید.

$$\begin{cases} f_i\big|_{\mathrm{GP}} = f_i^{\mathrm{eq}}\big|_{\mathrm{GP}} + f_i^{\mathrm{neq}}\big|_{\mathrm{GP}} \\ g_i\big|_{\mathrm{GP}} = g_i^{\mathrm{eq}}\big|_{\mathrm{GP}} + g_i^{\mathrm{neq}}\big|_{\mathrm{GP}} \end{cases} \tag{18}$$

7- در آخر، شرط مرزی، با جاری شدن مقادیر توابع توزیع نقاط روح به درون دامنه سیال، ارضا می‌شود.

4- اعتبار سنجی

در این بخش صحت روش سیال روح با شبیه‌سازی چند مورد از مسائل دارای حل تحلیلی و یا عددی، بررسی شده است. در تمامی مسائل ذکر شده در این بخش، مدل شرط مرزی به صورت الگوریتم هفت مرحله ای ذکر شده در بخش قبل، روی گره‌های مرز اعمال شده است. همچنین از مدل MRT برای اپراتور برخورد در روش شبکه بولتزمن استفاده شده است.

4-1- جابجایی طبیعی بین دو استوانه افقی

4-1-1- بیان مسأله

جابجایی طبیعی بین دو حلقه استوانه ای یک مسأله کلاسیک است. در این مسأله که معادلات انرژی و مومنتم به شدت به یکدیگر وابسته هستند، فضای بین دو سیلندر به شعاع‌های r_{i} و r_{o} با سیال نیوتنی پر شده است. شرایط مرزی حرارتی دما ثابت (حالت 1) و شار ثابت (حالت 2) روی مرز استوانه داخلی و دمای ثابت T_{c} روی مرز استوانه بیرونی اعمال شده است. تمامی شرایط مرزی توسط روش GF-LBM اعمال شده است. گروه‌های بدون بعد کلیدی در این هندسه نیز به صورت معادله (19) تعریف می‌شوند.

$$\begin{cases} \begin{cases} \text{حالت 1:} \quad \mathrm{Ra} = \dfrac{\rho^2 C_{\mathrm{p}} \beta g L^3 (T_{\mathrm{h}} - T_{\mathrm{c}})}{k\mu} \\ \text{حالت 2:} \quad \mathrm{Ra} = \dfrac{\rho^2 C_{\mathrm{p}} g \beta L^4 q''}{k^2 \mu} \end{cases} \\ \mathrm{pr} = \dfrac{\upsilon}{\alpha} \end{cases} \tag{19}$$

در این معادلات $L = r_{\mathrm{o}} - r_{\mathrm{i}}$ طول مشخصه است. همچنین در شبیه‌سازی‌ها $\mathrm{Pr} = 0.7$ و سرعت شبکه برابر 0.057در نظر گرفته شده است. برای بررسی بهتر، این مسأله با دو هندسه شبیه‌سازی شده است. در هندسه اول، هر دو استوانه هم مرکز هستند، اما در هندسه دوم استوانه‌ها هم مرکز نبوده و مرکز استوانه داخلی، خارج از مرکز دایره بیرونی قرار گرفته است.

4-1-2- جابجایی طبیعی بین دو استوانه افقی هم مرکز

در این هندسه، ابتدا حالت شرط مرزی دما ثابت روی استوانه داخلی بررسی شده است. دو سیلندر در مرکز دامنه مربعی به ابعاد $4L \times 4L$ قرار گرفته‌اند. شعاع‌های استوانه داخلی و بیرونی به ترتیب برابر $r_{\mathrm{i}} = 0.625L$ و $r_{\mathrm{o}} = 1.625L$ مطابق با مرجع [26] در نظر گرفته شده است. شکل 2 خطوط جریان و هم‌دمای منتج از روش حاضر برای حالت دمای ثابت روی استوانه داخلی را در $\mathrm{Ra} = 5 \times 10^5$ به صورت کیفی با نتایج مرجع [26]، مقایسه می‌کند. برای بررسی کمی در شکل 3 پروفیل دمایی در زاویه $\theta = 240°$ با نتایج مراجع [27-29]مقایسه شده است. این مقایسه‌ها دقت روش حاضر را برای شرایط مرزی منحنی دریچلت نشان می‌دهد.

جهت بررسی صحت روش برای شرایط مرزی نیومن، درحالت دوم شرط مرزی شار ثابت بر روی استوانه داخلی اعمال شده و نتایج شبیه‌سازی برای اعداد رایلی 5×10^4 و 5700 و $\mathrm{Ra} = 1000$ با نتایج مرجع [30] مقایسه شده است. در این هندسه شعاع‌های دو استوانه مطابق با مرجع [30] برابر $L = r_{\mathrm{i}} = 0.5r_o$ در نظر گرفته شده است. در شکل 4 توزیع دما روی استوانه داخلی برای اعداد رایلی 5×10^4 و 5700 حاصل از روش حاضر با نتایج مراجع [31,30] مقایسه شده است. این مقایسه‌ها دقت روش حاضر را برای شرایط مرزی منحنی نیومن نشان می‌دهد.

4-1-3- جابجایی طبیعی بین دو استوانه افقی غیر هم مرکز

در این بخش روش توسعه یافته GF-LBM، یکبار دیگر برای مسأله حرارت جابجایی آزاد روی مرز منحنی شبیه‌سازی شده است. هندسه مسأله مورد نظر شبیه مسأله بخش قبلی است به جز آنکه در این مسأله دو سیلندر افقی

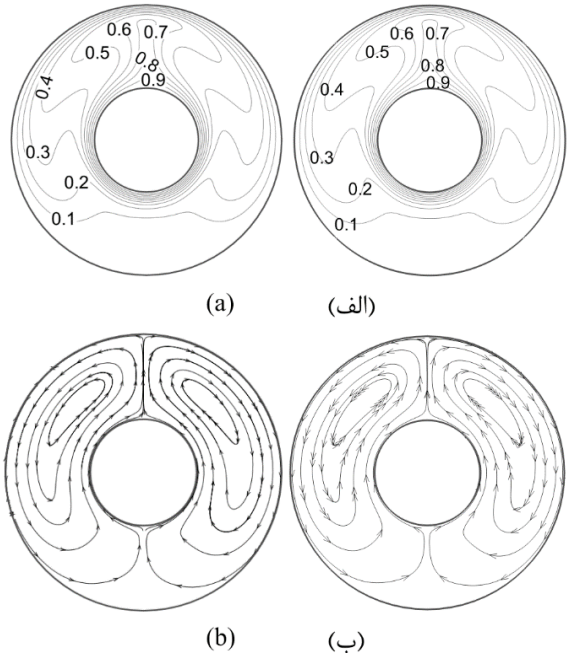

Fig. 2 Comparison of (a) isotherms and (b) streamlines of natural convection in a stationary and concentric horizontal cylindrical annulus, right: present study and left: Ref. [26]

شکل 2 مقایسه (الف) خطوط همدما و (ب) خطوط جریان برای جریان جابجایی طبیعی درون دو سیلندر هم مرکز با شرایط مرزی حرارتی دما ثابت روی هر دو سیلندر. شکل‌های سمت راست: روش حاضر و شکل‌های سمت چپ: مرجع [26]

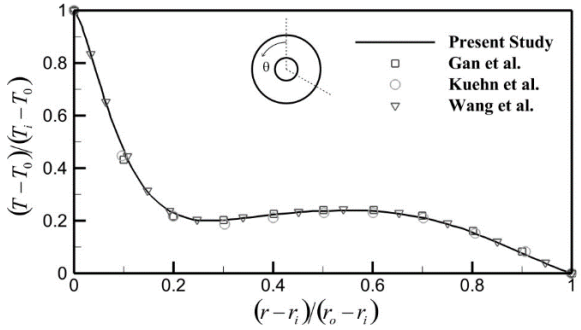

Fig. 3 Temperature distribution between the two concentric cylinders with isothermal boundary conditions at θ=240° and the comparison with the results from references [27-29]

شکل 3 توزیع دما بین دو سیلندر استوانه ای هم مرکز با شرایط مرزی حرارتی دما ثابت روی هر دو سیلندر در زاویه θ=240° و مقایسه با نتایج ونگ و همکاران[27] ، کوئن و همکاران [28] و گن و همکاران [29]

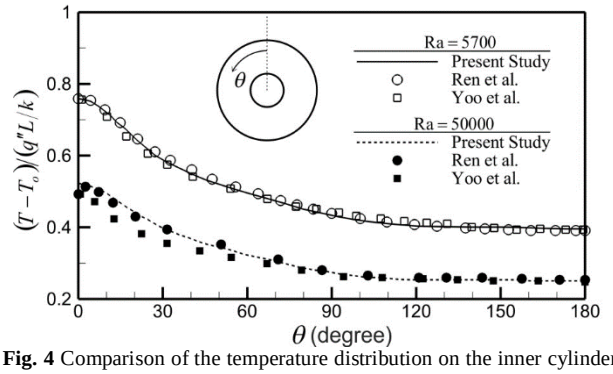

Fig. 4 Comparison of the temperature distribution on the inner cylinder surface with constant heat flux at Ra = 5700 and Ra=50000

شکل 4 مقایسه توزیع دما روی سطح استوانه داخلی با شرط مرزی شار ثابت در اعداد رایلی $\mathbf{5.7\times10^3}$ و $\mathbf{5\times10^4}$

با طول بی نهایت به صورت غیر هم مرکز در راستای عمودی قرار گرفته‌اند. فاصله خارج از مرکزیت سیلندر داخلی با δ نمایش داده می‌شود.

گروه‌های بدون بعد کلیدی در این مسأله عبارتند از اعداد رایلی (Ra) و پرانتل (Pr)، نسبت شعاع‌ها (r_o/r_i)، نسبت خروج از مرکز $\varepsilon=(\delta/L)$. اعداد رایلی، پرانتل. طول مشخصه (L) نیز همانند بخش قبل تعریف می‌شود. در این مسأله مرز سیلندر بیرونی دارای شرایط مرزی دما ثابت و سیلندر درونی دارای شرایط مرزی شار ثابت است. در این شبیه‌سازی‌ها برای اعداد رایلی 10^4، 10^3 و 10^5 انجام شده است در حالی که بقیه پارامترها ثابت هستند ($r_o/r_i=2.6$، $\mathrm{Pr}=0.7$ و $\varepsilon=-0.625$).

شکل 5 توزیع دما روی سیلندر داخلی را برای رایلی‌های مختلف نشان می‌دهد. در این شکل برای مقایسه بهتر، نتایج حاصل از کار رن و همکاران [30] و همچنین هو و همکاران[32] نیز اضافه شده است. همانطور که از این شکل مشخص است، نتایج حاصل از شبیه‌سازی‌ها از نظر کیفی و کمی، به خوبی با نتایج ارایه شده توسط رن و همکاران مطابقت دارد.

4-2- جریان آزاد روی استوانه

4-2-1- بیان مسأله

در این بخش جریان حرارتی و هیدرودینامیکی روی یک سیلندر دایره‌ای شبیه‌سازی شده است. این مسأله یک مسأله کلاسیک است که بارها توسط

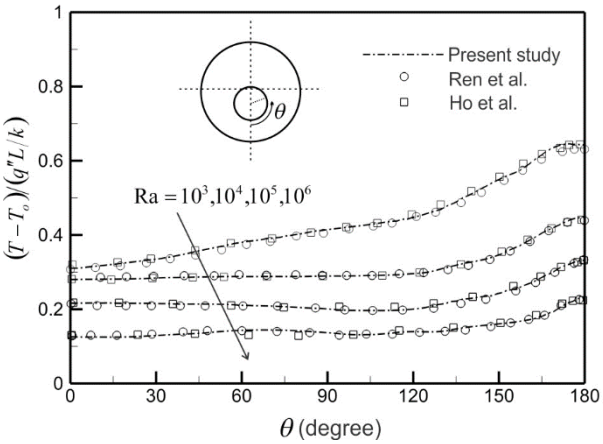

Fig. 5 Comparison of the temperature distribution on the inner cylinder surface with constant heat flux for $\mathbf{Ra=10^3,\ 10^4, 10^5,\ 10^6}$

شکل 5 مقایسه دما روی سطح استوانه داخلی با شرط مرزی شار ثابت در اعداد رایلی $\mathbf{Ra=10^3, 10^4, 10^5, 10^6}$

روش‌های عددی دیگر در مطالعات پیشین بررسی شده است [33-35]. در این مسأله انتقال حرارت تأثیری بر جریان سیال ندارد ولی از آن تأثیر می‌پذیرد؛ بنابراین در این مسأله جابجایی اجباری وجود دارد. دو گروه بدون بعد که در این مسأله نقش دارند اعداد رینولدز و پرانتل هستند که به ترتیب به صورت $\mathrm{Re}=UD/\upsilon$ و $\mathrm{Pr}=\upsilon/\alpha$ تعریف می‌شوند. در این فرمول‌ها D قطر سیلندر، υ لزجت سینماتیک و U سرعت جریان آزاد است. در این مسأله که دو شرط مرزی دما ثابت (حالت 1) و شار ثابت (حالت 2) روی سطح سیلندر اعمال شده است، دماها به صورت معادله (20) بدون بعد می‌شوند.

$$\begin{cases} \text{حالت 1:} \quad T^*=\dfrac{T-T_i}{T_c-T_i} \\ \text{حالت 2:} \quad T^*=\dfrac{T-T_i}{q''D/k} \end{cases} \tag{20}$$

در این معادله T_i و T_c به ترتیب دمای سیال ورودی و دمای سطح سیلندراست. عدد بدون بعد ناسلت$(\mathrm{Nu}=hD/k)$ با توجه به نحوه بدون بعد سازی دما برای هر کدام از حالت‌ها، از معادله (21) محاسبه می‌شود.

$$\begin{cases} \text{حالت 1:} \quad \mathrm{Nu}(r_c,\theta)=-\dfrac{\partial T^*}{\partial \vec{n}^*} \\ \text{حالت 2:} \quad \mathrm{Nu}(r_c,\theta)=-\dfrac{1}{T_c^*} \end{cases} \tag{21}$$

در معادله فوق T_c^* دمای سطح و n بردار بدون بعد عمودی و به سمت خارج سطح سیلندر است. همچنین ناسلت متوسط بر روی سطح از طریق معادله (22) قابل محاسبه است.

$$\mathrm{Nu_{ave}}=\frac{1}{2\pi}\int \mathrm{Nu}(r_c,\theta)d\theta \tag{22}$$

در شکل 6، هندسه مسأله همراه با شرایط مرزی نشان داده شده است. در مرز سمت چپ جریان با یک سرعت یکنواخت U و دمای T_i وارد دامنه حل می‌شود. شرایط مرزی لغزشی آزاد و شار حرارتی صفر به کمک روش اورازیو و همکاران [36] روی مرز بالایی و پایینی اعمال شده، در حالی که برای مرز خروجی، شرط مرزی گرادیان صفر در جهت محور x برای سرعت و دما اعمال شده است. همچنین روی استوانه شرط مرزی هیدرودینامیکی عدم لغزش و دو شرط مرزی حرارتی شار ثابت و دما ثابت در نظر گرفته شده است. مرکز مختصات بر روی مرکز سیلندر در نظر گرفته شده است و برای حذف اثر دیواره‌ها، هر چهار مرز دامنه به اندازه کافی دور از سیلندر در نظر گرفته شده‌اند، بدین ترتیب که مرز ورودی در $x=-6D$، مرز خروجی در $x=30D$ و دیواره‌های بالایی و پایینی در $y=\mp10D$ قرار گرفته‌اند.

4-2-2- نتایج شبیه‌سازی

جریان سیال و انتقال حرارت در این هندسه برای اعداد رینولدز 10، 20 و 40، عدد پرانتل 0.7 و برای چند سایز شبکه مختلف شبیه‌سازی شده است. در این مسأله، سرعت سیال ورودی برابر $0.1/\sqrt{3}$ در نظر گرفته شده است. جدول 1

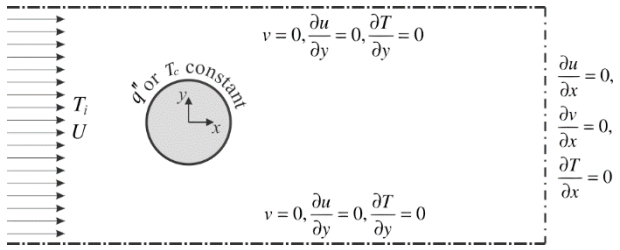

Fig. 6 A schematic view of flow over cylinder

شکل 6 نمایی از هندسه مساله جریان آزاد روی استوانه

[DOR: 20.1001.1.10275940.1396.17.2.7.9]

ضریب درگ (C_d) و طول ناحیه برگشتی (L) حاصل از شبیه‌سازی‌های هیدرودینامیکی را با نتایج دیگر مطالعات مقایسه می‌کند. در این جدول ضریب پسا به صورت $C_d = 2f_x/(\rho U^2 D)$ و طول بدون بعد ناحیه جدایش به صورت $2L/D$ تعریف می‌شود که L از انتهایی ترین قسمت سیلندر اندازه گیری شده است. نیروی پسا نیز (f_x) با استفاده از روش تبادل مومنتم محاسبه می‌شود [37]. شکل 7 خطوط جریان را با نتایج شبیه‌سازی‌های مرجع [26] به صورت کیفی مقایسه می‌کند. در جداول 2 و 3 مقادیر ناسلت متوسط بدست آمده برای شرایط مرزی دما ثابت و شار ثابت برای رینولدزهای 10 تا 40 و همچنین سایزهای مختلف شبکه آورده شده است.

جدول 1 مقایسه ضریب پسا و طول گردابه برای جریان روی استوانه

Table 1 Comparison of drag coefficient and recirculation region for flow around a cylinder

رینولدز	مرجع	D	C_d	$2L/D^*$
20	مطالعه حاضر	20	2.176	1.847
		30	2.188	1.855
		40	2.193	1.861
	[38]		2.050	1.88
	[39]		2.144	1.89
	[33]		2.072	1.84
	[40]		2.120	1.82
	[41]		2.097	1.834
40	مطالعه حاضر	20	1.459	4.580
		30	1.573	4.589
		40	1.582	4.598
	[38]		1.520	4.7
	[39]		1.589	4.52
	[33]		1.554	4.6
	[40]		1.585	4.66
	[41]		1.617	4.454
	[42]		1.551	-

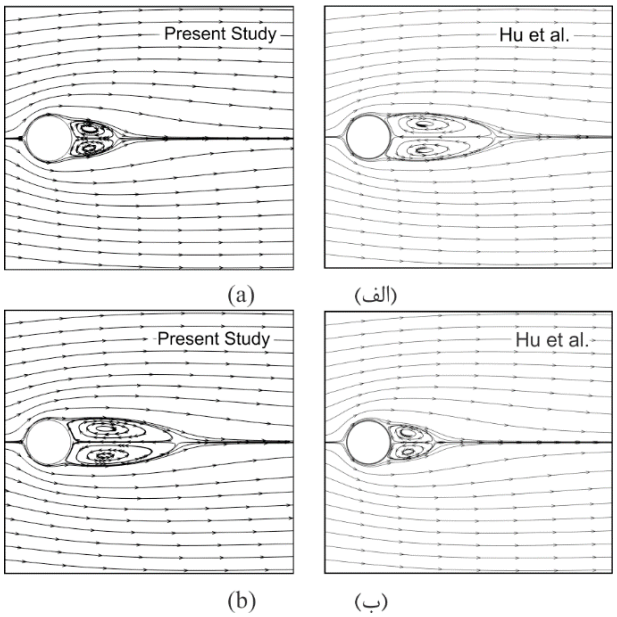

Fig. 7 Comparison of streamlines at (a) $\mathbf{Re = 20}$ and (b) $\mathbf{Re = 40}$ for flow around a cylinder. Left: Present Study. Right: Hu et al. [26]

شکل 7 مقایسه خطوط جریان برای رینولدز (الف) Re = 20، (ب) Re = 40 برای جریان حول سیلندر. چپ: مطالعه حاضر، راست: هو و همکاران [26]

جدول 2 مقایسه ناسلت متوسط برای جریان بر روی سیلندر با شرط مرزی دما ثابت

Table 2 Comparison of average Nusselt number for flow around a cylinder with isotherm boundary conditions

منبع	D	Re		
		10	20	30
مطالعه حاضر	20	1.8902	2.4266	3.1609
	30	1.9055	2.4776	3.2510
	40	1.9120	2.4808	3.2617
[43]		1.8623	2.4653	3.2825
[40]		1.9150	2.5238	3.3519
[26]		1.8736	2.5014	3.3220
[38]		1.8673	2.5216	3.4317

جدول3 مقایسه ناسلت متوسط روی سیلندر با شرط مرزی شار ثابت

Table 3 Comparison of average Nusselt number for flow around a cylinder with isoflux boundary conditions

منبع	D	Re		
		10	20	30
مطالع حاضر	20	2.1100	2.8786	3.8474
	30	2.0564	2.7954	3.7354
	40	2.0389	2.7612	3.7095
[43]		2.0400	2.7788	3.7755
[35]		2.0410	2.6620	3.4720
[40]		2.0265	2.7413	3.7407
[26]		2.0269	2.7318	3.6469

همچنین برای مطالعه استقلال حل از شبکه و پیدا کردن ابعاد شبکه مطلوب، در جدول‌های 1 تا 3، نتایج برای تعداد متفاوت گره در قطر سیلندر ارائه شده است. مشخص است با افزایش تعداد گره در قطر سیلندر از 30 به 40 نتایج اختلاف کمی با یکدیگر نشان می‌دهند و بنابراین برای شبیه‌سازی‌ها، 30 گره در عرض سیلندر در نظر گرفته شده است. سه جدول 1 تا 3 مطابقت خوب روش حاضر را با مطالعات قبلی نشان می‌دهند.

شکل 8 نیز خطوط هم دمای حاصل از روش حاضر را با نتایج مرجع [26]در Re=40 و Pr=0.7 با دو شرط مرزی دما و شار ثابت مقایسه می‌کند. همچنین برای بررسی دقیقتر در شکل 9 ناسلت موضعی روی سطح سیلندر در رینولدز 20 و نتایج [26] و [44] آورده شده است. همان‌طور که در این شکل نیز مشاهده می‌شود، نتایج مطابقت خوبی با نتایج مطالعات قبلی دارد.

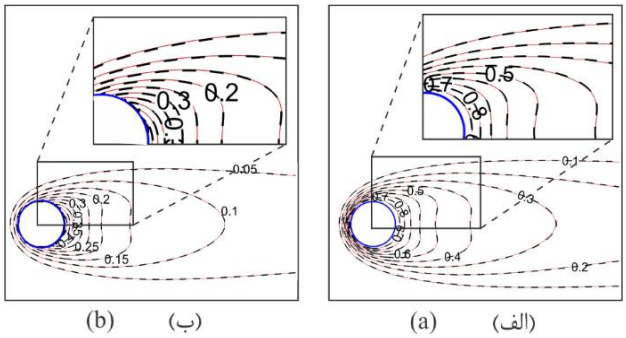

Fig. 8 Comparision of isotherms for flow around stationary cylinder at $\mathbf{Re = 40}$ and $\mathbf{Pr = 0.7}$. (a) constant temperature and (b) constant heat flux boundary condition on the cylinder surface. Dashed line: present study, Solid line: Ref. [26]

شکل 8 مقایسه خطوط هم‌دما برای $\mathbf{Re = 40}$ و $\mathbf{Pr = 0.7}$؛ (الف) شرط مرزی دما ثابت روی سطح سیلندر (دریچلت) و (ب) شرط مرزی شار ثابت روی سیلندر (نیومن). خطوط منقطع: روش حاضر، خطوط ممتد: مرجع [26]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1396.17.2.7.9]

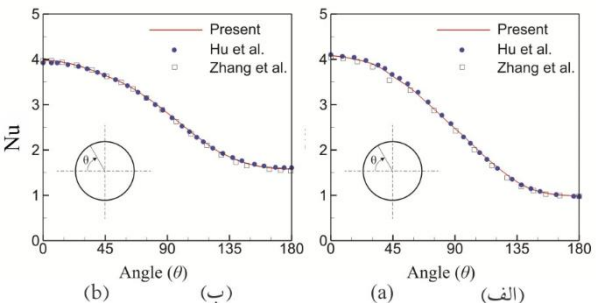

Fig. 9 Comparision of local Nusselt number on the cylinder surface at $\mathbf{Re} = \mathbf{40}$ an $\mathbf{Pr} = \mathbf{0.7}$ d. (a) constant temperature and (b) constant heat flux boundary condition

شکل 9 مقایسه ناسلت موضعی روی سیلندر برای $\mathbf{Re} = \mathbf{20}$ و $\mathbf{Pr} = \mathbf{0.7}$. (الف) شرایط مرزی دما ثابت و (ب) شرایط مرزی شار ثابت

5- شبیه‌سازی مرزهای متحرک حرارتی در شبکه بولتزمن

در مرزهای متحرک پیچیده به علت حرکت مرز، تعدادی از گره‌های جامد در هر تکرار درون دامین سیال گام می‌گذارند که به آنها اصطلاحاً گره‌های سیال جدید گفته می‌شود. بنابراین توابع توزیع چگالی و همچنین انرژی در این گره‌ها برای استفاده در تکرار بعدی مجهول خواهند بود. لالمند و همکاران [6] برای اولین بار روشی را براساس برونیابی مقادیر توابع توزیع در گره‌های سیال جدید برای شبیه‌سازی مرزهای متحرک هیدرودینامیکی پیشنهاد دادند که آنرا اصطلاحاً روش شارژ مجدد نامیدند. بعد از آن روش‌های دیگری برای شارژ مجدد گره‌های جدید برای شبیه‌سازی مرزهای متحرک هیدرودینامیکی ارایه شد [19,18]. در این رساله از طرح شارژ مجدد لالمند و همکاران [6] استفاده شده است. آنها این روش را تنها برای بررسی مرزهای هیدرودینامیک ارائه و بررسی کردند. این در حالی است که در مقاله حاضر، این روش برای مرزهای حرارتی توسعه داده شده است. در این روش در هر گره سیال جدید، از یک روش برونیابی درجه دو مشابه مطابق معادلات (23) و (24) برای محاسبه توابع توزیع مجهول استفاده می‌شود:

$$f_i(\vec{x}_{\mathrm{FN}}, t+\delta t) = 3f_i(\vec{x}_{\mathrm{FN}} + \vec{e}_i\delta t, t+\delta t) - 3f_i(\vec{x}_{\mathrm{FN}} + 2\vec{e}_i\delta t, t+\delta t) + f_i(\vec{x}_{\mathrm{FN}} + 3\vec{e}_i\delta t, t+\delta t) \quad (23)$$

$$g_i(\vec{x}_{\mathrm{FN}}, t+\delta t) = 3g_i(\mathbf{x}_{\mathrm{FN}} + \vec{e}_i\delta t, t+\delta t) - 3g_i(\vec{x}_{\mathrm{FN}} + 2\vec{e}_i\delta t, t+\delta t) + g_i(\vec{x}_{\mathrm{FN}} + 3\vec{e}_i\delta t, t+\delta t) \quad (24)$$

5-1- شبیه‌سازی نشست ذره سرد درون سیال گرم

در این بخش، برای اثبات صحت روش GF-LBM توسعه یافته برای مرزهای حرارتی متحرک، یک ذره سرد که در حال سقوط در یک سیال گرم است شبیه‌سازی شده و نتایج با دیگر مطالعات مقایسه شده است. یو و همکاران [45] این مسأله را با استفاده از روش دامنه فرضی، شبیه‌سازی کردند. آنها موقعیت اولیه ذره را به اندازه شعاع آن در خارج از خط مرکزی کانال در نظر گرفتند تا اینکه حرکت افقی و همچنین دوران ذره را مورد بررسی قرار دهند. سپس مطالعات زیادی روی این هندسه انجام شد. برخی از این مطالعات عبارتند از: فنگ و همکاران [46] (روش شبیه‌سازی عددی مستقیم DNS، 2009)، حائری و همکاران [47] (روش صریح دامنه فرضی، 2013) و هو و همکاران [26] (روش مرز شناور، 2016). در این مقاله تمامی شرایط مسأله مطابق با مطالعه یو و همکاران [45] در نظر گرفته شده است تا امکان مقایسه نتایج وجود داشته باشد. یک ذره دایره ای سرد با قطر D با فاصله $D/2$ از مرکز کانال (مطابق با شکل 10) فرض می‌شود. این ذره درون کانالی از سیال رها می‌شود و تحت نیروهای وزن و شناوری به پایین حرکت می‌کند. سرعت

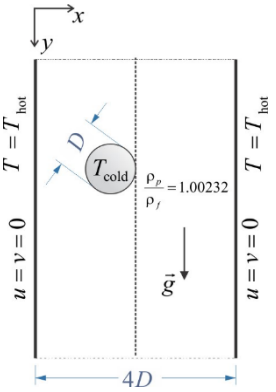

Fig. 10 A schematic of cold particle suspension

شکل 10 نمایی از مسأله سقوط ذره سرد درون سیال گرم

سیال ورودی از مرز فوقانی برابر صفر و شرط مرزی گرادیان عمودی صفر برای سرعت در خروجی کانال در نظر گرفته شده است. دمای تمامی دیواره‌های کانال برابر صفر و در طول شبیه‌سازی‌ها ثابت است. نسبت چگالی ذره جامد به سیال در این مسأله برابر 1.00232 است. دمای ذره نسبت به محیط اطراف سرد و ثابت نگه داشته می‌شود و دیواره‌ها گرم هستند. سیال نیز در ابتدا ساکن و در دمایی برابر با دمای دیواره‌ها قرار دارد. سرعت مشخصه سیال مطابق با مرجع [45] به کمک معادله (25) محاسبه می‌شود.

$$U = \sqrt{\pi \frac{D_{\mathrm{p}}}{2}\left(\frac{\rho_{\mathrm{p}}}{\rho_{\mathrm{f}}} - 1\right) g} \quad (25)$$

مقدار سرعت مشخصه در تمامی شبیه‌سازی‌ها، $0.1/\sqrt{3}$ در نظر گرفته شده است. در این مسأله اثر شناوری و تغییر حجم درون ذره جامد در نظر گرفته نمی‌شود $(\beta_{\mathrm{p}} = 0)$. اعداد بدون بعد حاکم در این مسأله عبارتند از عدد رینولدز (Re)، عدد گراشف (Gr) و عدد پرانتل (Pr). عدد رینولدز بر اساس قطر سیلندر D و سرعت مشخصه تعریف می‌شود. عدد گراشف نیز به صورت $Gr = g\beta_{\mathrm{f}}(T_{\mathrm{p}} - T_{\infty})D_{\mathrm{p}}^3\rho_{\mathrm{f}}^2/\mu_{\mathrm{f}}^2$ تعریف می‌شود که در آن T_{∞} دمای دیواره‌های کانال است. همچنین در این مسأله عدد رینولدز که به صورت $\mathrm{Re} = \rho_{\mathrm{f}}UD_{\mathrm{P}}/\mu_{\mathrm{f}}$ می‌شود، مطابق با مرجع [45] برابر $\mathrm{Re} = 40.5$ انتخاب شده است. در برخی از مطالعات پیشین عدد رینولدز نهایی به صورت $\mathrm{Re}_{\mathrm{T}} = \mathrm{Re}\, U_{\mathrm{T}}/U_{\mathrm{c}}$ تعریف شده است. عدد پرانتل نیز به صورت $\mathrm{pr} = \upsilon/\alpha = 0.7$ در نظر گرفته شده است.

برآیند نیروی شناوری و نیروی وزن نیز با استفاده از معادله (26) بدست می‌آید:

$$\vec{F}_{\mathrm{B}} = m_{\mathrm{p}}\left(\rho_{\mathrm{f}}/\rho_{\mathrm{p}} - 1\right) \quad (26)$$

و با فرض ثابت بودن شتاب از هر تکرار تا تکرار بعدی، معادلات حرکت به صورت معادلات (27) نوشته می‌شوند:

$$m_{\mathrm{p}}\frac{d\vec{U}_i^p}{dt} = \vec{F} + \vec{F}_{\mathrm{B}} \quad (\text{الف-27})$$

$$I_{\mathrm{p}}\frac{d\omega}{dt} = Torque \quad (\text{ب-27})$$

$$\vec{x}_{\mathrm{p}}^{\mathrm{new}} = \frac{1}{2}\frac{d\vec{U}_{\mathrm{p}}}{dt}(\delta t)^2 + \vec{U}_{\mathrm{p}}\delta t + \vec{x}_{\mathrm{p}} \quad (\text{ج-27})$$

$$\vec{u} = \vec{U}_{\mathrm{p}} + \omega \times \left(\vec{x} - \vec{x}_{\mathrm{p}}^{\mathrm{new}}\right) \quad (\text{د-27})$$

که در معادلات فوق m_{p} جرم ذره، I_{p} ممان اینرسی ذره، ω سرعت زاویه ای

[DOR: 20.1001.1.10275940.1396.17.2.7.9]

حول مرکز ثقل، U_p بردار سرعت مرکز ثقل، $\vec{x}_p^{new}$ موقعیت مرکز ثقل ذره در تکرار بعد، $\vec{x}$ بردار مکان یک نقطه دلخواه از دامنه جامد است. در این معادلات جرم و ممان اینرسی به ترتیب به صورت $m_p = \rho_s \pi D_p^2/4$ و $I_p = m_p D_p^2/8$ محاسبه می‌شوند. همچنین $\vec{F}$ بردار برآیند نیروهای برآ و پسای وارد بر سیلندر است که با استفاده از روش تبادل مومنتم اصلاح شده ون و همکاران [23] محاسبه شده است.

تمامی شبیه‌سازی‌های این هندسه، در یک کانال مستطیلی با ابعاد $4D \times 132D$ و با در نظر گرفتن 52 گره روی قطر سیلندر انجام شده است. طول کانال به اندازه کافی بزرگ انتخاب شده است تا در هنگام نشست ذره اثر ورودی و خروجی به حداقل برسد. همچنین شرط مرزی سرعت صفر و دمای ثابت روی دیواره پایینی و شرط مرزی گرادیان صفر روی دیواره بالایی در راستای عمودی برای سرعت و دما اعمال شده است. بر اساس تحقیقات قبلی [45,29]برای این هندسه شش رژیم جریان بر اساس اعداد گراشف مختلف تعریف می‌شود:

- رژیم الف ($0 < \mathrm{Gr} < 500$): ذره در راستای خط مرکزی نشست می‌کند در حالی که دو گردابه متقارن و دائم در پشت ذره وجود دارد.
- رژیم ب ($500 < \mathrm{Gr} < 810$): ریزش گردابه متناوب در پشت ذره وجود دارد در حالیکه ذره حول خط مرکزی نوسان می‌کند.
- رژیم ج ($810 < \mathrm{Gr} < 2150$): ذره به صورت دایم در نزدیکی یکی از دیواره‌ها بدون ریزش گردابه در پشت آن نشست می‌کند.
- رژیم د ($2150 < \mathrm{Gr} < 3500$): ذره روی خط مرکزی با وجود دو گردابه دائم و متقارن نشست می‌کند.
- رژیم هـ ($3500 < \mathrm{Gr} < 4300$): ذره با دامنه کم حول خط مرکزی نوسان می‌کند و در پشت آن ریزش گردابه متناوب وجود دارد.
- رژیم و ($4300 < \mathrm{Gr}$): ذره حول خط مرکزی نوسان می‌کند در حالیکه در پشت آن گردابه‌های بزرگی به صورت متناوب نشست می‌کند.

شکل 11 کانتورهای هم‌دما را همراه با کانتورهای ورتیسیتی برای رژیم‌های مختلف بدست آمده به کمک روش ارایه شده نشان می‌دهد. قابل ذکر است که اعداد گراشف 3500 و 4300 در این تقسیم بندی عددهای دقیقی نیستند و تبدیل از یک رژیم به رژیم دیگر در حوالی این اعداد گراشف صورت می‌پذیرد [48]. شکل 12 تغییرات موقعیت افقی بدون بعد ذره را با زمان نشان می‌دهد، در حالیکه شکل 13 وابستگی سرعت نهایی را در قالب رینولدز نهایی $\mathrm{Re_T}$ نسبت به عدد گراشف Gr با نتایج دیگر مطالعات مقایسه می‌کند. در جدول 4، برای بررسی کمی نتایج، موقعیت افقی ذره نسبت به دیواره سمت چپ کانال برای اعداد گراشف 1000 و 2000 و همچنین دامنه نوسان ذره برای عدد گراشف 4500 با نتایج دیگر مراجع مقایسه شده است. تمامی نتایج نشان دهنده صحت و دقت روش حاضر در شبیه‌سازی مرزهای منحنی متحرک حرارتی است.

6- نتیجه‌گیری

در مقاله حاضر از روش سیال روح و مدل زمان آرامش چندگانه برای شبیه‌سازی جریان جابجایی طبیعی و اجباری حول مرزهای منحنی دریچلت و نیومن استفاده شده است. همچنین روش شارژ مجدد برای مرزهای حرارتی متحرک توسعه داده شده است. مدل شرط مرزی سیال روح مبتنی بر برون‌یابی خواص ماکروسکپیک به کمک روش دو خطی است که از تغییرات شدید توابع توزیع که ناشی از تعدد معادلات برون‌یابی است اجتناب می‌کند. با تلفیق این روش و مدل آرامش چند گانه در روش شبکه بولتزمن، جریان جابجایی طبیعی و اجباری در چند هندسه شبیه‌سازی شده و نتایج با نتایج دیگر مطالعات مقایسه شد. همچنین برای بررسی روش شارژ مجدد ته نشینی یک ذره سرد درون کانال عمودی شبیه‌سازی شده و نتایج به ازای اعداد گراشف مختلف با نتایج دیگر مطالعات مقایسه شده است. نتایج، مؤید دقت استفاده از روش سیال روح همراه با روش شارژ مجدد و مدل زمان آرامش چند گانه روش شبکه بولتزمن در شبیه‌سازی مرزهای متحرک منحنی دریچلت و نیومن است.

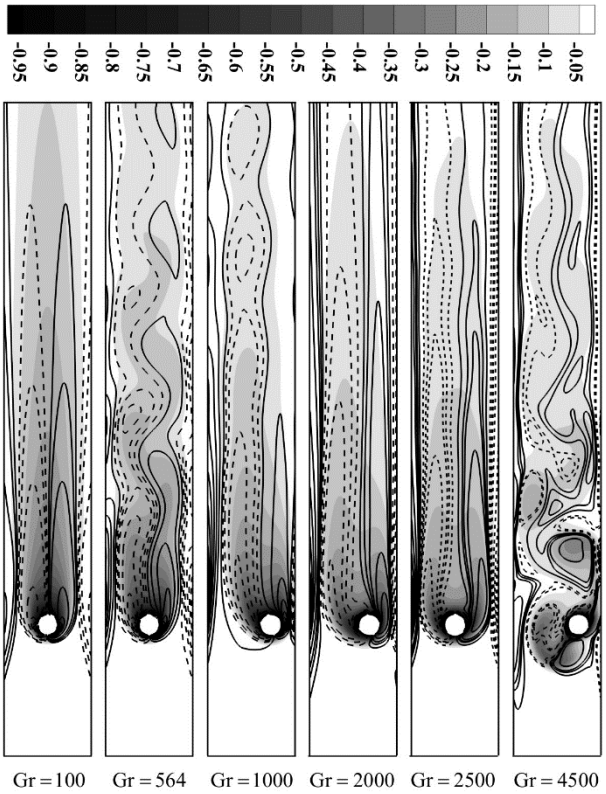

Fig. 11 Isotherm (non-dimensional) and vorticity contours for different flow regimes

شکل 11 کانتورهای دمای بدون بعد و ورتیسیتی برای رژیم‌های مختلف جریان

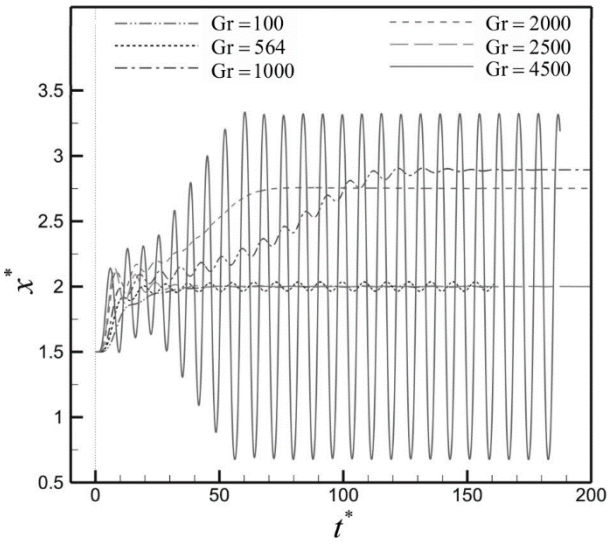

Fig. 12 Time evolution of the particle horizontal positions at different Grashof numbers

شکل 12 تغییرات موقعیت بدون بعد ذره نسبت به زمان برای اعداد گراشف مختلف

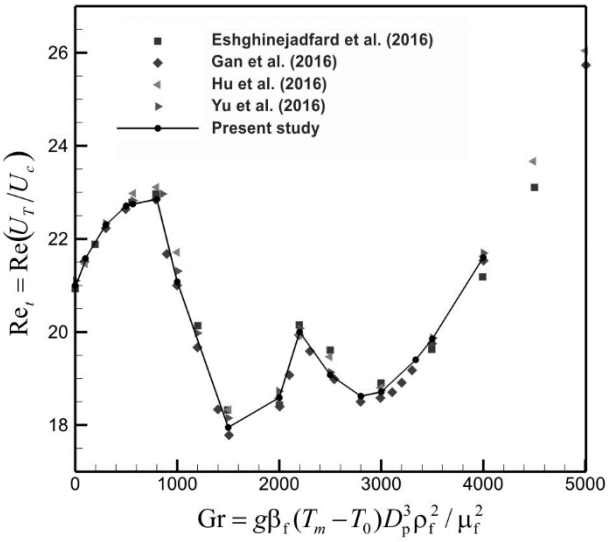

Fig. 13 Comparison of the Re_T with previous studies for different values of Gr

شکل 13 مقایسه Re_T با دیگر مطالعات در Grهای مختلف

جدول 4 موقعیت تعادل ذره در Gr=1000 و Gr=2000 و همچنین دامنه نوسان در Gr=4500

Table 4. Equilibrium positions at Gr =1000 and 2000 and amplitudes at Gr = 4500

Gr	Present Study	[45]	[46]	[49]
1000	2.894	2.89	2.90	2.91
2000	2.743	2.74	2.73	2.74
4500	1.32	1.32	1.35	1.32

7- فهرست علایم

C_d ضریب پسا

c_s سرعت صوت در شبکه

D قطر سیلندر (m)

k ضریب هدایتی سیال (W/(mK))

L طول مشخصه (m)

$\vec{n}$ بردار نرمال مرز

Nu ناسلت موضعی

$\mathrm{Nu_{ave}}$ ناسلت متوسط

$\vec{q''}$ شار حرارتی ($\mathrm{W/m^2}$)

T_c دمای دیواره سرد (K)

T_h دمای دیواره گرم (K)

علایم یونانی

α ضریب پخش گرما ($\mathrm{m^2/s}$)

Δl فاصله بین نقطه روح و نقطه تصویر (m)

δt گام زمانی (s)

δx گام مکانی (m)

υ ویسکوزیته سینماتیک ($\mathrm{m^2/s}$)

ρ چگالی ($\mathrm{kg/m^3}$)

φ متغیر ماکروسکپیک عمومی

ω_i ضرایب وزنی

بالانویس‌ها

eq تعادلی

neq غیر تعادلی

زیرنویس‌ها

BI نقطه تقاطع با مرز

GP نقطه روح

IP نقطه تصویر

FN گره سیال جدید

8- پیوست

در شکل 1 حالت (الف)، برای میانیابی یک متغیر مشخص مثل دما (یا هر متغیر دیگری) در نقطه تصویر از روش میانیابی دو خطی (معادله (12)) استفاده شده است. در این روش با کمک دما و مختصات چهار گره همسایه می توان دستگاه معادلاتی مطابق با معادله (28) را تشکیل داد.

$$\begin{cases} T_A = ax_A + by_A + cx_Ay_A + d \\ T_B = ax_B + by_B + cx_By_B + d \\ T_C = ax_C + by_C + cx_Cy_C + d \\ T_D = ax_D + by_D + cx_Dy_D + d \end{cases} \tag{28}$$

در دستگاه فوق تنها ضرایب معادله دو خطی(a ، b، c و d) مجهول هستند و با حل این دستگاه چهار معادله و چهار مجهول، مقادیر این ضرایب بدست می‌آیند. پس از مشخص شدن ضرایب، می‌توان با وارد کردن مختصات نقطه تصویر (x_{IP}, y_{IP}) در معادله میانیابی دو خطی، دما در نقطه تصویر (T_{IP}) بدست خواهد آمد:

$$T_{IP} = ax_{IP} + by_{IP} + cx_{IP}y_{IP} + d \tag{29}$$

حال اگر با توجه به شکل 1 یکی از حالات (ب) و (ج) برای نقطه تصویر وجود داشته باشد، در دستگاه معادلات رابطه (28)، مقادیر گره همسایه ای که در درون مرز جامد قرار گرفته است، با مقادیر نقطه تقاطع با مرز جایگزین می‌شود. به طور مثال برای حالت (ب) در حالت شرط مرزی دما ثابت، دستگاهی مطابق با معادله (30) برای بدست آوردن ضرایب معادله دو خطی تشکیل داده می‌شود.

$$\begin{cases} T_A = ax_A + by_A + cx_Ay_A + d \\ T_B = ax_B + by_B + cx_By_B + d \\ T_{\acute{C}} = a\acute{x}_C + b\acute{y}_C + c\acute{x}_C\acute{y}_C + d \\ T_D = ax_D + by_D + cx_Dy_D + d \end{cases} \tag{30}$$

و در حالت شرط مرزی شار ثابت دستگاهی مطابق با معادله (31) تشکیل داده می‌شود.

$$\begin{cases} T_A = ax_A + by_A + cx_Ay_A + d \\ T_B = ax_B + by_B + cx_By_B + d \\ \left.\dfrac{\partial T}{\partial \boldsymbol{n}}\right|_{\acute{C}} = an_x + bn_y + c\left(\acute{x}_C n_{y+}\acute{y}_C n_x\right) \\ T_D = ax_D + by_D + cx_Dy_D + d \end{cases} \tag{31}$$

که بردار $\vec{n}$ از طریق معادله (32) قابل محاسبه است.

$$\vec{n} = n_x\hat{i} + n_y\hat{j} = \frac{(x_{IP} - x_{GP})\hat{i} + \left(y_{IP} - y_{GP}\right)\hat{j}}{\sqrt{(x_{IP} - x_{GP})^2 + \left(y_{IP} - y_{GP}\right)^2}} \tag{32}$$

برای حالت (ج) نیز طبق روش بالا عمل کرده و بعد از محاسبه ضرایب معادله دو خطی، با استفاده از معادله (29) دما در نقطه تصویر بدست خواهد آمد.

9- مراجع

[1] P. Lallemand, L.-S. Luo, Theory of the lattice Boltzmann method: Dispersion, dissipation, isotropy, Galilean invariance, and stability, *Physical Review E*, Vol. 61, No. 6, pp. 6546, 2000.

[2] O. Filippova, D. Hänel, Grid refinement for lattice-BGK models, *Journal of Computational Physics*, Vol. 147, No. 1, pp. 219-228, 1998.

[3] R. Mei, L.-S. Luo, W. Shyy, An accurate curved boundary treatment in the lattice Boltzmann method, *Journal of Computational Physics*, Vol. 155, No. 2, pp. 307-330, 1999.
[4] R. Mei, W. Shyy, D. Yu, L.-S. Luo, Lattice Boltzmann method for 3-D flows with curved boundary, *Journal of Computational Physics*, Vol. 161, No. 2, pp. 680-699, 2000.
[5] M. h. Bouzidi, M. Firdaouss, P. Lallemand, Momentum transfer of a Boltzmann-lattice fluid with boundaries, *Physics of Fluids*, Vol. 13, No. 11, pp. 3452, 2001.
[6] P. Lallemand, L.-S. Luo, Lattice Boltzmann method for moving boundaries, *Journal of Computational Physics*, Vol. 184, No. 2, pp. 406-421, 2003.
[7] Z. Guo, C. Zheng, B. Shi, An extrapolation method for boundary conditions in lattice Boltzmann method, *Physics of Fluids*, Vol. 14, No. 6, pp. 2007, 2002.
[8] H. Huang, T. Lee, C. Shu, Thermal curved boundary treatment for the thermal lattice Boltzmann equation, *International Journal of Modern Physics C*, Vol. 17, No. 05, pp. 631-643, 2006.
[9] T. Zhang, B. Shi, Z. Guo, Z. Chai, J. Lu, General bounce-back scheme for concentration boundary condition in the lattice-Boltzmann method, *Physical Review E*, Vol. 85, No. 1, pp. 016701, 2012.
[10] A. Tiwari, S. P. Vanka, A ghost fluid Lattice Boltzmann method for complex geometries, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 69, No. 2, pp. 481-498, 2012.
[11] L. Chen, Y. Yu, J. Lu, G. Hou, A comparative study of lattice Boltzmann methods using bounce-back schemes and immersed boundary ones for flow acoustic problems, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 74, No. 6, pp. 439-467, 2014.
[12] M. Kaneda, T. Haruna, K. Suga, Ghost-fluid-based boundary treatment in lattice Boltzmann method and its extension to advancing boundary, *Applied Thermal Engineering*, Vol. 72, No. 1, pp. 126-134, 2014.
[13] R. Khazaeli, S. Mortazavi, M. Ashrafizaadeh, Application of a ghost fluid approach for a thermal lattice Boltzmann method, *Journal of Computational Physics*, Vol. 250, pp. 126-140, 2013.
[14] M. Mozafari-Shamsi, M. Sefid, G. Imani, Developing a ghost fluid lattice Boltzmann method for simulation of thermal Dirichlet and Neumann conditions at curved boundaries, *Numerical Heat Transfer, Part B: Fundamentals*, Vol. 70, No. 3, pp. 251-266, 2016.
[15] D. d'Humieres, Generalized lattice-Boltzmann equations, *Rarefied gas dynamics- Theory and simulations*, Vol. 159, pp. 450-458, 1992.
[16] K.-J. Paik, P. M. Carrica, Fluid–structure interaction for an elastic structure interacting with free surface in a rolling tank, *Ocean Engineering*, Vol. 84, pp. 201-212, 2014.
[17] H. Yong, C. Zhai, S. Jiang, P. Song, Z. Dai, J. Gu, Numerical simulations of instabilities in the implosion process of inertial confined fusion in 2D cylindrical coordinates, *Science China Physics, Mechanics & Astronomy*, Vol. 59, No. 1, pp. 1-11, 2016.
[18] P. H. Kao, R. J. Yang, An investigation into curved and moving boundary treatments in the lattice Boltzmann method, *Journal of Computational Physics*, Vol. 227, No. 11, pp. 5671-5690, 2008.
[19] A. Caiazzo, Analysis of lattice Boltzmann nodes initialisation in moving boundary problems, *Progress in Computational Fluid Dynamics, an International Journal*, Vol. 8, No. 1-4, pp. 3-10, 2008.
[20] Y. Wang, C. Shu, C. J. Teo, Thermal lattice Boltzmann flux solver and its application for simulation of incompressible thermal flows, *Computers & Fluids*, Vol. 94, pp. 98-111, 2014.
[21] Q. Chen, X. B. Zhang, J. F. Zhang, Numerical simulation of Neumann boundary condition in the thermal lattice Boltzmann model, *International Journal of Modern Physics C*, Vol. 25, No. 08, pp. 1450027, 2014.
[22] Z. Hashemi, O. Abouali, R. Kamali, Thermal three-dimensional Lattice Boltzmann simulations of suspended solid particles in microchannels, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 65, pp. 235-243, 2013.
[23] B. Wen, C. Zhang, Y. Tu, C. Wang, H. Fang, Galilean invariant fluid–solid interfacial dynamics in lattice Boltzmann simulations, *Journal of Computational Physics*, Vol. 266, pp. 161-170, 2014.
[24] P. Lallemand, L.-S. Luo, Theory of the lattice Boltzmann method: Acoustic and thermal properties in two and three dimensions, *Physical Review E*, Vol. 68, No. 3, pp. 036706, 2003.
[25] Z. Guo, C. Shu, *Lattice Boltzmann method and its applications in engineering*, pp.19-27,77,174-178, London, World Scientific, 2013.
[26] Y. Hu, D. Li, S. Shu, X. Niu, An Efficient Immersed Boundary-Lattice Boltzmann Method for the Simulation of Thermal Flow Problems, Communications in Computational Physics, Vol. 20, No. 5, pp. 1210-1257, 2016.
[27] Z. Wang, J. Fan, K. Luo, K. Cen, Immersed boundary method for the simulation of flows with heat transfer, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 52, No. 19, pp. 4510-4518, 2009.
[28] T. Kuehn, R. Goldstein, An experimental and theoretical study of natural convection in the annulus between horizontal concentric cylinders, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 74, No. 04, pp. 695-719, 1976.
[29] H. Gan, J. Chang, J. J. Feng, H. H. Hu, Direct numerical simulation of the sedimentation of solid particles with thermal convection, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 481, pp. 385-411, 2003.
[30] W. Ren, C. Shu, W. Yang, An efficient immersed boundary method for thermal flow problems with heat flux boundary conditions, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 64, pp. 694-705, 2013.
[31] J.-S. Yoo, Dual free-convective flows in a horizontal annulus with a constant heat flux wall, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 46, No. 13, pp. 2499-2503, 2003.
[32] C. Ho, Y. Lin, T. Chen, A numerical study of natural convection in concentric and eccentric horizontal cylindrical annuli with mixed boundary conditions, *International Journal of Heat And Fluid Flow*, Vol. 10, No. 1, pp. 40-47, 1989.
[33] J. Wu, C. Shu, Implicit velocity correction-based immersed boundary-lattice Boltzmann method and its applications, *Journal of Computational Physics*, Vol. 228, No. 6, pp. 1963-1979, 2009.
[34] S.-y. Tuann, M. D. Olson, Numerical studies of the flow around a circular cylinder by a finite element method, *Computers & Fluids*, Vol. 6, No. 4, pp. 219-240, 1978.
[35] R. Ahmad, Z. Qureshi, Laminar mixed convection from a uniform heat flux horizontal cylinder in a crossflow, *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, Vol. 6, No. 2, pp. 277-287, 1992.
[36] A. D'Orazio, S. Succi, *Boundary conditions for thermal lattice Boltzmann simulations*, *Computational Science—ICCS 2003*, pp. 977-986: Berlin, Springer, 2003.
[37] D. ghostYu, R. Mei, L.-S. Luo, W. Shyy, Viscous flow computations with the method of lattice Boltzmann equation, *Progress in Aerospace Sciences*, Vol. 39, No. 5, pp. 329-367, 2003.
[38] S. Dennis, G.-Z. Chang, Numerical solutions for steady flow past a circular cylinder at Reynolds numbers up to 100, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 42, No. 03, pp. 471-489, 1970.
[39] X. Niu, C. Shu, Y. Chew, Y. Peng, A momentum exchange-based immersed boundary-lattice Boltzmann method for simulating incompressible viscous flows, *Physics Letters A*, Vol. 354, No. 3, pp. 173-182, 2006.
[40] W. Ren, C. Shu, J. Wu, W. Yang, Boundary condition-enforced immersed boundary method for thermal flow problems with Dirichlet temperature condition and its applications, *Computers & Fluids*, Vol. 57, pp. 40-51, 2012.
[41] O. Mohammadipoor, H. Niazmand, S. Mirbozorgi, A new curved boundary treatment for the lattice Boltzmann method, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 13, No. 8, pp. 28-41, 2013.
[42] K. Fallah, M. Khayat, M. H. Borghei, A. Ghaderi, E. Fattahi, Multiple-relaxation-time lattice Boltzmann simulation of non-Newtonian flows past a rotating circular cylinder, *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 177, pp. 1-14, 2012.
[43] R. P. Bharti, R. Chhabra, V. Eswaran, A numerical study of the steady forced convection heat transfer from an unconfined circular cylinder, *Heat and Mass Transfer*, Vol. 43, No. 7, pp. 639-648, 2007.
[44] N. Zhang, Z. C. Zheng, S. Eckels, Study of heat-transfer on the surface of a circular cylinder in flow using an immersed-boundary method, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 29, No. 6, pp. 1558-1566, 2008.

[DOR: 20.1001.1.10275940.1396.17.2.7.9]

[45] Z. Yu, X. Shao, A. Wachs, A fictitious domain method for particulate flows with heat transfer, *Journal of Computational Physics*, Vol. 217, No. 2, pp. 424-452, 2006.
[46] Z.-G. Feng, E. E. Michaelides, Heat transfer in particulate flows with direct numerical simulation (DNS), *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 52, No. 3, pp. 777-786, 2009.
[47] S. Haeri, J. S. Shrimpton, A new implicit fictitious domain method for the simulation of flow in complex geometries with heat transfer, *Journal of Computational Physics*, Vol. 237, pp. 21-45, 2013.
[48] A. Wachs, Rising of 3D catalyst particles in a natural convection dominated flow by a parallel DNS method, *Computers & Chemical Engineering*, Vol. 35, No. 11, pp. 2169-2185, 2011.
[49] S. K. Kang, Y. A. Hassan, A comparative study of direct-forcing immersed boundary-lattice Boltzmann methods for stationary complex boundaries, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 66, No. 9, pp. 1132-1158, 2011.

[DOR: 20.1001.1.10275940.1396.17.2.7.9]