

## مطالعه تأثیر سرعت در مرزی متحرک محفظه‌های دو بعدی بر انتقال حرارت جابه‌جایی ترکیبی گازهای تابشی به روش عددی

مریم معین‌الدینی<sup>1</sup>، سید عبدالرضا گنجعلیخان<sup>2\*</sup>

1- دانشجوی کارشناسی‌ارشد، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد کرمان، گروه مهندسی مکانیک، کرمان، ایران

2- استاد، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد کرمان، گروه مهندسی مکانیک، کرمان، ایران

\* صندوق پستی 7635131167، ganj110@uk.ac.ir

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 16 دی 1394

پذیرش: 14 بهمن 1394

ارائه در سایت: 15 اسفند 1394

کلید واژگان:

جریان جابه‌جایی ترکیبی آرام

محفظة با در مرزی متحرک

زاویه شیب، تشعشع

روش رانستهای مجزا

### چکیده

در مطالعه حاضر، جریان آرام جابه‌جایی ترکیبی در حضور گاز تشعشعی در یک محفظه شیب‌دار دوبعدی با در مرزی متحرک به صورت عددی مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته است. سیال عامل مانند یک محیط خاکستری با توانایی جذب، صدور و پخش تشعشع رفتار می‌کند. معادلات حاکم شامل معادله پیوستگی، مومنتوم و انرژی توسط روش حجم محدود گسسته و با استفاده از الگوریتم سیمپل حل می‌شوند. برای محاسبه جمله تشعشع در معادله انرژی، معادله انتقال تشعشع به صورت عددی و با استفاده از روش رانستهای مجزا، حل شده و توزیع شار تشعشعی داخل جریان گاز محاسبه می‌شود. اثر تغییر در سرعت در مرزی متحرک، بر رفتار ترموهیدرودینامیکی یک محفظه دوبعدی مورد مطالعه قرار گرفته است. نتایج حاصل به صورت رسم خطوط جریان، خطوط دما ثابت، توزیع عدد ناسلت جابه‌جایی و کل بر دیوار پایین محفظه گزارش شده است. نتایج نشان می‌دهد که افزایش عدد رینولدز منجر به توزیع دمای به نسبت یکنواختی در گستره وسیعی از محفظه خواهد شد که در زوایای شیب 30° و 60° درجه، یکنواختی توزیع دما بیشتر است که در پی آن کاهش انتقال حرارت از سطوح محفظه حاصل می‌شود.

## Investigation of lid-driven speed on mixed convection heat transfer in two dimensional cavities containing radiating gases by numerical method

Maryam Moein addini<sup>1</sup>, Seyed Abdolreza Gandjalikhan<sup>2\*</sup>

1- Department of Mechanical Engineering, Kerman Branch, Islamic Azad University, Kerman, Iran

2- Department of Mechanical Engineering, Kerman Branch, Islamic Azad University, Kerman, Iran

\* P.O.B. 7635131167 Kerman, Iran, ganj110@uk.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 06 January 2016  
Accepted 03 February 2016  
Available Online 05 March 2016

### Keywords:

Laminar mixed convection  
Lid-driven cavity  
Inclination angle  
Radiation  
DOM

### ABSTRACT

This study presents a numerical investigation for laminar mixed convection flow of radiating gases in an inclined lid-driven cavity. The fluid is treated as a gray, absorbing, emitting and scattering medium. The governing differential equations consisting of the continuity, momentum and energy are solved numerically by the computational fluid dynamics (CFD) techniques to obtain the velocity and temperature fields. Discretized forms of these equations are obtained by the finite volume method and solved using the SIMPLE algorithm. Since the gas is considered as a radiating medium, besides convection and conduction, radiative heat transfer also takes place in the gas flow. For computation of the radiative term in the gas energy equation, the radiative transfer equation (RTE) is solved numerically by the discrete ordinate method (DOM). The effect of lid driven speed on the thermohydrodynamic behavior of two-dimensional cavity is carried out. Results are shown as contours of isotherms, streamlines and distributions of convective and total Nusselt numbers along the bottom wall of cavity. It is revealed that increase in Reynolds number causes almost uniform temperature distribution in cavity, especially for 30° and 60° inclination angles.

### 1- مقدمه

محدوده  $1 \approx Ri$ ، مکانیزم حاکم، جابه‌جایی ترکیبی است. انتقال حرارت در محفظه‌های با در مرزی متحرک، به دلیل وجود نیروی برشی ناشی از حرکت یکی از دیوارهای محفظه و نیروی شناوری ناشی از گرادیان دما در مرزهای محفظه، ترکیبی از دو مکانیزم انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی و اجباری را داراست. تجزیه و تحلیل انتقال حرارت و جریان در محفظه‌های با در مرزی متحرک از گسترده‌ترین موضوعات مورد مطالعه در زمینه حرارت و سیالات است. بیش از پنجاه سال است که جریان در یک محفظه با مرز متحرک مطرح شده است

جابه‌جایی ترکیبی نوعی از انتقال حرارت جابه‌جایی است که از ترکیب جابه‌جایی طبیعی و جابه‌جایی اجباری پدید می‌آید. در تجزیه و تحلیل جابه‌جایی ترکیبی در یک سیستم، از یک پارامتر بدون بعد به نام عدد ریچاردسون،  $Ri = (Gr/Re^2)$ ، که نسبت نیروی شناوری به نیروی اینرسی است و قدرت نسبی جابه‌جایی طبیعی و اجباری را نشان می‌دهد، استفاده می‌شود. هنگامی که  $Ri \gg 1$  باشد، جابه‌جایی طبیعی مکانیزم حاکم است و در شرایطی که  $Ri \ll 1$  جابه‌جایی اجباری غالب بوده و در

در این راستا، انتقال حرارت مرکب تشعشعی و جابه‌جایی ترکیبی در یک محفظه شیب‌دار مربعی همراه با محیط جذب‌کننده، صادرکننده و پخش‌کننده در گستره‌ای از تغییرات عدد رینولدز 100-800 و در طیفی از تغییر زاویه شیب  $0^\circ - 90^\circ$  بررسی می‌شود. وجه تمایز اصلی مطالعه کنونی با سایر مطالعاتی که به صورت مشابه در محفظه‌های شیب‌دار با در مرزی متحرک انجام شده‌اند این است که، در هیچ‌یک از مطالعات پیشین که به صورت عددی یا آزمایشگاهی صورت گرفته، آنالیز جابه‌جایی ترکیبی گازهای تابشی در محفظه شیب‌دار انجام نشده است. همچنین تاکنون تحقیقات بسیار اندکی در زمینه جابه‌جایی ترکیبی گازهای تابشی در محفظه‌هایی با در مرزی متحرک صورت پذیرفته است.

## 2- بیان مسأله

هندسه مورد مطالعه، یک محفظه شیب‌دار مربعی با دیوارهای دما ثابت در دماهای مختلف  $T_c$  و  $T_h$  ( $T_c < T_h$ ) است که در شکل 1 شماتیکی از آن نشان داده شده است. دیوار متحرک بالا دارای دمای  $T_c$  و دیوارهای دیگر دارای دمای  $T_h$  است. دیوار متحرک بالا با سرعت ثابت حرکت می‌کند و سایر دیوارها ثابت هستند. سیال درون محفظه، گازهای خاکستری و  $Pr = 0.7$  فرض شده‌اند.

محفظه، مربعی شکل و به طول  $L$  بوده و سیستم مختصات کارتزین در نظر گرفته شده جهت حل مسأله، در شکل نشان داده شده است.

## 2-1- معادلات حاکم

با فرض جریان دوبعدی آرام، دائم، دوبعدی و با خواص ثابت به غیر از چگالی و با فرض تقریب بوزینسک و صرف نظر از اتلاف ویسکوز، معادلات حاکم به صورت روابط (1-4) قابل بیان هستند.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

معادله مومنوم در جهت  $x$ :

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + g \beta \sin \Phi (T - T_c) \quad (2)$$

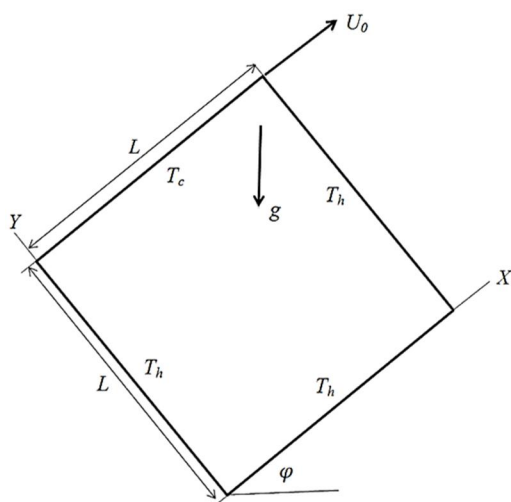


Fig. 1 Schematic of computational domain

شکل 1 شماتیکی از هندسه مورد مطالعه

[1] و احتمالاً از بیشترین مسائل مورد مطالعه در دینامیک سیالات محاسباتی است، همچنین این موضوع به‌عنوان یک مسأله محک برای اعتبار سنجی الگوریتم‌های حل عددی استفاده می‌شود [2].

جریان جابه‌جایی ترکیبی در یک محفظه با در مرزی متحرک، دارای موارد کاربردی بسیاری مانند حوضچه‌های خورشیدی [3]، دینامیک دریاچه‌ها [4]، کالکتورهای خورشیدی، حوضچه‌ها و مخازن، مبدل‌های حرارتی و حوضچه‌های خنک‌کننده [5]، فرایندهای صنعتی مانند صنایع غذایی و تولید شیشه شناور [6] است.

تحقیقات متعددی در گذشته بر مشخصات جریان و انتقال حرارت درون محفظه با در مرزی متحرک با در نظر گرفتن ترکیبات مختلف از گرادیان دما و وضعیت محفظه، به دلیل رویارویی در بسیاری از کاربردهای مهندسی، عملی و صنعتی انجام شده است. این مطالعات در محفظه‌هایی با هندسه‌های مختلف از جمله هندسه‌های منظم و نامنظم صورت پذیرفته است تا پیچیدگی ترکیب شدن نیروهای شناوری و برشی را نشان دهد.

از جمله مطالعات انجام شده در هندسه‌های منظم می‌توان به بررسی انتقال حرارت جابه‌جایی ترکیبی در حفره مستطیلی توسط ترانس و همکاران [7]، پراساد و همکاران [8]، معلمی و جانگ [9] اشاره کرد.

مطالعاتی نیز جهت بررسی مشخصات جریان و انتقال حرارت جابه‌جایی ترکیبی در محفظه‌هایی با در مرزی متحرک در هندسه‌های نامنظم گزارش شده است که می‌توان به مطالعه جریان و انتقال حرارت در یک محفظه کشیده توسط محمد و ویسکانتا [10] و مطالعه محمدی و گنجعلیخان [11] در محفظه دوزنقه‌ای اشاره کرد.

در بسیاری از مطالعات انجام شده، مدل‌سازی و شبیه‌سازی جریان برای محفظه با در مرزی متحرک برای مسائلی انجام گرفته است که مرز متحرک حالتی افقی یا عمودی با میدان گرانش دارد، اما در برخی کاربردهای مهندسی، مرز متحرک شیب‌دار مورد استفاده قرار می‌گیرد. بر این اساس، بررسی تأثیر زاویه شیب بر خصوصیات انتقال حرارت در یک محفظه با در مرزی متحرک می‌تواند مطالعه‌ای ارزشمند باشد.

علی‌نیا و همکاران [12]، انتقال حرارت جابه‌جایی ترکیبی را در محفظه‌ای شیب‌دار با تغییر در عدد ریچاردسون مورد بررسی قرار دادند و دریافتند در اعداد ریچاردسون بالاتر تأثیر زاویه شیب چشمگیرتر خواهد بود. بررسی عددی دیگری توسط شریف [13]، در یک محفظه مستطیلی با نسبت منطری 10 انجام شده است. تأثیر زاویه شیب برای زوایای  $0^\circ - 30^\circ$  درجه بر میزان انتقال حرارت بررسی و مشاهده شده است که میزان ناسلت میانگین با افزایش شیب محفظه برای حالتی که جریان اجباری بر جابه‌جایی طبیعی غلبه دارد به آرامی کاهش می‌یابد. احمد و همکاران [14]، انتقال حرارت جابه‌جایی ترکیبی در یک محفظه شیب‌دار مربعی، در حضور یک میدان مغناطیسی را مورد بررسی قرار دادند و اثر پارامترهایی چون عدد ریچاردسون، زاویه شیب و عدد هارتمن، بر میزان انتقال حرارت را مطالعه کردند. نتیجه حاصل از تحقیق ایشان این بود که، با افزایش عدد هارتمن و زاویه شیب نرخ انتقال حرارت افزایش می‌یابد.

از جمله مطالعاتی که انتقال حرارت جابه‌جایی ترکیبی در حضور گازهای تابشی را مورد بررسی قرار داده است می‌توان به مطالعه آتش‌افروز و گنجعلیخان [15] و چو و همکاران [16] اشاره کرد که هندسه مورد مطالعه ایشان یک کانال است و بررسی عددی ماهاپاترا و همکاران [17] در یک محفظه دو بعدی با در مرزی متحرک اشاره کرد.

کارترین، به‌صورت رابطه (10) خواهد بود.

$$\xi_i \frac{\partial I_i}{\partial x} + \eta_i \frac{\partial I_i}{\partial y} + \beta I_i = \beta S_i \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (10)$$

که  $S_i$  معرف جمله منبع است و به‌صورت (11) نوشته می‌شود.

$$S_i = (1 - \omega) I_b(\vec{r}) + \frac{\omega}{4\pi} \sum_{k=1}^n w_k I(r, \Omega_k) \Phi(\Omega_i, \Omega_k) \quad (11)$$

$\xi_i$ ،  $\eta_i$  و  $\mu_i$  کسینوس‌های جهتی  $\vec{s}_i$  و  $\omega = \sigma_s/\beta$  نسبت ضریب پخش هستند. با به‌کارگیری روش حجم محدود، شدت تشعشع در مراکز حجم کنترل به‌صورت رابطه (12) قابل محاسبه است [18].

$$I_{pi} = \frac{|\xi_i| A_x I_{xi} + |\eta_i| A_y I_{yi} + S_{pi}}{\beta V + |\xi_i| A_x + |\eta_i| A_y} \quad (12)$$

در مطالعه حاضر از تقریب  $S_4$  استفاده شده و جذب و صدور دیوارها به‌صورت پخشی  $\varepsilon_w = 0.8$  فرض شده است.

## 2-2- فرم بدون بعد معادلات حاکم

برای به‌دست‌آوردن فرم‌های بدون بعد معادلات حاکم پارامترهای بدون بعد زیر در مختصات دو بعدی به‌صورت رابطه (13) در نظر گرفته شده است.

$$X = \frac{x}{L}, \quad Y = \frac{y}{L}, \quad U = \frac{u}{U_0}, \quad V = \frac{v}{U_0}, \quad P = \frac{p}{\rho U_0^2}$$

$$\tau = \beta L, \quad (1 - \omega) = \frac{\sigma_a}{\beta}, \quad RC = \frac{\sigma L T_h^3}{k}$$

$$\theta = \frac{T - T_c}{T_h - T_c}, \quad \theta_1 = \frac{T_c}{T_h - T_c}, \quad \theta_2 = \frac{T_h}{T_c}$$

$$I^* = \frac{I}{\sigma T_h^4}, \quad S^* = \frac{S}{\sigma T_h^4}, \quad q_r^* = \frac{q_r}{\sigma T_h^4}$$

$$Pe = Re.Pr, \quad Gr = \frac{g\beta(T_h - T_c)L^3}{\vartheta^2}, \quad Re = \frac{\rho U_0 L}{\mu} \quad (13)$$

با استفاده از پارامترهای بدون بعد، فرم بدون بعد معادلات پیوستگی، مومنوم و انرژی به‌صورت روابط (14-17) است.

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (14)$$

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{1}{Re} \left( \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) + \left( \frac{Gr}{Re^2} \theta \right) \sin \Phi \quad (15)$$

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{1}{Re} \left( \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) + \left( \frac{Gr}{Re^2} \theta \right) \cos \Phi \quad (16)$$

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{1}{Re.Pr} \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) - \frac{\tau(1-\omega)RC\theta_1\theta_2}{Pe} \left[ \frac{4}{\theta_2^2} \left( \frac{\theta}{\theta_1} + 1 \right)^4 - \sum_{k=1}^M I_k^* w_k \right] \quad (17)$$

و شرایط مرزی در شکل بدون بعد به‌صورت روابط (18,19) است. دیوار بالا:

$$U = 1, \quad V = 0, \quad \theta = 0 \quad (18)$$

دیوارهای عمودی و دیوار پایین:

$$U = 0, \quad V = 0, \quad \theta = 1 \quad (19)$$

معادله مومنوم در جهت y:

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + g\beta \cos \Phi (T - T_c) \quad (3)$$

معادله انرژی:

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) - \frac{1}{\rho c_p} \nabla_r \cdot q_r \quad (4)$$

ترم دیورژانس شار تشعشعی در معادله انرژی با حل معادله انتقال تشعشع (RTE) محاسبه می‌شود و به‌صورت روابط (5) قابل بیان است [18].

$$\nabla_r \cdot q_r = \sigma_a (4\pi I_b(\vec{r}) - \int_{4\pi} I(\vec{r}, \vec{s}) d\Omega) \quad (5)$$

معادله انتقال تشعشع، برای یک محیط خاکستری جذب‌کننده، صادرکننده و پخش‌کننده را می‌توان به‌صورت رابطه (6) نوشت [18].

$$s \cdot \nabla I(\vec{r}, \vec{s}) = \sigma_a(\vec{r}) I_b(\vec{r}) - \beta(\vec{r}) I(\vec{r}, \vec{s}) + \frac{\sigma_s(\vec{r})}{4\pi} \int_{4\pi} I(\vec{r}, \vec{s}') \Phi(\vec{r}, \vec{s}, \vec{s}') d\Omega' \quad (6)$$

در معادله (6)،  $I(\vec{r}, \vec{s})$  شدت تشعشع است که تابعی از مکان و جهت است؛  $I_b(\vec{r})$  شدت تشعشع جسم سیاه در دمای محیط واسط و  $\sigma_a$  و  $\sigma_s$  به ترتیب ضریب جذب و پخش محیط واسط است، همچنین  $\beta = \sigma_s + \sigma_a$  ضریب میرایی نام دارد و  $\Phi(\vec{r}, \vec{s}, \vec{s}')$  تابع پخش فازی است که بیان‌کننده میزان انحراف شدت تشعشع از جهت ورودی  $\vec{s}$  به جهت خروجی  $\vec{s}'$  است که در مطالعه حاضر به‌صورت همگن فرض شده است.

شرط مرزی تشعشعی برای معادله (6) با فرض جذب و صدور پخشی برای دیوارها به‌صورت رابطه (7) خواهد بود.

$$I(\vec{r}_w, \vec{s}) = \varepsilon_w I_b(\vec{r}_w) + \frac{1 - \varepsilon_w}{\pi} \int_{\vec{n}_w \cdot \vec{s}' < 0} I(\vec{r}_w, \vec{s}') |\vec{n}_w \cdot \vec{s}'| d\Omega' \quad \vec{n}_w \cdot \vec{s} > 0 \quad (7)$$

در آن  $I(\vec{r}_w, \vec{s})$  شدت انرژی تشعشعی است که سطح مرزی را ترک می‌کند.  $\vec{n}_w$  و  $\varepsilon_w$  به ترتیب ضریب صدور و بردار یکه عمود بر سطح مرزی است.

یکی از روش‌های متداول برای حل معادله انتقال تشعشع، روش راستاهای مجزاست. در این روش، معادله انتقال تشعشع (6) برای  $n$  جهت مختلف  $\vec{s}_i$  نوشته می‌شود. در نتیجه با استفاده از این روش تمام انتگرال‌ها با سری‌ها جایگزین می‌شوند [18].

با استفاده از این روش، معادله انتقال تشعشع به‌صورت رابطه (8) قابل بیان است.

$$(\Omega_i \cdot \nabla) I(r, \Omega_i) = -\beta I(r, \Omega_i) + \sigma_a I_b(r) + \frac{\sigma_s}{4\pi} \sum_{k=1}^n w_k I(r, \Omega_k) \Phi(\Omega_i, \Omega_k) \quad (8)$$

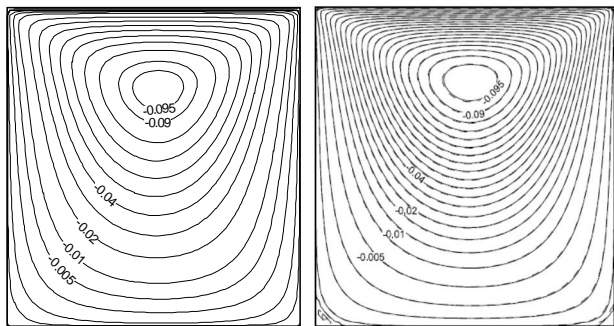
و شرط مرزی تشعشعی با رابطه (9) بیان می‌شود.

$$I(r_w, \Omega_i) = \varepsilon I_b(r) + \frac{(1 - \varepsilon)}{\pi} \sum_{n, \Omega_k < 0} w_k I(r_w, \Omega_k) |n \cdot \Omega_k| \quad (9)$$

که در رابطه (9) ضرایب وزنی هستند. این تقریب زاویه‌ای، معادله (8) را به یک مجموعه معادلات دیفرانسیلی کوپل تبدیل می‌کند که در مختصات

جدول 1 مقایسه اعداد ناسلت میانگین، حاصل از حل عددی حاضر و مرجع [20]  
**Table 1** Comparison of the computed average Nusselt number at the bottom wall

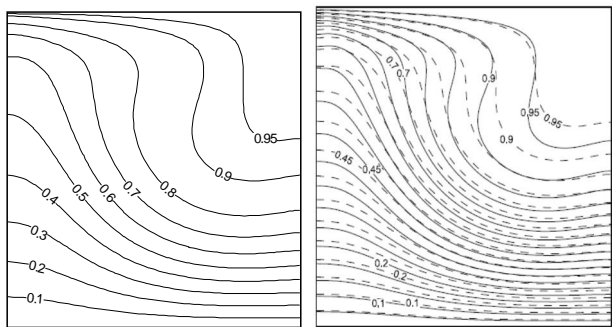
اختلاف	مرجع [20]	کار حاضر	Gr	Re
-2.5%	1.94	1.99	$10^2$	100
1.4%	1.34	1.28	$10^4$	100
-2.3%	3.84	3.93	$10^2$	400
3.6%	3.62	3.49	$10^4$	400



الف) مطالعه حاضر (ب) مرجع [21]

**Fig. 2** Distribution of the streamlines

شکل 2 خطوط جریان ( $Re = 10, Ri = 1, \phi = 30^\circ$ )



الف) مطالعه حاضر (ب) مرجع [21]

**Fig. 3** Distribution of the isotherm contours

شکل 3 خطوط دما ثابت ( $Re = 10, Ri = 1, \phi = 30^\circ$ )

که به صورت خطچین نشان داده شده خطوط دما ثابت مربوط به مطالعه جریان نانوسیال است که در مرجع [21] انجام شده است که در مطالعه حاضر مورد توجه نیست.

**4-2- اعتبارسنجی حل معادله انتقال تشعشع با استفاده از روش راستاهای مجزا**

برای بررسی درستی محاسبات مربوط به حل معادله انتقال تشعشع با استفاده از روش راستاهای مجزا، نتایج مطالعه کنونی با مسئله انتقال حرارت مرکب تشعشعی و هدایت انجام‌شده توسط ماهاپاترا [22] مقایسه شده است. مسئله مورد مطالعه [22] یک محفظه مربعی با طول  $L$  و دیوارهای سیاه و دما ثابت و دمای دیوار سمت چپ از دمای سایر دیوارها بالاتر است. چگونگی تغییرات دما در وسط محفظه ( $y = L/2$ )، در طول محور افقی ( $x$ ) در شکل 4 نشان داده و همچنین مقایسه‌ای با نتایج به‌دست‌آمده در مرجع [22] انجام شده است.

همچنین عدد ناسلت جابه‌جایی، تشعشعی و کل به صورت روابط (20-23) تعریف می‌شوند.

$$Nu_c = \frac{q_c L}{k \Delta T} \quad (20)$$

$$Nu_r = \frac{q_r L}{k \Delta T} \quad (21)$$

$$Nu_t = Nu_c + Nu_r \quad (22)$$

$$Nu_t = -\frac{\partial \theta}{\partial Y} + RC \cdot \theta_1 \cdot \theta_2 \cdot q_r^* \quad (23)$$

**3- روش حل عددی**

روابط (14-17) همراه با شرایط مرزی بیان‌شده در معادلات (18,19) به روش حجم محدود گسسته‌سازی می‌شوند. معادلات مومنتوم با استفاده از شبکه جابه‌جا شده حل می‌شوند. برای کوپل کردن میدان سرعت و فشار الگوریتم سیمپل [19] استفاده شده است. معیار همگرایی برای حل کردن معادلات مومنتوم و انرژی این‌گونه فرض شده است که مقدار باقی‌مانده‌ها در دو تکرار مجاور از  $10^{-5}$  کمتر باشد.

**4- اعتبارسنجی نتایج**

جهت بررسی صحت و کارایی برنامه رایانه‌ای نوشته شده به زبان فورترن، نتایج حاصل، با نتایج مطالعه محققین پیشین مقایسه شده است. در این مطالعه، اعتبارسنجی در دو مرحله انجام شده است.

- اعتبارسنجی حالت جابه‌جایی ترکیبی خالص (حالت غیرتشعشعی) در محفظه مربعی با در مرزی متحرک
- اعتبارسنجی حل معادله انتقال تشعشع با استفاده از روش راستاهای مجزا

**4-1- اعتبارسنجی جابه‌جایی ترکیبی خالص در محفظه با مرز متحرک**

در مرحله نخست، برای معتبرسازی محاسبات مربوط به قسمت انتقال حرارت جابه‌جایی ترکیبی مطالعه کنونی، مقایسه نتایج با مطالعات انجام‌شده انتقال حرارت جابه‌جایی ترکیبی در یک محفظه مربعی با در مرزی متحرک و یک محفظه شیب‌دار انجام می‌شود. نخست نتایج با حل عددی مطالعه ایواتسو و همکاران [20] مقایسه می‌شود. هندسه مورد بررسی [20] یک محفظه مربعی با در مرزی متحرک که در مرزی متحرک دارای دمای داغ و دیوار پایین سرد و دیوارهای عمودی عایق و سیال عامل آن هواست. در فرایند حل از یک شبکه  $100 \times 100$  استفاده شده است. برای چهار مقدار متفاوت عدد رینولدز و عدد گراشف، اعداد ناسلت میانگین به‌دست‌آمده روی دیواره داغ با نتایج به‌دست‌آمده از مرجع [20] مقایسه و در جدول 1 گزارش شده است. یک انطباق قابل پذیرش میان حل عددی حاضر و نتایج حاصل از حل عددی [20] وجود دارد.

به‌عنوان بررسی بعدی خطوط جریان و خطوط دما ثابت حاصل از حل عددی حاضر با حل عددی انجام‌شده توسط ابوندا و چمخا [21] در یک محفظه شیب‌دار با دیوارهای عایق عمودی و دیوارهای افقی دما ثابت که مرز متحرک داغ است در زاویه شیب  $30^\circ$  درجه مقایسه شده است. شکل 2 خطوط جریان و شکل 3 خطوط دما ثابت، حاصل از حل عددی حاضر و مرجع [21] را نشان می‌دهد. سازگاری بسیار خوبی بین نتایج مطالعه اخیر و مرجع [21] وجود دارد. باید این نکته را افزود که در شکل (3-ب)، خطوطی

### 5- بررسی نتایج

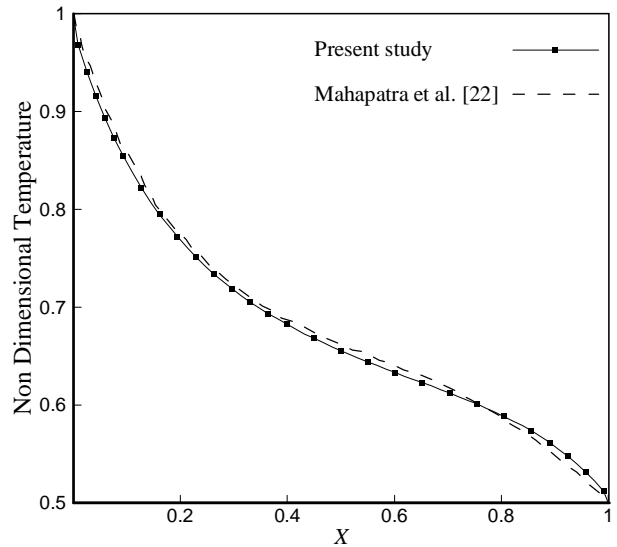
در مطالعه حاضر انتقال حرارت جابه‌جایی ترکیبی در حضور گازهای تابشی، در یک محفظه دوبعدی با در مرزی متحرک با دیوارهای دما ثابت بررسی شده است.

اثر تغییر در عدد رینولدز در محدوده  $(Re = 100 - 800)$  بر رفتار ترموهیدرودینامیکی سیستم در  $Ri = 1$  و در محدوده تغییرات زاویه  $(\varphi = 0 - 90)$  بررسی می‌شود. با تغییر در مقدار سرعت مرز متحرک محفظه، می‌توان مقادیر عدد رینولدز را تولید کرد.

در انتقال حرارت جابه‌جایی ترکیبی عدد ریچاردسون معرف میزان اهمیت نسبی انتقال حرارت جابه‌جایی آزاد به انتقال حرارت جابه‌جایی اجباری است؛ بنابراین در شرایطی که  $Ri \approx 1$  است، میزان اهمیت جابه‌جایی اجباری و آزاد نیز یکسان است.

شکل 5 الگوی جریان را با تغییر در عدد رینولدز در زوایای شیب مختلف، برای  $Ri \approx 1$  نشان می‌دهد. در شکل 5-الف و در حالت بدون شیب  $(\varphi = 0)$  می‌توان مشاهده کرد، در هر یک از اعداد رینولدز، دو ناحیه گردابی درون محفظه وجود دارد، یک ناحیه گردابی نخستین مربوط به اثرات نیروی برشی ناشی از حرکت مرز متحرک که مرکز آن متمایل به دیوار متحرک بالاست، و ناحیه گردابی دوم، مربوط به جابه‌جایی آزاد ناشی از نیروهای شناوری است. هرچه عدد رینولدز بیشتر می‌شود، قدرت سیرکولاسیون ناشی از حرکت مرز متحرک نیز بیشتر شده است، همچنین وسعت ناحیه گردابی پادساعت‌گرد ناشی از جابه‌جایی آزاد بزرگ‌تر می‌شود. دلیل این رفتار را می‌توان چنین توضیح داد که، در شرایط  $Ri \approx 1$ ، با افزایش عدد رینولدز و افزایش نیروی برشی ناشی از حرکت مرز متحرک، با توجه به این که  $Ri \approx 1$ ، عدد گراشف نیز افزایش می‌یابد، که به معنای افزایش اثرات شناوری است و بنابراین منجر به افزایش وسعت ناحیه گردابی ناشی از نیروهای شناوری می‌شود. هنگامی که محفظه شیب‌دار می‌شود، اثرات نیروهای شناوری با جابه‌جایی اجباری مخالفت می‌کنند؛ بنابراین از وسعت ناحیه گردابی ناشی از حرکت مرز متحرک کاسته شده و ناحیه گردابی ناشی از نیروهای شناوری وسعت می‌یابد که با زیاد شدن عدد رینولدز و افزایش عدد گراشف، این وسعت بزرگ‌تر خواهد بود. به این دلیل است که در زوایای  $30^\circ$  و  $60^\circ$  وسعت ناحیه گردابی ناشی از نیروهای شناوری نسبت به نیروهای ناشی از جابه‌جایی اجباری بزرگ‌تر شده است، اما در زاویه شیب  $(\varphi = 90)$ ، نیروهای شناوری و جابه‌جایی اجباری هم راستا می‌شوند، که سبب شده گردابه دوم ناپدید شود و ناحیه گردابی اصلی فضای محفظه را در برگیرد.

شکل 6 تأثیر عدد رینولدز بر خطوط دما ثابت را در زوایای شیب مختلف نشان می‌دهد. با مقایسه این اشکال می‌توان دریافت که هر چه عدد رینولدز افزایش می‌یابد گردابان دما نزدیک دیوار متحرک بالا نسبت به دیوارهای دیگر بیشتر می‌شود. با توجه به نحوه تغییرات الگوی جریان با تغییر در عدد رینولدز که در شکل 5 رسم شده، می‌توان چنین اظهار کرد که هر چه وسعت ناحیه گردابی ناشی از مرز متحرک سرد کوچک‌تر می‌شود سیال سرد نزدیک مرز متحرک نمی‌تواند به راحتی به سمت سطوح داغ حرکت کند؛ بنابراین گردابان‌های دما نزدیک مرز متحرک شدیدتر می‌شود و می‌توان در ناحیه میانی محفظه توزیع دمای یکنواخت‌تری را شاهد بود، همچنین نزدیک دیوارها به دلیل سطوح دما ثابت خطوط دما ثابت با سطوح موازی می‌شوند.



**Fig. 4** Comparison of the computed mid-plane temperature with theoretical result by Mahapatra et al. [22]

شکل 4 مقایسه دمای محاسبه‌شده در وسط محفظه با حل عددی ماهاپاترا و همکاران [22]  $(RC = 10, \omega = 0.5, \varepsilon_w = 0.1, \tau = 1)$

همان‌طور که در شکل 4 دیده می‌شود، سازگاری خوبی میان نتایج عددی حاضر و نتایج گزارش‌شده در مرجع [22] وجود دارد.

### 4-3- بررسی استقلال نتایج از شبکه محاسباتی

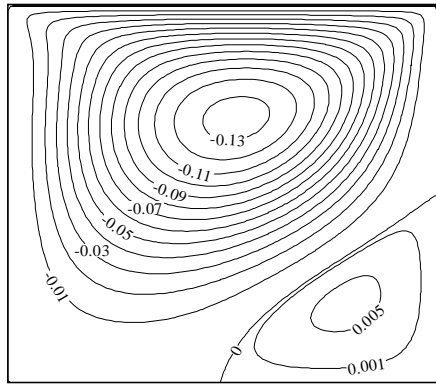
جهت به‌دست آوردن نتایج عددی دقیق‌تر، فقدان وابستگی حل‌های به‌دست‌آمده در مطالعه حاضر به شبکه محاسباتی، مورد بررسی قرار گرفته است. در این راستا، مقادیر بیشینه عدد ناسلت جابه‌جایی و تشعشعی در طول دیوار پایین محفظه برای تعداد گره‌های مختلف، به‌دست‌آمده و نتایج به‌صورت جدول 2 گزارش شده است. شبکه محاسباتی برای حل معادلات مومنتم و حل معادله انتقال تشعشع، یکسان انتخاب شده است. با مقایسه مقادیر بیشینه اعداد ناسلت مربوط به دو شبکه  $90 \times 90$  و  $100 \times 100$  مشاهده می‌شود که کمتر از 1% اختلاف در میزان ناسلت بیشینه وجود دارد که برای جلوگیری از افزایش زمان انجام محاسبات، شبکه  $90 \times 90$  به‌عنوان شبکه بهینه برای انجام محاسبات انتخاب شده است.

جدول 2 بررسی وابستگی شبکه

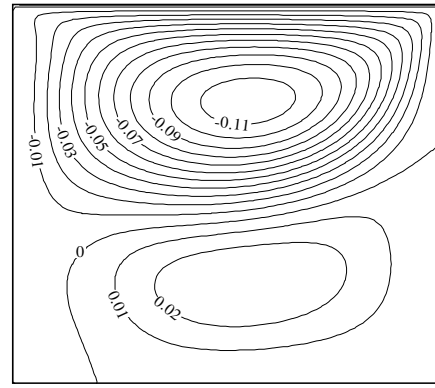
**Table 2** Grid independence study

$(Re = 800, Ri = 1, RC = 10, \omega = 0.5, \tau = 0.1)$

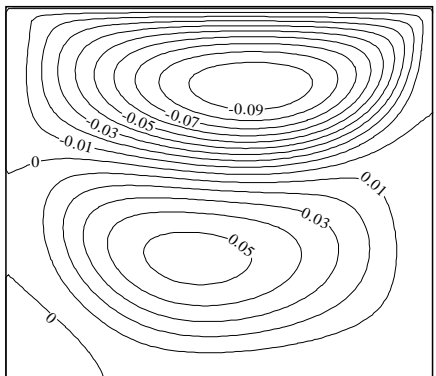
سایز شبکه	مقدار بیشینه عدد ناسلت جابه‌جایی	مقدار بیشینه عدد ناسلت تشعشعی
60×60	2.2481	7.2438
70×70	2.2340	7.2879
80×80	2.2080	7.3176
90×90	2.1916	7.3388
100×100	2.1793	7.3541



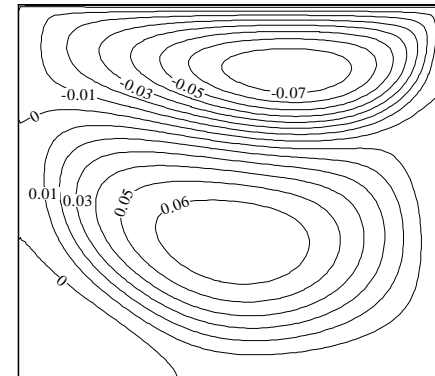
Re = 100



Re = 200

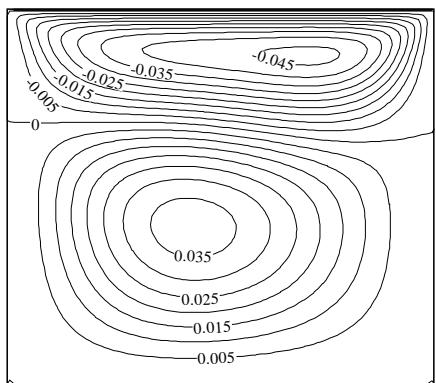


Re = 400

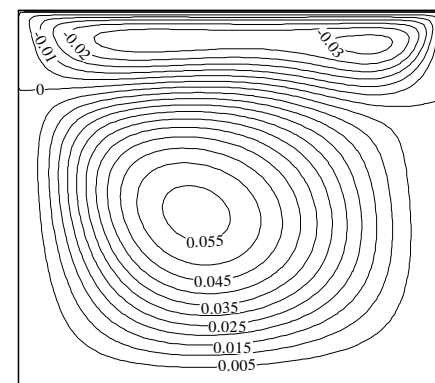


Re = 800

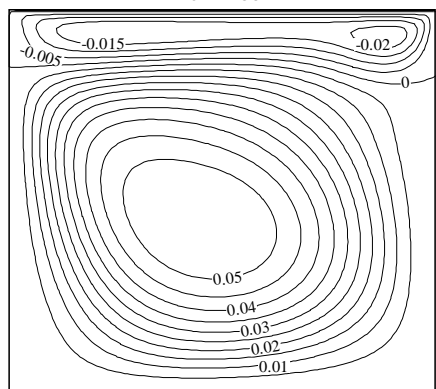
الف)  $\phi = 0$



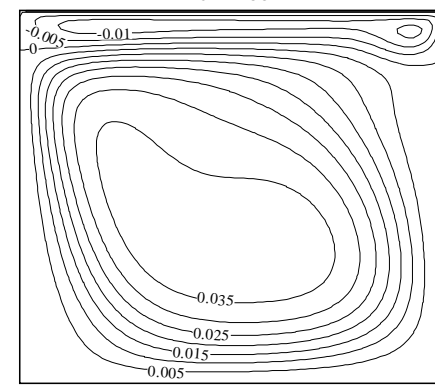
Re = 100



Re = 200



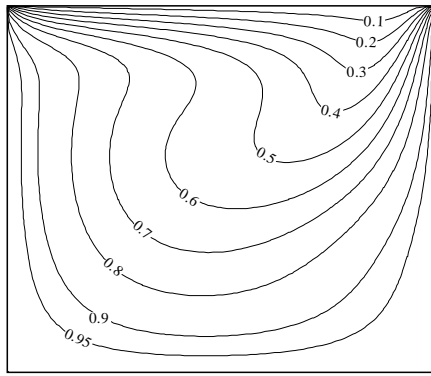
Re = 400



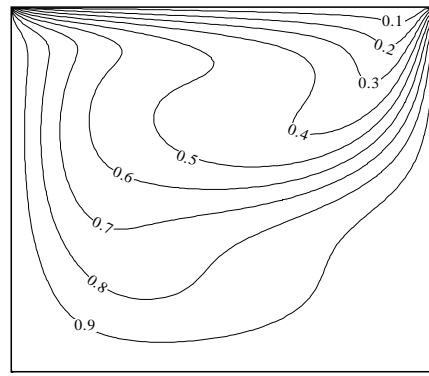
Re = 800

ب)  $\phi = 30$

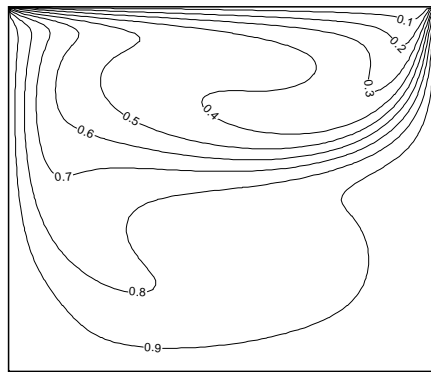




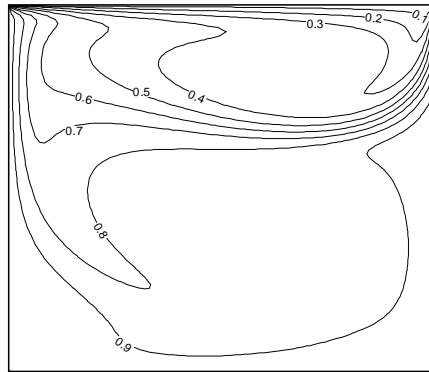
Re = 100



Re = 200

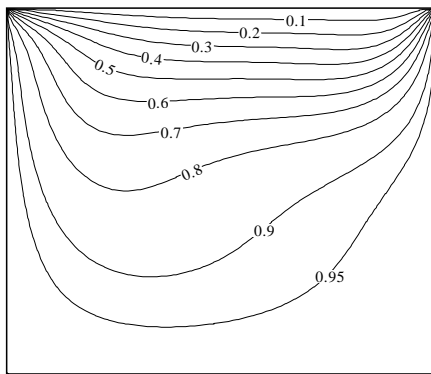


Re = 400

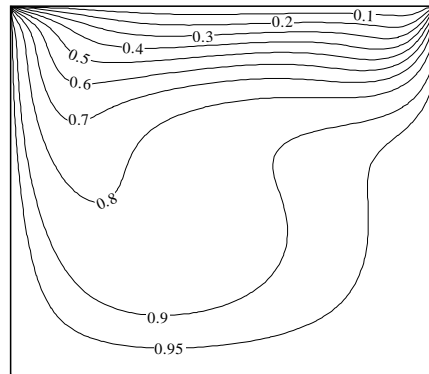


Re = 800

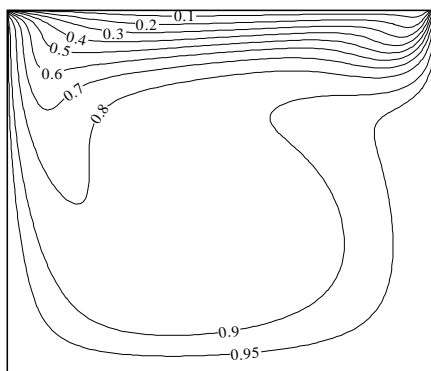
الف)  $\phi = 0$



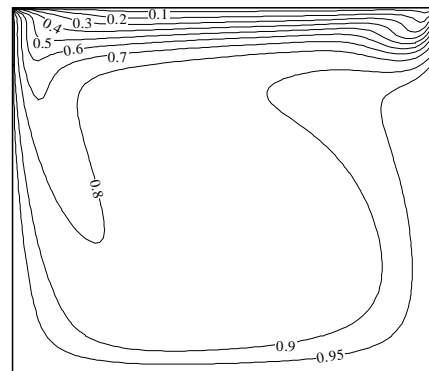
Re = 100



Re = 200



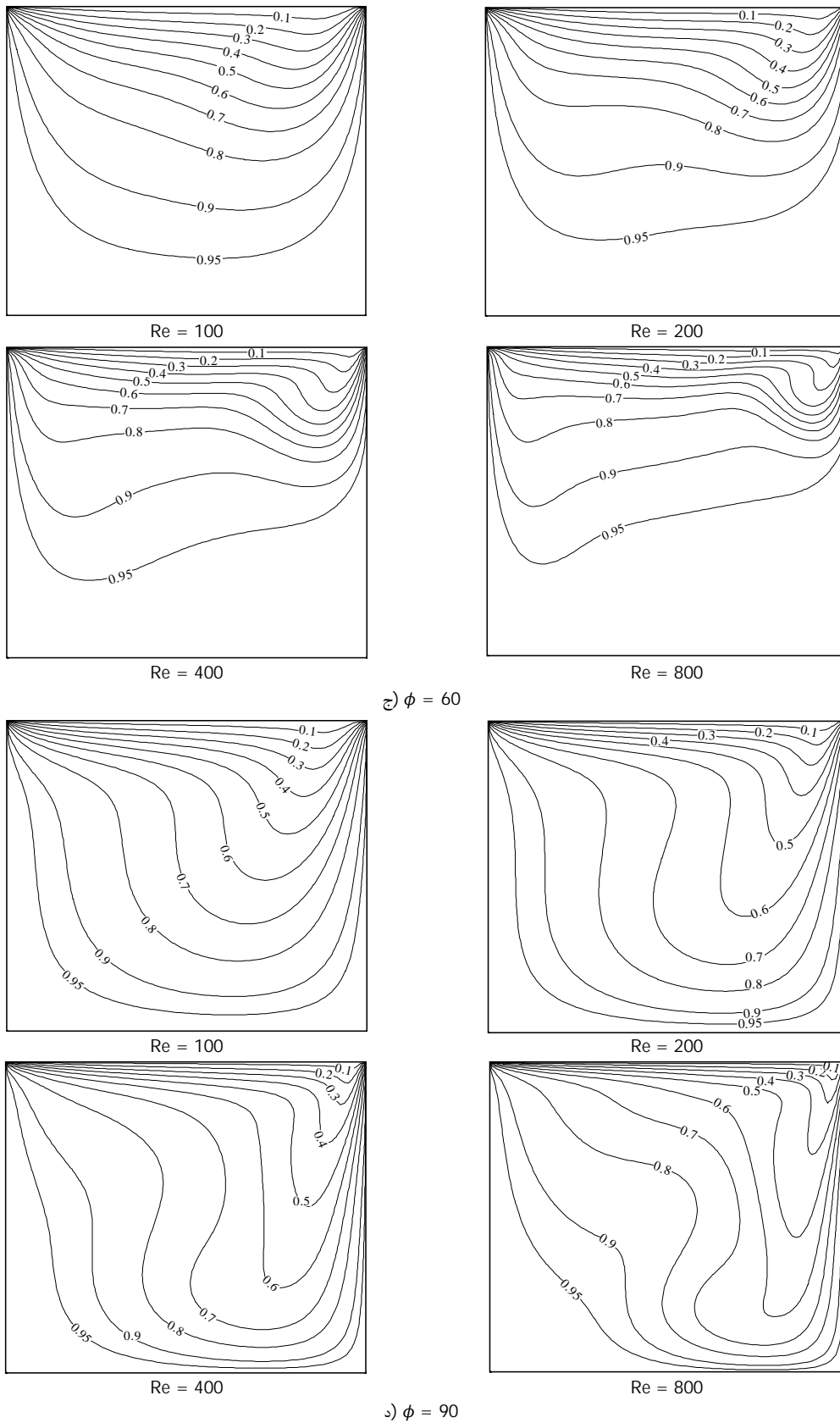
Re = 400



Re = 800

ب)  $\phi = 30$

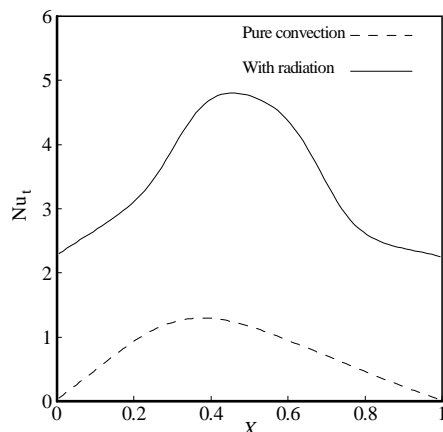




**Fig. 6** Effect of Reynolds number on isotherms in inclination angle 0-90

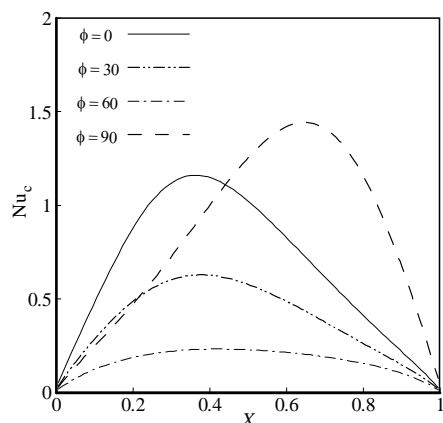
( $Ri = 1, RC = 10, \omega = 0.5, \tau = 0.1$ )

شکل 6 اثر عدد رینولدز بر خطوط دما ثابت در زوایای شیب 0-90



**Fig. 9** Distributions of  $Nu_t$  along the bottom wall of cavity for pure convection and convection-radiation cases

شکل 9 توزیع عدد ناسلت کل در طول دیوار پایین برای حالت جابه‌جایی خالص و جابه‌جایی-تشنش ( $Re = 200, RC = 5, \omega = 0.5, \tau = 0.1, \phi = 0$ )



**Fig. 10** Distributions of  $Nu_c$  along the bottom wall of cavity for different inclination angles

شکل 10 توزیع عدد ناسلت جابه‌جایی در طول دیوار پایین برای زوایای شیب مختلف ( $Re = 200, RC = 10, \omega = 0.5, \tau = 0.1$ )

تغییرات عدد ناسلت جابه‌جایی با تغییر در زاویه شیب برای حالتی که  $Re = 200$  و در شکل 10 نشان داده شده است. با مشاهده شکل 10 می‌توان چنین نتیجه گرفت که با شیب‌دار شدن محفظه عدد ناسلت جابه‌جایی یک رفتار کاهشی-افزایشی خواهد داشت. در زوایای  $30^\circ$  و  $60^\circ$  درجه ناسلت جابه‌جایی کاهش می‌یابد و با افزایش زاویه شیب از  $60^\circ$  به  $90^\circ$  درجه یک افزایش در عدد ناسلت رخ می‌دهد. دلیل این رفتار را می‌توان با مشاهده تغییرات الگوی جریان و خطوط دما ثابت (شکل‌های 5 و 6) چنین استنباط کرد که با شیب‌دار شدن محفظه، الگوی جریان به گونه‌ای تغییر می‌یابد که در زوایای  $30^\circ$  و  $60^\circ$  درجه، توزیع دمای به نسبت یکنواختی در داخل محفظه حکم فرماست و موجب کاهش گرادیان‌های دما و کاهش عدد ناسلت جابه‌جایی شده است.

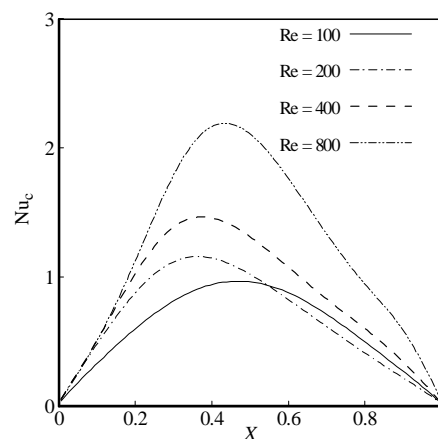
## 6- نتیجه‌گیری

در مطالعه کنونی، جریان جابه‌جایی ترکیبی گازهای تابشی در یک محفظه شیب‌دار دوبعدی به روش عددی مورد بررسی قرار گرفت. نتایج حاصل از این مطالعه را می‌توان به صورت زیر جمع‌بندی کرد.

- انتقال حرارت در حالت جابه‌جایی-تابش در مقایسه با جابه‌جایی خالص بیشتر است.

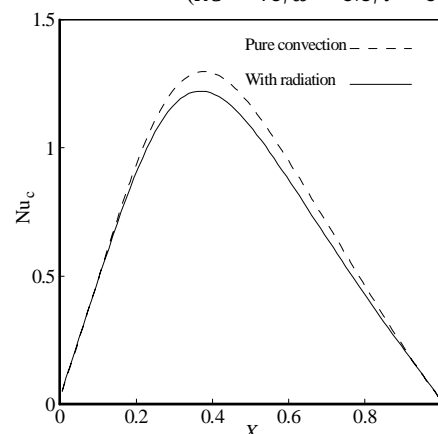
شکل 7 تغییرات عدد ناسلت جابه‌جایی با تغییر در عدد رینولدز در طول دیوار گرم پایین را نشان می‌دهد. همان‌گونه که شکل نشان می‌دهد افزایش عدد رینولدز موجب افزایش عدد ناسلت جابه‌جایی می‌شود. همان‌گونه که از شکل مشخص است مینیمم مقدار ناسلت جابه‌جایی در گوشه‌ها (در محل نقاط سکون) و بیشینه مقدار آن تقریباً در میانه دیوار پایین رخ می‌دهد.

تغییرات عدد ناسلت جابه‌جایی و کل در طول دیوار گرم پایین در دو حالت جابه‌جایی خالص و حالت جابه‌جایی-تابش مقایسه شده که در شکل 8 نشان داده شده است. همان‌گونه که شکل 8 نشان می‌دهد، اثرات تشعشی محیط منجر به کمی کاهش، در عدد ناسلت جابه‌جایی می‌شود. دلیل این رفتار را می‌توان چنین توضیح داد که انتقال حرارت تشعشی موجب توزیع دمای یکنواخت‌تری در محفظه و منجر به کاهش گرادیان‌های دما و در نتیجه عدد ناسلت جابه‌جایی می‌شود. با توجه به شکل 9 که عدد ناسلت کل را در دو حالت جابه‌جایی خالص و جابه‌جایی-تابش مقایسه می‌کند می‌توان دریافت که اثرات تشعشی منجر به افزایش عدد ناسلت کل و در نتیجه افزایش انتقال حرارت خواهد بود.



**Fig. 7** Distributions of  $Nu_c$  along the bottom surface of cavity at different Reynolds numbers

شکل 7 توزیع عدد ناسلت جابه‌جایی در طول دیوار پایین برای اعداد رینولدز مختلف ( $RC = 10, \omega = 0.5, \tau = 0.1, \phi = 0$ )



**Fig. 8** Distributions of  $Nu_c$  along the bottom wall of cavity for pure convection and convection-radiation cases

شکل 8 توزیع عدد ناسلت جابه‌جایی در طول دیوار پایین برای حالت جابه‌جایی-تشنش و جابه‌جایی خالص ( $Re = 200, RC = 5, \omega = 0.5, \tau = 0.1, \phi = 0$ )

- با افزایش زاویه شیب از  $0^\circ$  -  $90^\circ$ ، ناسلت جابه‌جایی یک رفتار کاهش‌یافته -  
افزایشی خواهد داشت و بیشترین انتقال حرارت در زاویه شیب  $90^\circ$  و  
کمترین انتقال حرارت در زاویه شیب  $60^\circ$  خواهد بود.
- توزیع دمای محفظه در زوایای شیب  $30^\circ$  و  $60^\circ$  درجه، در رینولدزهای  
بررسی شده، حالت یکنواخت‌تری در مقایسه با حالت بدون شیب و  
شیب  $90^\circ$  درجه دارد.

## 7- فهرست علائم

$\sigma_s$	ضریب پخش	$A_x, A_y$	مساحت سطوح حجم کنترل
$\varepsilon$	ضریب صدور سطوح	$c_p$	گرمای ویژه سیال
$\mu$	ویسکوزیته دینامیکی	$g$	شتاب گرانش
$\nu$	ویسکوزیته سینماتیکی	Gr	عدد گرافش
$\omega$	ضریب البدو	$h$	ضریب انتقال حرارت
$\rho$	چگالی	$k$	ضریب هدایت حرارتی
$\tau$	ضخامت اپتیکی	$L$	طول محفظه
$\theta$	دمای بدون بعد	$NU_c$	عدد ناسلت جابه‌جایی
$\theta_1, \theta_2$	اعداد بدون بعد دمایی	$NU_f$	عدد ناسلت تشعشی
		$NU_t$	عدد ناسلت کل

## زیر نویس‌ها

$b$	جسم سیاه
$c$	جابه‌جایی و سرد
$h$	داغ
$p$	نقطه مرکزی
$r$	تشعشی
$t$	کل
$w$	دیوار

## 8- مراجع

$n_w$	بردار واحد خروجی، عمود بر سطح
$P$	فشار
$P$	فشار بدون بعد
Pr	عدد پرانتل
$q_c$	شار حرارتی جابه‌جایی
$q_r$	شار حرارتی تشعشی
$q^*$	شار حرارتی بدون بعد
$r$	بردار مکان
RC	پارامتر هدایت - تشعشع
Re	عدد رینولدز
Ri	عدد ریچاردسون
$S$	جمله چشمه
$S^*$	جمله چشمه بدون بعد
$\vec{s}$	بردار مسیر هندسی
$T$	دما
$u, v$	مؤلفه افقی و عمودی سرعت
$U, V$	مؤلفه افقی و عمودی بدون بعد سرعت
$U_0$	سرعت مرز متحرک
$w$	ضریب وزنی وابسته به هر مسیر
$x, y$	مختصات ابعادی
$X, Y$	مختصات بدون بعد

## علائم یونانی

$\alpha$	ضریب نفوذ حرارتی
$\beta$	ضریب میرایی
$\varphi$	تابع پخش فازی
$\phi$	زاویه شیب
$\Omega$	زاویه فضایی
$\sigma$	ضریب استفن - بولتزمن
$\sigma_a$	ضریب جذب

- Diego, Chapter 16, 2003.
- [19] S. V., Patankar, D. B. Spalding, A calculation procedure for heat, mass and momentum transfer in three-dimensional parabolic flows. *Heat and Mass Transfer*, Vol. 15, No. 10, pp. 1787–1806, 1972.
- [20] R. Iwatsu, J.M. Hyun, K. Kuwahara, Mixed convection in a driven cavity with a stable vertical temperature gradient, *Heat and Mass Transfer*, Vol. 36, No. 6, pp. 1601–1608, 1993.
- [21] Eiyad Abu-Nada, Ali J. Chamkha, Mixed convection flow in a lid-driven inclined square enclosure filled with a nanofluid, *Mechanics B/Fluids*, Vol. 29, No. 6, pp. 472–482, 2010.
- [22] S. K. Mahapatra, B. K. Dandapat, A. Sarkar, Analysis of combined conduction and radiation heat transfer in presence of participating medium by the development of hybrid method, *Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer*, Vol. 102, No. 2, pp. 277–292, 2006.
- convection in an inclined lid-driven cavity with opposing thermal buoyancy force: Effect of non-uniform heating on both side walls, *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 265, pp. 938–948, 2013.
- [15] M. Atash Afrooz, S. A. Gandjalikhan Nassab, Simulation of laminar mixed convection recess flow combined with radiation heat transfer, *Science and Technology, Transactions of Mechanical Engineering*, Vol. 37, No. M1, pp. 71–75, 2013.
- [16] H. Chiu, J. Jang, W., Yan, Mixed convection heat transfer in horizontal rectangular ducts with radiation effects, *Heat and Mass Transfer*, Vol. 50, No. 15, pp. 2874–2882, 2007.
- [17] S. K. Mahapatra, P. Nanda, A. Sarkar, Interaction of mixed convection in two-sided lid driven differentially heated square enclosure with radiation in presence of participating medium, *Heat and Mass Transfer*, Vol. 42, No. 8, pp. 739–757, 2006.
- [18] M. F. Modest, *Radiative Heat Transfer*, Academic Press, San