

کنترل غیر خطی مقاوم H_{∞} و پیش‌بین برای ردیابی مسیر کوادروتور با استفاده از تخمین پارامترهای سیستم

صدرا برجی منفرد^۱، احمد کلهر^{۲*}، محمد علی امیری آتشگاه^۳

- ۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی هوا فضا، دانشگاه تهران، تهران
 - ۲- استادیار، مهندسی برق کنترل، دانشگاه تهران، تهران
 - ۳- استادیار، مهندسی هوا فضا، دانشگاه تهران، تهران
- * تهران، صندوق پستی 14395-1561 akalhor@ut.ac.ir

چکیده

در این مقاله به طراحی استراتژی کنترلی برای یک ربات پرنده بدون سرنشین چهار پره برای ردیابی مسیر مطلوب پرداخته شده است. ابتدا معادلات دینامیکی توسط فرمول اویلر- لگرانز استخراج شده است. سپس از روش کنترلی خطی پیش‌بین بر مبنای خطای فضایی حالت برای ردیابی حرکات انتقالی و از کنترل غیر خطی مقاوم H_{∞} برای پایدارسازی حرکات چرخشی کوادروتور و داغشناش خارجی استفاده شده است. در هر دو روش کنترلی از انتگرال خطای موقیت استفاده شده است که باعث دستیابی به یک خطای حالت ماندگار پوچ در برای اغتشاش پایدار ورویدی به سیستم می‌شود. اغتشاش خارجی به صورت گشتاورهای آبرو دینامیکی در نظر گرفته شده است. با افزایش نامعینی در جرم و ممان‌های اینرسی سیستم کنترل طراحی شده، به صورت کامل قادر به ردیابی و پایدارسازی نمی‌باشد، لذا برای حذف اثر نامعینی پارامتری و افزایش قوام سیستم در برایر این نامعینی‌ها از روش حداقل مربعات بازگشتی برای تخمین پارامترهای جرم و اینرسی که خطی می‌باشد، استفاده شده است. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که سیستم کنترلی طراحی شده با وجود تخمین پارامترهای سیستم، عملکرد مناسبی در پایدارسازی و ردیابی مسیر مطلوب و داغشناش خارجی و نامعینی‌های پارامتری دارد.

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل	دریافت: 07 اردیبهشت 1395
پذیرش: 11 خداداد 1395	ارائه در سایت: 23 تیر 1395
کلید واژگان:	کوادروتور

کنترل غیر خطی مقاوم H_{∞}
کنترل پیش‌بین
تخمین پارامتر
حداقل مربعات بازگشتی

Robust Nonlinear H_{∞} and MPC Control for Path Tracking of a Quadrotor through Estimation of System Parameters

Sadra Borji Monfared¹, Ahmad Kalhor^{*2}, Mohammadali Amiri Atashgah¹

1-Department of Aerospace engineering, University of Tehran, Tehran, Iran

2- School of Electrical and Computer Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran

* P.O.B. 14395-1561, Tehran, Iran, akalhor@ut.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 26 April 2016
Accepted 31 May 2016
Available Online 13 July 2016

Keywords:

Quadrotor
Nonlinear Robust H_{∞}
Predictive Control
Parameter Estimation
Recursive Least Squares

ABSTRACT

In this paper, a trajectory tracking control strategy for a quadrotor flying robot is developed. At first, dynamic model is obtained by Lagrange-Euler approach. Then, control structure, consisting of a model-based predictive controller, has been used based on state space error to track transitional movements for reference trajectory and also robust nonlinear H_{∞} control is applied for stabilizing the rotational movements and rejecting the external disturbance. In both controllers the integral of the position error is considered, allowing the achievement of a null steady-state error when sustained disturbances are acting on the system. The external disturbances are considered as aerodynamic torques. If uncertainties increase, the designed control system unable to path tracking properly. So finally, in order to eliminate the effects of parameter uncertainties the recursive least squares is used for estimating mass and moment inertia parameters which are linear and it is applied to the control system. Simulation results show that by using estimation of system parameters, the proposed control system has a promising performance in terms of stabilization and position tracking even in the presence of external disturbance and parametric uncertainties.

1- مقدمه

برداری، بازرسی خطوط انتقال نفت و خطوط فشار قوی، کشف آتش سوزی- ها، استفاده در محیط‌های خطرناک و غیرقابل دسترس، نظارت بر مزه‌ها، نظارت بر ترافیک در مناطق شهری، کشاورزی و جنگل داری اشاره کرد [۱]. کوادروتور در طبقه بندی وسایل هوایی در بخش پرنده‌های هوایی بدون سر نشین عمود پرواز به شمار می‌آید. این نوع از پرنده‌های بدون سر نشین، بدون خلبان هستند. علاوه بر آن، می‌توانند از راه دور توسط انسان کنترل و هدایت

امروزه علاقه‌های رو به رشدی در توسعه سیستم هوایی بدون سرنشین عمود پرواز^۱ با قابلیت‌های پردازندۀ مستقل پیشرفته به وجود آمده است. توسعه کاربردهای این پرنده‌ها به دلیل مزیت‌های فراوانی که دارد، بسیار گستردۀ شده است. از جمله کاربردهای آن می‌توان به ماموریت‌های شناسایی، عکس

^۱ Vertical Short Take Off Landing (VSTOL)

Please cite this article using:

S. Borji Monfared, A. Kalhor, M. Amiri Atashgah, Robust Nonlinear H_{∞} and MPC Control for Path Tracking of a Quadrotor through Estimation of System Parameters, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 7, pp. 32-42, 2016 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

در [7] از کنترل غیر خطی مد لغزشی بر اساس مشاهده گر اغتشاش برای ریدیابی مسیر مطلوب، و از کنترل مقاوم H[∞] برای پایدار سازی حرکات چرخشی استفاده شده است. برای حل معادله همیلتون - ژاکوبی-ایزاک² از روش سری تیلور استفاده شده است که در عین سادگی کار مقدار تقریبی از جواب را می‌دهد.

ساختار شناسایی کوادراتور شامل تعریف جرم، ممان اینرسی و اینرسی روتور می‌باشد. از دو روش برای شناسایی ساختار کوادراتور معمولاً استفاده می‌شود. روش اول محاسبه این پارامترها با استفاده از معادله اصلی جرم برای ممان اینرسی می‌باشد، اما این روش بسیار دشوار است و برای اشکال پیچیده دقیق نیست. روش دوم بهره گیری از شناسایی آنلاین با الگوریتم‌های شناسایی برای تخمین این پارامترها می‌باشد، در عین حال که دقیق تر می‌باشد، محاسبات بیشتری را شامل می‌شود [8].

هدف از این مقاله طراحی کنترل مقاوم غیر خطی H[∞] به کمک کنترلر پیش‌بین و استفاده از تکنیک حداقل مربعات بازگشتی برای شناسایی نامعینی پارامتری از قبیل جرم و ممان اینرسی می‌باشد.

در بخش 2 مدل دینامیکی کوادراتور بررسی شده است. در بخش 3 به طراحی کنترلر پیش‌بین پرداخته شده است. در بخش 4 کنترلر مقاوم غیر خطی H[∞] طراحی شده است. در بخش 5 شناسایی سیستم گنجانده شده است. و در نهایت در بخش 6 نتایج و نمودارها آورده شده است.

2- مدل سازی دینامیکی

اصولاً از دو روش نیوتون- اویلر و اویلر- لاگرانژ برای بیان مدل دینامیکی استفاده می‌شود که در این مقاله از روش اویلر- لاگرانژ استفاده شده است.

2-1- دینامیک کوادراتور

ربات چهار پره، دارای شش درجه آزادی در فضا بوده که سه درجه آن مربوط به زوایا برای موقعیت چرخشی و سه درجه آن مربوط به حرکت انتقالی مرکز جرم می‌باشد. جهت تعیین وضعیت چرخشی، دو دستگاه مختصات اینرسی و بدنه در نظر گرفته می‌شود. دستگاه مختصات اینرسی بر روی زمین ثابت شده است. در این دستگاه صفحه XY در راستای افق و محور Z در راستای عمود بر آن و در خلاف جاذبه‌ی زمین قرار می‌گیرد. در دستگاه بدنه مرکز آن منطبق بر مرکز جرم کوادراتور می‌باشد. در این حالت محور X در راستای محور انصال‌های روتور راست و چپ بوده و محور Y در راستای محور اتصال روتورهای جلو و عقب می‌باشد. محور Z نیز در راستای عمود بر محور X و Y بوده و جهت آن نیز به کمک قانون دست راست تعیین می‌شود. شکل 1 تصویر یک کوادراتور را در دو دستگاه اینرسی و بدنه نشان می‌دهد.

در ربات چهار پره هر روتور گشتاور معینی حول مرکز دوران روتور ایجاد می‌کند که ملخ‌های به کار گرفته شده یکسان نبوده و به دو دسته تیغه‌های راستگرد و چپگرد تقسیم می‌شوند که خلاف یکدیگر می‌چرخدن. همانطور که در شکل 2 مشاهده می‌شود، یکسان بودن گشتاورهای این روتورها منجر به ثابت بودن کوادراتور حول مرکز گرانش خواهد شد. برای ایجاد حرکات انتقالی پرنده به سمت روتور با سرعت چرخش کمتر متمایل می‌شود و باعث می‌شود تا نیروی تراست، مولفه‌ای در آن جهت پیدا کند. قابل ذکر است که در ساختار کوادراتور کوپلینگ وجود دارد به این معنا که پرنده نمی‌تواند بدون داشتن حرکت رول یا پیچ حرکت انتقالی داشته باشد و همین عامل باعث می‌شود که با چهار ورودی بتونیم شش درجه آزادی را کنترل نماییم.

²Hamilton-Jacobi-Isaacs

شوند و یا می‌توانند مستقل باشند. مزیت‌های استفاده از این وسیله: ظرفیت حمل بار، سادگی ساختار وسیله، قابلیت مانورپذیری بالا، داشتن قیود کم در حرکت، هزینه کم تعمیر و نگهداری می‌باشد. در عین حال تحقیقات بر روی آن به دلیل رفتار به شدت غیر خطی کاملاً مشکل است. مدل دینامیکی آن دارای خواص زیر فعال، غیرخطی، اتصال قوی و بی ثباتی استاتیک می‌باشد، از محدودیت برد و زمان پرواز برخوردار است و ساخت مدل دقیق با توجه به مدل انتزاعی آن مشکل است. برای بهبود عملکرد این وسائل در زمینه کنترل دو راه وجود دارد. روش اول ساختن مدل دینامیک دقیق و دومی طراحی کنترلی که نیاز دقیقت‌تری به مدل دینامیک نداشته باشد. بنابراین تحقیقات نظری در بخش‌های کنترلی یکی از مسائل محبوب، در حال حاضر بوده است [2].

کنترل مقاوم یکی از استراتژی‌های طراحی سیستم‌های کنترل است که در آن بر روی پایداری و مقاوم بودن سیستم کنترلی در مقابل اغتشاش تاکید می‌شود و هدف از طراحی، ایجاد یک سیستم کنترلی است که تغییرات در شرایط سیستم، کمترین اثر در خروجی را داشته باشد. به عبارت دیگر، افزایش قابلیت اطمینان سیستم، مهم‌ترین هدفی است که در طراحی کنترل مقاوم بد نظر قرار می‌گیرد. به ویژه، تامین عملکرد مناسب و یا پایداری در حضور عوامل نامعین، دینامیک‌های مدل نشده و یا عوامل مزاحم مانند اغتشاش و ورودی‌های ناخواسته، از جمله اصلی ترین اهداف در طراحی سیستم‌های کنترل مقاوم است.

در بررسی عملکرد کنترل غیر خطی H[∞] با این مسئله مواجهیم که این کنترلر از آنجا که فقط برای بررسی پایداری و کنترل وضعیت به کار می‌رود، و در مورد کوادراتور فقط به بررسی پایدار بودن و مقاومت در حرکات چرخشی و کنترل زوایای اویلر می‌پردازد، در پژوهش‌های کنترلی دیگری بسته به تنهایی به ندرت استفاده شده و با روش‌های کنترلی دیگری بسته به اهداف تعریف شده از قبیل کنترل مود لغزشی، پسگام انگرالی، کنترل پیش‌بین و سایر رویکردها ادغام شده است.

در [3] تأثیر یک کنترلر H[∞] در سیستم حلقه بسته برای کنترل موقعیت ربات پرنده چهار پره مورد مطالعه قرار گرفته است. شبیه سازی بر اساس یک مدل غیر خطی منجر به نتایج رضایت‌بخشی گردیده است. مقاوم بودن، ریدیابی خوب مرجع و رد اغتشاش به لطف یک معماری دو درجه آزادی نشان داده شده است.

در [4] یک کنترل غیر خطی H[∞] برای محاسبه کنترل اعمال شده بر روی کوادراتور ارائه شده است. این کنترلر بر اساس مدل ربات پرنده شش درجه آزادی با آگاهی از هر دو درجه آزادی فعال و غیر فعال فعال شده است. برای حل مسئله ریدیابی مسیر، یک حلقه کنترل بیرونی اجرا شده است که به عنوان تولید ریدیاب استفاده می‌شود. با استفاده از یک مرجع مسیر قبل از شناخته شده، از استراتژی کنترل پیش‌بین¹ بر اساس مدل خطای حرکت XY برای تولید زاویه مرجع لازم استفاده شده است و نامعینی‌های پارامتری را تا 20% و در [5] تا 30% پوشش می‌دهد.

در [6] یک استراتژی کنترل مقاوم H[∞] برای حل مسئله ریدیاب مسیر برای یک هلیکوپتر چهار پره ارائه شده است. این ساختار کنترل اغتشاش خارجی، مانند نیروهای آبرودینامیکی و گشتاورها را در تمام شش درجه آزادی و کوپلینگ بین حرکات طولی و سمتی را در نظر گرفته است و عدم قطعیت پارامتری و دینامیک مدل نشده را تا 40% در نظر گرفته است.

¹ Model Predictive Control(MPC)

زاویه‌ای در دستگاه بدنی $\omega^B = [p \ q \ r]^T$ و تصویر آن در دستگاه اینرسی برابر با $\dot{\psi} = [\phi \ \theta \ \psi]$ است. معادلات سینماتیکی حرکات انتقالی و چرخشی بوسیله ماتریس چرخش بدست می‌آیند. معادله سینماتیکی انتقالی به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$V^I = R^r \cdot V^B \quad (2)$$

که $V^B = [u_L \ v_L \ w_L]^T$ و $V^I = [u_0 \ v_0 \ w_0]^T$ به ترتیب سرعت‌های خطی مرکز جرم کوادروتور در فریم اینرسی و بدنی ثابت می‌باشند. معادلات سینماتیکی چرخشی نیز با استفاده از ماتریس چرخش و بعد از ساده سازی به صورت زیر می‌باشد:

$$\dot{\eta} = W_{\eta}^{-1} \omega \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin\phi \tan\theta & \cos\phi \tan\theta \\ 0 & \cos\phi & -\sin\phi \\ 0 & \sin\phi \sec\theta & \cos\phi \sec\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (4)$$

که $\omega = [p \ q \ r]^T$ و $\eta = [\phi \ \theta \ \psi]^T$ به ترتیب بردار سرعت‌های زاویه‌ای فریم بدنی ثابت می‌باشند.

3-2- معادلات اویلر-لاگرانژ
لاگرانژین \mathcal{L} کاستن جمع انرژی‌های انتقالی E_{trans} و چرخشی E_{rot} از انرژی پتانسیل E_{pot} است:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(q, \dot{q}) &= E_{\text{trans}} + E_{\text{rot}} - E_{\text{pot}} \\ &= \left(\frac{m}{2}\right) \dot{\xi}^T \dot{\xi} + \left(\frac{1}{2}\right) v^T I v - mgz \end{aligned} \quad (5)$$

معادله اویلر-لاگرانژ با نیرو و گشتاور خارجی به صورت زیر نشان داده می‌شود:

$$f = RT_B = m\ddot{\xi} + mg \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

عبارات خطی و زاویه‌ای مستقل از همدیگر هستند. بنابراین می‌توان معادلات آنها را جدا کرد. نیروی خارجی خطی تراست نهایی رتورها می‌باشد.

معادله خطی اویلر-لاگرانژ به صورت زیر است:

$$f = RT_B = m\ddot{\xi} + mg \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

ماتریس ژاکوبین $J(\eta)$ از v به $\dot{\eta}$ برابر است با:

$$J(\eta) = W_{\eta}^T I W_{\eta} \quad (8)$$

$$= \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & -I_{xx}S_{\theta} \\ 0 & I_{yy}C_{\phi}^2 + I_{zz}S_{\phi}^2 & (I_{yy} - I_{zz})C_{\phi}S_{\phi}S_{\theta} \\ -I_{xx}S_{\theta} & (I_{yy} - I_{zz})C_{\phi}S_{\phi}C_{\theta} & I_{xx}S_{\theta}^2 + I_{yy}S_{\phi}^2C_{\theta}^2 + I_{zz}C_{\phi}^2C_{\theta}^2 \end{bmatrix}$$

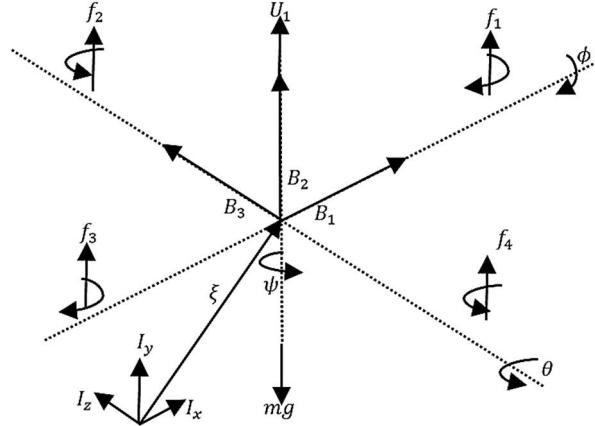
بنابراین انرژی چرخشی E_{rot} در فریم اینرسی به صورت زیر می‌تواند بیان شود:

$$E_{\text{rot}} = \left(\frac{1}{2}\right) v^T I v = \left(\frac{1}{2}\right) \ddot{\eta}^T J \ddot{\eta} \quad (9)$$

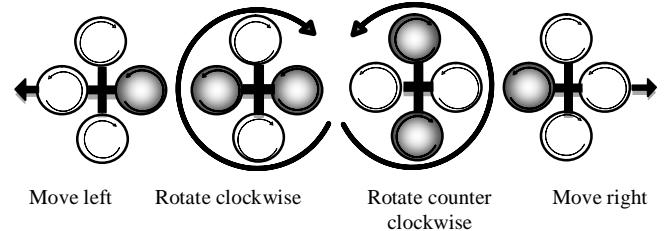
نیروی زاویه‌ای خارجی گشتاور رتورها می‌باشد. معادله اویلر-لاگرانژ زاویه‌ای عبارت است از:

$$\tau = \tau_B = J\ddot{\eta} + \frac{d}{dt}(J)\dot{\eta} - \frac{1}{2} \frac{d}{d\eta} (\dot{\eta}^T J \dot{\eta}) = J\ddot{\eta} + C(\eta, \dot{\eta})\dot{\eta} \quad (10)$$

که $C(\eta, \dot{\eta})$ عبارت کریولیس می‌باشد و وابسته به ماتریس اینرسی بوده $C(\eta, \dot{\eta}) = C(\eta, \dot{\eta}) + C(\eta, \dot{\eta})^T$ که به صورت معادله (11) تعریف می‌شود:



شکل ۱ نمایی از ساختار ربات پرنده چهار پره



شکل ۲ مکانیزم حرکت کوادروتور، ضخامت فلش‌ها بیانگر سرعت چرخش رتورها [9]

2- استخراج معادلات

در این بخش معادلات سینماتیکی و دینامیکی با فرضیات زیر استخراج شده اند:

- مرکز جرم و مبدأ دستگاه مختصات بدنی بر هم منطبق می‌باشند.
- ساختار کوادروتور و رتورها صلب درنظر گرفته شده اند.
- ساختار کوادروتور متقاضان در نظر گرفته می‌شود که منجر به قطری شدن ماتریس تانسور اینرسی می‌شود [10].

بردار $\xi = \{x, y, z\}$ بیانگر موقعیت مرکز جرم می‌باشد. جهت‌گیری وسیله با ماتریس چرخش: $R_r: B \rightarrow I$: $B \in SO(3)$ بیان می‌شود که R_r ماتریس چرخش متعامد می‌باشد. این ماتریس چرخش با سه گردش حول محورهای فریم ثابت بدنی بدست می‌آید. اولین چرخش حول محور E_x بوسیله زاویه رول ($0 < \phi < \pi/2$)، زاویه پیچ حول محور E_y بوسیله ($-\pi/2 < \theta < \pi/2$) و زاویه یاو حول محور E_z بوسیله ($-\pi < \psi < \pi$) می‌شود. در نهایت ماتریس چرخش از مختصات بدنی به اینرسی به صورت زیر بیان می‌شود:

$$R_r = \begin{bmatrix} c\psi c\theta & c\psi s\theta s\phi - s\psi c\phi & c\psi s\theta c\phi + s\psi s\phi \\ s\psi c\theta & s\psi s\theta s\phi + c\psi c\phi & s\psi s\theta c\phi - c\psi s\phi \\ -s\theta & c\theta s\phi & c\theta s\phi \end{bmatrix} \quad (1)$$

که عبارات $c\theta = \cos(\theta)$ و $s\theta = \sin(\theta)$ می‌باشد.

تصویر بردار سرعت خطی در دستگاه بدنی $V^B = [u \ v \ w]^T$ و تصویر آن در دستگاه چسیبیده به زمین برابر $V^I = [\dot{X} \ \dot{Y} \ \dot{Z}]^T$ و تصویر بردار سرعت

$$u_y(t) = (\sin\psi(t)\sin\theta(t)\cos\phi(t) - \cos\psi(t)\sin\phi(t)) \quad (16)$$

معادله (14) نشان می‌دهد که حرکت در جهت X و Y به بهره ورودی کنترلی U_1 وابسته است. در حقیقت U_1 بردار تراست نهایی را برای حرکات خطی مورد نظر طراحی می‌کند، در حالی که u_x و u_y جهت U_1 را که منجر به حرکت در محورهای X و Y است فراهم می‌کند.

هدف این روش تضمین ردیابی مسیر مرجع مشخص شده بدون هر خطای جابه‌جایی می‌باشد. با این حال با توجه به این واقعیت که جهت‌گیری مختصات با زمان در حال تغییر است، چهار پره یک مرجع مجازی با همان مدل ریاضی کوادراتور دارد:

$$\dot{\hat{x}}_{\text{ref}}(t) = f(\hat{x}_{\text{ref}}(t), \hat{u}_{\text{ref}}(t)) \quad (17)$$

$\hat{x}_{\text{ref}}(t) = [z_{\text{ref}}(t) \ w_{0,\text{ref}}(t) \ x_{\text{ref}}(t) \ u_{0,\text{ref}}(t) \ x_{\text{ref}}(t) \ v_{0,\text{ref}}(t)]^T$ که $\hat{u}_{\text{ref}}(t) = [U_{1,\text{ref}} \ u_{x,\text{ref}} \ u_{y,\text{ref}}]^T$ به ترتیب وضعیت مرجع و ورودی کنترل می‌باشد.

با کم کردن معادله (14) از (17) و استفاده از روش اویلر خطای مدل انتقالی به صورت مدل خطی گستته به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$\ddot{x}(k+1) = A \cdot \tilde{x}(k) + B(k) \cdot \tilde{u}(k) \quad (18)$$

که $\tilde{u}(k) = \hat{u}(k) - \hat{u}_{\text{ref}}(k)$ بردار خطأ و $\tilde{x}(k) = \hat{x}(k) - \hat{x}_{\text{ref}}(k)$ ورودی خطای کنترل می‌باشد.

بنابراین خطای مدل (18) به دو بخش خطای ارتفاع و خطای X و Y تقسیم می‌شود:

$$\begin{aligned} \tilde{x}_z(k+1) &= \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & T \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{z}(k) \\ \tilde{w}_0(k) \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} T \\ m \end{bmatrix} (\cos\theta(k)\cos\phi(k)) + \frac{A_z}{m} \tilde{U}_1(k) \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \tilde{x}_{xy}(k+1) &= \begin{bmatrix} 1 & T & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & T & 1 & T \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{x}(k) \\ \tilde{u}_0(k) \\ \tilde{y}(k) \\ \tilde{v}_0(k) \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} T \\ m U_1(k) + \frac{A_x}{m} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ T \\ m U_1(k) + \frac{A_y}{m} \end{bmatrix} \tilde{U}_1(k) \end{aligned} \quad (20)$$

که T زمان نمونه برداری می‌باشد که باید به اندازه کافی کوچک انتخاب شود که تمام خطاهای مکانی را پوشش دهد و به اندازه کافی بزرگ انتخاب شود که پایداری حلقه بسته سیستم در حالت پایدار را شامل شود.

ایده استفاده شده در این کنترلر شامل محاسبه قانون کنترلی در کمینه کردنتابع زیر می‌باشد [12]:

$$\begin{aligned} J_z &= [\hat{X} - \tilde{X}_{\text{zr}}]^T Q_z [\hat{X} - \tilde{X}_{\text{zr}}] \\ &\quad + [\tilde{U}_1 - \tilde{X}_{1r}]^T R_z [\tilde{U}_1 - \tilde{X}_{1r}] \end{aligned} \quad (21)$$

که R_z و Q_z وزن‌های مثبت معین قطری هستند و پیش‌بینی خروجی سیستم $\hat{x}_z(k+j|k)$ با استفاده از مدل فضای حالت متغیر با زمان، از معادله (22) بدست می‌آید:

$$\hat{x}_z = P_z(k|k) \cdot \tilde{X}_z(k|k) + H_z(k|k) \cdot \tilde{U}_1 \quad (22)$$

ماتریس P_z و H_z با استفاده از ماتریس A و B موجود در معادله (19) محاسبه می‌شود که در [12] آورده شده است. معادله $\tilde{U}_1(k) = U_1(k) -$

$$c_{ijk} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial J_{kj}}{\partial \eta_i} + \frac{\partial J_{ki}}{\partial \eta_j} - \frac{\partial J_{ij}}{\partial \eta_k} \right\}$$

$$c_{kj} = \sum_1^n c_{ijk}(\eta) \dot{\eta}_i = \sum_1^n \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial J_{kj}}{\partial \eta_i} + \frac{\partial J_{ki}}{\partial \eta_j} - \frac{\partial J_{ij}}{\partial \eta_k} \right\} \dot{\eta}_i$$

$$C(\eta, \dot{\eta}) = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix}$$

$$C_{11} = 0$$

$$C_{21} = (I_{zz} - I_{yy})(\dot{\theta}C_\phi S_\phi + \dot{\psi}S_\phi C_\theta) + (I_{yy} - I_{zz})\dot{\psi}C_\phi^2 C_\theta + I_{xx}\dot{\psi}C_\theta$$

$$C_{22} = (I_{zz} - I_{yy})\dot{\phi}C_\phi S_\phi$$

$$C_{23} = -I_{xx}\dot{\psi}S_\theta C_\theta + I_{yy}\dot{\psi}S_\phi^2 S_\theta C_\theta + I_{zz}\dot{\psi}C_\phi^2 S_\theta C_\theta$$

$$C_{31} = (I_{yy} - I_{zz})\dot{\psi}C_\theta^2 S_\phi C_\phi - I_{xx}\dot{\theta}C_\phi$$

$$C_{32} = (I_{zz} - I_{yy})(\dot{\theta}C_\phi S_\phi S_\theta + \dot{\phi}S_\phi^2 C_\theta)$$

$$+ (I_{yy} - I_{zz})\dot{\phi}C_\phi^2 C_\theta + I_{xx}\dot{\psi}S_\theta C_\theta$$

$$- I_{yy}\dot{\psi}S_\phi^2 S_\theta C_\theta - I_{zz}\dot{\psi}C_\phi^2 S_\theta C_\theta$$

$$C_{33} = (I_{yy} - I_{zz})\dot{\phi}C_\phi C_\phi C_\theta^2 - I_{yy}\dot{\theta}S_\phi^2 S_\theta C_\theta - I_{zz}\dot{\theta}C_\phi^2 C_\theta C_\theta + I_{xx}\dot{\theta}C_\theta C_\theta \quad (11)$$

با استفاده از معادله (7) و (10) معادلات حرکات انتقالی و چرخشی به صورت زیر حاصل می‌شود [11]:

$$\ddot{x} = \frac{1}{m} (\cos\psi\sin\theta\cos\phi + \sin\psi\sin\phi)U_1 + \frac{A_x}{m}$$

$$\ddot{y} = \frac{1}{m} (\sin\psi\sin\theta\cos\phi - \cos\psi\sin\phi)U_1 + \frac{A_y}{m}$$

$$\ddot{z} = -g + \frac{1}{m} (\cos\theta\cos\phi)U_1 + \frac{A_z}{m} \quad (12)$$

$$\dot{\eta} = J(\eta)^{-1}(\tau_\eta - C(\eta, \dot{\eta})\dot{\eta}) \quad (13)$$

که عبارات A_x , A_y و A_z نیروهای آیروдинامیکی می‌باشند.

3- طراحی کنترلر پیش‌بین بر اساس فضای حالت برای ردیابی مسیر

در این بخش قانون کنترلی برای ردیابی مسیر حرکات انتقالی طراحی شده است. برای این منظور یک استراتژی پیش‌بین فضای حالت خطی بر اساس خطای مدل ارائه شده است. از خطای مدل، دو کنترلر پیش‌بین اضافه شده است. اولین طراحی برای کنترل ارتفاع از طریق ورودی U_1 می‌باشد و دومین کنترلر سیگنال پارامتر متغیر با زمان برای حرکات خطی X و Y بر اساس ورودی مجازی می‌باشد.

بنابراین معادلات حرکت انتقالی جهت طراحی کنترلر به صورت فضای حالت $\hat{x}(t) = f(\hat{x}(t), \hat{u}(t))$ بازنویسی می‌شود. با استفاده از معادله و

بردار فضای حالت جدید معادله دینامیک به صورت (14) بیان می‌شود:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}(t) &= f(\hat{x}(t), \hat{u}(t)) \\ &= \begin{bmatrix} w_0(t) \\ -g + (\cos\theta(t)\cos\phi(t))\frac{U_1(t)}{m} + \frac{A_x}{m} \\ u_0(t) \\ u_x(t)\frac{U_1(t)}{m} + \frac{A_y}{m} \\ v_0(t) \\ u_y(t)\frac{U_1(t)}{m} + \frac{A_z}{m} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (14)$$

$$u_x(t) = (\cos\psi(t)\sin\theta\cos\phi(t) + \sin\psi\sin\phi) \quad (15)$$

$x = 0$ به ازای هر $T > 0$ وجود داشته باشد، به طوری که تابع $\omega: [0, T] \rightarrow \mathbb{R}^{m_1}$ به صورت تکه‌ای پیوسته باشد، آنگاه سیگنال‌های خارجی به صورت محلی بوسیله γ ضعیف می‌شوند، همچنین اگر عبارت x قابل اندازه‌گیری باشد و $t \in [0, T] \rightarrow \mathbb{R}^p$ و $z \in [0, T] \rightarrow \mathbb{R}^p$ قانون کنترل بهینه x به صورت زیر می‌باشد [15]:

$$\int_0^T \|z\|_2^2 dt \leq \gamma^2 \int_0^T \|\omega\|_2^2 dt dt \quad (28)$$

عبارت سمت چپ نامساوی را می‌توان به صورت زیر در نظر گرفت:

$$\|z\|_2^2 = z^T z = [h^T(x) \quad u^T] W^T W \begin{bmatrix} h(x) \\ u \end{bmatrix} \quad (29)$$

که ماتریس متقابن مثبت معین $W^T W$ به صورت زیر قابل بیان می‌باشد:

$$W^T W = \begin{bmatrix} Q & S \\ S & R \end{bmatrix} \quad (30)$$

که Q و R عبارت‌های مثبت معینی می‌باشند.

همیلتونین در رابطه با تعریف (28) به صورت (31) بیان می‌شود:

$$H(x, p, \omega, u) = p^T(f(x) + g_1(x)\omega + g_2(x)u) + \frac{1}{2}(\|h(x) + u(x)\|^2) - \gamma^2 \|x\|^2 \quad (31)$$

در مقاله [16] نشان داده شده است که اگر تابع هموار و مثبت $V(x)$ به صورت محلی در همسایگی مبدأ در \mathbb{R}^n وجود داشته باشد باید معادله (32) را ارضاء کند:

$$H(x, V_x^T) \stackrel{\text{def}}{=} H\left(x, V_x^T, \alpha_1(x, V_x^T), \alpha_2(x, V_x^T)\right) \quad (32)$$

معادله همیلتون-ژاکوبی-بلمن-ایزاک به صورت معادله (33) تعریف می‌شود:

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial^T V}{\partial x} f(x, t) + \frac{1}{2} \frac{\partial^T V}{\partial x} \left[\frac{1}{\gamma^2} g_1(x, t) g_1^T(x, t) \right. \\ \left. - g_2(x, t) R^{-1} g_2^T(x, t) \right] \frac{\partial V}{\partial x} \\ - \frac{\partial^T V}{\partial x} g_2(x, t) R^{-1} S^T h(x) \\ + \frac{1}{2} h^T(x) (Q - SR^{-1} S^T) h(x) \\ = 0 \end{aligned} \quad (33)$$

بنابراین با فرضیات فوق سیگنال کنترل بهینه $(x, t) u^*$ برای معادله (33) به صورت زیر استخراج می‌شود [17]:

$$u^* = -R^{-1}(S^T h(x) + g_2^T(x, t)) \frac{\partial V(x, t)}{\partial x} \quad (34)$$

حال برای توسعه کنترل غیر خطی H^∞ برای زیر سیستم چرخشی کوادراتور در معادله اویلر-لاگرانژ گشتاوری به عنوان گشتاور اغتشاش خارجی در نظر گرفته و بصورت (35) بازنویسی می‌کنیم:

$$\tau_\eta = \tau_{\eta_a} + \tau_{\eta_d} \quad (35)$$

که τ_{η_a} بردار گشتاور اعمالی و τ_{η_d} تاثیر نهایی مدلسازی سیستم و اغتشاش خارجی می‌باشد.

برای تجزیه و تحلیل قانون کنترلی ذکر شده ابتدا باید خطای ردیابی را به صورت (36) تعریف کنیم:

$$\hat{x} = \begin{bmatrix} \dot{\eta} \\ \ddot{\eta} \\ \int \tilde{\eta} dt \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\eta} - \dot{\eta}^d \\ \eta - \eta^d \\ \int (\eta - \eta^d) dt \end{bmatrix} \quad (36)$$

کنترل غیر خطی مقاوم H^∞ بیانگر خطای ارتفاع، و بردار ارتفاع مرجع هستند که از طریق معادله (23) حاصل می‌شوند:

$$\begin{aligned} \tilde{x}_{\text{zr}} &\triangleq \begin{bmatrix} \hat{x}_{\text{zr}}(k+1|k) - \hat{x}_{\text{zr}}(k|k) \\ \vdots \\ \hat{x}_{\text{zr}}(k+N_2|k) - \hat{x}_{\text{zr}}(k|k) \end{bmatrix} \\ \tilde{U}_{1\text{ref}} &\triangleq \begin{bmatrix} \tilde{U}_{1\text{r}}(k|k) - \tilde{U}_{1\text{r}}(k|k) \\ \vdots \\ \tilde{U}_{1\text{r}}(k+Nu-1|k) - \tilde{U}_{1\text{r}}(k-1|k) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (23)$$

برای کمینه کردن معادله (21) در حالتی که قیدی وجود ندارد، قانون کنترلی باید به صورت (24) بیان شود [13].

$$\begin{aligned} \tilde{U}_1 &= [H_z^T \cdot Q_z \cdot H_z + R_z]^{-1} \\ &\quad \cdot [H_z^T \cdot Q_z \cdot (\tilde{x}_{\text{zr}} - P_z \cdot \tilde{x}_z(k)) \\ &\quad + R_z \cdot \tilde{U}_{1\text{ref}}] \end{aligned} \quad (24)$$

بدین ترتیب $U_1(k) = \tilde{U}_1(k) + U_{1\text{ref}}(k)$ بدست می‌آید. در مرحله بعد اعمال ورودی کنترلی برای $u_x(k)$ و $u_y(k)$ می‌باشد، که فرایند بدست آوردن آن شبیه محاسبه $U_1(k)$ می‌باشد، قانون کنترلی برای حرکت Y به صورت زیر می‌باشد:

$$\begin{aligned} \tilde{U}_{xy} &= [H_{xy}^T \cdot Q_{xy} \cdot H_{xy} + R_{xy}]^{-1} \\ &\quad \cdot [H_{xy}^T \cdot Q_{xy} \\ &\quad \cdot (\tilde{x}_{xy} - P_{xy} \cdot \tilde{x}_{xy}(k)) + R_{xy} \\ &\quad \cdot \tilde{U}_{xy}] \end{aligned} \quad (25)$$

$$\text{که } \tilde{u}_{xy} = [\tilde{u}_x(k) \quad \tilde{u}_y(k)]^T \text{ و داریم:} \quad (26)$$

با بدست آوردن $u_x(k)$ و $u_y(k)$ زاویه رول مرجع ϕ_{ref} و θ_{ref} برای استفاده در کنترل غیرخطی H^∞ با استفاده از معادله (12) بدست می‌آید.

4- طراحی کنترل غیر خطی H^∞ برای کنترل زوایا

در این بخش قانون کنترلی مقاوم برای کنترل زوایای کوادراتور در برابر اغتشاش خارجی طراحی می‌شود. هدف تئوری کنترل غیر خطی H^∞ که برای اولین بار توسط ون در شفت ارائه شد، بدست آوردن نرخ محدود انرژی بین خطای سیگنال و انرژی اغتشاش سیگنال می‌باشد. جواب مسئله کنترل غیر خطی H^∞ وابسته به حل معادله همیلتون-ژاکوبی-بلمن-ایزاک¹ می‌باشد، که با جایگزینی معادله ریکاتی در فرمول کنترل خطی H^∞ بدست می‌آید [14].

یک سیستم غیر خطی چند ورودی چند خروجی به صورت معادله (27) در نظر گرفته و داریم:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + g_1(x)\omega + g_2(x)u \\ z &= W \begin{bmatrix} h(x) \\ u \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (27)$$

که $x \in \mathbb{R}^n$ متغیر دستگاه، $u \in \mathbb{R}^{m_1}$ ورودی دستگاه، $\omega \in \mathbb{R}^{m_1}$ متغیر ورودی خارجی و $z \in \mathbb{R}^p$ متغیر پنالتی، $h(x) \in \mathbb{R}^m$ وزن $W \in \mathbb{R}^{(p+m) \times (p+m)}$ ماتریس می‌باشد. اهداف کنترل، بدست آوردن پایداری سیستم حلقه بسته و کاهش اثر ورودی اغتشاش ω به متغیر پنالتی Z می‌باشد. در این مورد سیستم حلقه بسته پایدار است و ضریب میرایی اغتشاش نیز بصورت زیر بدست می‌آید: انتخاب یک مقدار مثبت $0 < \gamma < \eta$ در همسایگی u در نقطه

¹ Hamilton-Jacobi-Bellman-Isaacs

ریکاتی بدست می‌آید. اثبات تابع لیپاپونوف و محاسبه درایه‌های T و η^d را در مقاله [18] آورده شده است. کنترل غیر خطی H^∞ به صورت کامل در (34) قانون کنترل با محاسبه ماتریس T و جایگزینی $V(\hat{x}, t)$ در معادله (34) بهینه H^∞ به صورت زیر به ازای پارامتر γ به صورت (45) بدست می‌آید:

$$u^* = -R^{-1}(S^T + T)\hat{x} \quad (45)$$

سپس با جایگزینی معادله (45) در معادله (37) و برخی ساده سازی قانون کنترلی به صورت (46) نوشته می‌شود:

$$\begin{aligned} \tau_{\eta_a}^* &= J(\eta)\dot{\eta}^d + C(\eta, \dot{\eta})\dot{\eta} \\ &\quad - J(\eta)\left(K_D\ddot{\eta} + K_P\tilde{\eta} - K_I \int \tilde{\eta} dt\right) \end{aligned} \quad (46)$$

برای محاسبه وزن ماتریس $W^T W$ داریم:

$$\begin{aligned} Q_1 &= \omega_1^2 I, \quad Q_2 = \omega_2^2 I, \quad Q_3 = \omega_3^2 I, \quad R = \omega_u^2 I \\ Q_{12} &= Q_{13} = Q_{23} = 0, \quad S_1 = S_2 = S_3 = 0 \end{aligned} \quad (47)$$

مقادیر عبارات تحلیلی بهره‌ها به صورت (48) بیان می‌شود که شبیه بهره‌های کنترلر تناسبی، انتگرالی، مشتقی^۱ می‌باشد.

$$\begin{aligned} K_D &= \frac{\sqrt{\omega_2^2 + 2\omega_1\omega_3}}{\omega_1} I + J(\eta)^{-1}(C(\eta, \dot{\eta}) + \frac{1}{\omega_u^2}I) \\ K_P &= \frac{\omega_3}{\omega_1} + \frac{\sqrt{\omega_2^2 + 2\omega_1\omega_3}}{\omega_1} J(\eta)^{-1}(C(\eta, \dot{\eta}) + \frac{1}{\omega_u^2}I) \\ K_I &= \frac{\omega_3}{\omega_1} J(\eta)^{-1}(C(\eta, \dot{\eta}) + \frac{1}{\omega_u^2}I) \end{aligned} \quad (48)$$

این عبارات یک ویژگی مهم دارند، که آنها به پارامتر γ بستگی ندارند. بنابراین، یک عبارت جبری برای محاسبه راه حل کلی بهینه برای این مورد خاص به دست آمده است.

5 - پیاده سازی شناسایی در حلقه کنترلی

جرم کوادراتور، ممان‌های اینرسی و فاصله رتورها تا مرکز جرم از جمله نامعینی می‌باشند. اگر نامعینی‌های سیستم را افزایش دهیم، دیگر کنترلر توانایی پایدار سازی و ردیابی را از دست خواهد داد. به طور مثال در این مورد اگر نامعینی جرم بیشتر از 20% باشد (به روش سعی و خطأ)، ردیابی سیستم عملکرد قابل قبول ندارد و باعث بروز مشکل احتمالی در سیستم کنترلی و افزایش تلاش خواهد شد. برای مثال حمل بار در بین مسیر و یا هرگونه جایه‌جایی در جرم منجر به بروز مشکل در سیستم خواهد شد. با اینکه کنترلر غیرخطی H^∞ در ذات خود در برایر نامعینی‌ها مقاوم می‌باشد، اما این مقاومت محدوده خاصی را در بر می‌گیرد و به ازای مقادیر خاصی از جرم سیستم نایپایدار شده و ردیابی سیستم به خوبی انجام نمی‌پذیرد و تلاش کنترلی سیستم افزایش خواهد داشت. از طرفی بخش کنترلر پیش‌بین که از مقاومت پایینی در مواجه با اغتشاش برخوردار است، از این قاعده مستثنی است و عملکرد قابل قبولی با وجود نا معینی ندارد. لذا تخمین پارامترها امری ضروری می‌باشد، بدین منظور پارامتر جرم و ممان‌های اینرسی در هر لحظه بصورت آنلاین شناسایی شده و در قانون کنترلی اعمال شوند. برای این منظور ما فرض می‌کنیم جرم دقیق و ممان‌های اینرسی در طراحی کنترل را نمی‌دانیم ولی در دینامیک سیستم موجود است. به همین جهت با استفاده از تکنیک حداقل مرباعات برگشتی با فاکتور فراموشی به صورت آنلاین جرم و ممان اینرسی را شناسایی کرده و به سیستم اعمال می‌کنیم [19].

^۱ Proportional–Integral–Derivative(PID)

که عبارت‌های انتگرال شامل بردار خطأ می‌باشد. این عبارت اجازه بدست آوردن بردار خطای حالت پایدار پوچ را زمانی که اغتشاش ماندگار یا مداوم به سیستم اعمال می‌شود را می‌دهد. به همین جهت قانون کنترلی برای بخش چرخشی سیستم به صورت (37) می‌باشد:

$$\begin{aligned} \tau_{\eta_a} &= J(\eta)\ddot{\eta} + C(\eta, \dot{\eta})\dot{\eta} - T_1^{-1}(J(\eta)T\hat{x} + C(\eta, \dot{\eta})T\hat{x}) \\ &\quad + T_1^{-1}u \end{aligned} \quad (37)$$

قانون کنترلی به سه بخش تقسیم می‌شود: عبارت اول معادله (37) اجزای تشکیل دهنده دینامیک سیستم را شامل می‌شود، بخش دوم شامل بردار خطای \hat{x} و مشتق آن $\dot{\hat{x}}$ می‌باشد. با فرض $0 \equiv \tau_{\eta_d}$ این دو عبارت قادر به ردیابی کامل می‌باشد، که بیانگر تلاش کنترل ضروری مورد نیاز برای انجام وظیفه می‌باشد. و در نهایت سومین عبارت که شامل بردار u می‌باشد، بیانگر تلاش کنترلی اضافی مورد نیاز در مواجه با اغتشاش می‌باشد.

در معادله (37) ماتریس T به صورت (38) بیان می‌شود:

$$T = [T_1 \quad T_2 \quad T_3] \quad (38)$$

که $T_1 = \rho I$ می‌باشد. که ρ یک اسکالار واحد می‌باشد و I ماتریس واحد با مرتبه n می‌باشد.

با جایگزین کردن معادله (37) در معادله اویلر لگرانژ معادله (13) و تعریف $J(\eta)T\hat{x} + C(\eta, \dot{\eta})T\hat{x} = u + \omega$ داریم:

$$J(\eta)T\hat{x} + C(\eta, \dot{\eta})T\hat{x} = u + \omega \quad (39)$$

عبارت (39) معادله دینامیکی خطای سیستم را نشان می‌دهد.

برای اعمال نتایج تئوری (39) به صورت فرم استاندارد مسئله کنترل غیر خطی H^∞ داریم:

$$\dot{\hat{x}} = f(x) + g_1(x)\omega + g_2(x)u \quad (40)$$

$$f(\hat{x}, t) = T_0^{-1} \begin{bmatrix} J(\eta)^{-1}C & 0 & 0 \\ T_1^{-1} & I - T_1^{-1}T_2 & -I + T_1^{-1}(T_2 - T_3) \\ 0 & I & -I \end{bmatrix} T_0 \quad (41)$$

$$g(\hat{x}, t) = k(\hat{x}, t) = T_0^{-1} \begin{bmatrix} J(\eta)^{-1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (42)$$

$$T_0 = \begin{bmatrix} T_1 & T_2 & T_3 \\ 0 & I & I \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix} \quad \text{که جواب معادله همیلتون - ژاکوبی - بلمن - آیزاك بستگی به انتخاب متغیر}$$

پنالتی Z و تابع $h(\hat{x})$ دارد که در این مقاله مقدار $\hat{x} = h(\hat{x})$ انتخاب شده است. تابع لیپاپونوف $V(\hat{x}, t)$ را به صورت معادله (43) در نظر بگیریم:

$$V(x, t) = \frac{1}{2}x^T T_0^T \begin{bmatrix} J & 0 & 0 \\ 0 & Y & X - Y \\ 0 & X - Y & Z + Y \end{bmatrix} T_0 x \quad (43)$$

که X و Y و $Z \in \mathbb{R}^{n \times n}$ درایه‌های مثبت و ثابت هستند که جایگزینی تابع لیپاپونوف (43) در معادله (33) جواب معادله همیلتون - ژاکوبی - بلمن - آیزاك به صورت زیر قابل بیان است:

$$\begin{bmatrix} J & Y & X \\ Y & 2X & Z + 2X \\ X & Z + 2X & 0 \end{bmatrix} + Q + \frac{1}{\gamma^2} T^T T - (S^T + T)R^{-1}(S^T + T) = 0 \quad (44)$$

جواب مقادیر ثابت معادله (44) به همراه درایه‌های T با استفاده از معادله

عبارت λ فاکتور فراموشی نمایی می‌باشد و $P(t)$ متغیر حالت به صورت زیر می‌باشد:

$$P(t) = (I - K(t)\phi^T(t))P(t-1)/\lambda \quad (54)$$

و همچنین ϵ مشخصه نویز اندازه گیری شده با میانگین صفر و واریانس σ_ϵ^2 می‌باشد.

$$\epsilon(t) = y(t) - \phi^T(t)\hat{\theta}(t-1) \quad (55)$$

$$\text{و در نهایت } \hat{\theta} \text{ به صورت بازگشتی به صورت زیر حاصل می‌شود:} \\ \hat{\theta} = \hat{\theta}(t-1) + K(t)\epsilon(t) \quad (56)$$

بدین ترتیب پارامتر نامعین m , I_{xx} , I_{yy} و I_{zz} با تحریک اولیه تخمین زده شده و سیستم در برابر این نامعینی‌ها مقاوم گردید.

6- نتایج

استراتژی کنترلی برای بررسی عملکرد ارزیابی مسئله ردیابی مسیر در وجود نامعینی و اغتشاش با موارد زیر شبیه سازی گردید.
پارامترهای به کار رفته در کنترل پیش بین به صورت زیر تنظیم شده‌اند:

$$N_{2_u} = N_{2_u} = N_{2_u} = 3I_{nz}, T = 0.1$$

$$N_{2_xy} = N_{2_xy} = N_{2_xy} = 3I_{nxy}$$

$$A_x = A_y = A_z = 0.5$$

$$Q_z = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}, R_z = 0.01$$

$$Q_{xy} = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}, R_{xy} = \begin{bmatrix} 20 & 0 \\ 0 & 20 \end{bmatrix}$$

پارامترهای به کار رفته در شبیه سازی ربات پرنده در جدول 1 گنجانده شده است.

مقادیر اولیه زوایا و مکانی ربات پرنده به صورت $(\phi, \theta, \psi) = (x, y, z) = (0, 0, 0.5)$ و $(0, 0, 0.5)$ در نظر گرفته شده و بهره کنترل غیر خطی H^∞ با مقادیر $(\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_u) = (0.05, 0.5, 5, 0.7)$ تنظیم شده است و مقدار اولیه برای تخمین جرم مقدار $m = 0.2$ و برای ممان $I_{zz} = 7 \times 10^{-3}$ و برای فاکتور فراموشی نیز $\lambda = 0.8$ در نظر گرفته شد.

نتایج شبیه سازی در این بخش پوشش داده شده است. در زیر مجموعه کنترلر پیش بین، شکل 3 نشان می‌دهد با افزایش نامعینی در پارامتر جرم به مقدار 40% ($m = 0.444$) ردیابی کامل کنترلر در راستاهای (X, Y, Z) صورت نگرفته است. در شکل 4 نیز همین نامعینی باعث تأخیر در همگرایی

جدول 1 پارامترهای به کار رفته در شبیه سازی کوادراتور

واحد	مقدار	پارامتر
kg	0.74	جرم
m	0.21	طول بازو
kg. m ²	$I_{xx} = 4 \times 10^{-3}$	اینرسی حول محور x
kg. m ²	$I_{yy} = 4 \times 10^{-3}$	اینرسی حول محور y
kg. m ²	$I_{zz} = 8.4 \times 10^{-3}$	اینرسی حول محور z
N. m	$A_p = 0.055$ در ثانیه 18	اغتشاش به عنوان گشتاورهای
N. m	$A_q = 0.085$ در ثانیه 22.5	آبرودینامیکی
N. m	$A_r = 0.1$ در ثانیه 10	زمان نمونه برداری
s	$T = 0.1$	

5-1- تخمین پارامتر به کمک حداقل مربعات بازگشتی

در این قسمت با استفاده از تکنیک حداقل مربعات بازگشتی¹ ترم‌های نامعینی را شناسایی کرده و به بخش کنترلی سیستم اعمال می‌کنیم. این الگوریتم تخمین پارامترهای کلاسیک است که به طور گسترده مورد استفاده قرار گرفته است. این الگوریتم، در برای روش‌های دیگر در زمینه کنترل تطبیقی در [20] مقایسه شده است.

در این روش مشاهدات پی در پی در زمان حقیقی به دست می‌آیند. برای این کار استفاده از محاسبات بازگشتی برای صرفه جویی در زمان محاسبه، امر مطلوبی است. ابتدا به تخمین پارامتر جرم می‌پردازیم، در معادله حرکت انتقالی این پارامتر به صورت مستقیم وجود دارد، لذا از معادله فضایی حالت (14) استفاده می‌کنیم و از آنجا که ترکیب خطی بین پارامتر مجھول و معلوم باید وجود داشته باشد، پارامتر مجھول یعنی m را به صورت $\frac{1}{m}$ در نظر می‌گیریم [21].

الگوریتم حداقل مربعات بازگشتی به صورت (49) می‌باشد:

$$\ddot{z} = -g + \frac{1}{m}(\cos\theta\cos\phi)U_1 + \frac{A_z}{m} \\ y_e = \phi^T(t)\theta(t) + \epsilon(t), \theta = \frac{1}{m} \\ \theta = [\delta_1, 000, \delta_{N_p}] \quad (49)$$

اکنون برای تخمین پارامترهای ممان اینترسی از درایه‌های ماتریس اینترسی استفاده می‌کنیم:

$$J = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & -I_{xx}\sin\theta \\ 0 & I_{yy}\cos^2\phi + I_{zz}\sin^2\phi & (I_{yy} - I_{zz})\cos\phi\sin\phi \\ -I_{xx}\sin\theta & (I_{yy} - I_{zz})\cos\phi\cos\theta & I_{xx}\sin^2\theta + I_{yy}\cos^2\theta + I_{zz}\sin^2\phi\cos^2\theta \end{bmatrix} \quad (50)$$

برای تخمین پارامتر I_{xx} از عبارت $I_{xx}\sin^2\theta$ برای تخمین پارامتر I_{yy} از $I_{yy}\sin^2\phi\cos^2\theta$ و برای تخمین پارامتر I_{zz} از $I_{zz}\sin^2\phi\cos^2\theta$ که پارامترهای مجھول را به ترتیب I_{xx} , I_{yy} , I_{zz} را به عنوان $\hat{\theta}$ در نظر گرفته و با استفاده از معادله (51) به تخمین می‌پردازیم:

$$y_e = \phi^T(t)\theta(t) + \epsilon(t) \\ \phi^T(t) = \sin^2\theta \quad \text{تخمین پارامتر } \hat{\theta} = I_{xx}$$

$$\phi^T(t) = \sin^2\theta \quad \text{تخمین پارامتر } \hat{\theta} = I_{yy}$$

$$\phi^T(t) = \sin^2\phi\cos^2\theta \quad \text{تخمین پارامتر } \hat{\theta} = I_{zz} \quad (51)$$

تخمین حداقل مربعات بازگشتی $\hat{\theta}$ با فراموشی نمایی به صورت (52) می‌باشد [22]:

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + K(t)(y(t) - \phi^T(t)\hat{\theta}(t-1)) \quad (52)$$

در رابطه (53) بردار $K(t)$ ضرایب وزنی هستند که نشان می‌دهند جمله تصحیحی و تخمین قبلی چگونه ترکیب می‌شوند، که به صورت (53) بدست می‌آید:

$$K(t) = P(t)\phi^T = P(t-1)(\lambda I + \phi^T P(t-1)\phi^T)^{-1} \quad (53)$$

¹Recursive Least Square (RLS)

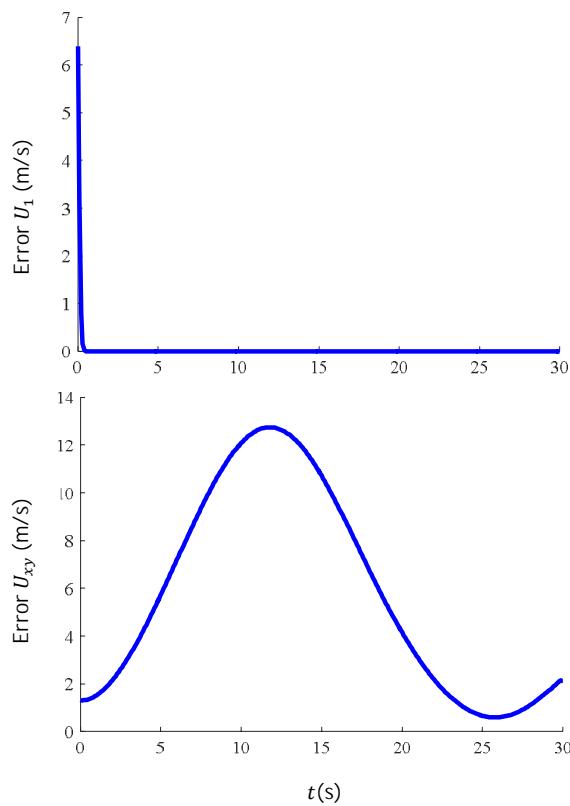


Fig. 4 خطای تابع قانون کنترلی در راستای ارتفاع و طولی - سمتی با افزایش نامعینی جرم به میزان 40% و بدون تخمین

شکل 4 خطای تابع قانون کنترلی در راستای ارتفاع و طولی - سمتی با افزایش نامعینی جرم به میزان 40% و بدون تخمین

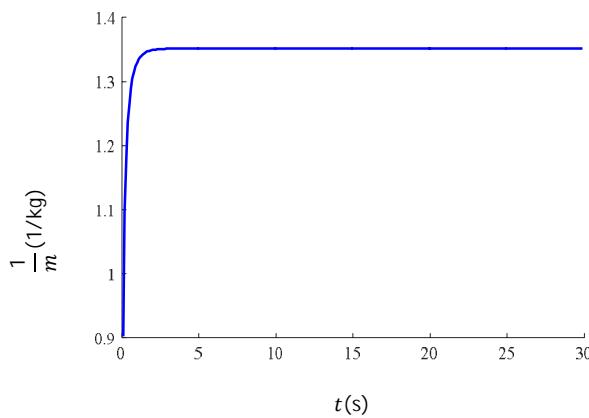


Fig. 5 شناسایی پارامتر جرم با استفاده از حداقل مربعات برگشتی

در نهایت شکل 10 نمودار زوایای اوپلر با وجود اغتشاش خارجی که به عنوان گشتاورهای آبرودینامکی و به صورت پله در نظر گرفته شده را نشان می‌دهد. این اغتشاش در ثانیه 18 برای زوایه ϕ و در ثانیه 22.5 برای زوایه θ و ثانیه 10 برای زوایه ψ می‌باشد. پر واضح است که کنترلر توانایی رد این اغتشاش را دارد.

چالش‌های بعدی در انتخاب نوع اغتشاش، می‌تواند انواع مدل‌های باد از قبیل باد برشی و تند باد از جلو و سایر مدل‌های اغتشاش جوی باشد، که در زمینه مدلسازی دقیق آنها و در نهایت اعمال به سیستم و پیاده سازی هنوز جای پیشرفت‌هایی وجود دارد.

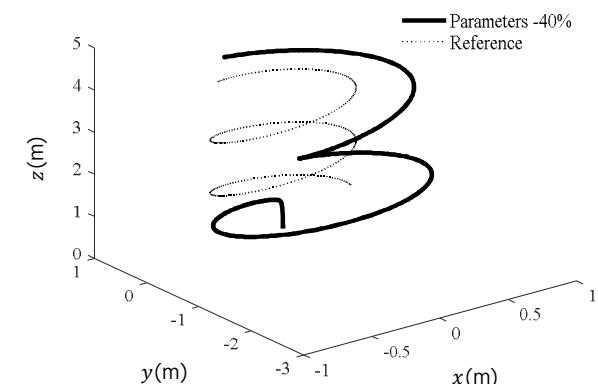
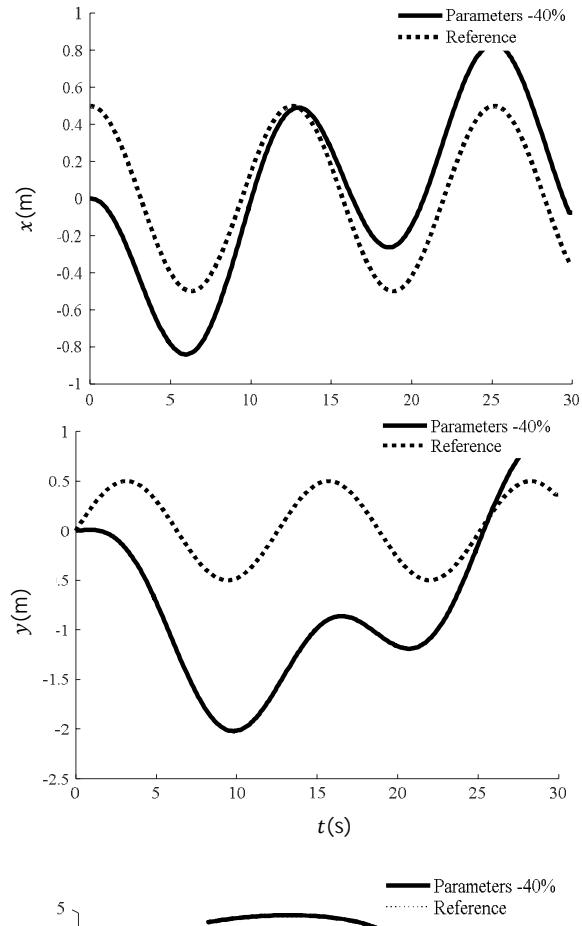


Fig. 3 موقعیت (X, Y, Z) و مسیر مطلوب با افزایش نامعینی جرم به میزان 40%

شکل 3 موقعیت (X, Y, Z) و مسیر مطلوب با افزایش نامعینی جرم به میزان 40% بدون تخمین پارامتر

خطای تابع کنترلی به صفر می‌شود. در شکل 5 شناسایی پارامتر m انجام گرفته است. بواسطه همین تخمین پارامتر ریدیابی کامل در موقعیت‌های کنترلر پیش‌بین و طی مسیر مطلوب در شکل 6 اتفاق نداشت. برای طی مسیر مطلوب مقادیر مسیرهای مطلوب به صورت $x_d = 1/2 \cos(t/2)$ و $y_d = 1/2 \sin(t/2)$ و $z_d = 1 + t/10$ در نظر گرفته شده است. در شکل 7 خطای موقعیت (X, Y, Z) در ریدیابی مرجع قابل مشاهده می‌باشد. در شکل 8 خطای تابع قانون کنترلی در راستای ارتفاع و طولی - سمتی با وجود نا معینی نشان داده است که بلا فاصله به صفر همگرا می‌شود. شکل 9 تخمین پارامترهای (I_{xx}, I_{yy}, I_{zz}) با استفاده از حداقل مربعات برگشتی را نشان می‌دهد.

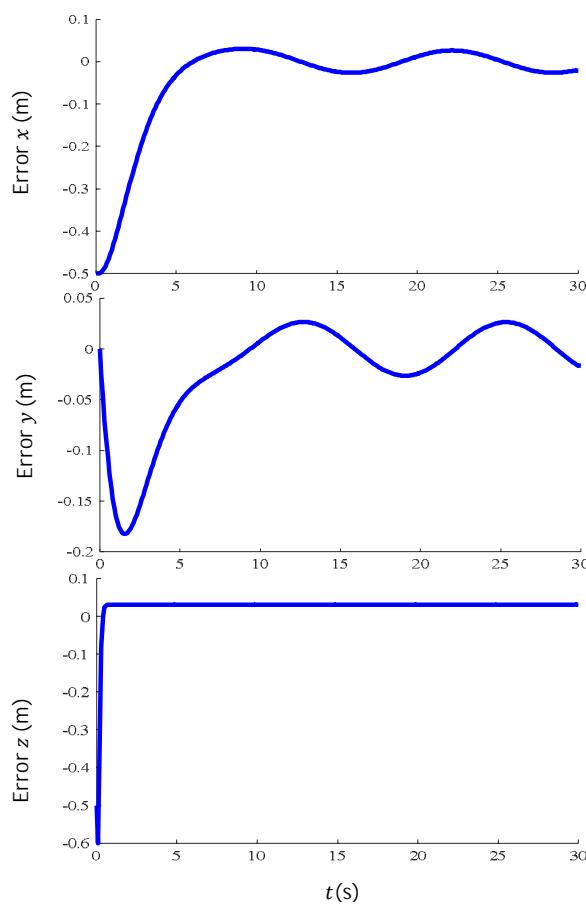


Fig. 7 Position error of reference tracking (X, Y, Z)
شکل 7 خطای موقعیت (X, Y, Z) در ردیابی مرجع

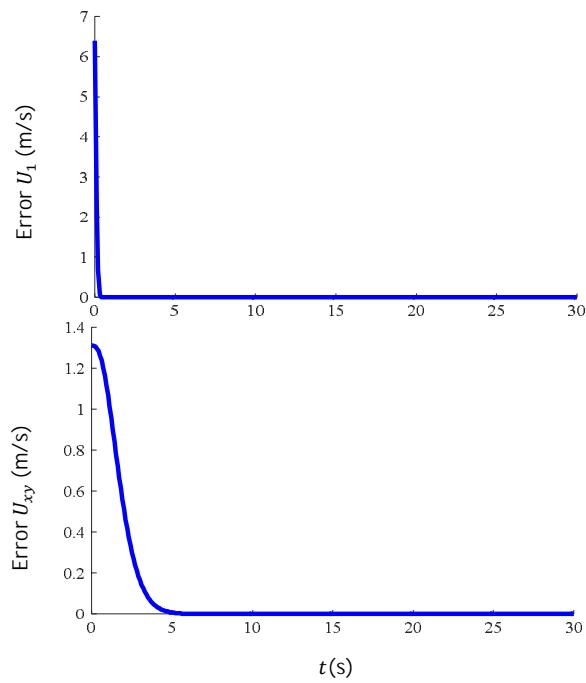


Fig. 8 Height and longitudinal-lateral error models in the control laws with RLS
شکل 8 خطای تابع قانون کنترلی در راستای ارتفاع و طولی - سمتی با تخمین

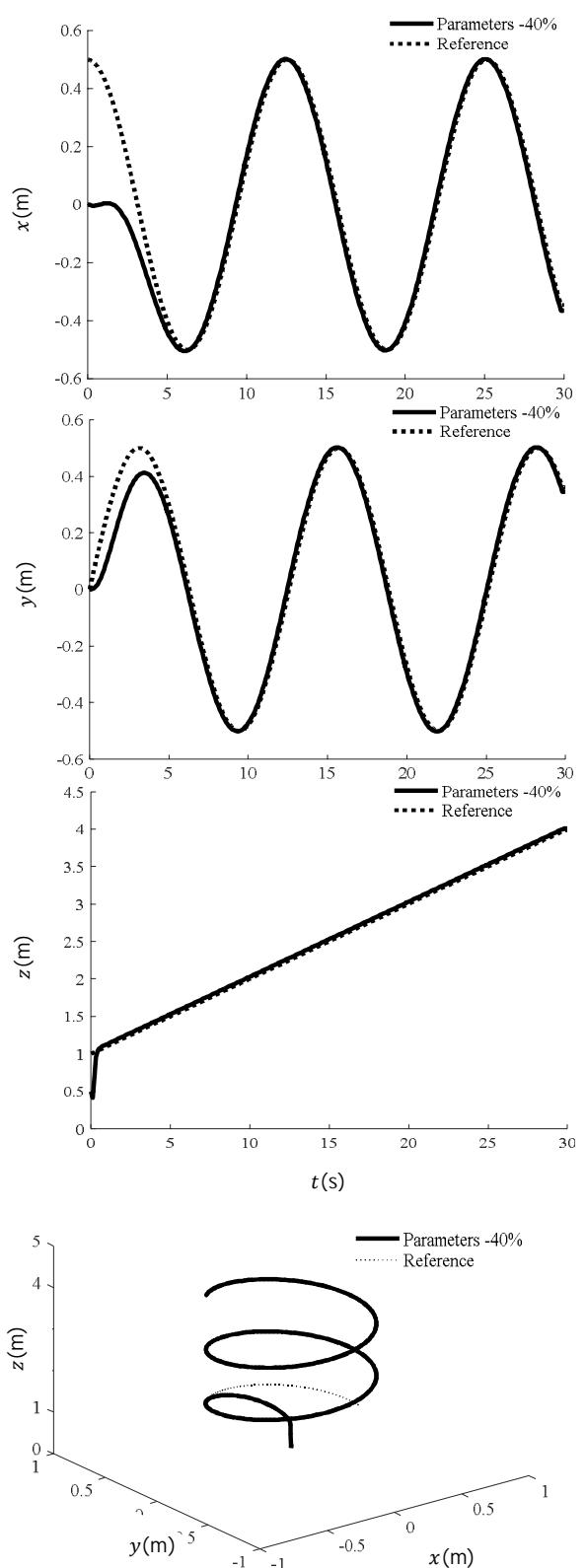


Fig. 6 Position (X, Y, Z) and path tracking with external disturbances and uncertainty with RLS
شکل 6 موقعیت (X, Y, Z) و مسیر مطلوب با وجود اغتشاش خارجی و نامعینی با استفاده از حداقل مربعات برگشتی

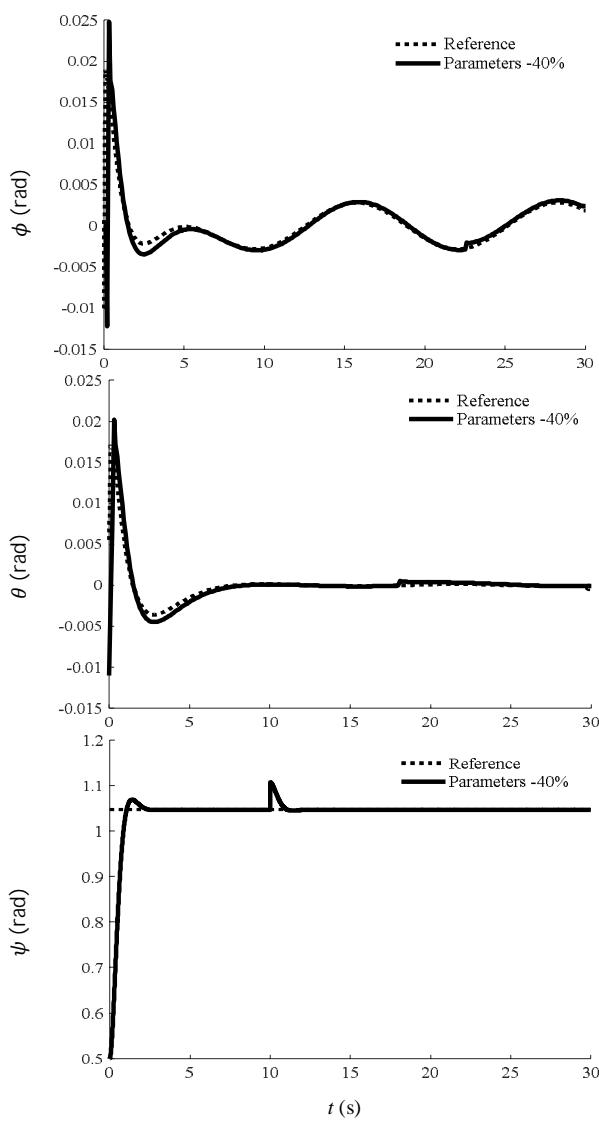


Fig. 10 Orientation (ϕ, θ, ψ) with external disturbances and uncertainty with RLS

شکل ۱۰ جهت گیری (ψ, θ, ϕ) در حضور اغتشاش خارجی و نامینی با استفاده از حداقل مربعات برگشتی

8- مراجع

- [1] F. Kendoul, Survey of advances in guidance, navigation, and control of unmanned rotorcraft systems, *Journal of Field Robotics*, Vol. 29, No. 2, pp. 315-378, 2012.
- [2] Y. Li, S. Song, A survey of control algorithms for quadrotor unmanned helicopter, *IEEE Fifth International Conference on Advanced Computational Intelligence (ICACI)*, Nanjing, China October 18-20, 2012.
- [3] M. Chen, M. Huzmezan, A combined MBPC/2 DOF H_{∞} controller for a quad rotor UAV, *AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference and Exhibit*, Texas, USA, August 11-14, 2003.
- [4] G. V. Raffo, M. G. Ortega, F. R. Rubio, Backstepping/nonlinear H_{∞} control for path tracking of a quadrotor unmanned aerial vehicle, *American Control Conference*, Washington, USA, June 11-13, 2008.
- [5] G. V. Raffo, M. G. Ortega, F. R. Rubio, Robust nonlinear control for path tracking of a quad-rotor helicopter, *Asian Journal of Control*, Vol. 17, No. 1, pp. 142-156, 2015.
- [6] G. V. Raffo, M. G. Ortega, F. R. Rubio, Nonlinear H_{∞} controller for the quad-rotor helicopter with input coupling, *Proceedings of the 18th IFAC World Congress*, Milano, Italia, Aug 28-Sept 2,

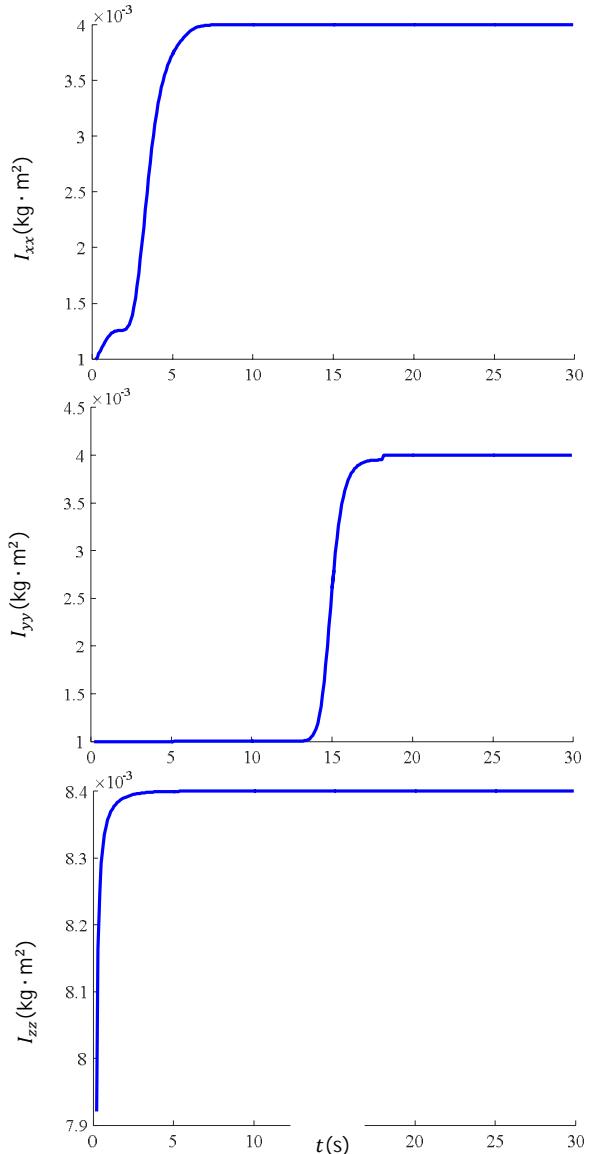


Fig. 9 Estimation of inertia matrix (I_{xx}, I_{yy}, I_{zz}) parameters with recursive least square

شکل ۹ تخمین پارامتر (I_{xx}, I_{yy}, I_{zz}) با استفاده از حداقل مربعات برگشتی

7- جمع بندی و نتیجه گیری

در این مقاله مدل سازی کامل یک ربات پرنده بدون سرنشیین دارای چهار روتور به روش اویلر-لاگرانژ انجام شد. از روش کنترل پیش بین مبتنی بر خطای فضای حالت و کنترل غیر خطی H_{∞} استفاده شده است. طراحی بر مبنای وجود اغتشاش خارجی از قبیل گشتاورهای آبرودینامیکی صورت گرفته است. کنترلر پیش بین عملکرد خوبی در ریدیلی با فرض نامعینی پارامتری ناچیز بدست آورد و تئوری کنترل مقاوم H_{∞} از پایداری و مقاومت در وجود اغتشاش خارجی برخوردار بود. نامعینی های پوشش داده شده این دو کنترلر در محدوده خاصی جواب داشتند و با افزایش آن در سیستم واگرایی و عدم ریدیلی کامل منجر می شد، لذا به کمک تخمین حداقل مربعات بازگشتی نامعینی های پارامتری از قبیل جرم و ممان اینرسی شناسایی به سیستم اعمال شد و به این ترتیب باعث بهبود عملکرد سیستم کنترلی گردیده و ریدیلی قابل قبول مرجع با وجود اغتشاش خارجی و نامعینی نشان داده شد.

- [15] A. Isidori, H_∞ control via measurement feedback for affine nonlinear systems, *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, Vol. 4, No. 4, pp. 553-574, 1994.
- [16] W. Kang, P. De, A. Isidori, Flight control in a windshear via nonlinear H_∞ infinity methods, *Proceedings of the 31st IEEE Conference on Decision and Control*, Hamburg, Germany, May 6-10, 1992.
- [17] W. Feng, I. Postlethwaite, Robust non-linear H_∞ /adaptive control of robot manipulator motion, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering*, Vol. 208, No. 2, pp. 221-230, 1994.
- [18] M. G. Ortega, M. Vargas, C. Vivas, F. R. Rubio, Robustness improvement of a nonlinear H_∞ controller for robot manipulators via saturation functions, *Journal of Robotic Systems*, Vol. 22, No. 1, pp. 421-437, 2005.
- [19] X. Zhang, X. Li, K. Wang, Y. Lu, A survey of modelling and identification of quadrotor robot, *Abstract and Applied Analysis*, Vol. 1, No. 1, pp. 16-32, 2014.
- [20] Y. Ameho, F. Niel, F. Defay, J.-M. Biannic, C. Bérard, Adaptive control for quadrotors, *IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, Karlsruhe, Germany, May 6-10, 2013.
- [21] M. Elsamanty, A. Khalifa, M. Fanni, A. Ramadan, A. Abo-Ismail, Methodology for identifying quadrotor parameters, attitude estimation and control, *IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics (AIM)*, Wollongong, NSW, July 9-12, 2013.
- [22] K. J. Åström , B. Wittenmark, *Adaptive Control*, Second Edition, pp. 41-82, New York: Courier Corporation, 2013.
- 2011.
- [7] G. Alizadeh, K. Ghasemi, Control of Quadrotor Using Sliding Mode Disturbance Observer and Nonlinear H_∞ , *International Journal of Robotics*, Vol. 4, No. 1, pp. 38-46, 2015.
- [8] M. I. Rashid, S. Akhtar, Adaptive control of a quadrotor with unknown model parameters, *9th International Bhurban Conference on Applied Sciences and Technology (IBCAST)*, Islamabad, Pakistan, Jan 9-12, 2012.
- [9] A. Lavaei Yanesi, M. Amiri Atashgah, Three-dimensional constrained optimal motion planning for six-degree-of-freedom quadrotor helicopter for urban traffic purposes, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 5, pp. 13-24, 2015. (in Persian)
- [10] S. Bouabdallah, A. Noth, R. Siegwart, PID vs LQ control techniques applied to an indoor micro quadrotor, *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Sendai, Japan, Sept 28- Oct 2, 2004.
- [11] P. C. Garcia, R. Lozano, A. E. Dzul, *Modelling and control of mini-flying machines*, pp. 22-34, London: Springer-Verlag, 2006.
- [12] J. A. Rossiter, *Model-based predictive control*, Second Edition, pp. 32-52, New York: Springer-Verlag, 2013.
- [13] E. F. Camacho, C. Bordons, *Nonlinear model predictive control: An introductory review*, in *Assessment and future directions of nonlinear model predictive control*, pp. 46-48, New York: Springer, 2007.
- [14] A. J. Van der Schaft, L 2-gain analysis of nonlinear systems and nonlinear state-feedback H_∞ control, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 37, No. 6, pp. 770-784, 1992.