ماهنامه علمى پژوهشى



دانگاه ترمیت مدترس

mme.modares.ac.ir

## بررسی انتقال حرارت جابجایی طبیعی و اجباری در فین متخلخل با مقطع مستطیلی به روش نیمه تحلیلی DTM

سلمان نور آذر<sup>1\*</sup>، محمدرضا محمدپور<sup>2</sup>

1– دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران 2– دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران تهران، صندوق پستی icp@aut.ac.ir ،158754413

للاعات مقاله	چکیدہ
له پژوهشی کامل افت: 21 اسفند 1395 رش: 29 اردیبهشت 1396 ۵ در سایت: 18 تیر 1396	در این پژوهش انتقال حرارت جابجایی طبیعی و اجباری در فین متخلخل با مقطع مستطیلی با در نظر گرفتن اثر افت فشار سیال عبوری از فین بهصورت نیمه تحلیلی مورد بررسی قرار میگیرد. برای حل معادلهی بالانس انرژی از روش تبدیل دیفرانسیلی استفاده شده است. دقت این روش با پژوهش های انجام شدهی قبلی صحت سنجی شده و تطابق خوبی با نتایج بهدست آمده، وجود دارد. در معادلات حاکم برای مدل کردن انتقال
د <i>ور گیف</i> ا ۵۵ پر ۲۵۶۵ د <i>واژگان:</i> ال حرارت	حرارت در محیط متخلخل، مدل دارسی در نظر گرفته شده است. بهعلاوه ضریب انتقال حرارت جابجایی ثابت فرض شده است. توزیع درجه حرارت بی بعد شده در طول فین بهعنوان تابعی از پارامترهای تخلخل و جابجایی در نظر گرفته شده است. همچنین اثر پارامتر افت فشار بر
، متخلخل ں دارسی محمد محمد ال	مواردی مانند توزیع دما در طول فین، نرخ انتقال حرارت، بازده حرارتی و ضریب عملکرد فین مورد بررسی قرار گرفته است. بهعلاوه مقایسهای بین فین صلب و متخلخل در شرایط یکسان جرم فین انجام شده است. در این حالت مشاهده شده است که در شرایط خاص، فین متخلخل
ن نیمه تحلیلی :ه حرارتی	انتقال حرارت بیشتری نسبت به فین صلب دارد. براساس نتایج بهدست آمده، میتوان دریافت که تمامی پارامترهای انتقال حرارت از پارامتر افت فشار تأثیر میپذیرند. پس با انتخاب مناسب این پارامتر میتوان انتقال حرارت و بازده مناسبی داشت.

## Free and forced convectional heat transfer analysis of rectangular porous fin with Differential transformation method

## Salman Nourazar<sup>\*</sup>, Mohammadreza Mohammadpour

Department of Mechanical Engineering, Amirkabir of University of Technology, Tehran, Iran \* P.O.B. 158754413, Tehran, Iran, icp@aut.ac.ir

ARTICLE INFORMATION	ABSTRACT
Original Research Paper Received 11 March 2017 Accepted 19 May 2017 Available Online 29 June 2017	In this article, the free and forced convectional heat transfer in a rectangular porous fin with considering pressure loss across the fin length is investigated analytically. A well-known Differential transformation method is employed to obtain the solution of energy balance equation. Convergence of obtained solution is examined by previous works and they are found to be in a good agreement. In order to
Keywords: Heat transfer porous fin Darcy model analytical method Fin efficiency	simulate heat transfer through porous media, Darcy model is applied. Also, convective heat transfer coefficient is assumed to be constant. Dimensionless temperature distribution is defined as a function of convection and porosity parameters. The effects of pressure loss across the fin length on the temperature distribution, rate of heat transfer, fin efficiency and effectiveness of fin are also studied. A comparative study is also made between the porous and solid fins for an equal mass of fins. It is highlighted that the porous fin always transfers more heat at specific condition compared to the solid fin. Results show that all of the thermal parameters are influenced by pressure loss parameter. So in order to reach high fin efficiency approximately show the approximately ap

#### 1- مقدمه

مانند رآکتور خنککن و مبدلهای حرارتی و کلکتورهای خورشیدی میشود [2]. فینها یا سطوح گسترده در تهویه مطبوع و فرآیندهای تبرید و خنکسازی ابزارهای الکترونیکی کاربردهای بسیاری دارند [3]. ایدهی استفاده از فینهای متخلخل برای اولین بار توسط کیوان و

ممکاران با در نظر گرفتن مدل دارسی مطرح شد [5,4]. سپس تحقیقات زیادی برای درک بهتر انتقال حرارت سطوح گسترده در محیط متخلخل انجام شده است.

سعدالدین و صادقی [6] انتقال حرارت در فین متخلخل استوانهای را با

Please cite this article using:

فرآیند انتقال حرارت جابجایی در محیط متخلخل کاربردهای بسیار مهمی در مقیاسهای مهندسی و صنایع مربوطه دارد. از اینرو حلهای عددی و تجربی زیادی برای فهم بهتر انتقال حرارت در محیط متخلخل استفاده شده است. محیط متخلخل کاربرد عمده در زمینههای افزایش بازده فرآیند خشک کردن و همچنین کلکتورهای خورشیدی و مبدلهای حرارتی دارد [1].

زیر لایه متخلخل با هدایت گرمایی بالا موجب افزایش انتقال حرارت در مکانیزم انتقال حرارت جابجایی اجباری در بسیاری از کاربردهای مهندسی

استفاده از روش عددی رانگ-کوتا مرتبه 4 بررسی کردند و به این نتیجه رسیدند که انتقال حرارت در فین متخلخل بیشتر از فین صلب است. انتقال حرارت در فین متخلخل با سطح مقطع متغیر توسط کوندو و همکاران <sup>۱</sup>[7] بررسی شد. آنها دریافتند که سطح مقطع سهموی بیشترین انتقال حرارت در در مقایسه با سایر سطح مقطعها دارد. همچنین بیشترین انتقال حرارت در فین متخلخل در مقایسه با فین صلب با هندسه دلخواه با تخلخل کم و دبی جرمی سیال زیاد اتفاق میافتد.

کیوان [11] پدیده یا انتقال حرارت جابجایی طبیعی را در فین متخلخل بررسی کرد. او با استفاده از معادله ی بقای انرژی و رابطه دارسی معادله انتقال حرارت حاکم بر مسئله را استخراج کرد. همچنین عملکرد حرارتی سه نوع فین مختلف مورد ارزیابی قرار گرفت. سرانجام مشاهده شد که نرخ انتقال حرارت در فین متخلخل نسبت به فین صلب بیشتر است.

وهابزاده و همکاران [14] از روش حداقل مربعات (LSM) و حل عددی برای بررسی توزیع دما و میزان انتقال حرارت فین متخلخل با مقطع دایروی که در امتداد طولی ضخامت آن متغیر است، استفاده کردند. هوای اطراف فین متخلخلی که در پژوهش آنها مورد استفاده قرار گرفت، در شرایط کاملاً مرطوب قرار داشت. لذا اثر رطوبت نسبی سیال موجود در مجاورت فین متخلخل بر روی توزیع درجه حرارت فین مورد بررسی قرار گرفت. آنها نشان دادند که با افزایش درصد رطوبت نسبی سیال موردنظر، توزیع درجه حرارت بی بعد شده در طول فین افزایش می یابد.

دیپانکار و همکاران [15] توزیع درجه حرارت و بازده و ضریب عملکرد فین متخلخل با مقطع دایروی را مورد مطالعه قرار دادند. بی هانجا و همکاران [16] بر روی فین متخلخل با سطح مقطع مختلف از جمله مستطیلی، سهموی کوژ و سهموی کاو تحقیقات گستردهای انجام دادند. آنها تاثیر پارامتر سطح مقطع متغیر فین را بر روی ضریب عملکرد فین را مورد بررسی قرار دادند. همچنین آنها با استفاده از این پارامتر، هندسه فین را بهینهسازی کردند.

اغلب کارهای انجام شده در مبحث انتقال حرارت فین در محیط متخلخل، بهصورت عددی بوده و کمتر با روشهای نیمه تحلیلی به آنها پرداخته می شود.

ایده استفاده از روش<sup>۲</sup> DTM اولین بار توسط ژوو [12] برای حل مسائل مقدار مرزی خطی و غیرخطی مورد استفاده قرار گرفت. از مزایای اصلی این روش عدم نیاز به خطیسازی و گسستهسازی معادله خطی یا غیرخطی حاکم بر مسئله است، بهطوری که به راحتی میتوان این روش را در معادله حاکم بر مسئله اعمال کرد.

عباسف و بهادیر [13] این روش را برای مسائل مختلف خطی و غیرخطی مهندسی استفاده کردند. آنها مشاهده کردند که نتایج عددی تطابق مناسبی با نتایج تحلیلی دارند.

در این پژوهش کاربرد روشهای نیمه تحلیلی در محاسبه بازده فین، ضریب عملکرد و توزیع دما در طول فین مستطیلی متخلخل مورد بررسی قرار می گیرد. تغییر سرعت جریان سیال در راستای عرضی فین به وسیلهی اعمال پارامتر افت فشار در معادلات منظور می گردد.

به علاوه از روش DTM برای حل معادلات حاکم استفاده شده است و نتایج حاصل با روش عددی رانگ کوتا مرتبه 4 و پژوهش اردم و همکاران<sup>۳</sup>

[9] که در آن از افت فشار در راستای عرضی فین صرفنظر شده و از روش<sup>4</sup> HPM برای معادلات به کار رفته، مورد مقایسه قرار گرفته است.

## 2- مدلسازی ریاضی و تعریف مسئله

فین مستطیلی با محیط متخلخل مطابق شکل (1) در نظر می گیریم.

فین مستطیلی با سطح مقطع ثابت و با طول L و ضخامت t و عرض w می باشد. با توجه به این که فین محیط متخلخل می باشد هوا می تواند از منافذ موجود در فین عبور کند. می توان فرض هایی برای استخراج معادلات در نظر گرفت. در اینجا محیط متخلخل ایزوتروپیک و هموژن در نظر گرفته شده است و همچنین فین توسط سیال تک فاز اشباع شده است. همچنین در اینجا از مکانیزم تشعشع صرف نظر شده است و خصوصیات ترموفیزیکی سیال مورد نظر و فین متخلخل ثابت فرض شده است.

درجه حرارت صرفاً در طول فین تغییر می کند و از تغییرات درجه حرارت در راستای ضخامت صرفنظر شده است. زمینه صلب فین و سیال در تعادل حرارتی می باشند و از قانون دارسی برای استخراج معادله درحالتی که بین محیط متخلخل و سیال تعادل حرارتی برقرار است، استفاده شده است. با استفاده از رابطهی بقای انرژی خواهیم داشت:

 $q_x - q_{x+dx} = \hat{m}c_p(T(x) - T_{\infty}) + hA(T(x) - T_{\infty})$  (1) سرعت جریان سیال عبوری از مجرای فین متخلخل با در نظر گرفتن پارامتر افت فشار در راستای عرضی در هر نقطه درون فین با استفاده از قانون دارسی [8] برابر خواهد بود با:

$$V = -\frac{k}{\mu}\frac{\Delta P}{t} + \frac{gK\beta(T(x) - T_{\infty})}{v}$$
(2)

ترم اول موجود در رابطهی فوق، افت فشار ناشی از تغییر سرعت سیال عبوری از مجرای فین متخلخل میباشد. دبی جرمی سیال عبوری از فین مطابق رابطه زیر است: (3)

با قرار دادن رابطه (4) در رابطه (2) و با فرض این که dx به سمت صفر میل کند، خواهیم داشت:





<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> Homotopy perturbation method

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Kundu et al

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Differential transformation method

<sup>3</sup> Erdem Cuce et al

$$\begin{aligned} x(t) &= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(t)^k}{k!} \left[ \frac{d^k x(t)}{dt^k} \right] \Big|_{t=0} , \forall t \in D \end{aligned} \tag{22} \\ \text{sacking the set of the set of$$

$$x(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{t}{H}\right)^{k} X(k)$$
(24)

همچنین مقدار تابع اصلی (x(t) بهصورت سری توانی محدود تقریب زده میشود، بنابراین معادله (24) به صورت زیر بازنویسی میشود:

$$x(t) = \sum_{k=0}^{n} \left(\frac{t}{H}\right)^{k} X(k)$$
(25)

برخی عملگرهای ریاضی مهم که براساس روش DTM میباشند، در جدول (1) نشان داده شده است.

### 2-2- آنالیز مسئله به روش DTM

حال معادله انتقال حرارت حاکم بر فین متخلخل مستطیلی را با استفاده از روش DTM به صورت معادله (26) بازنویسی میکنیم. در رابطه (26)،  $\Theta$  بیانگر تبدیل دیفرانسیلی تابع اصلی  $\theta$  است. همچنین شرایط مرزی برای مسأله در فضای تبدیل شده به صورت رابطه (27) نوشته میشود.

$$\begin{aligned} (k+2)(k+1)\Theta(k+2) &= \zeta^2(1+\alpha)\Theta(k) \\ &+ \xi \sum_{\nu=0}^k \Theta(k)\Theta(k-\nu) & (26) \\ \Theta(0) &= a , \Theta(1) &= 0 & (27) \\ &\text{order} & (26) \\ &\text{$$

$$\begin{split} \theta(\psi) &= 0.523128 + 0.397872\psi^2 + 0.067779\psi^4 \\ &+ 0.009895\psi^6 + 0.001324\psi^8 \end{split} \tag{30}$$
 can be considered with the set of the set o

داده شده است. **جدول 1** عملگرهای ریاضی روش DTM

 Table 1 The fundamental operations of the Differential Transform Method (DTM).

تابع اصلى	تابع تبديل يافته	
$x(t) = \alpha f(x) \pm \beta g(t)$	$X(k) = \alpha F(K) \pm \beta G(K)$	
$x(t) = \frac{d^m f(x)}{dt^m}$	$X(k) = \frac{(k+m)! F(k+m)}{k!}$	
x(t) = f(t)g(t)	$X(k) = \sum_{l=0} F(l)G(k-l)$	
$x(t) = t^m$	$X(k) = \delta(k-m) = \begin{cases} 1, \\ 0, \end{cases}$	$k = m$ $k \neq m$

$$\frac{dq}{dx} = \frac{\rho c_p g k \beta w}{\upsilon} (T(x) - T_{\infty})^2 + h(2w + 2t)(T(x) - T_{\infty})$$

$$-\rho w \frac{k}{\mu} \frac{\Delta P}{t} (T(x) - T_{\infty})$$
(5)

$$q = -k_e w t \frac{dT}{dx}$$
(6)

$$k_e = \phi k_f + (1 - \phi) k_s \tag{7}$$

$$\frac{d^2T}{dx^2} - \frac{\rho c_p g k \beta}{v t k_e} (T(x) - T_\infty)^2 - \left(\frac{h(2w+2t)}{w t k_e} - \frac{\rho k}{k_e \mu t} \frac{\Delta P}{t}\right) (T(x) - T_\infty) = 0$$
(8)

$$\theta = \frac{I(x) - I_{\infty}}{T_b - T_{\infty}} \tag{9}$$

می توان معادله (8) را به این صورت نوشت:

$$\frac{d^2\theta}{d\psi^2} - (\lambda + \zeta^2)\theta - \xi\theta^2 = 0$$
(11)

در رابطه (11)  $\xi$  پارامتر تخلخل و  $\zeta$  پرامتر جابجایی و  $\lambda$  به عنوان پارامتر افت فشار در نظر گرفته شده است. همچنین  $\lambda$  به عنوان عبارت چشمه نسبت به معادلهی حاکم بر پژوهش اردم و همکاران [9] است. پس  $\xi$  و  $\lambda$  و  $\zeta$  به صورت زیر تعریف می شوند:

$$\overline{t} = \frac{\mathrm{Da} \times \mathrm{Ra}}{k_r} \left(\frac{L}{t}\right)^2 \tag{12}$$

$$Z = \left(\frac{h(2w+2t)L^2}{wtk_e}\right)^{\frac{1}{2}}$$
(13)

$$\lambda = -\frac{p_{KL}}{k_{e\mu}t}\frac{\Delta r}{t} \tag{14}$$

در روابط (12) و (13) Da و Ra به ترتیب پارامتر بی بعد تخلخل-جابجایی و عدد رایلی نامیده می شوند و به صورت زیر تعریف می شوند:

$$Da = \frac{\zeta}{t^2}$$
(15)

$$Ra = \frac{gk\beta t^3}{va} (T(x) - T_{\infty})$$
(16)

$$k_r = \frac{1}{k_f} \tag{17}$$

$$\frac{\lambda}{\zeta^2} = \alpha$$
 ,  $\alpha = 0, \pm 0.2, \pm 0.4$  (18)

در این مسئله دو شرط مرزی برای حل مسئله میتوان در نظر گرفت:  

$$\frac{d\theta}{d\psi} = 0$$
(19)

$$a\psi_{\psi=0}^{a\psi_{\psi=0}}$$
  
 $\theta|_{\psi=1} = 1$  (20)

## 1-2- روش تبديل ديفرانسيلي DTM

در این قسمت مفهوم این روش مختصراً بیان می گردد. فرض می شود که  $(t - t_i) = t_i$  تابع تحلیلی در دامنه D و  $t - t_i$  بیانگر هر نقطه درون این دامنه باشد، آنگاه تابع (t) بهصورت یک سری توانی حول نقطهی  $t_i$  بیانگر نوشته می شود. می شود. بسط سری تیلور تابع (t) به صورت زیر نوشته می شود:

$$x(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(t-t_i)^k}{k!} \left[ \frac{d^k x(t)}{dt^k} \right] \Big|_{t=t_i} , \forall t \in D$$
(21)

با در نظر گرفتن سری مک لوران برای سری فوق در  $t_i=0$  میتوان نوشت:

395

DOR: 20.1001.1.10275940.1396.17.6.17.7 ]



**Fig. 2** Distribution of non-dimensional temperature along the length of porous fin: validation with the work of Erdem et al [9] شکل 2 نمودار مقایسه دقت روش DTM در مقایسه با حل اردم و همکاران به ازای [9]

مطابق "شکل 2" می توان گفت که روش DTM با دقت بالایی بر نتیجهی حاصل از روش عددی رانگ کوتا مرتبه 4 (RK4) و همچنین روش نیمه-تحلیلی HPM منطبق است. این دو روش از دقت بالایی برخودار هستند و در این پژوهش از زاویهی جدید تحلیلی دیگری به این مسئله نگاه شده است.

## 3- آناليز مسئله به روش DTM

حال با استفاده از نتایج حاصل از روش DTM می توان نمودار توزیع دمای بی بعد شده فین را در راستای طولی به صورت "شکل 3" نشان داد. با توجه به روابط (14) و (18)، مقادیر مثبت  $\alpha$ ، به معنی منفی بودن گرادیان فشار در جهت جریان سیال بوده و مقادیر منفی  $\alpha$ ، به معنی مثبت بودن گرادیان فشار معنی مثبت بودن گرادیان فشار در جهت جریان و کاهش سرعت جریان در جهت حریان و کاهش سرعت جریان در جهت حاصلی مثبت بودن گرادیان فشار در جهت جریان و کاهش سرعت جریان در جهت حریان و کاهش سرعت جریان در بعبت اصلی جریان سیال است. مطابق "شکل 3" مشاهده می شود که با افزایش  $\alpha$  به سمت مقادیر مثبت، سرعت حرکت سیال عبوری از فین متخلخل افزایش یافته و باعث می شود که درجه حرارت در نقاطی دور از پایه ی فین کاهش یابد. همچنین با کاهش  $\alpha$  به سمت مقادیر منفی، سرعت حرکت سیال عبوری از فین حرکت سیال عبوری از فین حرکت سیال عبوری از فین متخلخل کاهش یافته و باعث می شود که درجه با قانون حاکم بر حرکت سیال عبوری از فین حالم یابد. همچنین با کاهش یافته و باعث می شود که درجه ای جابتایی طبیعی و نتیجه حاصل شده با تحقیقات سعدالدین و شاه بابایی [10] تطابق دارد.

محاسبه درجه حرارت بی بعد شده در طول فین این امکان را می دهد که بتوان نرخ انتقال حرارت ایده آل فین متخلخل نسبت به فین صلب را به دست آورد. می توان نرخ انتقال حرارت در فین متخلخل و نرخ انتقال حرارت در فین صلب را به صورت معادله های زیر نوشت [9]:

$$q_p = -k_e w t \left. \frac{dI}{dx} \right|_{x=0} \tag{31}$$

$$q_s = hPL(T_b - T_\infty) \tag{32}$$

با بی بعدسازی روابط (31) و (32) نسبت نرخ انتقال حرارت در فین متخلخل به نرخ انتقال حرارت در فین صلب به صورت رابطه زیر نوشته می شود:

$$\frac{q_p}{q_s} = \gamma = \tau \frac{d\theta}{d\psi} \Big|_{\psi=1}$$
(33)

در رابطه (33)، *۲* خاصیت ترموهندسی<sup>۱</sup> فین است که بهصورت زیر می توان نوشت:

 $\tau = -\frac{k_e w t}{h P L^2}$ 

در رابطه (34)، P محیط فین است. حال می توان نمودار نسبت نرخ انتقال حرارت در فین متخلخل نسبت به فین صلب را بر حسب پارامتر ترمو-هندسی فین به صورت "شکل 4" نشان داد.

مطابق "شکل 4" میتوان گفت که با افزایش مقدار  $\alpha$  نسبت انتقال حرارت در فین متخلخل به فین صلب افزایش مییابد. افزایش  $\alpha$  به سمت مقادیر مثبت، به معنی افزایش گرادیان فشار منفی در جهت جریان همچنین افزایش سرعت جریان در جهت اصلی است که این امر باعث افزایش انتقال حرارت فین متخلخل میشود.

### 1-3- بازده فين متخلخل و اثر پارامتر افت فشار

(34)

میتوان بازده فین را به<br/>صورت رابطهی (35) نوشت:  $\eta = \frac{Q_f}{Q_m} \tag{35}$ 

در رابطه (35)  $Q_f$  نرخ انتقال حرارت در فین و  $Q_m$  ماکزیمم نرخ انتقال حرارت در فین است. نرخ انتقال حرارت در فین را میتوان توسط قانون سرد شدن نیوتون به صورت رابطه (36) نوشت:

$$Q_f = \int_0^L h P(T(x) - T_\infty) dx \tag{36}$$

از طرفی نرخ انتقال حرارت در فین برمبنای دمای پایه T<sub>b</sub> را به صورت زیر میتوان نوشت:



Fig. 3 Dimensionless temperature distribution along the length of porous fin for different values of  $\alpha$  parameter

lpha شكل 3 نمودار توزيع دماى بىبعد شده در راستاى طولى به ازاى مقادير مختلف



porous fin to solid fin heat transfer rate for different values of  $\alpha$ 

شكل 4 نمودار تغييرات نسبت انتقال حرارت در فين متخلخل به انتقال حرارت در

lpha فین صلب برحسب پارامتر ترمو هندسی فین به ازای مقادیر مختلف

parameter

#### بررسی انتقال حرارت جابجایی طبیعی و اجباری در فین متخلخل با مقطع مستطیلی به روش نیمهتحلیلی DTM

$$\begin{array}{c} 3 \\ 2.5 \\ 2 \\ 0 \\ 1.5 \\ 1 \\ 0.5 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} \right)$$

Fig. 6 Effectiveness of porous fin for different values of  $\alpha$  parameter as a function of convection parameter

lpha شکل 6 نمودار ضریب عملکرد فین برحسب جابجایی به ازای مقادیر مختلف lpha

## 3-3- بررسي اثر جابجايي طبيعي و اجباري بر توزيع دما

در این قسمت اثر جابجایی ترکیبی بر توزیع دما در طول فین پرداخته می شود. با توجه به رابطه (2) با صرف نظر از ترم جابجایی طبیعی و با در نظر گرفتن  $\beta = 0$  می توان نوشت:

$$V = -\frac{k}{\mu} \frac{\Delta P}{t} \tag{43}$$

مطابق رابطهی (8) می توان نوشت:

ω

 $\frac{d^2T}{dx^2} - \left(\frac{h(2w+2t)}{wtk_e} - \frac{\rho k}{k_e \mu t}\frac{\Delta P}{t}\right)(T(x) - T_{\infty}) = 0$ (44)همان طور که ملاحظه می شود در رابطه (44) ترم جابجایی طبیعی با در نظر گرفتن فرض موجود در رابطه (43) حذف شده است. بنابراین تنها مکانیزم انتقال حرارت بهصورت جابجایی اجباری میباشد. پس با در نظر گرفتن رابطه (44) و بىبعدسازى آن مىتوان نوشت:

$$\frac{d^2\theta}{d\psi^2} - (K + \zeta^2)\theta = 0 \tag{45}$$

شرايط مرزى رابطه (45) همانند شرط مرزى رابطه (11) مىباشد. از حل معادله (45) و شرایط مرزی مربوطه، نمودار توزیع درجه حرارت بی بعد شده فین در راستای طولی مطابق با "شکل 7" حاصل می شود.

مطابق با "شکل 7"، توزیع درجه حرارت بی بعد شده در طول فین برای  $\alpha \neq 0, \beta = 0$  (جابجایی طبیعی)، همچنین برای حالت  $\alpha = 0, \beta \neq 0$ ،  $\alpha = 0, \beta \neq 0$ 



Fig. 7 Dimensionless temperature distribution along the length of porous fin for different values of  $\alpha$  and  $\beta$  parameters شکل 7 نمودار توزیع دمای بیبعد شده در راستای طولی به ازای مقادیر مختلف α,β

$$Q_m = hPL(T_b - T_\infty$$
 (37)  
حال با قرار دادن روابط (36) و (37) در رابطه (35) میتوان نوشت:

$$\eta = \frac{\int_0^L hP(T(x) - T_\infty) dx}{hPL(T_b - T_\infty)} = \int_0^1 \theta(\psi) d\psi$$
(38)

همچنین نمودار بازده حرارتی برحسب پارامتر جابجایی برای مقادیر مختلف lpha را میتوان به "شکل 5" نشان داد.

مطابق "شکل 5" می توان گفت که با افزایش  $\alpha$  به سمت مقادیر مثبت، بازده فین افزایش می یابد. بنابراین افزایش lpha اثری مطلوب به شمار می آید. به این علت که با افزایش lpha به سمت مقادیر مثبت، گرادیان فشار منفی درجهت جریان افزایش می یابد و در نتیجه سرعت حرکت سیال در جهت اصلی جریان افزایش یافته و این امر منجر می شود که انتقال حرارت در فین متخلخل افزایش یافته و در نهایت موجب افزایش بازده فین می شود. همچنین میتوان گفت که با کاهش lpha به سمت مقادیر منفی، بازده فین کاهش می یابد که اثری نامطلوب به شمار می آید.

## 2-3- ضريب عملكرد فين متخلخل و اثر پارامتر افت فشار

مى توان ضريب عملكرد فين را به صورت رابطه (39) نوشت:  $\varepsilon = \frac{Q_f}{Q_{fb}}$ (39)

در رابطهی فوق  $Q_{fb}$  مقدار حرارت اتلافی در پایه فین است. برای فین با عرض w و ضخامت t رابطه ی انتقال حرارت اتلافی در پایه فین را به صورت رابطه (40) مي توان نوشت: hD+

$$Q_{fb} = \frac{hPt}{2} (T_b - T_{\infty})$$
(40)  
- حال با قرار دادن روابط (36) و (40) در رابطه (39) می توان نوشت:  
 $L^{2}_{ab} R(T(x), T)$ 

$$\varepsilon = \frac{\int_0^2 2h P(T(x) - T_{\infty}) dx}{h P t(T_b - T_{\infty})} = \int_0^1 \omega \theta(\psi) d\psi$$
(41)

در رابطه (41)، ۵ به صورت زیر تعریف می شود:  
$$= \frac{2L}{t}$$
(42)

همچنین نمودار ضریب عملکرد فین برحسب پارامتر جابجایی برای مقادیر مختلف lpha را میتوان به "شکل 6" نشان داد.

مطابق "شكل 6" مى توان گفت كه با افزايش  $\alpha$  به سمت مقادير مثبت، ضریب عملکرد فین نیز افزایش مییابد. پس کاهش  $\alpha$  اثری نامطلوب به حساب میآید. یعنی با کاهش lpha سرعت جریان سیال عبوری از فین متخلخل کم شده و انتقال حرارت در فین متخلخل کاهش یافته و در نتیجه ضریب عملکرد فین کم میشود.



Fig. 5 Efficiency of porous fin for different values of convection and  $\alpha$ parameter

lpha شکل 5 نمودار بازده حرارتی فین برحسب جابجایی به ازای مقادیر مختلف lpha

397

(جابجایی اجباری)، ترسیم شده است. همانطور که ملاحظه میشود افزایش (جابجایی اجباری)، ترسیم شده است. همانطور که ملاحظه میشود افزایش  $\alpha$  از مقدار 0.2 -تا مقدار 0.6 +منحنی توزیع دما به سمت منحنی مربوط به  $0 = \alpha$  میرسد. میتوان چنین استنباط کرد که وقتی مکانیزم انتقال حرارت صرفاً جابجایی اجباری باشد،  $0 = \beta$ ، با در نظر گرفتن  $0.6 + = \alpha$ ، توزیع درجه حرارت منطبق بر حالتی است که مکانیزم انتقال حرارت طبیعی می باشد. همچنین می توان گفت که برای حالت  $0 = \beta$ ، با افزایش  $\alpha$ ، دمای فین متخلخل به سمت دمای محیط پیرامون میل می کند. یعنی صرفاً بانیزم انتقال مراز می می از مین می توان گفت که برای حالت  $0 = \beta$ ، با افزایش  $\alpha$ . دمای می اشد، می توان گفت که برای حالت  $0 = \beta$ ، با افزایش  $\alpha$ . دمای می اشد می توان آین حالت  $0 = \beta$ ، با افزایش  $\alpha$ . دمای می توان آین متخلخل به سمت دمای محیط پیرامون میل می کند. یعنی صرفاً با

## 3–4- بررسی اثر جابجایی طبیعی و اجباری بر نرخ انتقال حرارت فین متخلخل به فین صلب

پس از محاسبه درجه حرارت بی بعد شده در طول فین به ازای  $\alpha$  و  $\beta$  می توان نرخ انتقال حرارت را در فین متخلخل نسبت به فین صلب را به دست آورد. نسبت نرخ انتقال حرارت در فین متخلخل به نرخ انتقال حرارت به ازای مقادیر متفاوت  $\alpha$  و  $\beta$  در "شکل 8" نشان داده شده است.

مطابق با "شکل 8"، برای حالت  $0 = \beta$ ، (مکانیزم جابجایی اجباری) با افزایش مقدار  $\alpha$  از مقدار 2.0– تا مقدار 4.7 منحنی تغییرات انتقال حرارت در فین متخلخل نسبت به فین صلب به حالت  $0 = \alpha$  می رسد. یعنی می توان گفت وقتی مکانیزم انتقال حرارت صرفاً جابجایی اجباری باشد،  $0 = \beta$ ، با در نظر گرفتن 4.7 +  $\alpha$ ، میزان نسبت انتقال حرارت در محیط متخلخل به محیط صلب فین منطبق بر حالتی است که مکانیزم انتقال حرارت جابجایی طبیعی می باشد. همچنین می توان گفت که برای حالت  $0 = \beta$ ، با افزایش  $\alpha$ میزان نسبت انتقال حرارت در محیط متخلخل به محیط صلب فین افزایش میزان نسبت انتقال حرارت در محیط متخلخل به محیط صلب فین افزایش میزان نسبت انتقال حرارت در محیط متخلخل به محیط صلب فین افزایش میزان نسبت کرد.

# 3-5- بررسی اثر جابجایی طبیعی و اجباری بر بازده حرارتی فین متخلخل

برای بازده نیز با حذف پارامتر جابجایی طبیعی از معادله انتقال حرارت میتوان نمودار بازده برحسب پارامتر تخلخل را به صورت "شکل 9" ترسیم کرد:



Fig. 8 Thermo-geometric fin parameter dependency of the ratio of porous fin to solid fin heat transfer rate for different values of  $\alpha$  and  $\beta$  parameters

**شکل 8** نمودار تغییرات نسبت انتقال حرارت در فین متخلخل به انتقال حرارت در فین صلب برحسب پارامتر ترمو هندسی فین به ازای مقادیر مختلف α,β



Fig. 9 Efficiency of porous fin for different values of convection,  $\alpha$  and  $\beta$  parameters

**شکل 9** نمودار تغییرات بازده فین متخلخل برحسب پارامتر جابجایی به ازای مقادیر مختلف α,β

همانطور که ملاحظه میشود، نمودار بازده برحسب پارامتر تخلخل برای مقدار  $0 \neq 0, \beta = 0$  و همچنین برای حالت  $0 = 0, \beta \neq 0$  رسم شده مقدار  $0 \neq 0, \beta = 0$  و همچنین برای حالت  $0 = \beta, 0 \neq \alpha$  رسم شده است، در این حالت میتوان گفت که با در نظر گرفتن مکانیزم انتقال حرارت اجباری  $0 = \beta$  و کاهش مقدار  $\alpha$  از 4.0 + تا مقدار 4.0 - عملاً بازده فین متخلخل افزایش می یابد. همچنین با توجه به نمودار  $2 \ge 5$  برای دو حالت  $0 = \alpha = 0$  میتوان چنین گفت که باری حالت معدار  $2 \ge 5$  برای دو حالت بازده فین متخلخل افزایش می یابد. همچنین با توجه به نمودار  $2 \ge 5$  برای دو حالت بازده فین متخلخل نسبت به حالتی که مکانیزم انتقال حرارت جابجایی اجباری میتوان گفت بازده فین متخلخل نسبت به معانی که مکانیزم انتقال حرارت جابجایی میتوان گفت بازده فین متخلخل برای حالت خاص یعنی  $\xi = 3$  میتوان گفت بازده فین متخلخل برای حالت همی یعنی  $\xi = 3$  میتوان گفت بازده فین متخلخل برای حالت همی یعنی  $\xi = 3$  میتوان گفت بازده فین متخلخل برای حالت می می یابد. یعنی با تغییر میتوان گفت بازده فین متخلخل برای حالت می یعنی و میتوان گفت بازده فین متخلخل برای حالت می یعنی به میتوان گفت بازده فین میتوان گفت بازده فین متخلخل برای حالت مین به می یعنی و میتوان گفت بازده فین میتوان گفت بازده فین می یعنی و میتوان گفت بازده فین میتوان گفت بازده فین متخلخل برای حالت خاص یعنی به میتوان گفت بازده فین برای ین حالات خاص حدوداً 100 فزایش مییابد.

## 3-6- بررسی اثر جابجایی طبیعی و اجباری بر ضریب عملکرد فین متخلخل

برای ضریب عملکرد فین متخلخل نیز با حذف پارامتر جابجایی طبیعی از معادله انتقال حرارت می توان نمودار مربوطه را برحسب پارامتر تخلخل را به صورت "شکل 10" ترسیم کرد.

مطابق شکل فوق، نمودار ضریب عملکرد فین متخلخل برحسب پارامتر تخلخل برای مقدار  $0 \neq 0, \beta = \alpha$  و همچنین برای حالت  $0 = \beta, 0 \neq \pi$ رسم شده است، مطابق این حالت، با در نظر گرفتن مکانیزم انتقال حرارت اجباری  $0 = \beta$  و کاهش مقدار  $\alpha$  از 0.0+1 تا مقدار 0.0-3 ملاً ضریب عملکرد فین متخلخل افزایش می بابد. همچنین با توجه به نمودار  $2 \ge \zeta$ برای دو حالت  $0 = \alpha$  و  $0 = \alpha = 0$  می توان چنین گفت که برای حالت جابجایی اجباری ضریب عملکرد فین متخلخل نسبت به حالتی که مکانیزم جابجایی اجباری ضریب عملکرد فین متخلخل نسبت به حالتی که مکانیزم  $\alpha = 0$  می توان گفت ضریب عملکرد فین متخلخل نسبت به حالتی که مکانیزم یعنی اجباری حالت خاص یعنی و  $0 = 0, \alpha = -0.4$ از مقدار 1270 به مقدار 1270 افزایش می بابد. و 9.0 =  $\alpha = 0$  از مقدار 2075 به مقدار 1270 افزایش می بابد. و جابجایی طبیعی به حالت و جابجایی اجباری ضریب عملکرد فین برای این حالات خاص حدوداً 30%



Fig. 10 Effectiveness of porous fin for different values of  $\alpha$  and  $\beta$  parameters as a function of convection parameter

**شکل 10** نمودار تغییرات ضریب عملکرد فین متخلخل برحسب پارامتر جابجایی به ازای مقادیر مختلف α, β

## 4- نتیجه گیری

در پژوهش حاضر به بررسی نحوه توزیع دما در فین متخلخل و همچنین نحوه تغییر بازده فین و ضریب تاثیر فین متخلخل با تغییرات پارامتر افت فشار پرداخته شد و نتایج زیر حاصل شد:

ا- روش نیمه تحلیلی DTM یک سری توانی با بینهایت جمله بوده و از دقت زیاد و سرعت همگرایی بالا برخوردار میباشد.

2- روش DTM با دقت بالایی بر نتیجهی حاصل از روش عددی رانگ کوتا مرتبه 4 و همچنین روش نیمه تحلیلی HPM منطبق است.

S- درجه حرارت فین متخلخل در امتداد طولی کاهش یافته و با افزایش  $\alpha$  سریع تر به دمای محیط پیرامون می سد که این پدیده با اصل جابجایی طبیعی تطابق کامل دارد.

له نسبت انتقال حرارت در فین متخلخل به فین صلب  $\gamma$  با افزایش 4 پارامتر ترموهندسی فین au افزایش مییابد.

5- برای مقادیر ثابت au مقدار  $\gamma$  با افزایش  $\alpha$  افزایش می یابد و این بدان معنی است که نرخ انتقال حرارت در فین متخلخل نسبت به فین صلب افزایش می یابد.

- بازده فین با کاهش  $\alpha$  به سمت مقادیر منفی وضوح کاهش می یابد که این کاهش به خصوص در مقدار های بالاتر  $\zeta$  بیشتر خود را نشان میدهد. همچنین با افزایش  $\alpha$  به سمت مقادیر مثبت، بازده فین افزایش یافته که اثری مطلوب به شمار میآید.

7- ضریب عملکرد فین ع با افزایش α به سمت مقادیر مثبت، افزایش می یابد در سویی دیگر، با کاهش آن مقدار ضریب تاثیر فین کاهش یافته و اثری نامطلوب در فرآیند انتقال حرارت به شمار می آید.

در مکانیزم انتقال حرارت جابجایی اجباری یعنی حالت  $0 = \beta$ ، با در نظر گرفتن  $\alpha = +0.6$  ، توزیع درجه حرارت منطبق بر حالتی است که مکانیزم انتقال حرارت، جابجایی طبیعی  $0 = \alpha$  ، میباشد.

با افزایش  $\alpha$  به سمت مقادیر مثبت، دمای فین eta با افزایش lpha به سمت مقادیر مثبت، دمای فین متخلخل سریعتر به دمای محیط پیرامون میرسد.

10 - در مکانیزم انتقال حرارت جابجایی اجباری  $\beta = 0$ ، با در نظر گرفتن  $\alpha = +0.7$  میزان نسبت انتقال حرارت در محیط متخلخل به محیط صلب فین منطبق بر حالتی است که مکانیزم انتقال حرارت، جابجایی طبیعی میباشد.

میزان نسبت انتقال حرارت در eta میزان نسبت انتقال حرارت در eta محیط متخلخل به محیط صلب فین افزایش می یابد.

ا- در  $\Sigma \leq \zeta$  ، برای دو حالت  $0 = \alpha = 0$  و  $\beta = \alpha = 0$  میتوان گفت  $\beta$  جرای حالت جابجایی اجباری بازده فین متخلخل نسبت به حالتی که مکانیزم انتقال حرارت طبیعی است، بیشتر میباشد.

eta = در  $\zeta$  = 3 ، بازده فین متخلخل از حالت lpha = 0 به حالت -13 . حدوداً 10% افزایش می یابد. lpha = -0.4

14- با تغییر مکانیزم انتقال حرارت از حالت جابجایی طبیعی به حالت جابجایی اجباری ضریب عملکرد فین در حدود %30 افزایش مییابد.

#### 5- فهرست علايم

<sup>a</sup> پارامتر نفوذ حرارتی

- (m<sup>2</sup>) سطح مقطع (m<sup>2</sup>)
- Da پارامتر بیبعد تخلخل- جابجایی فین متخلخل
  - (ms<sup>-2</sup>) شتاب گرانش (g
  - h ضریب انتقال حرارت جابجایی ( $Wm^{-2}K^{-1}$ )
- $(\text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1})$  ضریب هدایت حرارتی فین متخلخل  $k_e$
- (Wm<sup>-1</sup>K<sup>-1</sup>) ضریب هدایت حرارتی فین متخلخل  $k_f$ 
  - ضريب انتقال حرارت نسبى  $k_r$
- خریب هدایت حرارتی قسمت صلب فین متخلخل  $k_{
  m s}$  (Wm<sup>-1</sup>K<sup>-1</sup>)
  - (m<sup>2</sup>) ضريب تراوايي فين متخلخل K
    - (m) طول فین متخلخل L
  - <sup>in</sup> دبی جرمی عبوری از فین متخلخل<sup>(۱</sup>kgs)
    - شار گرمایی (Wm<sup>-2</sup>)
    - (W) نرخ انتقال حرارت از فین متخلخل  $Q_f$
  - (W) نرخ انتقال حرارت از پایه یفین متخلخل  $Q_{fb}$
  - (W) ماکزیمم نرخ انتقال حرارت از فین متخلخل  $Q_m$ 
    - Ra عدد رایلی

q

V

- (K) درجه حرارت فین متخلخل (K)
  - (K) درجه حرارت محیط  $T_{\infty}$
- سرعت حرکت سیال عبوری از فین متخلخل (<sup>--</sup>ms)

#### علايم يونانى

- lpha ضريب بى بعد افت فشار درون فين متخلخل lpha
  - ضريب انبساط حرارتى eta
  - نرخ انتقال حرارت بیبعد  $\gamma$
  - <sup>ع</sup> ضريب عملكرد فين متخلخل
    - λ یارامتر افت فشار
      - ζ پارامتر جابجایی
    - بازدہ حرارتی فین متخلخل  $\eta$
  - درجه حرارت بیبعد فین متخلخل heta
    - ع پارامتر تخلخل
      - پر ر ر چگالی سیال
  - τ پارامتر ترمو هندسی فین متخلخل
    - ν ویسکوزیته سینماتیکی سیال
      - ¢ تخلخل

DOR: 20.1001.1.10275940.1396.17.6.17.7

- [8] D. A Neild, A. Bejan, *Convection in Porous Media*, pp. 147-148, Springer Science+Business Media, Inc. 2006.
- [9] E. Cuce, P. M. Cuce, A successful application of homotopy perturbation method for efficiency and effectiveness assessment of longitudinal porous fins, *Energy Conversion and Management*,;Vol. 93,No. 1, pp. 92-9, 2015.
- [10] S. Saedodin, M. Shahbabaei. Thermal analysis of natural convection in porous fins with homotopy perturbation method, (HPM). *Arabian Journal of Science Engineering*, Vol. 38,No. 8, pp. 2227-31, 2013.
- [11] S. Kiwan. Thermal analysis of natural convection porous fins, *Transport in Porous Media*, Vol. 67, No. 1, pp. 17–29, 2006.
  [12] J. K. Zhou, *Differential Transformation Method and Its*
- [12] J. K. Zhou, Differential Transformation Method and Its Application for Electrical Circuits, PhD thesis, Wuhan, China: Huazhong university, 1986.
- [13] A. Abbasov, A. R. Bahadir, The investigation of the transient regimes in the nonlinear systems by the generalized classical method, *Mathematical Problems in Engineering* Vol. 5, No. 5 pp. 503–519, 2005.
- [14] A. Vahabzadeh, D. D. Ganji, M. Abbasi. Analytical investigation of porous pin fins with variable section in fully-wet conditions, *Case Study in Thermal Engineering*, Vol. 5, No. 1, pp. 1–12, 2015.
- [15] B. Dipankar, B. Kundub, P. K. Mandala. Thermal analysis of porous pin fin used for electronic cooling, *Procedia Engineering*, Vol. 64, No. 1, pp. 956 – 965, 2013.
- [16] B. Kundu, D. Bhanja, K. S. Lee. A model on the basis of analytics for computing maximum heat transfer in porous fins, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 55, No.25-26, pp.7611– 22, 2012.

طول بى بعد فين متخلخل  $\psi$ 

*w* نسبت طول به ضخامت فین متخلخل

#### 6- مراجع

- [1] M. Kaviany, *Principle of Heat Transfer in Porous Media*, Second ed, pp. 1-11, New York: Springer, 1995.
- [2] M. K. Alkam, M. A. Al-Nimr, Solar collectors with tubes partially filled with porous substrate, *Journal of Solar Energy Engineering*, Vol. 121, No. 1, pp. 20–24, 1999.
- [3] S. Jalili Palandi, M. Hatami, S. E. Ghasemi, E. Mohseni Languri, R. Masoodi, Temperature distribution of convective fin with temperature-dependent internal heat generation and thermal conductivity using DTM, *International Journal of Nonlinear Dynamics in Engineering and Sciences*, Vol. 4, No. 1-2, , pp. 141-153, 2012.
- [4] S. Kiwan, M. Al-Nimr, Using porous fins for heat transfer enhancement, *Journal of Heat Transfer*, Vol. 123, No. 4, pp. 790– 5, 2001.
- [5] S. Kiwan, Effect of radiative losses on the heat transfer from porous fins, *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 46, No. 10, pp. 1046–55, 2007.
- [6] S. Saedodin, S. Sadeghi. Temperature distribution in long porous fins in natural convection condition, *Middle-East Journal of Scientific Research*, Vol. 13, No. 6, pp. 812–7, 2013.
- [7] B. Kundu, D. Bhanja, K. S. Lee. A model on the basis of analytics for computing maximum heat transfer in porous fins, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 55, No. 25-26, pp. 7611– 22, 2012.