مجله مهندسی مکانیک مدرس، خرداد 1394، دوره 15، شماره 3، ص‌ص 63-74

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

تعیین پارامترهای مناسب منبع تولید موج لمب با اتلاف کم برای بازرسی اتصالات چسبی سه لایه

پژمان تقی پور بیرگانی[1]، خسرو نادران طحان[2*]، سینا سوداگر[3]، محمد شیشه ساز[2]

1- دانشجوی دکترا، مهندسی مکانیک، دانشگاه شهید چمران، اهواز
2- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه شهید چمران، اهواز
3- استادیار، مهندسی بازرسی فنی و ایمنی، دانشگاه صنعت نفت آبادان ، آبادان
* اهواز، کدپستی: 6135743337، naderan_k@scu.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: 20 آبان 1393
پذیرش: 15 آذر 1393
ارائه در سایت: 04 بهمن 1393

کلید واژگان:
منبع تولید موج
تابش زاویه‌ایی
اتصالات چسبی سه لایه
موج لمب با اتلاف کم
روش بسط مودهای نرمال

چکیده

در این مقاله مودهای قابل انتشار در یک اتصال چسبی سه لایه هم بدون در نظر گرفتن تأثیر منبع تولید موج و هم با در نظر گرفتن تأثیر منبع، مورد بررسی قرار گرفته و مشخص می‌شود که کدام یک از مودهای قابل انتشار دارای اتلاف کمتری هستند. ابتدا انتشار موج لمب در اتصالات چسبی با استفاده از روش ماتریس کلی بررسی می‌شود و معادله مشخصه با اعمال شرایط مرزی و پیوستگی که شامل شرایط مرزی بدون تنش در سطوح خارجی اتصال و پیوستگی بین لایه‌ها می‌باشد استخراج می‌شود. نمودارهای تجزیه سرعت فاز و اتلاف برحسب فرکانس با حل عددی معادله مشخصه به‌دست می‌آید. سپس تاثیر منبع بر روی میدان موج در اتصالات چسبی با استفاده از روش بسط مودهای نرمال بررسی می‌شود. همچنین نمودارهای جریان توان متوسط مود تحریک شده با اتلاف کم و درصد انرژی آن مود نسبت به انرژی کل موج لمب برحسب پارامترهای منبع در یک فرکانس مشخص به‌دست می‌آید. این نتایج برای تعیین پارامترهای مناسب منبع، جهت تولید مود موج لمب با اتلاف کم در یک فرکانس مشخص مورد استفاده است. در نهایت شبیه‌سازی اجزاء محدود تولید موج لمب برای مقایسه با نتایج روش بسط مودهای نرمال انجام می‌شود. نتایج نشان می‌دهند که برای تولید مود M3 با اتلاف کم در اتصال چسبی سه لایه آلومینیوم – اپوکسی - آلومینیوم در فرکانس 0/25 MHz، زاویه گوه مناسب 16 درجه و پهنای ترنسدیوسر مناسب 20 mm می‌باشد.

Suitable parameters determination of lamb wave generation source with low-attenuation for three-layer adhesive joints inspection

Pezhman Taghipour Birgani[1*], Khosro Naderan Tahan[1*], Sina Sodagar[2], Mohammad Shishesaz[1]

1- Department of Mechanical Engineering, Shahid Chamran University, Ahvaz, Iran
2- Department of Technical Inspection Engineering, Abadan Institute of Technology, Petroleum University of Technology, Abadan, Iran
* P.O.B. 123456789 Ahvaz, Iran, naderan_k@scu.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 12 October 2014
Accepted 06 December 2014
Available Online 24 January 2015

Keywords:
Wave Generation Source
Angle Beam
Three-Layer Adhesive Joints
Low-Attenuation Lamb Wave
Normal Modes Expansion Method

ABSTRACT

In this paper, Propagated modes in a three-layer adhesive joint are investigated regardless of the influence of wave generation source and also taking it into consideration, and low-attenuation modes are determined. In the beginning, lamb wave propagation in the adhesive joints is investigated using global matrix method and characteristic equation is derived by applying continuity and boundary conditions which include traction-free boundary conditions on outer surfaces of the joints and continuity between layers. Phased velocity and attenuation dispersion curves in terms of frequency are obtained by numerical solution of the characteristic equation. Then, the source influence on wave field is investigated using normal mode expansion method. Average power flow of low-attenuation excited mode and its energy percentage to the lamb wave total energy curves in terms of source parameters for specific frequency are obtained. These results are used to determine the suitable parameters of the source which are used to generate low-attenuation lamb wave mode. Finally, finite element simulations of lamb wave generation are performed to compare with the results of normal modes expansion method. The results indicate that, to generate M3 mode with low-attenuation level in the three-layer adhesive joint aluminium-epoxy-aluminium at frequency 0.25 MHz, suitable wedge angle is 16 degrees and suitable transducer width is 20 mm.

1- مقدمه

برای بازرسی و اطمینان از سالم بودن اتصالات چسبی می‌توان از امواج فراصوت استفاده کرد. اگر چه میرایی لایه چسب به خاطر وجود خواص ویسکوالاستیک، محدوده بازرسی‌ها را کوچک و صرف وقت را افزایش می‌دهد، اما با انتخاب بعضی از مودها و فرکانس‌های قابل انتشار این امواج می‌توان محدوده‌های بزرگتری را با صرف وقت کمتر بازرسی کرد. برای دست‌یابی به

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

Please cite this article using:
P. Taghipour Birgani, Kh. Naderan Tahan, S. Sodagar, M. Shishesaz, Suitable parameters determination of lamb wave generation source with low-attenuation for three-layer adhesive joints inspection, *Modares Mechanical Engineering,* Vol. 15, No. 3, pp. 63-74, 2015 (In Persian)

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1394.15.3.7.7]

این هدف باید بعضی از مشخصه‌های امواج فراصوت نظیر سرعت فاز و اتلاف انرژی امواج در چند لایه‌ها با روش‌های مناسب ارزیابی شود. روش‌های مختلفی برای مطالعه انتشار موج در چند لایه‌ها بدون در نظر گرفتن تأثیر منبع موج و یا با در نظر گرفتن این تأثیر وجود دارد. روش‌های ماتریس انتقال، ماتریس کلی، تحلیلی، اجزاء محدود گذرا، اجزاء محدود طیفی و ترکیب امواج جزیی برای دسته اول و روش بسط مودهای نرمال برای دسته دوم به‌کار می‌رود. روش‌های ماتریس کلی و ماتریس انتقال برای استخراج مشخصه های امواج فراصوت در محیط‌های الاستیک و ویسکوالاستیک قابل استفاده‌اند[1]. اگرچه برای محیط‌های ویسکوالاستیک در فرکانس‌های بالا ناپایداری عددی پیدا می‌کنند[3،2]. روش‌های تحلیلی و اجزاء محدود گذرا برای مطالعه انتشار امواج هدایت شده در چند لایه‌های چسبی [4] و روش ترکیب امواج حجمی جزیی برای مطالعه انتشار امواج در لایه ویسکوالاستیک متصل به یک ورق الاستیک [5] مورد استفاده قرار گرفته‌اند. مشخصه‌های انتشار امواج هدایت شده در استوانه با پوشش ویسکوالاستیک، با روش تحلیلی و ماتریس کلی استخراج و با نتایج حاصل از آزمایش مقایسه شده‌اند[6]. روش اجزاء محدود طیفی نیز برای مدل‌سازی انتشار امواج فراصوت در چند لایه‌های ویسکوالاستیک خطی [7] و در موج‌برهای ویسکوالاستیک با سطح مقطع دلخواه به‌کار گرفته شده و تغییرات مشخصه های موج به‌صورت نمودارهایی ارائه شده‌اند[9،8].

در مسائل عملی برای ارسال موج فراصوت به درون چند لایه، حسگری روی سطح آن قرار می‌دهند که معمولاً دارای ابعاد معین بوده و فشار مشخصی را به سطح جسم اعمال می‌کند. تغییر شرایط مرزی که ناشی از بارگذاری منبع موج است باعث انتشار مودهای دیگری در سازه می‌شود. انتشار موج تحت این شرایط در یک استوانه الاستیک نامحدود با روش بسط مودهای نرمال [10] و در تک لایه ناهمسان‌گرد وقتی که از حسگر نواری استفاده شود، بررسی شده است[11]. تأثیر حسگرهای چند المانی بر انتشار موج در ورق‌های کمپوزیتی با استفاده از ترکیب روش‌های اجزاء محدود و بسط مودهای نرمال [12] و انتخاب شکل مودهایی که دارای بیشترین جابجایی های درون صفحه‌ای و برون صفحه‌ای هستند و تعیین پارامترهای مناسب حسگر برای این مودها، بدون در نظر گرفتن اثر میرایی لایه چسب در یک اتصال چسبی تیتانیم- آلومینیم انجام شده است[13].

در این مقاله ابتدا مشخصه‌های انتشار امواج لمب در اتصالات چسبی سه لایه با استفاده از روش ماتریس کلی و بدون در نظر گرفتن تأثیر منبع استخراج و مودهایی با اتلاف کم مشخص شده‌اند. سپس با استفاده از روش بسط مودهای نرمال، تأثیر منبع بر این مشخصه‌ها بررسی و پارامترهای بهینه منبع تولید موج نظیر طول حسگر و زاویه تابش برای موجی با اتلاف کم در یک فرکانس معین، مشخص شده‌اند که این موضوع نوآوری این مقاله می‌باشد. برای دست‌یابی به این هدف از نمودارهایی که برای انتشار انرژی موج ترسیم شده‌اند بهره گرفته شده است. روش اجزاء محدود نیز برای مدل‌سازی همزمان اتصال و منبع موج و مقایسه نتایج حاصل با نتایجی که از روش بسط مودهای نرمال به‌دست آمده‌اند مورد استفاده قرار گرفته است.

2- مبانی نظری انتشار موج در اتصال چسبی

2-1- بررسی انتشار موج لمب با استفاده از روش ماتریس کلی - بدون تأثیر منبع

انتشار امواج در چند لایه‌های الاستیک همسانگرد با استفاده از روش ماتریس کلی در [14] مورد مطالعه قرار گرفته است (پیوست 1). با نوشتن معادله حرکت ناویر، معادله (1)، برای ذرات مادی هر لایه و استفاده از روش تجزیه هلمهولتز، تغییر مکان و سپس به کمک روابط تغییر مکان - کرنش و تنش - کرنش در هر نقطه از لایه تنش‌های نرمال و برشی قابل محاسبه‌اند.

$$\mu\nabla^2\vec{u}+(\lambda+\mu)\nabla(\nabla\cdot\vec{u})=\rho\frac{\partial^2\vec{u}}{\partial t^2} \tag{1}$$

در این معادله μ، λ و ρ به‌ترتیب ثابت‌های لامه و چگالی لایه و $\vec{u}$ بردار جابجایی است. برای لایه چسب که ویسکوالاستیک است طبق اصل تشابه آلفری [16،15] می‌توان مانند لایه‌های الاستیک عمل کرد با این شرط که ثابت‌های لامه به صورت اعداد مختلط که توابعی از فرکانس هستند، در نظر گرفته می‌شوند (به پیوست 1 مراجعه شود) [17].

در هر لایه امواج طولی و برشی با دامنه‌های متفاوت و به‌صورت مایل به هر یک از سطوح لایه نزدیک و یا از آن دور می‌شوند (شکل 1). L+ و L− به ترتیب امواج طولی و S+ و S− امواج برشی به سمت پایین و بالای ورق و h_1، h_2 و h_3 ضخامت لایه‌ها هستند.

اگر پاسخ معادله حرکت هارمونیک فرض شود برای مشخص کردن تغییر مکان و تنش در هر نقطه از لایه، چهار مقدار ثابت $A_{(L+)}$، $A_{(L-)}$، $A_{(S+)}$ و $A_{(S-)}$ در معادله (2) باید محاسبه شوند:

$$\begin{Bmatrix} u_x \\ u_y \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} = M \begin{Bmatrix} A_{(L+)} \\ A_{(L-)} \\ A_{(S+)} \\ A_{(S-)} \end{Bmatrix} e^{i(\omega t-kx)} \tag{2}$$

در این رابطه M ماتریس لایه است و یک ماتریس 4×4 می‌باشد و در پیوست 1 آرایه‌های آن مشخص شده‌اند.

با اعمال شرایط مرزی برای تنش‌ها و تغییر مکان‌ها روی سطوح هر لایه، دستگاه معادلات همگنی با دوازده معادله و دوازده مجهول که دامنه‌ها یا شکل مودهای امواج قابل انتشار در اتصال سه لایه هستند به دست می‌آید که دترمینان ماتریس12×12 ضرایب آن باید صفر شود تا جواب غیر بدیهی وجود داشته باشد. با استخراج ریشه‌های معادله مشخصه نمودارهای سرعت فاز و اتلاف ترسیم می‌شوند. برنامه‌ای کامپیوتری برای استخراج تمام ریشه‌ها نوشته شده است.

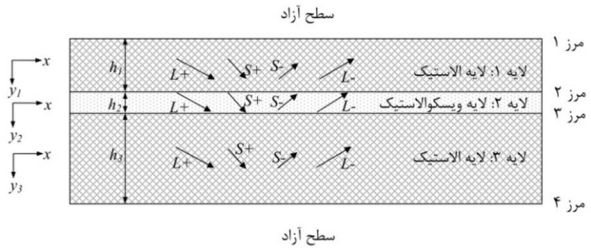
2-2- بررسی انتشار موج لمب با استفاده از روش بسط مودهای نرمال -تأثیر منبع

اگر روی بخشی از سطح ورق تنش فشاری ناشی از منبع ایجاد موج وجود داشته باشد، با اعمال شرایط مرزی جدید دستگاه معادلات حاصل در روش ماتریس کلی دیگر همگن نخواهد بود و به همین دلیل تعیین فرکانس‌ها و طول موج‌های قابل انتشار باید با روش دیگری تعیین شوند. روش بسط مودهای نرمال برای این منظور به‌کار گرفته می‌شود. به کمک این روش مودهای قابل انتشار تحت تأثیر اندازه و ابعاد منبع با توزیع فشار ثابت و متغیر و با زوایای تابش مختلف در یک ورق الاستیک غیر ایزوتروپیک به طور مفصل مورد بررسی قرار گرفته است[18،14]. با تعمیم این روش برای یک اتصال سه لایه چسبی که جزئیات آن در پیوست 2 آورده شده است، دامنه یا شکل مود امواج قابل انتشار محاسبه شده‌اند. برای این کار یک منبع با عرض D که بر روی یک گوه با زاویه θ_i نصب شده است در نظر گرفته شد (شکل 2).

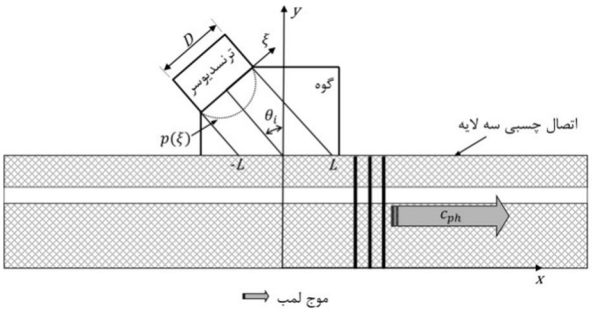
فرض بر این است که منبع یک موج تنشی هارمونیک تولید می‌کند که پس از عبور از درون گوه به سطح بالایی اتصال چسبی برخورد می‌کند. همچنین ترنسدیوسر یک توزیع فشار دلخواه $p(\xi)$ در گوه تولید می‌کند.

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1394.15.3.7.7]



شکل 1 انتشار موج لمب در اتصال چسبی سه لایه الاستیک- ویسکوالاستیک



شکل 2 مدل تولید موج لمب توسط ترنسدیوسر تابش زاویه‌ایی

گوه توسط یک لایه نازک مایع غیر لزج به سطح بالایی اتصال چسبی کوپل شده است، بنابراین فقط عکس العمل نرمال به سطح اتصال منتقل می‌شود و عکس‌العمل برشی قابل صرف‌نظر کردن است.

پس از انجام محاسبات لازم (پیوست 2)، ضریب دامنه امواج قابل انتشار در جهت مثبت x برای توزیع فشار ثابت منبع به‌صورت رابطه (3) به‌دست می‌آیند:

$$A_{+n}(x)=\frac{-v_{-ny}(h_1+h_2+h_3)}{4P_{n(-n)}}2\sigma_0\cos\theta_i e^{ik_w(h_1+h_2+h_3)\cos\theta_i}\times \frac{\sin(\frac{(k_n-k_w\sin\theta_i)D}{2\cos\theta_i})}{k_n-k_w\sin\theta_i}e^{-ik_nx},\ x\geq L \quad (3)$$

در جایی‌که $A_{+n}(x)$ و v_{-ny} به‌ترتیب ضریب دامنه مود نرمال برای امواج منتشر شده در جهت مثبت x (سمت راست) و مولفه y سرعت برای امواج منتشر شده در جهت منفی x (سمت چپ) می‌باشد. همچنین $P_{n(-n)}$ از رابطه (53) پیوست 2 برای دو مود با عدد موج k_n و $-k_n$ به‌دست می‌آید. در این رابطه k_w عدد موج[1] ورودی به گوه و برابر با ω/c_w است، c_w سرعت موج طولی در گوه بوده و L نصف طول ناحیه بارگذاری شده[2] است و از رابطه (4) به‌دست می‌آید. بقیه پارامترها روی شکل 2 نشان داده شده‌اند.

$$L=\frac{D}{2\cos(\theta_i)} \quad (4)$$

2-3- تعیین پارامترهای منبع برای تولید موج با اتلاف کم

یکی از مشخصه‌هایی که برای تعیین پارامترهای بهینه منبع تولید موج در چند لایه‌ها بکار می‌رود، جریان توان متوسط است که به‌وسیله هر یک از مودها در امتداد لایه منتقل می‌شود. با مشخص شدن ضرایب دامنه برای هر مود می‌توان بردارهای تغییر مکان، سرعت و تنش و در نتیجه جریان توان متوسط را برای آن مود و در هر نقطه از چند لایه مشخص کرد[18،14]. همچنین درصد انرژی منتقل شده به وسیله هر مود نسبت به کل انرژی در هر مقطع از چند لایه قابل محاسبه است. شکل کلی جریان توان متوسط حمل شده توسط موج لمب در جهت مثبت محور x ها به ازاء واحد عرض اتصال چسبی سه لایه که در این پژوهش مورد استفاده قرار گرفته است به صورت رابطه (5) نوشته می‌شود:

$$P_{ave}=\mathrm{Re}(-\frac{1}{2}\int_0^{h_1+h_2+h_3}\vec{v}^*.T.\hat{e}_x\,dy) \quad (5)$$

که در آن P_{ave} جریان توان متوسط موج لمب است که واحد آن وات بر متر است. منظور از Re بخش حقیقی کمیت داخل پرانتز و * مزدوج بردار مختلط سرعت و T تانسور تنش روی صفحه‌ای است که نرمال آن $\hat{e}_x$ می‌باشد (دستگاه مختصات در شکل 2 مشخص شده است). همچنین جریان توان متوسط حمل شده توسط مود nام در جهت $+x$ بر واحد عرض اتصال چسبی سه لایه از رابطه (6) به‌دست می‌آید:

$$P_n=\mathrm{Re}(-\frac{1}{2}\int_0^{h_1+h_2+h_3}\vec{\bar{v}}_n^*.\bar{T}_n.\hat{e}_x\,dy) \quad (6)$$

در جایی‌که P_n جریان توان متوسط حمل شده توسط مود nام در جهت $+x$ بر واحد عرض اتصال چسبی سه لایه می‌باشد. در رابطه فوق $\vec{\bar{v}}_n^*$ مزدوج بردار مختلط سرعت مود nام و $\bar{T}_n$ تانسور تنش مود nام می‌باشند. همچنین با استفاده از روابط (5) و (6) درصد انرژی حمل شده توسط هر مود نسبت به انرژی کل در فواصل مختلف را می‌توان به‌دست آورد.

ضریب دامنه مودهای قابل انتشار و در نتیجه جریان توان متوسط و درصد انرژی منتقل شده به‌وسیله آن‌ها به پارامترهای هندسی منبع یعنی عرض حسگر D و زاویه تابش (زاویه گوه) θ_i بستگی دارند. به کمک نمودارهای تجزیه سرعت فاز و اتلاف با مشخص کردن مود خاصی که در فرکانس معین دارای اتلاف کمی است با داشتن سرعت فاز این مود c_{ph}، زاویه تابش مطابق قانون اسنل از رابطه (7) به‌دست می‌آید:

$$\theta_i^s=\sin^{-1}(\frac{c_w}{c_{ph}}) \quad (7)$$

در این رابطه c_w سرعت موج طولی در گوه می‌باشد.

حال باید مقادیر مناسب D و θ_i را به‌نحوی مشخص کرد که درصد انرژی منتقل شده به وسیله این مود بیشترین مقدار را داشته باشد. با استفاده از نمودار درصد انرژی این مود می توان D^{opt} و θ_i^{opt} را برای حسگری که طول ناحیه تحریک آن $2L$ باشد تعیین کرد.

2-4- روش اجزاء محدود برای شبیه سازی انتشار موج

جهت تولید و انتشار یک مود موج لمب در یک اتصال چسبی سه لایه الاستیک– ویسکوالاستیک از یک مدل اجزاء محدود دو بعدی استفاده می‌شود. طول این اتصال جهت اجتناب از انعکاس موج از مرزهای جانبی (عرضی) در مدت زمان انتشار موج به اندازه کافی بزرگ در نظر گرفته شده است. المان مناسب برای بررسی انتشار موج لمب در حالت کرنش صفحه‌ایی المان CPE4R می‌باشد. این المان خطی، دو بعدی، دارای دو درجه آزادی و چهار نود می‌باشد و جزء المان‌های کرنش صفحه‌ایی است که در آنالیز صریح مورد استفاده قرار می‌گیرد.

در مدل‌سازی اجزاء محدود انتشار موج جهت همگرایی نتایج در حوزه زمانی و دقت کافی نتایج در حوزه مکانی دو معیار بسیار مهم باید مورد توجه قرار گیرد که عبارتند از [19]:

1- ماکزیمم اندازه هر المان Δl_{max} باید کوچکتر از یک دهم کوچکترین طول موج λ_{min} باشد، $\Delta l_{max}\leq\lambda_{min}/10$.

2- گام زمانی Δt باید با استفاده از رابطه $\Delta t<\Delta l_{min}/c_{max}$ انتخاب شود

1- Wavenumber
2- Length of Loaded Region

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1394.15.3.7.7]

در جایی که Δl_{min} کوچکترین اندازه المان و c_{max} بیشترین سرعت موجی که در مسئله وجود دارد می‌باشد.

ثابت های مورد نیاز نرم افزار برای لایه‌های الاستیک، مدول یانگ E و ضریب پواسون υ و برای لایه ویسکوالاستیک، مدول یانگ و ضریب پواسون دراز مدت $E(\infty)$ و $\upsilon(\infty)$ هستند با استفاده از خواص صوتی لایه‌های الاستیک و ویسکوالاستیک قابل محاسبه هستند. هم‌چنین متغیرهای دیگری که توابعی از فرکانس هستند و برای تعریف رفتار ماده ویسکوالاستیک در نرم‌افزار مورد نیاز هستند ارائه شده‌اند.

برای مدل‌سازی منبع تولید موج شرط مرزی طبق رابطه (8) تعریف شده است:

$$\vec{t}(x,h_1+h_2+h_3)=\begin{cases}\sigma_0\cos\theta_i^{opt}e^{-ik_w(x\sin\theta_i^{opt}-(h_1+h_2+h_3)\cos\theta_i^{opt})}\hat{e}_y & ,|x|\le L\\ 0 & ,|x|>L\end{cases} \quad (8)$$

در شکل 3 شبکه‌بندی مدل اجزاء محدود یک اتصال چسبی سه لایه همراه با ناحیه بارگذاری شده نشان داده شده است. همچنین فرکانس تحریک[1] توسط یک سیگنال کسینوسی پنجره‌ایی[2] که دامنه بارگذاری فشاری برحسب زمان می‌باشد و به عنوان تابع بارگذاری شناخته می‌شود تولید می‌شود. شکل 4 سیگنال‌های تون برست[3] در فرکانس 0/25 MHz به همراه تبدیل فوریه آنها را در تعداد سیکل های متفاوت را نشان می‌دهد. دیده می‌شود که با افزایش تعداد سیکل‌ها، باند فرکانسی[4] کاهش یافته و سیگنال باریک‌تر می‌شود. باند فرکانسی باریک برای تولید یک مود خالص مناسب می‌باشد. معمولاً برای تحریک موج لمب 5 تا 15 سیکل مورد استفاده قرار می‌گیرد. در این تحقیق از 15 سیکل جهت تحریک استفاده شده است.

3- نتایج

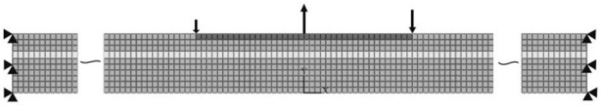
3-1- مشخص کردن مود امواج، محدوده فرکانس و زاویه تابش مناسب برای بازرسی

به کمک یک برنامه کامپیوتری، معادله مشخصه برای یک اتصال چسبی که خواص صوتی لایه‌های آن در جدول 1 درج شده‌اند[6]، به‌صورت عددی حل شد و نمودارهای تجزیه سرعت فاز و اتلاف رسم شدند (شکل‌های 5 و 6). به کمک نمودارهای شکل 6، مود و فرکانسی که اتلاف معینی در اتصال دارند مشخص می‌شود و سپس با استفاده از نمودار شکل 5 سرعت فاز متناظر و در نتیجه زاویه تابش θ_i برای یک منبع نقطه‌ای به کمک قانون اسنل قابل محاسبه است.

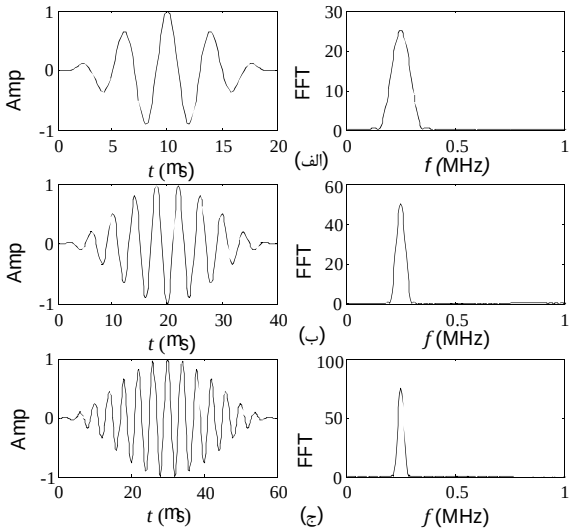
همچنین با بررسی نمودار تجزیه اتلاف مشاهده می‌گردد که برای اتصال تحت بررسی، برای بعضی از مودها محدوده‌هائی از فرکانس وجود دارد که میزان اتلاف برای آن ها کم است و لذا برای بازرسی مناسب ترند. در جدول 2 این فرکانس ها برای مودهای M1-M5 مشخص شده‌اند.

جدول 3 مشخصه‌های انتشار موج را برای سه مود اول، بدون در نظر گرفتن تأثیر منبع تولید موج (یا به عبارت دیگر یک منبع نقطه‌ای) در فرکانس 0/25MHz را نشان می‌دهد که از نمودارهای شکل‌های 5 و 6 استخراج شده‌اند. زاویه تابش با استفاده از قانون اسنل (رابطه 7) محاسبه شده است و جنس گوه پلکسی گلاس در نظر گرفته شده است که سرعت موج طولی برای آن c_w برابر 2/67kms^{-1} است. طبق این مشخصات زاویه تابش برای مود M1 غیرقابل محاسبه است.

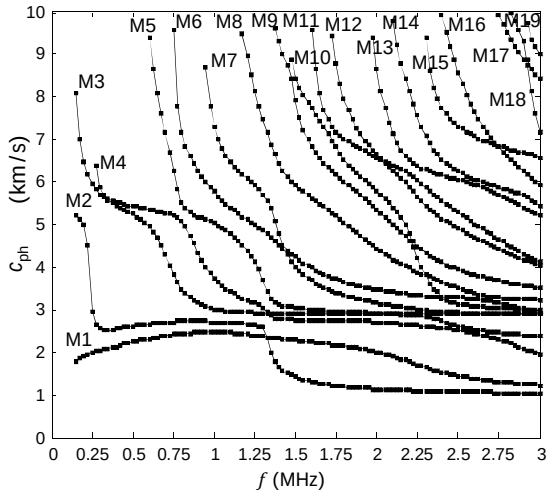
1- Excitation frequency
2- Windowed Cosine Signal
3- Tone Burst Signal
4- Frequency Band



شکل 3 مدل اجزاء محدود اتصال چسبی سه لایه به‌همراه بارگذاری



شکل 4 سیگنال‌های تون برست در فرکانس 0/25 MHz و تبدیل فوریه آنها در تعداد سیکل‌های متفاوت (الف) - 5 سیکل (ب)- 10 سیکل (ج)- 15 سیکل



شکل 5 نمودار تجزیه سرعت فاز برحسب فرکانس برای مودهای مختلف در اتصال چسبی سه لایه آلومینیوم – اپوکسی – آلومینیوم

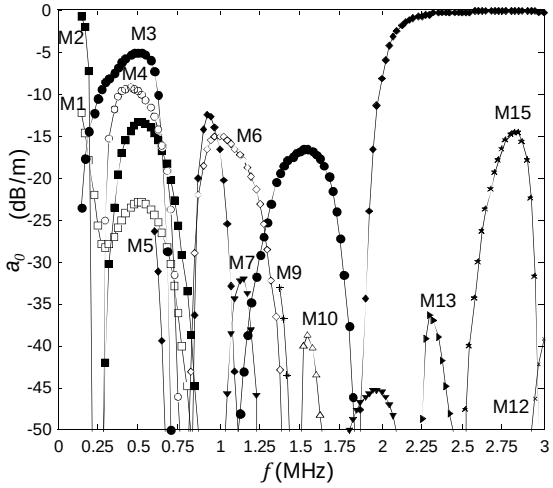
جدول 1 خواص صوتی و هندسی اتصال چسبی سه لایه آلومینیوم-اپوکسی-آلومینیوم

لایه	جنس	c_1 (kms^{-1})	α_1/ω (skm^{-1})	c_2 (kms^{-1})	α_2/ω (skm^{-1})	ρ (gcm^{-3})	h (mm)
1	آلومینیوم	6/35	-	3/13	-	2/7	1/6
2	چسپ اپوکسی مرکو 303	2/39	0/0070	0/99	0/0201	1/08	0/66
3	آلومینیوم	6/35	-	3/13	-	2/7	3/175

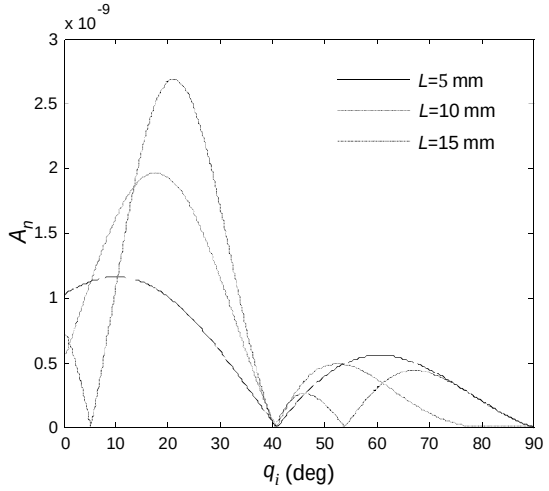
3-2- تأثیر مشخصات منبع بر انتشار موج

در این بخش تاثیر پارامترهای ترنسدیوسر تابش زاویه‌ای که شامل زاویه تابش گوه θ_i و نصف طول ناحیه تحریک L می‌باشند، بر روی سهم هر مود از انرژی تولید شده بررسی شده و پارامترهای بهینه (D^{opt} و θ_i^{opt}) جهت تولید یک مود خاص با سطح اتلاف پایین تعیین می‌شود.

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1394.15.3.7.7]



شکل 6 نمودار تجزیه اتلاف برحسب فرکانس برای مودهای مختلف در اتصال چسبی سه لایه آلومینیوم– اپوکسی– آلومینیوم



شکل 7 نمودار ضریب دامنه مود M3 در اتصال چسبی سه لایه آلومینیوم- اپوکسی- آلومینیوم برای یک منبع با ابعاد محدود برحسب پارامترهای ترنسدیوسر تابش در فرکانس 0/25 MHz

جدول 2 محدوده فرکانس‌های مناسب برای بازرسی اتصال تحت بررسی

شماره مود	فرکانس قطع (MHz)	محدوده مناسب برای بازرسی (MHz)	فرکانس نظیر کمترین اتلاف (MHz)	اتلاف (dBm^{-1})
M1	-	0/15-0/5	0/15	-12/364
M2	-	0/15-0/2 و 0/325-0/8	0/15	-0/762
M3	0/15	0/15-0/675 و 1/2-1/775	0/5	-5/109
M4	0/25	0/325-0/725	0/45	-9/341
M5	0/575	1/9-3	3	-0/27

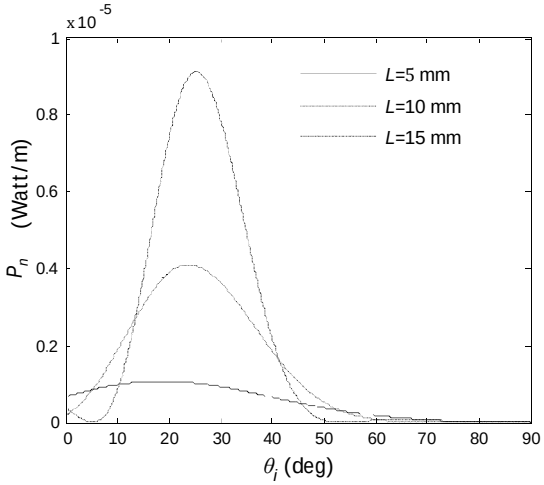
جدول 3 خصوصیات انتشاری مودهای مختلف و زاویه تابش قانون اسنل جهت تولید آنها در اتصال چسبی سه لایه آلومینیوم- اپوکسی- آلومینیوم در فرکانس 0/25MHz

مود	c_{ph} (kms^{-1})	α_0 (dBm^{-1})	θ_i^s (deg)
M1	1/988	-25/766	-
M2	2/964	-145/044	64/3
M3	5/965	-10/641	26/6

جهت ترسیم نمودار درصد انرژی هر مود (سهم هر مود از انرژی تولید شده) برحسب پارامترهای ترنسدیوسر تابش زاویه‌ایی (L و θ_i) ابتدا باید نمودارهای ضریب دامنه و جریان توان متوسط هر مود برحسب پارامترهای ترنسدیوسر تابش زاویه‌ایی (L و θ_i) ترسیم گردد. ضرایب دامنه مودهایی منتشر شده در جهت $x+$ و انرژی آنها به‌ترتیب از روابط (3) و (6) به‌دست می‌آیند. نتایج این بخش برای اتصال چسبی سه لایه آلومینیوم- اپوکسی- آلومینیوم، که خواص هندسی و صوتی آن در جدول 1 داده شده و در فاصله 1 m از مبداء مختصات شکل 2 محاسبه شده است. جهت به‌دست آوردن ضریب دامنه و انرژی هر مود فرض بر این است که فشار منبع پیستونی σ_0 برابر 1000 Pa می‌باشد.

با بررسی جدول 3 مشاهده می‌گردد که مود M3 دارای اتلاف $-10/641\ dBm^{-1}$ در فرکانس 0/25MHz می‌باشد و نسبت به سایر مودها دارای اتلاف کمتری می‌باشد. شکل‌های 7 و 8 به‌ترتیب نمودارهای ضریب دامنه و جریان توان متوسط مود M3 در یک اتصال چسبی سه لایه آلومینیوم-اپوکسی-آلومینیوم برای یک منبع با ابعاد محدود برحسب پارامترهای ترنسدیوسر تابش (L و θ_i) در فرکانس 0/25 MHz را نشان می‌دهند. با بررسی نمودارهای شکل‌های 7 و 8 مشاهده می‌گردد که ماکزیمم ضریب دامنه و انرژی مود M3 با افزایش طول ناحیه تحریک افزایش می‌یابند و مقدار آنها در حالتی که زاویه تابش گوه برابر 26/6 درجه است بیشترین مقدار را دارند این زاویه با زاویه‌ایی که از قانون اسنل به‌دست می‌آید کاملاً مطابقت دارد. با افزایش طول ناحیه تحریک نمودارهای ضریب دامنه و جریان توان متوسط باریک‌تر می‌شوند و در حالتی که طول ناحیه تحریک بی‌نهایت و زاویه تابش گوه برابر با θ_i^s می‌باشند ضریب دامنه و جریان توان متوسط مود M3 بیشترین مقادیر را داشته و مقدار آنها در بقیه زوایای تابش کاهش می‌یابند. این موضوع نشان می‌دهد که در صورت تحریک اتصال چسبی توسط یک منبع با ابعاد نامحدود در صورتی که زاویه تابش گوه برابر θ_i^s باشد مود M3 تولید خواهد شد و در بقیه زوایای تابش گوه امکان تولید این مود نمی‌باشد.

در صورت تحریک اتصال چسبی سه لایه توسط یک منبع با ابعاد محدود تمام مودهای موجود در اتصال چسبی سه لایه با ضرایب دامنه و انرژی‌های مختلف تولید خواهد شد. برای یافتن پارامترهای بهینه (D^{opt} و θ_i^{opt}) منبع محدود، جهت تولید مود M3 با سطح اتلاف پایین باید نمودار درصد انرژی این مود برحسب پارامترهای ترنسدیوسر تابش (L و θ_i) در فرکانس 0/25MHz ترسیم گردد.



شکل 8 نمودار جریان توان متوسط مود M3 در اتصال چسبی سه لایه آلومینیوم-اپوکسی-آلومینیوم برای یک منبع با ابعاد محدود برحسب پارامترهای ترنسدیوسر تابش زاویه‌ایی در فرکانس 0/25MHz

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1394.15.3.7.7]

شکل 9 درصد انرژی مود M3 در یک اتصال چسبی سه لایه آلومینیوم- اپوکسی- آلومینیوم برحسب پارامترهای ترنسدیوسر تابش زاویه‌ایی (L و θ_i) در فرکانس 0/25MHz را نشان می‌دهد. با بررسی نمودار مشاهده می‌گردد در حالتی که زاویه تابش گوه 16 درجه و نصف طول ناحیه تحریک 10mm باشد مود M3، 99/9 درصد انرژی کل را به خود اختصاص می‌دهد و بیشترین سهم از انرژی تولید شده را دارد. بنابراین با توجه با رابطه (4) در صورتی که زاویه گوه بهینه 16 درجه و نصف طول ناحیه تحریک 10mm باشد پهنای بهینه ترنسدیوسر 20mm می‌باشد.

3-3- شبیه سازی اجزاء محدود

در شبیه سازی اجزاء محدود تولید مود موج لمب در یک فرکانس مشخص ابتدا با استفاده از نمودار تجزیه سرعت فاز، سرعت فاز مینیمم در این فرکانس، مشخص می‌شود سپس طول موج مینیمم محاسبه شده و نهایتاً با استفاده از معیار 1 در بخش (2-4) محدوده اندازه المان‌ها تعیین می‌گردد. با توجه به جدول 3 سرعت فاز مینیمم در فرکانس 0/25MHz برابر با kms^{-1} 1/988 است و طول موج مینیمم از رابطه (9) به‌دست می‌آید:

$$\lambda_{\min}=\frac{(c_{ph})_{\min}}{f}=\frac{1.9878\times10^{6}(\mathrm{mm/s})}{0.25\times10^{6}(\mathrm{Hz})}\square\ 7.95\mathrm{mm} \qquad (9)$$

با توجه به معیار 1 محدوده اندازه المان‌ها طبق رابطه (10) برابر است با:

$$\Delta l_{\max}\le 0.795\mathrm{mm} \qquad (10)$$

با توجه به جدول 1 ضخامت اتصال چسبی برابر با 5/435mm و طول آن جهت اجتناب از انعکاس موج از مرزهای جانبی (عرضی) در مدت زمان انتشار موج به اندازه کافی بزرگ در نظر گرفته شده است (برابر با 10m). جهت مدل سازی اجزای محدود با توجه به ابعاد هندسی اتصال و در نظر گرفتن مقدار 0/5mm برای اندازه المان، 10 المان در راستای ضخامت اتصال و 20000 المان در راستای طول اتصال چسبی در نظر گرفته می‌شود.

همچنین با توجه به جدول 3 سرعت فاز ماکزیمم در فرکانس 0/25 MHz برابر با kms^{-1} 5/965 است در صورتی که اندازه المان برابر 0/5mm باشد گام زمانی با توجه به معیار 2 از رابطه (11) به‌دست می‌آید:

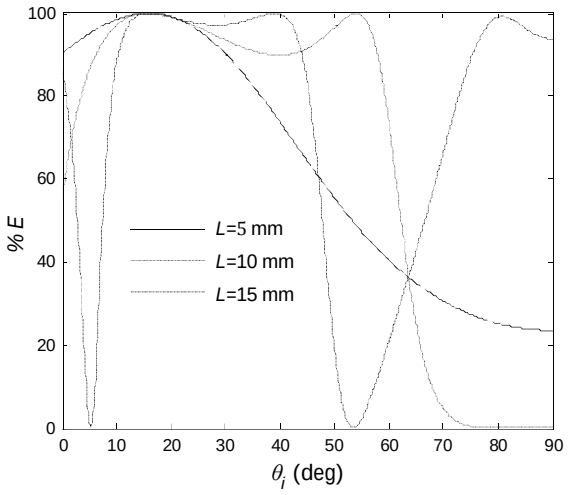
$$\Delta t<0.0838\,\mu\mathrm{s} \qquad (11)$$

خواص مکانیکی لایه‌های الاستیک و ویسکوالاستیک مطابق جدول‌های 4 و 5 به نرم‌افزار داده می‌شود. مطابق جدول 5 خواص مکانیکی لایه ویسکوالاستیک در حوزه فرکانس به نرم‌افزار داده می‌شود و چون تحلیل در حوزه زمان انجام می‌شود خواص با استفاده از 13 جمله سری پرونی به حوزه زمان تبدیل می‌شوند.

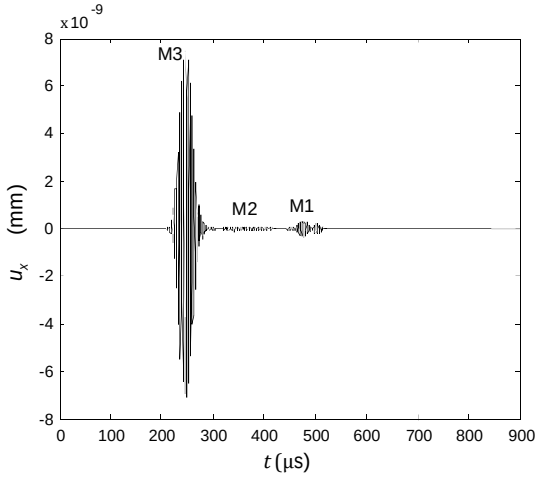
مطابق نمودار شکل 9 برای تولید مود M3 با اتلاف پایین در فرکانس 0/25MHz زاویه گوه بهینه 16 درجه، نصف طول ناحیه تحریک برابر با 10mm و پهنای بهینه ترنسدیوسر 20mm می‌باشد. بنابراین مقدار بارگذاری یک منبع پیستونی در شبیه سازی اجزاء محدود جهت تولید این مود با داشتن پارامترهای بهینه از رابطه (8) به‌دست می‌آید. در این رابطه فرض بر این است که فشار منبع پیستونی σ_0 برابر 1000Pa باشد. همچنین θ_i^{opt} برابر 16 درجه و $k_W=2\pi f/c_W$ در فرکانس تحریک 0/25MHz برابر mm^{-1} 0/588 می‌باشند. فرکانس تحریک توسط یک سیگنال تون برست با 15 سیکل که در شکل 4 نشان داده شده است تولید می‌شود.

جدول 4 خواص مکانیکی محاسبه شده‌ی لایه‌های الاستیک

لایه	جنس	E (GPa)	υ	$\mu=G$ (GPa)	λ (GPa)
1و3	آلومینیوم	70/87	0/34	26/45	55/97



شکل 9 درصد انرژی مود M3 در اتصال چسبی سه لایه آلومینیوم- اپوکسی- آلومینیوم برحسب پارامترهای ترنسدیوسر تابش زاویه ایی در فرکانس 0/25 MHz



شکل 10 نمودار جابجایی درون صفحه‌ایی برحسب زمان در فاصله 1m از مبداء مختصات بر روی سطح بالایی اتصال چسبی سه لایه

جدول 5 خواص مکانیکی محاسبه شده‌ی لایه ویسکوالاستیک

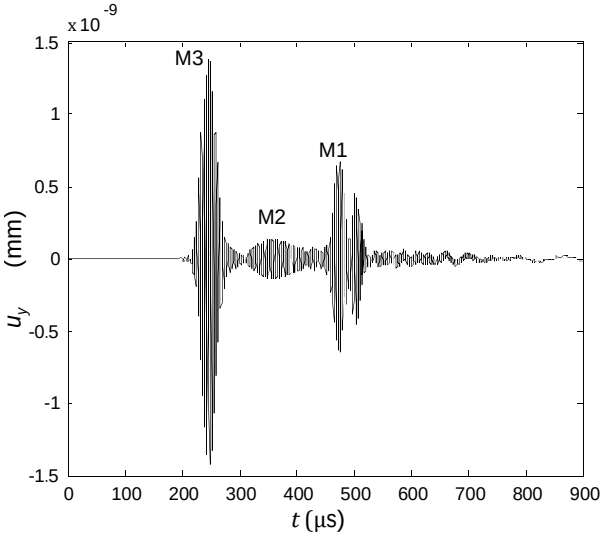
لایه	جنس	$E(\infty)$ (GPa)	$\upsilon(\infty)$	$\omega R(g^*)$	$\omega I(g^*)$	$\omega R(k^*)$	$\omega I(k^*)$
2	چسپ اپوکسی مرکو	2/95 303	0/396	0/03980	0	0/0315	0

با حل مسئله نتایج شبیه سازی از جمله جابجایی‌های درون صفحه‌ایی و برون صفحه‌ایی به‌دست می‌آید. شکل‌های 10، 11 و 12 به ترتیب جابجایی درون صفحه‌ایی، جابجایی برون صفحه‌ایی و اندازه جابجایی کلی برحسب زمان در فاصله 1m متری از مبداء مختصات روی سطح بالایی اتصال چسبی را نشان می‌دهند. با ترسیم نمودارهای جابجایی برحسب زمان مشاهده می‌گردد که فقط سه مود M1، M2 و M3 در اتصال چسبی منتشر می‌شوند و بیشترین سهم از میدان جابجایی مربوط به سریعترین مود یا همان مود M3 می‌باشد. با توجه به نمودار اندازه جابجایی کلی (نمودار شکل 12) مشاهده می گردد که سهم مود M3 از جابجایی تولید شده 91/5 درصد می‌باشد.

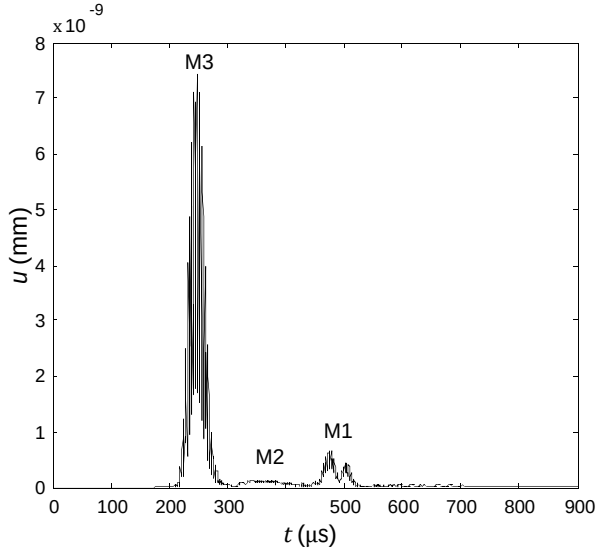
4- نتیجه گیری

با تولید مود موج لمب با سطح اتلاف پایین می توان محدوده وسیعی از سازه- ها و اتصالات چسبی چند لایه الاستیک– ویسکوالاستیک را جهت یافتن عیوب بازرسی نمود.

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1394.15.3.7.7]



شکل 11 نمودار جابجایی برون صفحه‌ایی بر حسب زمان در فاصله 1m از مبداء مختصات بر روی سطح بالایی اتصال چسبی سه لایه



شکل 12 نمودار اندازه جابجایی کلی برحسب زمان در فاصله 1 m از مبداء مختصات بر روی سطح بالایی اتصال چسبی سه لایه

در این مقاله مشخصه های انتشار امواج لمب در اتصالات چسبی سه لایه که شامل سرعت فاز و اتلاف می‌باشد با استفاده از روش ماتریس کلی استخراج شده است. با بررسی نمودار اتلاف می‌توان مشخص نمود که در فرکانس‌های مختلف کدام مودها دارای سطح اتلاف پایین می باشند. با تولید این مودها توسط ترنسدیوسر تابش زاویه‌ایی می‌توان محدوده وسیعی از سازه را بازرسی نمود، اما پارامترهای منبع تولید موج که شامل پهنای ترنسدیوسر و زاویه تابش گوه می‌باشد بر روی میدان موج و مودهای تولید شده تاثیر می‌گذارد بنابراین تاثیر پارامترهای منبع بر روی مودهای تولید شده با استفاده از روش بسط مودهای نرمال بررسی شده است. انرژی و درصد انرژی مودهای موج لمب با اتلاف پایین بر حسب پارامترهای منبع بررسی شده است و پارامترهای بهینه منبع جهت تولید آنها مشخص شده است. شبیه سازی اجزاء محدود نشان می‌دهد که در صورتی که موج لمب توسط یک ترنسدیوسر تابش زاویه‌ایی با پارامترهای بهینه تولید شود مود موج لمب با سطح اتلاف پایین در اتصال چسبی سه لایه تولید خواهد شد و این مود بیشترین سهم از انرژی تولید شده توسط منبع را خواهد داشت.

5- پیوست 1

برای حل معادله حرکت، معادله (1)، فرض می‌شود که بردار تغییر مکان از مجموع دو بردار یکی گرادیان یک تابع پتانسیل اسکالر Φ و دیگری کرل یک تابع پتانسیل برداری $\vec{H}$ به صورت رابطه (12) تشکیل شده باشد:

$$\vec{u} = \nabla\Phi + \nabla\times\vec{H} \quad , \quad \nabla.\vec{H} = 0 \tag{12}$$

با جایگزین کردن رابطه (12) در رابطه (1)، به ترتیب معادلات اسکالر و برداری موج حاصل می‌شوند:

$$\nabla^2\Phi = \frac{1}{C_1^2}\frac{\partial^2\Phi}{\partial t^2} \quad , \quad C_1 = \sqrt{\frac{\lambda+2\mu}{\rho}} \tag{13}$$

$$\nabla^2\vec{H} = \frac{1}{C_2^2}\frac{\partial^2\vec{H}}{\partial t^2} \quad , \quad C_2 = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \tag{14}$$

رابطه (13) انتشار موج طولی و رابطه (14) انتشار موج عرضی در سازه‌ها را نشان می‌دهد. کمیت‌های C_1 و C_2 به‌ترتیب سرعت‌های موج طولی و برشی در محیط می‌باشند. چون ثابت‌های لامه در مواد ویسکوالاستیک اعدادی مختلط و تابعی از فرکانس هستند سرعت‌های موج نیز اعدادی مختلط و تابعی از فرکانس هستند. سرعت‌های موج طولی و عرضی در مواد ویسکوالاستیک از روابط (15) و (16) به‌دست می آید[17]:

$$C_1(i\omega) = \frac{1}{\dfrac{1}{c_1(\omega)} - i\dfrac{\alpha_1(\omega)}{\omega}} \tag{15}$$

$$C_2(i\omega) = \frac{1}{\dfrac{1}{c_2(\omega)} - i\dfrac{\alpha_2(\omega)}{\omega}} \tag{16}$$

در روابط فوق c_1 و c_2 به ترتیب سرعت حجمی موج طولی و عرضی، α_1 و α_2 اتلاف حجمی موج طولی و عرضی لایه ویسکوالاستیک می‌باشند. مقادیر سرعت و اتلاف حجمی برای مواد ویسکوالاستیک را با استفاده از آزمایش‌های تجربی از جمله تست‌های فراصوت می‌توان برحسب فرکانس محاسبه کرد[6].

با استفاده از سیستم مختصات کارتزین بردار پتانسیل $\vec{H}$ را می‌توان بصورت معادله (17) نمایش داد:

$$\vec{H} = H_x\hat{e}_x + H_y\hat{e}_y + H_z\hat{e}_z \tag{17}$$

چون این مسئله به‌صورت کرنش صفحه‌ای است بنابراین معادله $u_z = \partial/\partial z = 0$ باید برقرار شود. با توجه به رابطه (12) این حالت زمانی اتفاق می‌افتد که که مولفه های H_x و H_y برابر صفر شده و فقط مولفه H_z باقی می‌ماند. همچنین تابع پتانسیل اسکالر Φ نیز باید تابعی از x و y باشد.

جواب‌های معادلات (13) و (14) برای یک موج هارمونیک که در جهت مثبت x منتشر می‌شود به‌صورت روابط (18) و (19) می‌باشد:

$$\Phi = \{A_{(L+)}e^{i\alpha y} + A_{(L-)}e^{-i\alpha y}\}e^{i(\omega t - kx)} \ , \ \alpha^2 = (\frac{\omega^2}{C_1^2} - k^2) \tag{18}$$

$$H_z = \{A_{(S+)}e^{i\beta y} + A_{(S-)}e^{-i\beta y}\}e^{i(\omega t - kx)} \ , \ \beta^2 = (\frac{\omega^2}{C_2^2} - k^2) \tag{19}$$

در این روابط k و ω به ترتیب عدد موج و فرکانس زاویه‌ای هستند. جواب های به‌دست آمده در روابط (18) و (19) به عنوان حل امواج جزیی شناخته می‌شوند[14]. چهار جمله به‌دست آمده در روابط (18) و (19) انتشار امواج طولی L و انتشار امواج عرضی S به سمت بالا و پایین لایه را نشان می‌دهند. مقادیر ثابت $A_{(L+)}$، $A_{(L-)}$، $A_{(S+)}$ و $A_{(S-)}$ دامنه امواج منتشر شده را نشان می‌دهند.

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1394.15.3.7.7]

در سازه‌های ویسکوالاستیک عدد موج برحسب قسمت حقیقی و موهومی تعریف می‌شود. معادله (20) عدد موج را به‌صورت یک عدد مختلط نشان می‌دهد[20]:

$$k=\frac{\omega}{c_{\mathrm{ph}}}-ik_{\mathrm{I}} \tag{20}$$

در جایی‌که c_{ph} سرعت فاز و k_{I} ضریب اتلاف می باشند.

با جای‌گزینی توابع پتانسیل اسکالر و برداری از روابط (18) و (19) در رابطه (12) میدان جابجایی در جسم برحسب ثابت های مجهول دامنه امواج طولی و برشی به‌دست می‌آید:

$$u_x=-i\{k(A_{(\mathrm{L+})}\mathrm{e}^{i\alpha y}+A_{(\mathrm{L-})}\mathrm{e}^{-i\alpha y})-\beta(A_{(\mathrm{S+})}\mathrm{e}^{i\beta y}-A_{(\mathrm{S-})}\mathrm{e}^{-i\beta y})\}\mathrm{e}^{i(\omega t-kx)} \tag{21}$$

$$u_y=i\{\alpha(A_{(\mathrm{L+})}\mathrm{e}^{i\alpha y}-A_{(\mathrm{L-})}\mathrm{e}^{-i\alpha y})+k(A_{(\mathrm{S+})}\mathrm{e}^{i\beta y}+A_{(\mathrm{S-})}\mathrm{e}^{-i\beta y})\}\mathrm{e}^{i(\omega t-kx)} \tag{22}$$

$$u_z=0 \tag{23}$$

همچنین با استفاده از روابط کرنش- جابجایی و روابط هوک می‌توان تنش‌ها در جسم را برحسب ثابت‌های مجهول دامنه امواج طولی و برشی به‌دست آورد:

$$\sigma_{xx}=\mu\{(2\alpha^2-k^2-\beta^2)(A_{(\mathrm{L+})}\mathrm{e}^{i\alpha y}+A_{(\mathrm{L-})}\mathrm{e}^{-i\alpha y})+2k\beta(A_{(\mathrm{S+})}\mathrm{e}^{i\beta y}-A_{(\mathrm{S-})}\mathrm{e}^{-i\beta y})\}\mathrm{e}^{i(\omega t-kx)} \tag{24}$$

$$\sigma_{yy}=\mu\{(k^2-\beta^2)(A_{(\mathrm{L+})}\mathrm{e}^{i\alpha y}+A_{(\mathrm{L-})}\mathrm{e}^{-i\alpha y})-2k\beta(A_{(\mathrm{S+})}\mathrm{e}^{i\beta y}-A_{(\mathrm{S-})}\mathrm{e}^{-i\beta y})\}\mathrm{e}^{i(\omega t-kx)} \tag{25}$$

$$\sigma_{zz}=-\lambda\{(\alpha^2+k^2)(A_{(\mathrm{L+})}\mathrm{e}^{i\alpha y}+A_{(\mathrm{L-})}\mathrm{e}^{-i\alpha y})\}\mathrm{e}^{i(\omega t-kx)} \tag{26}$$

$$\sigma_{xy}=\mu\{(2k\alpha)(A_{(\mathrm{L+})}\mathrm{e}^{i\alpha y}-A_{(\mathrm{L-})}\mathrm{e}^{-i\alpha y})+(k^2-\beta^2)(A_{(\mathrm{S+})}\mathrm{e}^{i\beta y}+A_{(\mathrm{S-})}\mathrm{e}^{-i\beta y})\}\mathrm{e}^{i(\omega t-kx)} \tag{27}$$

$$\sigma_{xz}=0 \quad , \quad \sigma_{yz}=0 \tag{28}$$

روش ماتریس کلی روش مناسبی برای فرمول‌بندی مسائل مربوط به انتشار امواج فراصوت در چند لایه‌ها و اتصالات می‌باشد. برای این فرمول‌بندی به شرایط مرزی و پیوستگی احتیاج است. با استفاده از این روش شرایط مرزی و پیوستگی را می‌توان به صورت بردار و ماتریس نمایش داد. در این روش می‌توان اثر میرایی مواد را در نظر گرفت. در این روش از یک ماتریس کلی برای توصیف تمام شرایط مرزی و پیوستگی استفاده می‌شود و در حل عددی از لحاظ پایداری عددی بهتر از سایر روش‌های ماتریسی است[1].

با توجه به شکل 1 تنش‌های عمودی و برشی در سطوح آزاد در بالا و پایین سه لایه وجود ندارند، این شرایط مرزی توسط معادله برداری (29) نشان داده شده‌اند. همچنین اتصال بین لایه‌ها یک اتصال کامل بوده و شرایط پیوستگی مرزها شامل پیوستگی مولفه‌های جابجایی، تنش‌های عمودی و برشی است. برای نمونه پیوستگی بین لایه J و $J+1$ توسط رابطه برداری (30) نشان داده شده است.

$$\begin{Bmatrix}\sigma_{yy}\\ \sigma_{xy}\end{Bmatrix}_{\substack{\text{Free}\\ \text{Surface}}}=\vec{0} \tag{29}$$

$$\begin{Bmatrix}u_x\\ u_y\\ \sigma_{yy}\\ \sigma_{xy}\end{Bmatrix}_{\substack{\text{Layer}=J\\ \text{Interface}=J+1}}=\begin{Bmatrix}u_x\\ u_y\\ \sigma_{yy}\\ \sigma_{xy}\end{Bmatrix}_{\substack{\text{Layer}=J+1\\ \text{Interface}=J+1}} \tag{30}$$

قبل از اعمال شرایط مرزی و پیوستگی به یک رابطه برداری برای جابجایی و تنش در هر لایه نیاز است. این رابطه با استفاده از روابط (21)، (22)، (25) و (27) به‌دست آمده و توسط معادله برداری (2) نمایش داده شده است:

در رابطه (2) M ماتریس لایه می‌باشد و به‌صورت رابطه (31) بیان می‌شود:

$$M=\begin{bmatrix}-ik\mathrm{e}^{i\alpha y} & -ik\mathrm{e}^{-i\alpha y} & i\beta\mathrm{e}^{i\beta y} & -i\beta\mathrm{e}^{-i\beta y}\\ i\alpha\mathrm{e}^{i\alpha y} & -i\alpha\mathrm{e}^{-i\alpha y} & ik\mathrm{e}^{i\beta y} & ik\mathrm{e}^{-i\beta y}\\ \mu(k^2-\beta^2)\mathrm{e}^{i\alpha y} & \mu(k^2-\beta^2)\mathrm{e}^{-i\alpha y} & -2\mu k\beta\mathrm{e}^{i\beta y} & 2\mu k\beta\mathrm{e}^{-i\beta y}\\ 2\mu k\alpha\mathrm{e}^{i\alpha y} & -2\mu k\alpha\mathrm{e}^{-i\alpha y} & \mu(k^2-\beta^2)\mathrm{e}^{i\beta y} & \mu(k^2-\beta^2)\mathrm{e}^{-i\beta y}\end{bmatrix} \tag{31}$$

قبل از اعمال شرایط مرزی و پیوستگی با استفاده از رابطه (2)، ماتریس لایه در مرزهای هر لایه محاسبه می‌شود. این موضوع با جانشین کردن $y=-h/2$ برای مرز بالای لایه و $y=h/2$ برای مرز پایین لایه در ماتریس رابطه (31) حاصل می‌شود، این دو ماتریس لایه جدید به ترتیب با M_{Jt} و M_{Jb} نشان داده می‌شوند. زیر نویس t و b به ترتیب مرز بالا و پایین لایه و J شماره لایه را نشان می‌دهد. در استخراج این ماتریس‌ها از سیستم مختصات محلی که در شکل 1 نشان داده شده استفاده شده است.

حال معادلات شرایط مرزی و پیوستگی اتصال سه لایه را در قالب یک ماتریس کلی که در رابطه (32) نشان داده شده بیان می کنیم، بردار $\vec{A}_J$ در این رابطه توسط رابطه (33) نشان داده شده است:

$$\begin{bmatrix}(M_{1t})_{34} & 0 & 0\\ M_{1b} & -M_{2t} & 0\\ 0 & M_{2b} & -M_{3t}\\ 0 & 0 & (M_{3b})_{34}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\vec{A}_1\\ \vec{A}_2\\ \vec{A}_3\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}\vec{0}\\ \vec{0}\\ \vec{0}\end{Bmatrix} \tag{32}$$

$$\vec{A}_J=\begin{Bmatrix}A_{(\mathrm{L+})J}\\ A_{(\mathrm{L-})J}\\ A_{(\mathrm{S+})J}\\ A_{(\mathrm{S-})J}\end{Bmatrix} \quad , \quad J=1,2,3 \tag{33}$$

در رابطه (32) زیر نویس 34 ردیف 3 و 4 ماتریس لایه را نشان می‌دهد.

ماتریس کلی یک دستگاه معادلات $4N\times 4N$ است که N تعداد لایه‌ها می‌باشد. برای یک سه لایه الاستیک - ویسکوالاستیک ماتریس کلی 12×12 است. برای اینکه جواب غیر بدیهی وجود داشته باشد دترمینان ماتریس کلی باید صفر شود این موضوع توسط رابطه (34) که معادله تجزیه یا مشخصه امواج لمب نامیده می‌شود نشان داده شده است. به کمک ریشه‌های این معادله نمودارهای تجزیه سرعت فاز و اتلاف برحسب فرکانس ترسیم می‌شود.

$$\begin{vmatrix}(M_{1t})_{34} & 0 & 0\\ M_{1b} & -M_{2t} & 0\\ 0 & M_{2b} & -M_{3t}\\ 0 & 0 & (M_{3b})_{34}\end{vmatrix}=0 \tag{34}$$

6- پیوست 2

در این بخش میدان موج تولید شده توسط بارگذاری یک منبع مشخص در اتصالات چسبی سه لایه الاستیک – ویسکوالاستیک با استفاده از روش بسط مودهای نرمال (NME) بررسی می‌شود. روش بسط مود نرمال که برای حل

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1394.15.3.7.7]

مسائل بارگذاری اجباری مورد استفاده قرار می‌گیرد مشابه روش‌های بسط تابع ویژه است که در متن‌های ریاضی بررسی شده‌اند. مودهای نرمال سازه همان توابع ویژه می‌باشند. در این روش تابع هدف بر حسب توابع مشخص که همان مودهای نرمال می‌باشند همراه با دامنه های نامشخص بیان می شود. روش بسط مود نرمال بر مبنای تعامد و تمامیت مودهای موج لمب می باشد.

6-1- روابط تعامد

روابط تعامد بین مودهای نرمال با استفاده از روابط متقابل حقیقی و مختلط قابل استخراج می‌باشد. آلد [18] نشان داد که روابط متقابل مختلط و حقیقی در سازه‌های الاستیک و رابطه متقابل حقیقی در سازه‌های ویسکوالاستیک معتبر می‌باشند. این روابط ارتباط بین متغیرهای میدان موج در دو مود مختلف و یا در دو حالت بارگذاری را نشان می‌دهد.

رابطه متقابل حقیقی که برای مواد الاستیک و ویسکوالاستیک معتبر می‌باشد با در نظر گرفتن انتشار موج هارمونیک مطابق با رابطه (35) بیان می‌شود [18]:

$$\nabla.(\vec{v}_1.T_2-\vec{v}_2.T_1)=0 \tag{35}$$

رابطه (35) ارتباط بین میدان موج لمب ($\vec{v},T$) در دو مود مختلف در یک فرکانس مشخص را نشان می‌دهد، در جایی که $\vec{v}_1$ و $\vec{v}_2$ بردار سرعت ذرات، T_1 و T_2 تانسور تنش در دو مود مختلف در اتصال چسبی سه لایه الاستیک - ویسکوالاستیک هستند. در رابطه فوق نقطه (.) نشان دهنده ضرب بردار در بردار و ماتریس در بردار می باشد [18]. برای یک موج لمب که در اتصال چسبی سه لایه در جهت مثبت x منتشر می‌شود با صرفنظر کردن از عبارت زمان ($e^{i\omega t}$) به صورت روابط (36) تا (39) ارائه می‌شوند:

$$\vec{v}_1=\vec{v}_m(y)e^{-ik_m x} \tag{36}$$

$$T_1=T_m(y)e^{-ik_m x} \tag{37}$$

$$\vec{v}_2=\vec{v}_n(y)e^{-ik_n x} \tag{38}$$

$$T_2=T_n(y)e^{-ik_n x} \tag{39}$$

در روابط فوق n و m نشان دهنده دو مود مختلف، k_n و k_m عدد موج مربوط به این دو مود، $\vec{v}_n$ و T_n دامنه سرعت و تنش مود n ام، $\vec{v}_m$ و T_m دامنه سرعت و تنش مود m ام هستند. بنابراین با توجه به این روابط خواهیم داشت:

$$\vec{v}_1.T_2-\vec{v}_2.T_1=(\vec{v}_m(y).T_n(y)-\vec{v}_n(y).T_m(y))e^{-i(k_m+k_n)x} \tag{40}$$

با جای‌گذاری رابطه (40) در رابطه (35) و مشتق گیری داریم:

$$\frac{\partial}{\partial y}(\vec{v}_m(y).T_n(y)-\vec{v}_n(y).T_m(y))).\hat{e}_y-i(k_m+k_n)(\vec{v}_m(y).T_n(y)-\vec{v}_n(y).T_m(y)).\hat{e}_x=0 \tag{41}$$

با انتگرال‌گیری از رابطه (41) در راستای ضخامت اتصال چسبی (نسبت به y) داریم:

$$\int_{\text{Thickness}} d(\vec{v}_m(y).T_n(y)-\vec{v}_n(y).T_m(y)).\hat{e}_y=-4i(k_m+k_n)P_{mn} \tag{42}$$

در جایی‌که داریم:

$$P_{mn}=-\frac{1}{4}\int_{\text{Thickness}}(\vec{v}_m(y).T_n(y)-\vec{v}_n(y).T_m(y)).\hat{e}_x\,dy \tag{43}$$

جهت انتگرال‌گیری از رابطه (42) به شرایط مرزی و پیوستگی احتیاج است، با توجه به شکل 1 شرایط مرزی بدون تنش در سطوح آزاد اتصال سه لایه برای مودهای مختلف با رابطه زیر بیان می‌شوند:

$$\{T(y).\hat{e}_y\}_{\substack{\text{Layer}=1\\ \text{Interface}=1}}=\{T(y).\hat{e}_y\}_{\substack{\text{Layer}=3\\ \text{Interface}=4}}=\begin{Bmatrix}\sigma_{xy}\\ \sigma_{yy}\\ \sigma_{zy}\end{Bmatrix}=\vec{0} \tag{44}$$

همچنین شرایط پیوستگی در بین مرزهای لایه‌ها برای مودهای مختلف با روابط زیر نشان داده می شوند:

$$\{T(y).\hat{e}_y\}_{\substack{\text{Layer}=i\\ \text{Interface}=i+1}}=\{T(y).\hat{e}_y\}_{\substack{\text{Layer}=i+1\\ \text{Interface}=i+1}}$$

$$\{\vec{u}(y)\}_{\substack{\text{Layer}=i\\ \text{Interface}=i+1}}=\{\vec{u}(y)\}_{\substack{\text{Layer}=i+1\\ \text{Interface}=i+1}}$$

$$i=1,2 \tag{45}$$

با توجه به رابطه سرعت و جابجایی در حرکت هارمونیک ($\vec{v}=i\omega\vec{u}$) داریم:

$$\{\vec{v}(y)\}_{\substack{\text{Layer}=i\\ \text{Interface}=i+1}}=\{\vec{v}(y)\}_{\substack{\text{Layer}=i+1\\ \text{Interface}=i+1}} \tag{46}$$

با انتگرال‌گیری از رابطه (42) نسبت به y و قراردادن شرایط مرزی و پیوستگی در رابطه حاصل داریم:

$$\int_{\text{Thickness}} d(\vec{v}_m(y).T_n(y)-\vec{v}_n(y).T_m(y)).\hat{e}_y=0 \tag{47}$$

با جای‌گذاری معادله (47) در معادله (42) داریم:

$$-4i(k_m+k_n)P_{mn}=0 \tag{48}$$

رابطه (48) را می توان به صورت رابطه (49) نیز نوشت:

$$P_{mn}=0\ ,\ k_m\neq -k_n \tag{49}$$

یا به عبارت دیگر برای مودهای مختلف در یک فرکانس مشخص داریم:

$$P_{mn}=0\ ,\ m\neq -n \tag{50}$$

به روابط (49) و (50) روابط تعامد گفته می‌شود.

در صورتی که دو مود مختلف با عدد موج k_n و $-k_n$ داشته باشیم در این صورت مطابق با رابطه (48) خواهیم داشت:

$$P_{mn}\neq 0\ ,\ k_m=-k_n\ ,\ m=-n \tag{51}$$

و با توجه به رابطه (43) داریم:

$$P_{-nn}=-\frac{1}{4}\int_{\text{Thickness}}(\vec{v}_{-n}(y).T_n(y)-\vec{v}_n(y).T_{-n}(y)).\hat{e}_x\,dy \tag{52}$$

$$P_{n(-n)}=-\frac{1}{4}\int_{\text{Thickness}}(\vec{v}_n(y).T_{-n}(y)-\vec{v}_{-n}(y).T_n(y)).\hat{e}_x dy \tag{53}$$

حال که روابط تعامد مودها در اتصالات چسبی سه لایه را پیدا کردیم می‌توان با استفاده روش بسط مودهای نرمال، مقدار دامنه مودهای تولید شده در اثر بارگذاری یک ترنسدیوسر تابش زاویه‌ایی را به‌دست آورد.

6-2- میدان موج تولید شده توسط یک ترنسدیوسر تابش زاویه‌ایی

در این بخش میدان موج لمب ($\vec{v},T$) تولید شده توسط یک ترنسدیوسر تابش را با استفاده از روش بسط مودهای نرمال به‌دست می‌آوریم. میدان سرعت و تنش تولید شده در سازه در اثر تحریک یک منبع محدود ترکیبی از تمام مودهای نرمال با ضرایب دامنه نامعین می‌باشد. این ضرایب دامنه نامعین، مختلط و وابسته به x هستند. این میدان موج توسط روابط (54) و (55) نشان داده می‌شود:

$$\vec{v}_1=\vec{v}=\sum_{\nu}A_\nu(x)\vec{v}_\nu(y) \tag{54}$$

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1394.15.3.7.7]

$$T_1 = T = \sum_{\nu} A_{\nu}(x) T_{\nu}(y) \tag{55}$$

در جایی‌که ν شماره مود نرمال و $A_{\nu}(x)$ ضریب دامنه مودهای نرمال می‌باشد. هدف این بخش محاسبه ضریب دامنه مود نرمال با استفاده از روش بسط مودهای نرمال می‌باشد.

همچنین میدان موج مود nام بدون در نظر گرفتن منبع تحریک موج با استفاده از روابط (38) و (39) به‌دست می‌آید.

با توجه به روابط (38)، (39)، (54) و (55) خواهیم داشت:

$$\vec{v}_1.T_2 - \vec{v}_2.T_1 = \sum_{\nu} A_{\nu}(x)\left[\vec{v}_{\nu}(y).T_n(y) - \vec{v}_n(y).T_{\nu}(y)\right] e^{-i\,k_n x} \tag{56}$$

با جای‌گذاری معادله (56) در رابطه (35) داریم:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left\{\sum_{\nu} A_{\nu}(x)\left[\vec{v}_{\nu}(y).T_n(y) - \vec{v}_n(y).T_{\nu}(y)\right].\hat{e}_x\, e^{-i k_n x}\right\} + \frac{\partial}{\partial y}\left\{\left[\vec{v}_1.T_n(y) - \vec{v}_n(y).T_1\right].\hat{e}_y\, e^{-i\,k_n x}\right\} = 0 \tag{57}$$

با انتگرال‌گیری از رابطه (57) در راستای ضخامت (نسبت به y) داریم:

$$\int_{\text{Thickness}} d(\vec{v}_1.T_n(y) - \vec{v}_n(y).T_1).\hat{e}_y = 4e^{i\,k_n x}\frac{\partial}{\partial x}\left\{\sum_{\nu} A_{\nu}(x) P_{\nu n}\, e^{-i\,k_n x}\right\} \tag{58}$$

در جایی‌که داریم:

$$P_{\nu n} = -\frac{1}{4}\int_{\text{Thickness}} (\vec{v}_{\nu}(y).T_n(y) - \vec{v}_n(y).T_{\nu}(y)).\,\hat{e}_x\, dy \tag{59}$$

برای حل انتگرال معادله (59) به شرایط مرزی و پیوستگی ناشی از بارگذاری منبع تحریک موج لمب و شرایط مرزی و پیوستگی ناشی از مودهای نرمال احتیاج است. جهت تحریک موج لمب از یک ترنسدیوسر فراصوت با عرض D که بر روی یک گوه با زاویه θ_i نصب شده است استفاده می‌شود. شکل 2 نحوه تولید موج لمب توسط یک ترنسدیوسر تابش را نشان می‌دهد. فرض بر این است که ترنسدیوسر یک موج تنشی هارمونیک تولید می‌کند که پس از عبور از درون گوه به سطح بالایی اتصال چسبی برخورد می کند. همچنین ترنسدیوسر یک توزیع فشار دلخواه $p(\xi)$ در گوه تولید می‌کند. گوه توسط یک لایه نازک مایع غیرلزج به سطح بالایی اتصال چسبی کوپل شده است، بنابراین فقط عکس‌العمل نرمال $t_y(x)$ به اتصال انتقال داده می شود و عکس العمل برشی $t_x(x)$ قابل صرف‌نظر کردن است.

با تصویر کردن $p(\xi)$ روی سطح بالایی اتصال چسبی و صرف‌نظر کردن از جمله زمان، $e^{i\omega t}$، عکس‌العمل روی سطح بالایی اتصال چسبی برابر است با:

$$\left\{T_1.\hat{e}_y\right\}_{\substack{\text{Layer}=1\\ \text{Interface}=1}} = \vec{t}(x, h_1+h_2+h_3) = \begin{cases} p(x\cos\theta_i)\cos\theta_i e^{-ik_w(x\sin\theta_i - (h_1+h_2+h_3)\cos\theta_i)}\hat{e}_y & ,|x| \le L \\ 0 & ,|x| > L \end{cases} \tag{60}$$

در جایی‌که k_w عدد موج ورودی به گوه می‌باشد و برابر با نسبت ω/c_w است. c_w سرعت موج طولی در گوه می‌باشد. در رابطه (60)، L نصف طول ناحیه بارگذاری شده بوده و با توجه به شکل 2 از رابطه (4) به‌دست می‌آید:

شرایط مرزی بدون تنش در سطح آزاد پایینی اتصال سه لایه با معادله زیر بیان می شود:

$$\left\{T_1.\hat{e}_y\right\}_{\substack{\text{Layer}=3\\ \text{Interface}=4}} = \begin{Bmatrix}\sigma_{xy}\\ \sigma_{yy}\\ \sigma_{zy}\end{Bmatrix} = \vec{0} \tag{61}$$

همچنین شرایط پیوستگی در بین مرزهای لایه‌ها با روابط زیر نشان داده می‌شود:

$$\left\{T_1.\hat{e}_y\right\}_{\substack{\text{Layer}=i\\ \text{Interface}=i+1}} = \left\{T_1.\hat{e}_y\right\}_{\substack{\text{Layer}=i+1\\ \text{Interface}=i+1}}$$
$$\left\{\vec{u}_1\right\}_{\substack{\text{Layer}=i\\ \text{Interface}=i+1}} = \left\{\vec{u}_1\right\}_{\substack{\text{Layer}=i+1\\ \text{Interface}=i+1}}$$
$$i = 1,2 \tag{62}$$

با توجه به رابطه سرعت و جابجایی در حرکت هارمونیک ($\vec{v} = i\omega\vec{u}$) داریم:

$$\left\{\vec{v}_1\right\}_{\substack{\text{Layer}=i\\ \text{Interface}=i+1}} = \left\{\vec{v}_1\right\}_{\substack{\text{Layer}=i+1\\ \text{Interface}=i+1}} \tag{63}$$

با انتگرال گیری از رابطه (58) نسبت به y و قراردادن شرایط مرزی و پیوستگی ناشی از بارگذاری منبع تحریک موج لمب، معادلات (60)، (61) تا (63) و شرایط مرزی و پیوستگی ناشی از مودهای نرمال، معادلات (44) تا (46)، در رابطه حاصل داریم:

$$\int_{\text{Thickness}} d(\vec{v}_1.T_n(y) - \vec{v}_n(y).T_1).\hat{e}_y = -\left\{\vec{v}_n(y)\right\}_{\substack{\text{Layer}=1\\ \text{Interface}=1}} . \left\{T_1.\hat{e}_y\right\}_{\substack{\text{Layer}=1\\ \text{Interface}=1}} \tag{64}$$

با جای‌گذاری رابطه (60)، شرایط بارگذاری روی سطح بالایی اتصال چسبی، در معادله (64) داریم:

$$\int_{\text{Thickness}} d(\vec{v}_1.T_n(y) - \vec{v}_n(y).T_1).\hat{e}_y = -\vec{v}_n(h_1+h_2+h_3).\vec{t}(x, h_1+h_2+h_3) \tag{65}$$

همچنین با قراردادن رابطه (65) در رابطه (58)، رابطه (66) به‌دست می‌آید:

$$4e^{i\,k_n x}\frac{\partial}{\partial x}\left\{\sum_{\nu} A_{\nu}(x) P_{\nu n}\, e^{-i\,k_n x}\right\} = -\vec{v}_n(h_1+h_2+h_3).\vec{t}(x, h_1+h_2+h_3) \tag{66}$$

با استفاده از روابط تعامد (50) و (52) عبارت غیر صفر سمت چپ رابطه (68) به‌صورت رابطه زیر است:

$$4e^{i\,k_n x}\frac{\partial}{\partial x}\left\{A_{-n}(x) P_{-nn}\, e^{-i\,k_n x}\right\} = -\vec{v}_n(h_1+h_2+h_3).\vec{t}(x, h_1+h_2+h_3) \tag{67}$$

در جایی‌که P_{-nn} از رابطه (52) برای دو مود با عدد موج $-k_n$ و k_n به‌دست می‌آید. با ساده کردن عبارت سمت چپ معادله (67) داریم:

$$4P_{-nn}\left\{\frac{d}{dx} - i\,k_n\right\}A_{-n}(x) = -\vec{v}_n(h_1+h_2+h_3).\vec{t}(x, h_1+h_2+h_3) \tag{68}$$

با حل معادله دیفرانسیل (68) ضرایب دامنه مودهای نرمال برای امواج منتشر شده به سمت عقب (در جهت منفی x) در اتصال چسبی به‌دست می‌آید:

$$A_{-n}(x) = -\frac{e^{i\,k_n x}}{4P_{-nn}} \times \int_c^x e^{-i\,k_n \eta}\vec{v}_n(h_1+h_2+h_3).\vec{t}(\eta, h_1+h_2+h_3)\, d\eta \tag{69}$$

با جای‌گذاری $+n$ با $-n$ و k_n با $-k_n$ در رابطه (68)، رابطه زیر حاصل می‌شود:

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1394.15.3.7.7]

$$4P_{n(-n)}\left\{\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}+ik_n\right\}A_{+n}(x)=$$
$$-\bar{\mathrm{v}}_{-n}(h_1+h_2+h_3).\vec{\mathrm{t}}(x,h_1+h_2+h_3) \tag{70}$$

در جایی‌که $P_{n(-n)}$ از رابطه (53) برای دو مود با عدد موج k_n و $-k_n$ به‌دست می‌آید. با حل معادله دیفرانسیل (70) ضرایب دامنه مودهای نرمال برای امواج منتشر شده به سمت جلو (در جهت مثبت x) در اتصال چسبی به‌دست می‌آید:

$$A_{+n}(x)=-\frac{\mathrm{e}^{-ik_nx}}{4P_{n(-n)}}\times$$
$$\int_c^x \mathrm{e}^{ik_n\eta}\bar{\mathrm{v}}_{-n}(h_1+h_2+h_3).\vec{\mathrm{t}}(\eta,h_1+h_2+h_3)\mathrm{d}\eta \tag{71}$$

در جایی‌که c ثابتی است که برای ارضای شرط مرزی ضریب دامنه مود نرمال مورد استفاده قرار می‌گیرد. با توجه به شکل 2 و معادله (60) عکس‌العمل روی سطح بالایی اتصال چسبی در بازه $x>|L|$ صفر بوده و با رابطه (74) نشان داده می‌شود:

$$\vec{t}(x,h_1+h_2+h_3)=0 \quad , \quad x>|L| \tag{72}$$

بنابراین شرط مرزی ضریب دامنه مود نرمال برای امواجی که در جهت منفی x (سمت چپ) منتشر می‌شوند به‌صورت زیر می‌باشد:

$$A_{-n}(x)=0 \quad , \quad x>L \tag{73}$$

همچنین شرط مرزی ضریب دامنه مود نرمال برای امواجی که در جهت مثبت x (سمت راست) منتشر می شوند به‌صورت زیر می باشد:

$$A_{+n}(x)=0 \quad , \quad x<-L \tag{74}$$

با اعمال شرط مرزی (73) به رابطه (69) ضریب دامنه مودهایی که به سمت چپ منتشر می‌شوند از رابطه (75) به‌دست می‌آید:

$$A_{-n}(x)=\frac{\mathrm{e}^{ik_nx}}{4P_{-nn}}\times$$
$$\int_{-L}^{L}\mathrm{e}^{-ik_n\eta}\bar{\mathrm{v}}_{n}(h_1+h_2+h_3).\vec{\mathrm{t}}(\eta,h_1+h_2+h_3)\mathrm{d}\eta \ , \ x\le -L \tag{75}$$

همچنین با اعمال شرط مرزی (74) به رابطه (71) ضریب دامنه مودهایی که به سمت راست منتشر می‌شوند از رابطه (76) به‌دست می‌آید:

$$A_{+n}(x)=-\frac{\mathrm{e}^{-ik_nx}}{4P_{n(-n)}}\times$$
$$\int_{-L}^{L}\mathrm{e}^{ik_n\eta}\bar{\mathrm{v}}_{-n}(h_1+h_2+h_3).\vec{\mathrm{t}}(\eta,h_1+h_2+h_3)\mathrm{d}\eta, \ x\ge L \tag{76}$$

توزیع فشار واقعی ترنسدیوسر $p(\xi)$ به نحوه تولید و ساخت آن وابسته است. یک منبع پیستونی[1] دارای توزیع فشار تقریبی می‌باشد که با رابطه (77) نشان داده می‌شود:

$$p(\xi)=\begin{cases}\sigma_0 \ , & |\xi|\le\frac{D}{2}\\ 0 \ , & |\xi|>\frac{D}{2}\end{cases} \tag{77}$$

با جای‌گذاری عکس‌العمل ناشی از بارگذاری منبع پیستونی موج لمب، معادله (60)، در معادلات (75) و (76) و ساده سازی معادلات حاصل داریم:

$$A_{-n}(x)=\frac{v_{+ny}(h_1+h_2+h_3)}{4P_{-nn}}2\sigma_0\cos\theta_i\mathrm{e}^{ik_w(h_1+h_2+h_3)\cos\theta_i}\times$$
$$\frac{\sin\left(\frac{(k_n+k_w\sin\theta_i)D}{2\cos\theta_i}\right)}{k_n+k_w\sin\theta_i}\mathrm{e}^{ik_nx} \ , \ x\le -L \tag{78}$$

1-. Piston Source

$$A_{+n}(x)=\frac{-v_{-ny}(h_1+h_2+h_3)}{4P_{n(-n)}}2\sigma_0\cos\theta_i\mathrm{e}^{ik_w(h_1+h_2+h_3)\cos\theta_i}\times$$
$$\frac{\sin\left(\frac{(k_n-k_w\sin\theta_i)D}{2\cos\theta_i}\right)}{k_n-k_w\sin\theta_i}\mathrm{e}^{-ik_nx} \ , \ x\ge L \tag{79}$$

3-6- جریان توان متوسط مودهای تحریک شده توسط ترنسدیوسر تابش زاویه‌ایی

میدان جابجایی کلی تولید شده توسط ترنسدیوسر تابش زاویه‌ایی در یک فرکانس مشخص در اتصال چسبی سه لایه الاستیک– ویسکوالاستیک مجموع حاصل‌ضرب ضرایب دامنه مودهای نرمال تولید شده در دامنه جابجایی آن‌ها می‌باشد و از رابطه (80) به‌دست می‌آید:

$$\bar{u}(x,y)=\sum_{\nu}A_\nu(x)\bar{u}_\nu(y) \tag{80}$$

در رابطه فوق $\bar{u}(x,y)$ بردار جابجایی کلی[2]، $\bar{u}_\nu(y)$ بردار دامنه جابجایی مودهای نرمال و $A_\nu(x)$ ضریب دامنه مودهای نرمال می‌باشند. بردار جابجایی کلی $\bar{u}(x,y)$ در اتصال چسبی شامل مولفه جابجایی درون صفحه‌ایی[3] $u_x(x,y)$ و مولفه جابجایی برون صفحه‌ایی[4] $u_y(x,y)$ است.

همچنین میدان جابجایی مود تحریک شده nام تولید شده توسط ترنسدیوسر تابش زاویه ایی را می‌توان از رابطه (81) به‌دست آورد:

$$\bar{\bar{u}}_n(x,y)=A_n(x)\bar{u}_n(y) \tag{81}$$

در رابطه فوق $\bar{\bar{u}}_n(x,y)$ بردار جابجایی مود nام، $\bar{u}_n(y)$ بردار دامنه جابجایی مود nام یا ساختار موج[5] و $A_n(x)$ ضریب دامنه مود nام می‌باشند. در این رابطه از عبارت زمان ($\mathrm{e}^{i\omega t}$) صرف‌نظر شده است. همچنین بردار سرعت و تانسور تنش مود nام از روابط (82) و (83) به‌دست می‌آیند:

$$\bar{\bar{v}}_n(x,y)=A_n(x)\bar{v}_n(y) \tag{82}$$

$$\bar{T}_n(x,y)=A_n(x)T_n(y) \tag{83}$$

در رابطه فوق $\bar{\bar{v}}_n(x,y)$ بردار سرعت مود nام، $\bar{v}_n(y)$ بردار دامنه سرعت مود nام، $\bar{T}_n(x,y)$ تانسور تنش مود nام و $T_n(y)$ دامنه تنش مود nام می باشند.

خواص و ویژگی‌های مختلف مودهای تحریک شده را می‌توان به‌دست آورد. یک کمیت بسیار مهم در بازرسی بوسیله امواج هدایت شده انرژی مودهای تولید شده می‌باشد و می‌توان بردار پوینتینگ[6] را برای مودهای مختلف به جای انرژی ترسیم نمود زیرا که انرژی برابر حاصل‌ضرب بردار پوینتینگ در یک پریود نوسان می‌باشد. همچنین انرژی هر مود را به صورت درصدی از انرژی کل در هر مقطع اتصال چسبی سه لایه می‌توان به‌دست آورد.

مطابق مرجع [18] بردار پوینتینگ در جهت $+x$ نشان دهنده جریان توان متوسط[7] حمل شده توسط موج هدایت شده در جهت $+x$ می‌باشد. جریان توان متوسط حمل شده توسط موج لمب در جهت $+x$ در یک اتصال چسبی سه لایه الاستیک – ویسکوالاستیک از رابطه (5) به‌دست می‌آید.

همچنین جریان توان متوسط حمل شده توسط مود nام در جهت $+x$ بر واحد عرض اتصال چسبی سه لایه از رابطه (6) به‌دست می‌آید.

2- Overall Displacement
3- In-Plane Displacement
4- Out-of-Plane Displacement
5- Wave Structure
6- Poynting Vector
7- Average Power Flow

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1394.15.3.7.7]

7- مراجع

[1] M. J. S. Lowe, Matrix Techniques for Modeling Ultrasonic Waves in Multilayered Media, *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control,* Vol. 42, pp. 525–542, 1995.

[2] B. Hosten, M. Castaings, Transfer matrix of multilayered absorbing and anisotropic media. Measurements and simulations of ultrasonic wave propagation through composite materials, *Journal of the Acoustical Society of America,* Vol. 94, pp. 1488-1495, 1993.

[3] M. Castaings, B. Hosten, Delta operator technique to improve the Thomson-Haskell method stability for propagation in multilayered anisotropic absorbing plates, *Journal of the Acoustical Society of America,* Vol. 95, No. 4, pp. 1931-1941, 1994.

[4] R. Seifried, L. J. Jacobs, J. Qu, Propagation of guided waves in adhesive bonded components, *NDT & E International,* Vol. 35, pp. 317-328, 2002.

[5] F. Simonetti, Lamb wave propagation in elastic plate coated with viscoelastic materials, *Journal of the Acoustical Society of America,* Vol. 115, pp. 2041–2053, 2004.

[6] J. N. Barshinger, J. L. Rose, guided wave propagation in an elastic hollow cylinder coated with a viscoelastic material, *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control,* Vol. 51, pp. 1547–1556, 2004.

[7] P. J. Shorter, Wave propagation and damping in linear viscoelastic laminates, *Journal of the Acoustical Society of America,* Vol. 115, pp. 1917–1925, 2004.

[8] F. Birgersson, S. Finnveden, C. M. Nilsson, A spectral super element for modelling of plate vibration-part 1: general theory, *Journal of Sound and Vibration,* Vol. 287, pp. 297–314, 2005.

[9] I. Bartoli, A. Marzani, F. Lanza di Scalea, E. Viola, Modeling wave propagation in damped waveguides of arbitrary cross-section, *Journal of Sound and Vibration,* Vol. 295, pp. 685-707, 2006.

[10] J. J. Ditri, J. L. Rose, Excitation of guided elastic wave modes in hollow cylinders by applied surface tractions, *Journal of Applied Physics,* Vol. 72, No. 7, pp. 2589–2597, 1992.

[11] J. J. Ditri, J. L. Rose, Excitation of guided waves in generally anisotropic layers using finite sources, *Journal of Applied Mechanics,* Vol. 61, pp. 330-338, 1994b.

[12] E. Moulin, J. Assaad, C. Delebarre, S. Grondel, D. Balageas, Modeling of integrated Lamb waves generation systems using a coupled finite element–normal modes expansion method, *Ultrasonics,* Vol. 38, pp. 522-526, 2000.

[13] P. Puthillath, J. L. Rose, Ultrasonic guided wave inspection of a titanium repair patch bonded to an aluminum aircraft skin, *International Journal of Adhesion and Adhesives,* Vol. 30, pp. 566-573, 2010.

[14] J. L. Rose, *Ultrasonic Waves in Solid Media,* First Edition, Cambridge: Cambridge University Press, 1999.

[15] W. Flugge, *Viscoelasticity ,* Second Edition, Berlin: Springer-Verlag, 1975.

[16] J. D. Ferry, *Viscoelastic properties of polymers,* Third Edition, John Wiley & Sons, 1980.

[17] R. M. Christensen, *Theory of Viscoelasticity,* Second Edition, New York: Academic Press, 1982.

[18] B. A. Auld, *Acoustic Fields and Waves in Solids,* Second Edition, Vols. 1 , 2, Malabar, FL: Krieger, 1990.

[19] J. Mu, *Guided Wave Propagation and Focusing in Viscoelastic Multilayered Hollow Cylinders,* PhD Thesis, The Pennsylvania State University, 2008.

[20] R. H. Blanc, Transient wave propagation methods for determining the viscoelastic properties of solids, *Journal of Applied Mechanics,* Vol. 60, pp. 763-768, 1993.

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1394.15.3.7.7]