



## ترکیب مدل های حجم سیال و دوسیالی در مطالعه عددی جریان دوفازی روی سرریز پلکانی هوادهی شده

محمدرضا انصاری<sup>1\*</sup>، مهدی اسماعیل پور<sup>2</sup>

1- استاده، مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

2- دانشجوی دکترا، مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

\* تهران، صندوق پستی 111-14115، mra\_1330@modares.ac.ir

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 23 دی 1396

پذیرش: 12 اسفند 1396

ارائه در سایت: 19 فروردین 1397

کلید واژگان:

هوادهی سرریز پلکانی

جریان دوفازی

مدل ترکیبی

مدل دو سیالی

مدل حجم سیال (VOF)

### چکیده

در تحقیق حاضر جریان دوفازی آب و هوا روی سرریز پلکانی در حالت دو بعدی، تراکم ناپذیر و ویسکوز شبیه سازی شده است. بدین منظور از یک مدل عددی جدید با توانایی های بالا استفاده شده است که ترکیبی از دو مدل پایه می باشد؛ مدل حجم سیال (VOF) که از یک الگوریتم تعقیب سطح مشترک برای مدل سازی جریان دوفازی استفاده می کند و مدل دو سیالی که بر اساس معادلات متوسط گیری شده مکانی و زمانی بوده و نمی تواند سطح مشترک را به خوبی بازسازی نماید. مدل حاضر کاستی های هر دو مدل را مرتفع و نتایج را با دقت بالا ارائه می دهد. مسئله اساسی در مدل ترکیبی، انتخاب یک معیار مناسب برای تغییر وضعیت بین دو مدل پایه است. این معیار بر اساس تخمینی از پراکندگی موضعی سطح مشترک در هر سلول می باشد. روش تدوین شده عددی در کار حاضر برای مطالعه تأثیر هوادهی در سرریز پلکانی، حفره هایی را در لبه بالایی پله ها بکار گرفته و مکش هوا و تأثیر آن بر توزیع جریان را بررسی نموده است. نتایج به دست آمده نشان می دهد در قسمت ابتدایی پلکان میزان پراکندگی پایین بوده و مدل ترکیبی بیشتر از مدل VOF بهره می برد اما در پلکان های پایین که جریان پراکنده می شود، مدل دوسیالی جایگزین می گردد. نتایج حاصل از مدل ترکیبی با ارائه کانتورهای کسر حجمی، فشار، سرعت و خطوط جریان با نتایج حاصل از مدل دوسیالی مقایسه شده است. مقایسه نتایج با یکدیگر نشان داده است که مدل ترکیبی نسبت به مدل پایه، با نتایج آزمایشگاهی انطباق بیشتری داشته و نتایج فیزیکی واقعی تری ارائه می دهد.

## Coupling of the VOF and the two-fluid models for the numerical investigation of aerated stepped spillway

Mohammad Reza Ansari\*, Mahdi Esmailpour

Department of Mechanical Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran

\* P.O.B. 14115-111, Tehran Iran, mra\_1330@modares.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 13 January 2018  
Accepted 03 March 2018  
Available Online 08 April 2018

#### Keywords:

Aerated Stepped Spillway  
Two phase flow  
Hybrid method  
Two-fluid model  
VOF

### ABSTRACT

In the current study, two-phase flow of water and air over a stepped spillway is probed in the form of a two-dimensional incompressible viscous flow. A novel numerical approach is used for the numerical simulation which is a combination of two models: volume of fluid (VOF) which uses an interface tracking algorithm for the simulation of the two-phase flow and two-fluid model which is based on time and space averaged equations and cannot track the interface explicitly. The most important issue in the introduced approach is to couple the two basic methods and select a proper criterion for status change between two basic methods. The latter criterion is based on an approximation from local distribution of the interface at each cell. In the hybrid method. In order to investigate the aeration effect in the stepped spillway, the air suction is generated by designing some holes at the upper edge of the steps and considering atmosphere pressure for these areas. The obtained results divulge the amount of dispersion is low at the beginning part of the step and also the hybrid model take more advantages from VOF, while in the lower steps where the flow disperses two-fluid model has hegemony. The results are compared in the form of pressure contours and streamlines as well as volume fraction counters. The comparison shows that the results of the proposed method is closer to the experimental results with respect to each of the basic model.

### 1- مقدمه

جلوگیری از پدیده کاویتاسیون با ایجاد یک رمپ<sup>1</sup> و پله روی سرریز، هوادهی به جریان انجام می شود. ایجاد رمپ روی سرریز سبب فاصله افتادن بین جت آب و بستر شده و باعث وارد شدن هوا به جریان می شود. جهت هوادهی

سرریزهای پلکانی یکی از سازه های هیدرولیکی مهم بسیاری از سدها جهت آزاد نمودن آب های اضافی است. در سرریز سدهای بلند، بیشتر مواقع برای

<sup>1</sup> Ramp

#### Please cite this article using:

M. R. Ansari, M. Esmailpour, Coupling of the VOF and the two-fluid models for the numerical investigation of aerated stepped spillway, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 18, No. 04, pp. 241-252, 2018 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

حاصل از حل عددی و تحلیلی تقریباً بر هم منطبق بود که این انطباق به معنی تأثیر بسیار کم لزجت، گرانش و عامل آشفستگی بر پروفیل سطح آب است.

اژدری مقدم و جعفری ندوشن [8] در پژوهشی عملکرد سرریز کنگره‌ای دوزنقه‌ای با زوایای مختلف دیواره سرریز در امتداد جریان و طول‌های متغیر دماغه، را بررسی کرده‌اند. مدل عددی در نرم‌افزار فلوت‌تری دی ساخته شده است. برای مدل‌کردن آشفستگی از مدل  $k-\epsilon$  حالت RNG و برای تعیین موقعیت پروفیل سطح آزاد از روش VOF استفاده شد. در تحقیق آنها روشی برای طراحی مدل سرریز کنگره‌ای دوزنقه‌ای با تغییر زاویه دیواره در امتداد جریان و تغییر طول دماغه ارائه شد.

استفاده از مدل دو سیالی و همچنین ترکیب این مدل با روش‌های تعقیب سطح مشترک از جمله روش‌های نوین در مدل‌سازی جریان دو فازی است. فرهودی و همکاران [9] با استفاده از نرم‌افزار دینامیک سیالات محاسباتی فلوت‌تری دی به بررسی جریان سه‌بعدی در سرریز U شکل با به‌کارگیری مدل آشفستگی RNG پرداخته می‌شود. با توجه به اهمیت ورود هوا به جریان در سازه‌های هیدرولیکی به شبیه‌سازی جریان دوفازی در موضوع تحقیق حاضر پرداخته شده است. نتایج به‌دست آمده در مقایسه با شبیه‌سازی عددی تک فاز، حاکی از بهبود پیش‌بینی جریان است.

دارمی‌زاده و انصاری [10] به توسعه یک روش عددی برای شبیه‌سازی پدیده انفجار زیر سطحی با یک مدل دو سیالی پرداختند. مدل دو سیالی پنج معادله‌ای کاپیلا انتخاب شد. برای شبیه‌سازی ناحیه‌های کاپیتاسیون با فشار کم از مدل اصلاح شده کاپیتاسیون اشmitt استفاده شد. روش عددی گودونوف و حلگر ریمن برای مدل دوسیالی در حالت دو بعدی توسعه داده شد. نتایج حاصله بیانگر عملکرد خوب و بدون نوسان عددی در شبیه‌سازی نواحی با کاپیتاسیون در حالت دو بعدی است.

عیسی و بونیزی [11] نیز در مطالعه جریان دوفازی درون کانال، از یک مدل دوسیالی یک بعدی دینامیکی برای شروع و توسعه اسلاگ افقی بدون در نظر گرفتن نیروهای بویانسی و اغتشاشی، استفاده نمودند. مدل آنها شامل معادلات دوسیالی برای فاز هوا و فاز مخلوط آب و حباب‌های نفوذ کرده و یک معادله پیوستگی برای ذرات حباب بود. نتایج آنها در رابطه با پیش‌بینی نسبت حجم مایع به گاز دقت بالاتری نسبت به کارهای انجام شده پیشین داشت. امام زاده و عیسی [12] با استفاده از مدل دو سیالی یک بعدی شبیه‌سازی عددی جریان حلقوی<sup>6</sup> در لوله‌های افقی و عمودی را انجام داده‌اند.

از جمله مدل‌سازهای عددی جدید در جریان‌های دوفازی می‌توان به روش ترکیبی مدل دوسیالی و مدل VOF اشاره نمود. این روش تاکنون بر روی پدیده‌هایی مانند قطره در جریان چرخشی، جت نفوذی و جریان دو فازی گاز مایع در لوله‌های عمودی اعمال شده است. از جمله این مطالعات، در زمینه ترکیب مدل دوسیالی و VOF می‌توان به کار سرن<sup>7</sup> و همکاران [13] اشاره کرد. آنها با استفاده از کوپل دو مدل دوسیالی و VOF به شبیه‌سازی جریان دوفازی تراکم‌ناپذیر پرداختند. آنها روش VOF را که یک روش تعقیب سطح برای جریان‌های دوفازی است، با مدل دو سیالی که معادلات آن بر اساس روش‌های متوسط‌گیری مکانی و زمانی می‌باشد، کوپل کردند. آنها ایده کار خود را استفاده از روش VOF در بخشی از دامنه محاسباتی با مقیاس‌های بزرگ سطح مشترک برای مشخص کردن سطح مشترک بیان داشتند. در بخش‌هایی از دامنه محاسباتی که مقیاس طولی سطح مشترک از

بیشتر، بررسی وضعیت جریان روی رمپ و به عبارتی محل تغییر ناگهانی شیب، حائز اهمیت است [1]. تحقیقات آزمایشگاهی انجام گرفته، تعاریف اولیه از الگوی جریان<sup>1</sup>، فرایند اتلاف انرژی و شناخت جریان‌های دوفازی فراهم کرده و همچنین فهم بهتری از نفوذ هوا ارائه می‌دهد [2]. این مطالعات، پارامترهایی نظیر غلظت هوا، توزیع سرعت و میدان فشار روی پله‌ها را در جریان دوفازی آب-هوا در طول سرریز پلکانی مطالعه نمودند [3]. سرریزهای پلکانی دارای کاربرد گسترده‌ای در مهندسی هیدرولیک هستند، که به علت حساسیت موضوع نیاز به طراحی و بررسی دقیق دارند.

در جریان مغشوش دوفازی آب-هوا روی سرریز پلکانی، نیروهای وزن، ویسکوزیته و کشش سطحی نقش مهمی بازی می‌کنند، بنابراین برای مطالعه جریان روی سرریز پلکانی، علاوه بر تشابه فرود (که در آن نیروهای اینرسی و وزن مهم می‌باشند)، عدد وبر و عدد رینولدز (که به ترتیب نسبت نیروهای اینرسی به کشش سطحی و نسبت نیروی اینرسی به لزجت است)، باید در نظر گرفته شوند. تشابه فرود زمانی می‌تواند استفاده شود که ارتفاع پله بزرگتر از دو سانتی‌متر، عدد رینولدز بزرگتر از 105 و عدد وبر بزرگتر از 100 باشد [4].

غفاری و همکاران [5] به شبیه‌سازی جریان عبوری از سرریز جانبی مستطیلی لبه‌تیز در کانال باز مستطیلی با استفاده از نرم‌افزار فلوت‌تری دی<sup>2</sup> و بکارگیری مدل آشفستگی  $k-\epsilon$  RNG<sup>3</sup> و روش حجم سیال (VOF<sup>4</sup>) پرداختند. آنها به بررسی اثرات عدد فرود بالادست بر الگو و مشخصات جریان در امتداد سرریز جانبی پرداختند. نتایج مطالعه آنها نشان داد، با کاهش عدد فرود، ماکزیمم و مینیمم سرعت طولی در طول سرریز جانبی به ترتیب افزایش و کاهش می‌یابد.

صباغ‌یزدی و همکاران [6] به مدل‌سازی جریان و توزیع غلظت هوای وارد شده از سطح جریان در تنداب سرریز پرداختند. آنها معادلات آب‌های کم‌عمق اصلاح‌شده برای شیب تند را با روش حجم محدود روی شبکه مثلثی بی‌ساختار حل کردند. پارامترهای هواگیری از سطح (مانند تعیین موقعیت نقطه شروع هواگیری، محاسبه غلظت میانگین هوا و توزیع عمقی آن) از روابط تجربی ارائه‌شده به وسیله‌ی محققین قبلی، گرفته شد. آنها پدیده هواگیری از سطح جریان در تنداب را به شیوه عددی بررسی کردند. آنها برای ارزیابی کیفیت نتایج به دست‌آمده از مدل‌سازی، کار خود را با نتایج محاسباتی جریان و غلظت هوا در تنداب سرریز سد آویمور با اندازه‌گیری‌های میدانی گزارش‌شده در مراجع، مقایسه نمودند.

چن و همکاران [7] نیز مدل آشفستگی  $k-\epsilon$  را جهت شبیه‌سازی جریان درهم روی سرریز بکار بردند. آنها روش کسر حجمی سیال را جهت شبیه‌سازی جریان روی سرریز پلکانی به همراه مدل آشفستگی فوق استفاده نمودند که از نظر آنها برای مسایل دارای سطح مشترک پیچیده، متد موثری جهت تعقیب سطح مشترک می‌باشد. آنها برای شبیه‌سازی مرزهای نامنظم، از شبکه ساختار نیافته<sup>5</sup> استفاده کردند.

عطارزاده و همکاران [1] با استفاده از نرم‌افزار فلونت، مشخصه‌های جریان در محل تغییر شیب ناگهانی سرریز را بررسی نمودند. در کار آنها نتایج مدل عددی، مانند فشار در بستر، فشار در عمق، پروفیل سرعت و پروفیل سطح آب با نتایج حل تحلیلی جریان ایده‌ال و همچنین داده‌های آزمایشگاهی مقایسه شده است. آنها بیان داشتند نتایج پروفیل سطح آب

<sup>1</sup> Flow pattern

<sup>2</sup> FLOW-3D

<sup>3</sup> ReNormalization Group  $k-\epsilon$

<sup>4</sup> Volume of Fluid

<sup>5</sup> Unstructured grid

<sup>6</sup> Annular flow

<sup>7</sup> Serne

دقت گردد و ورود هوا به داخل جریان در اثر کاهش فشار بوده و این امر بطور طبیعی و بدون استفاده از کمپرسور یا دستگاه تزریق هوا صورت می‌پذیرد. هدف از قرار دادن حفره‌ها آنست که با ورود هوای بیشتر به داخل جریان و کف‌آلود شدن آب از ایجاد کائیناسیون روی سرریز پلکانی جلوگیری و در نتیجه سطح آن محافظت شود. همچنین این امر موجب کاهش ابعاد حوضچه پای سد و حفاظت محیط زیست در پای سرریز می‌شود. اهداف این مقاله عبارتند از:

- مدل‌سازی دقیق‌تر سطح مشترک آب و هوا به کمک مدل ترکیبی و مقایسه آن با نتایج حاصل از مدل دوسیالی
- استخراج کانتورهای فشار بر روی وجوه پله‌ها به کمک مدل ترکیبی و مقایسه آن با نتایج حاصل از مدل دوسیالی
- استخراج کانتورهای سرعت و خطوط جریان به کمک مدل ترکیبی و مقایسه آن با نتایج حاصل از مدل دوسیالی
- ارزیابی نتایج حاصل از مدل ترکیبی و مدل‌های پایه قبلی و بیان نقاط ضعف و قوت هر یک

از جمله چالش‌های پیش رو در خلال حل، می‌توان به تعیین مقدار دقیق معیار پراکندگی جهت ارائه بهترین عملکرد کد برای مدل ترکیبی، اشاره کرد. به دو مورد زیر می‌توان به عنوان نوآوری مقاله حاضر اشاره نمود:

- مدل‌سازی جریان روی سرریز پلکانی با استفاده از ترکیب معادلات دوسیالی و روش VOF توسط برنامه کامپیوتری
- تعیین مقدار بهینه معیار تغییر از مدل حجم سیال به مدل دوسیالی و برعکس

شایان ذکر است نتایج در دو دبی 15 lit/sm و 30 lit/sm ارائه شده و نتایج حاصله شامل کانتورهای کسر حجمی، کانتورهای فشار استاتیکی، کانتور سرعت و خطوط جریان خواهد بود.

## 2- معادلات حاکم

هر مدل در مطالعه حاضر از یک مجموعه مجزا از معادلات برای شبیه‌سازی جریان دوفازی آب و هوا روی سرریز پلکانی در حالت دو بعدی، تراکم ناپذیر و ویسکوز استفاده می‌کند. در ادامه معادلات مربوط به مدل حجم سیال (VOF) و مدل دو سیالی، مدل ترکیبی و همچنین مدل آشفنگی استفاده شده، آمده است.

معادلات مدل دوسیالی بر اساس روش‌های متوسط‌گیری مکانی بدست می‌آید، بنابراین برای حل جریان دوفازی که در آنها مقیاس طولی سطح مشترک کوچکتر از ابعاد شبکه است (مانند جریان حبابی در بخش انتهایی سرریز)، مناسب‌تر است. در این مدل دو معادله پیوستگی جرم و مومنتم به صورت جداگانه برای هر فاز حل می‌شود. ترم‌های انتقال با استفاده از روابط ساختاری<sup>5</sup> برای انتقال جرم، مومنتم و انرژی جایگزین گشته و این روابط تجربی عمدتاً از آزمایش‌ها بدست می‌آیند. در این روش هیچ فرایندی جهت تعیین موقعیت سطح مشترک درون سلول انجام نمی‌شود و سطح مشترک بر اساس کسر حجمی هریک از فازهای درون سلول نشان داده می‌شود [17].

از طرفی مدلی بر پایه روش VOF برای حل مسائل جریان دوفازی که در آنها مقیاس طولی سطح مشترک بزرگتر از ابعاد شبکه باشد (مانند جریان در بخش بالایی سرریز)، دقت قابل قبولی دارد اما در جریان‌هایی که مقیاس طولی سطح مشترک کوچکتر از ابعاد شبکه است دچار خطای زیادی می‌شود. در این روش هر دو فاز به صورت مخلوط در نظر گرفته شده و از معادلات

ابعاد شبکه کوچکتر است، مانند جریان کاملاً پراکنده<sup>1</sup>، از مدل دوسیالی استفاده نمودند. آنها همچنین مقدار معیار تغییر وضعیت بین هر یک از این دو روش را بدست آوردند. فیزیکی که آنها به مطالعه آن پرداختند، قطره در جریان چرخشی و ناپایداری رایلی تیلور بوده است.

اولباجی و همکارانش [14] به شبیه‌سازی عددی جریان جت نفوذی عمودی با استفاده از یک حلگر ترکیبی دوسیالی-VOF پرداختند. این حلگر جریان چند فاز، یک روش چند سیالی و یک روش تعقیب سطح مشترک را جهت شبیه‌سازی جت برخوردکننده اولیه و همچنین پدیده نفوذ ستون حباب، ترکیب می‌نماید. آنها مدلسان را برای تعقیب حبابهایی با اندازه‌های متفاوت اعمال کردند. آنها همچنین با استفاده از این مدل ترکیبی، انتقال از جریان اولیه کاملاً جدا شده به رژیم جریان حبابی پراکنده را تسخیر نمودند. آنها دریافتند که این روش جدید، قادر به تسخیر ویژگی‌های برجسته پدیده مورد مطالعه بوده و بهبود کمی زیادی نسبت به روش‌های پیشین دارد.

یان و همکاران [15] نیز به شبیه‌سازی جریان دوفازی گاز-مایع دارای الگوهای جریان پیچیده، با استفاده از مدل ترکیبی پرداختند. مدل آنها نیز مرکب از دو مدل پایه بود؛ روش تعقیب سطح مشترک و روش دو سیالی. آنها بیان داشتند این مدل می‌تواند برای شبیه‌سازی جریان‌های چندفازی پیچیده که در آن، هم مقیاس طولی بزرگ سطح مشترک و هم مقیاس طولی کوچک سطح مشترک وجود دارد استفاده گردد. با استفاده از مقیاس طولی سطح مشترک، سه فاز در نظر گرفته شد که شامل فاز مایع، فازمقیاس طولی بزرگ سطح مشترک و فاز مقیاس طولی کوچک سطح مشترک می‌باشد. آنها از الگوریتم سیمپل<sup>2</sup> برای برقراری کوپل بین سرعت و فشار در معادلات ناویر استوکس مدل پیشنهادی استفاده نمودند. آنها معیاری برای بکارگیری مدل مناسب در سلول‌هایی که با هر سه فاز پر شده‌اند، ارائه کردند. به عقیده آنان، مدل پیشنهادی برای نواحی که شامل فاز مایع و فاز مقیاس طولی کوچک سطح مشترک است، معادل با روش دو سیالی و برای نواحی که شامل فاز مایع و فاز مقیاس طولی بزرگ سطح مشترک است معادل با روش حجم سیال است.

مدل ترکیبی (ترکیب مدل دوسیالی و VOF در یک برنامه رایانه‌ای)، همان‌طور که در بالا اشاره شد، تاکنون بر روی چند پدیده اعمال شده است و نتایج بسیار متفاوت و دقیق‌تری از بررسی‌های پیشین در این مسائل ارائه نمودند، اما تاکنون از این روش برای مدل‌سازی جریان دوفازی روی سرریز پلکانی استفاده نشده است. از طرفی با توجه به مطالعه قبلی [16] مشخص شد مدل حجم سیال در نواحی بالایی سرریز از دقت قابل قبولی برخوردار است اما در پلکان پایین که جریان دارای پراکندگی زیاد است، دقت مناسب ندارد. برعکس مدل دوسیالی در نواحی پایینی دقت خوبی داشته اما در قسمت بالایی سرریز قادر به مدل‌سازی دقیق سطح مشترک نیست.

بنابراین در مقاله حاضر به منظور شبیه‌سازی عددی جریان دوفازی آب-هوا روی سرریز پلکانی در حالت دو بعدی، از ترکیب دو مدل حجم سیال (VOF) و مدل دو سیالی به کمک کدنویسی در نرم‌افزار فلونت<sup>3</sup> استفاده شده است و نتایج حاصل از مدل ترکیبی با مدل‌های پایه با یکدیگر مقایسه شده‌اند. به منظور بررسی تأثیر هوادهی در سرریز پلکانی، با تعبیه حفره‌هایی در لبه بالایی پله‌ها و قرار دادن فشار برابر با فشار اتمسفر برای این نواحی، مکش هوا و تأثیر آن بر توزیع جریان بر روی سرریز مورد مطالعه قرار گرفت.

<sup>1</sup> Dispersed flow

<sup>2</sup> Capture

<sup>3</sup> SIMPLE

<sup>4</sup> FLUENT

<sup>5</sup> Closure relationship

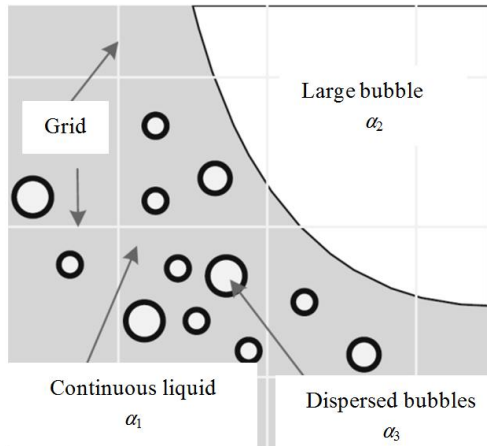


Fig. 1 Schematic view of three phases in the proposed model [15]  
 شکل 1 شماتیکی از تفکیک سه فاز در مدل پیشنهادی [15]

$\alpha_2$  و فاز سوم فاز مقیاس طولی کوچک سطح مشترک  $\alpha_3$  می‌باشد. مدل کوپل شده جهت شبیه‌سازی دامنه محاسباتی برای آن دسته از نواحی که سیال‌ها با هم مخلوط شده‌اند (نواحی با رنگ خاکستری روشن در شکل 2) از روش دو سیالی و برای آن دسته از نواحی که سیال‌ها جدا از هم می‌باشند (نواحی با رنگ تیره یا سفید)، از روش VOF بهره می‌برد.

همان‌طور که اشاره شد اصلی‌ترین اختلاف مدل VOF با مدل دو سیالی وجود یک معادله مومنتم یا به عبارتی وجود یک سرعت در این مدل است. به عبارتی دیگر همه مرزهای یک سلول که در دامنه مدل دو سیالی قرار گرفته اند، دارای دو سرعت هستند (هر سیال یک سرعت) ولی باقی مرزها فقط یک سرعت دارند. زمانی که مدل VOF به مدل دو سیالی تغییر می‌یابد، سرعت‌ها به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$\vec{V}_1^{\text{two-fluid}} = \vec{V}_2^{\text{two-fluid}} = \vec{V}^{\text{VOF}} \quad (8)$$

اما زمانی که مدل دو سیالی به مدل VOF تغییر می‌یابد، برای سرعت خواهیم داشت:

$$\vec{V}^{\text{VOF}} = \alpha_1 \vec{V}_1^{\text{two-fluid}} + (1 - \alpha_1) \vec{V}_2^{\text{two-fluid}} \quad (9)$$

جهت سازگاری در کوپل روش‌ها، گسسته‌سازی معادلات روش‌های فوق، باید بر اساس طرح یکسانی صورت گیرد. معادلات زیر ترکیب معادلات دو

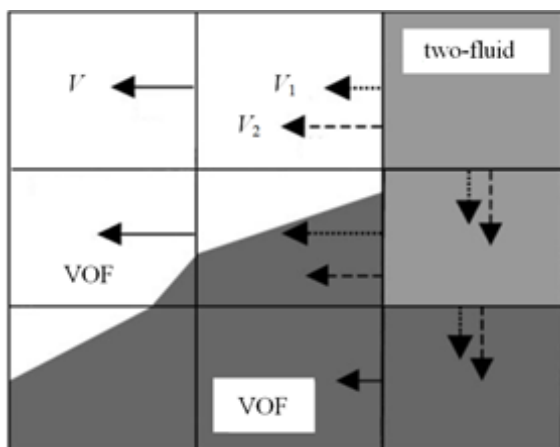


Fig. 2 The coupling of VOF and two-fluid model [13]  
 شکل 2 کوپلینگ روش‌های دو سیالی و حجم سیال [13]

ناویر-استوکس متشکل از یک معادله پیوستگی و یک معادله مومنتم استفاده می‌نماید. برای تعقیب سطح مشترک از یک معادله اضافی که همان معادله انتشار کسر حجمی است، استفاده می‌شود [18].

مزیت اصلی کوپل دو روش VOF و دوسیالی آنست که برخی از رژیم‌های جریان با فازهای کاملاً جدا شده، نیاز به مدل دو سیالی نداشته چرا که روش VOF برای آنها دقت بالاتری را به بار می‌آورد، از طرفی برای جریان‌های پراکنده، مدل دوسیالی دقیق‌تر است. بنابراین اگر از ترکیب مدل‌های دوسیالی و VOF برای مدلسازی جریان استفاده شود، می‌توان جریان‌هایی را که شامل هردو مقیاس سطح مشترک هستند (مانند جریان دوفازی روی سرریز پلکانی) را با دقت بالاتر تحلیل نمود. به نحوی که در موضعی که مقیاس طولی سطح مشترک از ابعاد شبکه بزرگتر بود روش VOF فعال شده و سطح مشترک را با دقت بالایی بازسازی می‌کند و در موضعی که مقیاس طولی سطح مشترک کوچکتر از ابعاد شبکه بود مدل دوسیالی فعال شده و مدل‌سازی جریان بدون لحاظ نمودن سطح مشترک، توسط مدل دوسیالی انجام می‌شود. بنابراین کوپل این دو روش دقت کار را بهبود می‌بخشد و مدل کوپل شده مانع از بوجود آمدن جواب‌های غیر فیزیکی برای یک مسئله دو فازی می‌گردد.

### 1-2- معادلات روش VOF

معادله پیوستگی جرم [17]:

$$\nabla \cdot \vec{V} = 0 \quad (1)$$

معادله مومنتم:

$$\rho \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \rho \vec{V} \cdot (\nabla \vec{V}) = -\nabla P + \frac{1}{2} \nabla \cdot (\mu (\nabla \vec{V} + \nabla \vec{V}^T)) + \rho \vec{g} + \vec{M} \quad (2)$$

معادله نفوذ نیز برای تعقیب سطح مشترک به صورت رابطه (3) اعمال می‌شود:

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \vec{V} \cdot \nabla \alpha = 0 \quad (3)$$

تابع کسر حجمی برای محاسبه خواص سیال در نقاط شبکه بصورت روابط (4,5) استفاده می‌شود:

$$\rho_{i,j} = \alpha_{i,j} \rho_1 + (1 - \alpha_{i,j}) \rho_2 \quad (4)$$

$$\mu_{i,j} = \alpha_{i,j} \mu_1 + (1 - \alpha_{i,j}) \mu_2 \quad (5)$$

### 2-2- معادلات روش دو سیالی

معادله پیوستگی برای هر فاز [19]:

$$\frac{\partial (\alpha_k \rho_k)}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_k \rho_k \vec{V}_k) = 0 \quad (6)$$

معادله مومنتم برای هر فاز:

$$\frac{\partial (\alpha_k \rho_k \vec{V}_k)}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_k \rho_k \vec{V}_k \vec{V}_k) = -\alpha_k \nabla P + \frac{1}{2} \nabla \cdot (\alpha_k \mu_k (\nabla \vec{V}_k + \nabla \vec{V}_k^T)) + \vec{M}_k + \alpha_k \rho_k \vec{g} \quad (7)$$

در روابط (6) و (7) اندیس  $k$  برای هر سیال است؛ به عبارتی  $k = 1$  برای سیال 1 و  $k = 2$  برای سیال 2.

### 3-2- معادلات مدل ترکیبی

با توجه به شکل 1 در این روش سه فاز در نظر گرفته می‌شود. فاز اول فاز پیوسته یا همان فاز مایع  $\alpha_1$ ، فاز دوم فاز مقیاس طولی بزرگ سطح مشترک<sup>1</sup>

<sup>2</sup> small-length-scale interface

<sup>1</sup> large-length-scale interface

روش را نشان می‌دهد [15].

$$\rho_m \frac{\partial \vec{V}_m}{\partial t} + \rho_m \nabla \cdot (\vec{V}_m \vec{V}_m) = -(\alpha_1 + \alpha_2) \nabla P + \frac{1}{2} \nabla \cdot (\mu_m (\nabla \vec{V}_m + \nabla \vec{V}_m^T)) + \rho_m \vec{g} + \vec{M}_m \quad (10)$$

معادله (10) معادله مومنتم در روش VOF است. که در آن زیر نویس  $m$  نشان دهنده مخلوط فاز 1 (فاز پیوسته یا همان فاز مایع) و فاز 2 (فاز مقیاس طولی بزرگ سطح مشترک) است.

$$\rho_m = \alpha_1 \rho_l + \alpha_2 \rho_g \quad (11)$$

$$\mu_m = \alpha_1 \mu_l + \alpha_2 \mu_g \quad (12)$$

تعریف فیزیکی ترم  $M$ ، نیروهای خارجی اعمای روی سیال فاز 1 و فاز 2 به ازای واحد حجم است. بر اساس موقعیت جریان دوفازی آب-هوا،  $M$  دو بخش را شامل می‌شود: نیروی سطح مشترک بین فاز 1 و 2 به ازای واحد حجم؛ مثل نیروی کشش سطحی و نیروی اندرکنش بین فاز 1 و 3 به ازای واحد حجم؛ نظیر نیروی درگ، نیروی لیفت، نیروی دیواره [17].

معادله مومنتم فاز پراکنده (فاز مقیاس طولی کوچک سطح مشترک):

$$\alpha_3 \rho_3 \frac{\partial \vec{V}_3}{\partial t} + \alpha_3 \rho_3 \nabla \cdot (\vec{V}_3 \vec{V}_3) = -\alpha_3 \nabla P + \frac{1}{2} \nabla \cdot (\alpha_3 \mu_3 (\nabla \vec{V}_3 + \nabla \vec{V}_3^T)) + \alpha_3 \rho_3 \vec{g} + \vec{M}_3 \quad (13)$$

معادلات اصلاح فشار از ترکیب معادلات مومنتم دو مدل و معادله کسر تهی<sup>1</sup> به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\nabla \cdot [(\alpha_1 + \alpha_2) D_2 \nabla P'] = \nabla \cdot \vec{V}_2^* \quad (14-الف)$$

$$\nabla \cdot [(\alpha'_1 \alpha_1 D_2 + \alpha'_3 \alpha_3 D_3) \nabla P'] = \nabla \cdot (\alpha'_1 \vec{V}_1^* + \alpha'_3 \vec{V}_3^*) \quad (14-ب)$$

روابط (14-الف) و (14-ب) به ترتیب برای وقتی فاز دوم در سلول وجود دارد و وقتی فاز دوم در سلول وجود ندارد استفاده می‌شود.

$$P^{\text{new}} = P^0 + P' \quad (15)$$

$$\vec{V}_k^{\text{new}} = \vec{V}_k^* + \alpha_k D_k \nabla P' \quad (16)$$

که در آن  $\vec{V}_k^*$  سرعت محاسبه شده براساس حدس اولیه یا از تکرار قبلی و  $D_m = (\nabla \vec{V}_m + \nabla \vec{V}_m^T)/2$  است [15]. در معادله فشار،  $P^{\text{new}}$  فشار محاسبه شده جدید،  $P^0$  مقدار فشار حدس زده شده اولیه یا مقدار حاصل از تکرار قبلی و  $P'$  نشان دهنده ترم اصلاح فشار می‌باشد.

$$\alpha'_1 = \frac{\alpha_1}{(1 - \alpha_2)} \quad (17)$$

$$\alpha'_3 = \frac{\alpha_3}{(1 - \alpha_2)} \quad (18)$$

معادله پیوستگی فاز فاز پراکنده:

$$\frac{\partial (\alpha_3 \rho_3)}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_3 \rho_3 \vec{V}_3) = 0 \quad (19)$$

از این معادله کسر تهی فاز 3 بدست می‌آید.

معادله کسر تهی فاز 2:

$$\frac{\partial \alpha_2}{\partial t} + \vec{V}_2 \cdot \nabla \alpha_2 = 0 \quad (20)$$

از رابطه (20) کسر تهی فاز 2 بدست می‌آید.

$$\alpha_1 = 1 - \alpha_2 - \alpha_3 \quad (21)$$

از رابطه (21) نیز کسر تهی فاز 1 بدست می‌آید.

#### 4-2- مدل سازی اغتشاشات

برای مسئله حاضر جریان روی سرریز پلکانی درهم بوده و نتایج مربوط به حل جریان با مدل جریان آرام نتایج مناسبی ارائه نخواهد داد. با توجه به ماهیت اغتشاشی جریان روی سرریز و اهمیت انرژی جنبشی اغتشاشی، باید

از یک مدل اغتشاشی نیز در کنار مدل‌های دوفازی استفاده نمود. انتخاب مدل اغتشاشی مناسب در این جریان می‌تواند تاثیر بسزایی بر دقت نتایج حل داشته باشد. در این رابطه بررسی‌هایی با انواع مختلف مدل‌های اغتشاشی انجام شد [20]، که از بین آنها با توجه به مزایا و معایب هر یک و نوع جریان، مدل کی-اپسیلون گروه‌های نرمالیزه شده<sup>2</sup> به عنوان بهترین مدل اغتشاشی انتخاب شد.

معادلات انتقال متغیرهای اغتشاشی در این مدل به صورت روابط (22,23) است [17]:

$$\frac{\partial (\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho k u_i)}{\partial x_i} = \frac{\partial (\alpha_k \mu_{\text{eff}} \frac{\partial k}{\partial x_i})}{\partial x_i} + G_k - \rho \epsilon \quad (22)$$

$$\frac{\partial (\rho \epsilon)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho \epsilon u_i)}{\partial x_i} = \frac{\partial (\alpha_\epsilon \mu_{\text{eff}} \frac{\partial \epsilon}{\partial x_i})}{\partial x_i} + C_{1\epsilon} \frac{\epsilon}{k} G_k - \rho C_{2\epsilon} \frac{\epsilon^2}{k} - R_\epsilon \quad (23)$$

برتری مدل RNG نسبت به سایر مدل‌های  $k - \epsilon$  در ترم  $R_\epsilon$  موجود در معادله  $\epsilon$  است که در آن روابط (24) برقرارند:

$$R_\epsilon = \frac{C_\mu \rho \eta^3 (1 - \frac{\eta}{\eta_0}) \epsilon^2}{1 + \beta \eta^3} \frac{1}{k}, \quad \eta = \frac{S k}{\epsilon} \quad (24)$$

$$G_k = \mu_t S^2, \quad \mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\epsilon}$$

در روابط فوق  $G_k$  تولید  $k$  به دلیل وجود نیروهای لزجی،  $\mu_t$  لزجت گردابه‌ای،  $S$  نرخ کرنش و  $\epsilon$  نرخ اتلاف اغتشاشات است.  $C_{2\epsilon}$ ،  $C_{1\epsilon}$ ،  $C_\mu$  ضرایب ثابت این مدل می‌باشند.

این مدل برای شرایطی که انحنا خطوط جریان شدید است نتایج بهتری نسبت به مدل  $k - \epsilon$  استاندارد ارائه می‌کند [17]. با توجه به اینکه در مساله سرریز پلکانی، جریان درون حفره پله‌ها، تحت کرنش زیاد قرار داد؛ به عبارتی انحنا خطوط جریان زیاد است، این مدل با توجه به ترم اضافی موجود در معادله  $\epsilon$  که مربوط به کشیدگی جریان است، نتایج بهتری را ارائه می‌نماید و در نتیجه نتایج دقت بالاتری نسبت به مدل استاندارد دارند [16].

#### 3- روش حل عددی

به منظور حل معادلات جریان سیال از فرم متوسط‌گیری شده معادله ناویر-استوکس و به منظور کوپل کردن معادلات سرعت و فشار از الگوریتم سیمپل<sup>3</sup>، برای گسسته‌سازی معادلات مومنتوم و توربولانس از روش مرتبه دوم پیش‌رو<sup>4</sup> و برای گسسته‌سازی معادلات کسر حجمی جریان دوفاز به منظور تخمین دقیق فصل مشترک بین آب و هوا از روش بازسازی هندسی<sup>5</sup> استفاده گردید. گسسته‌سازی و نحوه ارتباط معادله مومنتوم و فشار روی شبکه جایجا شده<sup>6</sup> بوده است. روش گسسته‌سازی زمانی ضمنی درجه دو<sup>7</sup> بوده، در این حالت دقت پایین ترم‌ها با انتخاب گام‌های زمانی کوچکتر ( $10^{-7}$ ) تا حدودی جبران می‌شود. مدل دوفازی مورد استفاده نیز ترکیب مدل‌های دوسیالی و حجم سیال می‌باشد.

یکی از تفاوت‌های بین دو مدل در نحوه گسسته‌سازی معادلات کسر تهی می‌باشد. گسسته‌سازی این معادلات با فرم یکسان بصورت زیر صورت می‌گیرد:

<sup>2</sup> ReNormalization Group  $k - \epsilon$

<sup>3</sup> Semi Implicit Method for Pressure Linked Equations

<sup>4</sup> Second order upwind

<sup>5</sup> Geo-Reconstruct

<sup>6</sup> Staggered grid

<sup>7</sup> Second Order Implicit

<sup>1</sup> Void fraction

معیار تغییر وضعیت، مدل مناسب برای آن انتخاب گردد. براساس کسر تهی هر سلول، خطی به عنوان سطح مشترک از این بلوک گذرانده می‌شود، به نحوی که اختلاف حاصل از کسر تهی ایجاد شده توسط این خط در این بلوک  $\alpha(n)$  با برآیند کسر تهی سلولهای این بلوک  $\alpha$  حداقل گردد (شکل 4). حال در صورتی که این مقدار خطا از یک آستانه تغییر وضعیت کمتر یا بیشتر باشد هرکدام از دو مدل انتخاب می‌شود.

بعد از به روز نمودن<sup>4</sup> متغیر کسر حجمی  $\alpha$ ، مدل دو سیالی یا VOF برای هر سلول معین می‌گردد. سلول‌هایی که فقط با یک سیال پر شده‌اند، بطور اتوماتیک در دامنه VOF هستند.

مسئله اساسی کولپینگ دو روش، انتخاب یک معیار مناسب جهت تغییر وضعیت بین دو روش است. با توجه به این معیار، مدل مورد استفاده برای سلول‌های ترکیبی (سلول شامل هر دو سیال) انتخاب می‌شود. این معیار باید بر اساس تخمینی از پراکندگی موضعی سطح مشترک در هر سلول باشد. یک تابع پراکندگی در سلول  $i, j$  بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$G_{i,j} = \min(G_{i,j}(\vec{n})) \quad (26)$$

که در آن تابع  $G$  با معادله (27) تعریف می‌گردد:

$$G_{i,j}(\vec{n}) = \sum_{l=-1}^1 \sum_{k=-1}^1 (\alpha_{i+k,j+l} - \alpha_{i+k,j+l}(\vec{n}))^2 \quad (27)$$

تابع پراکندگی  $G$  موقعیت سیالات را در بلوک  $3 \times 3$  از سلول‌ها بررسی می‌کند. در این بلوک، در حالت بدون پراکندگی، مقدار تابع پراکندگی صفر است؛ یعنی  $G = 0$ . در غیر اینصورت  $G > 0$ .

با توجه به بحث فوق، جهت کویل نمودن دو روش VOF و دو سیالی، به یک پارامتر ثابت  $\gamma_0$  نیاز است، بطوریکه:

- اگر  $\gamma_{i,j} < \gamma_0$ : روش VOF برای ساخت سطح مشترک در سلول  $i, j$  استفاده گردد.
- اگر  $\gamma_{i,j} > \gamma_0$ : روش دوسیالی برای مدل‌سازی جریان در سلول  $i, j$  استفاده گردد.

پارامتر  $\gamma_0$  یک پارامتر ورودی دلخواه جهت تغییر وضعیت مدل است. برابر قرار دادن  $\gamma_0$  با ماکزیمم مقدار احتمالی  $\gamma$ ، بدین معناست که همواره از مدل VOF در سراسر حل استفاده گردد و انتخاب  $\gamma_0$  برابر صفر نشان دهنده آنست که از مدل دوسیالی برای مدل‌سازی جریان، بدون محاسبه سطح مشترک، در سراسر دامنه حل استفاده شود [15].

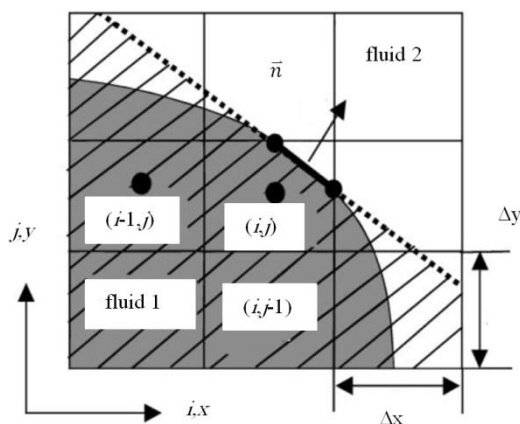


Fig. 4 Determination of switch criterion [13]

شکل 4 نحوه تعیین کمیت معیار برای تغییر وضعیت بین دو مدل دوسیالی و حجم سیال [13]

$$\alpha_{i,j}^{n+1} = \alpha_{i,j}^n + \frac{\Delta t}{\Delta x} (H_{X_{i-\frac{1}{2},j}} - H_{X_{i+\frac{1}{2},j}}) + \frac{\Delta t}{\Delta x} (H_{Y_{i,j-\frac{1}{2}}} - H_{Y_{i,j+\frac{1}{2}}}) \quad (25)$$

در معادله فوق  $H_{X_{i+\frac{1}{2},j}}$  و  $H_{Y_{i,j+\frac{1}{2}}}$  به ترتیب نشان دهنده شار کسر حجمی گذرنده از وجه سمت راست سلول  $(i, j)$  و شار کسر حجمی گذرنده از وجه بالایی سلول  $(i, j)$  است که در شکل 3 نشان داده شده است. محاسبه شار روی مرز سلول‌ها به سلول بالادست بستگی دارد؛ بطوری که اگر سلول بالادست با مدل VOF حل شد از الگوریتم معادله نفوذ حجم سیال و در غیر اینصورت از مدل دوسیالی برای محاسبه شار استفاده می‌شود.

به منظور تعیین توزیع کسر حجمی با استفاده از مدل کویل شده، از ویژگی‌های نرم‌افزار فلوئنت در حل مدل دو سیالی استفاده شده است. بدین ترتیب که حل پایه در نرم‌افزار فلوئنت مدل دو سیالی در نظر گرفته می‌شود. در ادامه با استفاده از قابلیت ژورنال‌نویسی<sup>1</sup> در نرم‌افزار فلوئنت، داده‌های به دست آمده از مدل دوسیالی ذخیره شده و در همان بازه زمانی، حل با استفاده از مدل VOF در کد انجام می‌گیرد. بعد از انجام حل با مدل VOF، نتایج به دست آمده برای کسر حجمی آب با فراخوانی تابع نوشته شده توسط کاربر (کد برنامه‌نویسی به زبان C)  $C_{UDSI}(c,t,4)$  در متغیر ذخیره می‌شود.

در بخشی از کد نوشته شده در UDF، به منظور ایجاد مدل ترکیبی دوفاز، نتایج ذخیره شده برای مدل دوسیالی فراخوانی شده و در حین حل با چک کردن معیار تغییر دوفاز، در محل‌هایی که کسر حجمی از معیار تعیین شده ( $\gamma_0$ ) کمتر باشد از حل VOF (یعنی مقدار  $C_{UDSI}(c,t,4)$  استفاده می‌شود و در محل‌هایی که معیار تغییر دوفاز بیشتر از حد مجاز تعیین شده باشد، نتایج مدل دوسیالی استفاده می‌شود. این روند در هر بازه زمانی ادامه می‌یابد. به منظور همگرایی مدل عددی از ضریب زیر تخفیف<sup>3</sup> URF نیز در کد استفاده شده است.

### 3-1- معیار تغییر وضعیت بین دو مدل حجم سیال و دوسیالی

قبل هر گام زمانی به بررسی بلوک‌های  $3 \times 3$  پرداخته می‌شود تا بر اساس

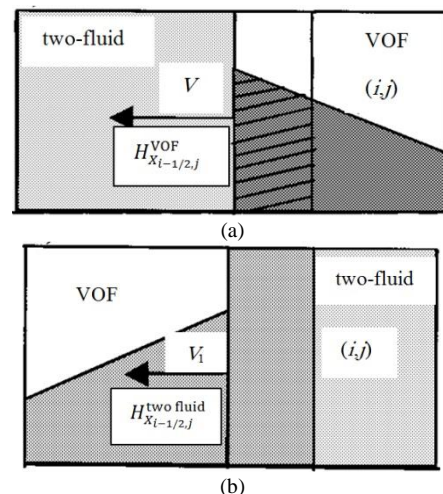


Fig. 3 flux calculation in hybrid methods: (a) calculated flux using VOF, (b) calculated flux using two-fluid model [13].

شکل 3 محاسبه شار در کولپینگ روش‌های دو سیالی و حجم سیال. (a) شار محاسبه شده با روش حجم سیال. (b) شار محاسبه شده با روش دو سیالی [13]

<sup>1</sup> Journal  
<sup>2</sup> User Define Function (UDF)  
<sup>3</sup> Under Relaxation Factor

<sup>4</sup> Update

### 2-3- مشخصات مساله فیزیکی

مشخصات مساله مورد نظر برای انجام محاسبات مربوط به مدل‌سازی عددی جهت سهولت صحت‌سنجی، همانند بررسی انصاری و اسماعیل پور [16] به قرار زیر انتخاب می‌گردد:

- ارتفاع پله‌ها 7 سانتی‌متر.
- عرض پله‌ها 11.5 سانتی‌متر.
- عمق آنها نیز برابر با 24 سانتی‌متر.
- شیب سرریز تقریباً برابر با 32 درجه.

انتخاب بهترین فاصله جهت قرارگیری حفره، با بررسی کانتورهای فشار در دبی‌های مختلف (در حالت بدون هوادهی) و همچنین بررسی کانتورهای سرعت (در حالت با هوادهی) و آزمون و خطا حاصل شد [16]. شایان ذکر است در مطالعات آزمایشگاهی صورت گرفته، تغییرات جریان در عمق سرریزهای با مقیاس کوچک ناچیز گزارش شده است [2]. از آنجاییکه عمق سرریز مورد مطالعه نیز کوچک است، بنابراین در مطالعه حاضر از تغییرات جریان در راستای عمق چشم‌پوشی می‌گردد.

### 3-3- تولید هندسه حل و شبکه‌بندی

به منظور شبیه‌سازی عددی سرریز پلکانی، ابتدا هندسه‌ای دو بعدی از سرریز پلکانی در نرم‌افزار گمبیت<sup>1</sup> ایجاد گردید. به منظور سهولت در تولید شبکه محاسباتی سازمان‌یافته با کیفیت بالا، هندسه تولید شده به نواحی داخلی کوچکتری تقسیم شد. از طرف دیگر حفره‌هایی با مشخصات زیر در ارتفاع پله‌ها به منظور مکش هوا به داخل سرریز در نظر گرفته شد:

- ارتفاع حفره‌ها برابر 0.5 سانتی‌متر.
- فاصله مرکز حفره‌ها از قسمت بالایی پله، 0.75 سانتی‌متر.

بعد از تولید هندسه در نرم‌افزار گمبیت، به منظور شبیه‌سازی عددی جریان بر روی سرریز پلکانی، نیاز به تولید شبکه محاسباتی می‌باشد. در کار حاضر با انجام تقسیم‌بندی داخلی شبکه حل، به منظور بررسی استقلال جواب از نوع شبکه، سه نوع شبکه محاسباتی با سازمان، با ابعاد نامی درشت، متوسط و ریز تولید شد که تعداد شبکه محاسباتی در آنها به ترتیب 4260، 10300، 47924 بوده است. شماتیکی از هندسه تولید شده در نرم‌افزار گمبیت به همراه شبکه محاسباتی متوسط تولید شده در شکل 5 آورده شده است.

همانگونه که در شکل 5 مشاهده می‌شود، در نزدیکی دیواره پله‌های سرریز از شبکه محاسباتی با ابعاد کوچکتری استفاده شده است تا بتوان گرادینان‌های سرعت ایجاد شده در این نواحی را با دقت بالایی محاسبه کرد.

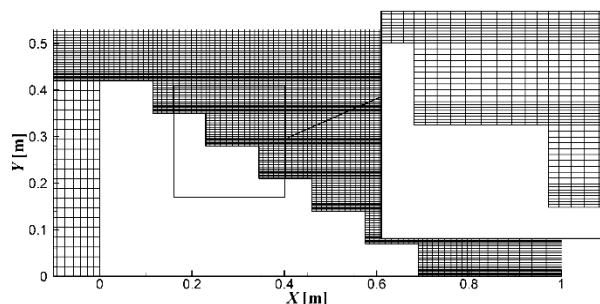


Fig. 5 The coarse grid, The intermediate grid, The fine grid [16]

شکل 5 شبکه محاسباتی درشت، شبکه محاسباتی متوسط، شبکه محاسباتی ریز [16]

<sup>1</sup> Gambit

### 4-3- شرایط مرزی

شرایط مرزی مورد استفاده در کار حاضر برای هندسه مورد مطالعه برای حالت با مکش هوا در شکل 6 آورده شده است.

همانگونه که در شکل 6 مشاهده می‌شود، جریان ورودی به سرریز از طریق مجرای در نظر گرفته شده وارد سرریز شده و بعد از عبور از پله‌های سرریز در قسمت انتهایی از فضای حل خارج می‌گردد. با وارد کردن دبی آب ورودی در نرم‌افزار، شرایط مرزی ورودی تعیین می‌شود و در خروجی نیز فشار هوا برابر با فشار اتمسفر در نظر گرفته شده است. فشار هوا در قسمت بالایی ناحیه حل نیز برابر با فشار اتمسفر در نظر گرفته شده است. در حالت با هوادهی، در حفره‌های تعبیه شده در دیواره عمودی پله‌ها شرط مرزی فشاری اعمال شده است و با توجه به اتصال این حفره‌ها به هوای آزاد، فشار این حفره‌ها برابر فشار اتمسفر فرض شده است. اما در حالت بدون هوادهی، حفره‌های تعبیه شده در دیواره عمودی پله‌ها، بسته شده است و از شرط مرزی دیواره برای این نواحی استفاده شده است. کلیه نتایج ارائه شده در بخش‌های بعد مربوط به حل نهایی است که پروفیل سطح آزاد با گذر زمان دچار تغییر نمی‌شود و اصطلاحاً حل به حالت پایا رسیده است.

### 5-3- استقلال جواب از نوع شبکه

به منظور بررسی استقلال جواب از نوع شبکه، جریان آب از سرریز پلکانی با استفاده از مدل VOF برای دبی 30 lit/s.m برای سه نوع شبکه ایجاد شده مورد بررسی قرار گرفت. به منظور شبیه‌سازی عددی جریان آشفتنه، از مدل آشفتگی  $k - \epsilon$  RNG استفاده شد. نتایج به دست آمده برای کسر حجمی آب برای شبکه‌های محاسباتی مختلف در شکل 7 آورده شده است [16].

با دقت در شکل 7 مشاهده می‌شود که با تغییر ابعاد شبکه از شبکه متوسط به شبکه ریز تغییر محسوسی در ارتفاع سطح آزاد آب به دست

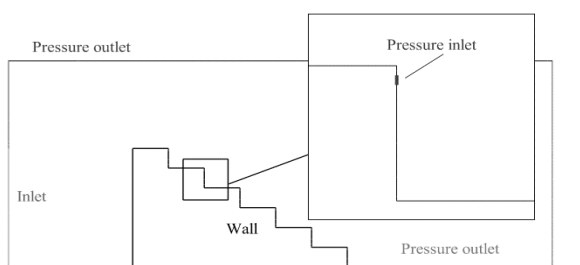


Fig. 6 The boundary conditions used in stepped spillway geometry with air intake [16]

شکل 6 شرایط مرزی مورد استفاده در هندسه سرریز پلکانی با مکش هوا [16]

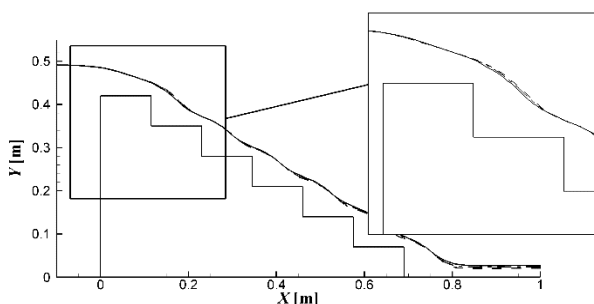


Fig. 7 The free surface obtained for coarse grid, intermediate grid and fine grid on stepped spillway [16]

شکل 7 منحنی سطح آزاد به دست آمده برای شبکه‌های درشت، متوسط و ریز روی سرریز پلکانی [16]

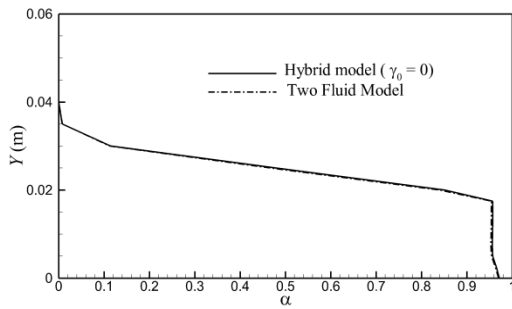


Fig. 9 Comparison of water volume fraction at the downstream of the spillway for two-fluid model and hybrid model ( $\gamma_0 = 0$ )

شکل 9 مقایسه توزیع کسر حجمی آب در پایین دست سرریز برای مدل دوسیالی [16] و مدل ترکیبی با  $\gamma_0 = 0$

هوادهی مورد بررسی قرار گرفت. هدف از این کار تعیین مقدار بهینه  $\gamma_0$  می‌باشد. نمودارهای به دست آمده برای توزیع کسر حجمی آب در پایین دست سرریز بر حسب ارتفاع برای معیارهای مختلف در شکل 10 آورده شده است. با دقت در شکل 10 مشاهده می‌شود که در  $\gamma_0 = 0$  که مربوط به حل دوسیالی است، کسر حجمی آب در هیچ ارتفاعی برابر با یک نبوده و همواره اختلاط بین جریان آب و هوا وجود دارد. اما برای تمامی  $\gamma_0 > 0$  کسر حجمی آب در ارتفاع‌های پایین، کاملاً منطبق بر نتایج حل VOF بوده و برابر با یک می‌باشد. از طرف دیگر با توجه به اینکه در این حالت ( $\gamma_0 > 0$ )، سطح مشترک آب با هوا پخشندگی کمتری را دارد، نتایج به دست آمده برای  $\gamma_0$ های مختلف تقریباً بر روی همدیگر منطبق بوده و اختلاف چندانی با یکدیگر ندارند.

به عنوان نمونه و به منظور مقایسه کیفی، کانتورهای به دست آمده برای توزیع کسر حجمی برای  $\gamma_0 = 0.3$  و  $\gamma_0 = 1$  در شکل 11 آورده شده است. با دقت در شکل 11، به وضوح مشاهده می‌شود که علی‌رغم عدم اختلاف در توزیع کسر حجمی آب در پایین دست جریان، نتایج به دست آمده برای  $\gamma_0 = 0.3$  و  $\gamma_0 = 1$  در بخش‌هایی از جریان که اختلاط بین فاز آب و هوا وجود دارد کاملاً با یکدیگر متفاوت می‌باشد. مطالعه نمودارها و مقایسه آن با نتایج پیشین [16] نشان می‌دهد معیار سوپج بین دو مدل برابر  $\gamma_0 = 1$  نتایج واقعی‌تری برای حالت بدون هوادهی ارائه می‌دهد.

در ادامه نتایج به دست آمده برای حالت با هوادهی مورد بررسی قرار گرفته است. در این حالت نیز به ازای  $\gamma_0$  برابر با 0، 0.1، 0.2، 0.3، 0.6 و 1 نتایج مورد بررسی قرار گرفت. همانگونه که قبلاً نشان داده شده بود [16]، در حالت با هوادهی، به واسطه اختلاط بالای جریان آب با هوا، مدل VOF واگرا

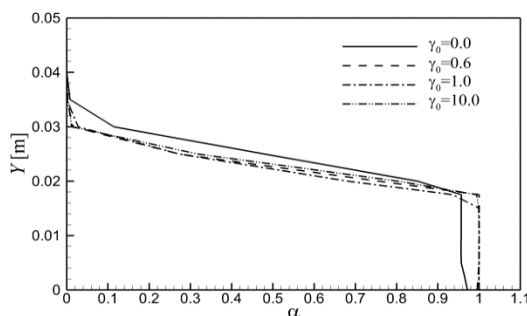


Fig. 10 Comparison of water volume fraction at the downstream of the spillway for different  $\gamma_0$  without aeration

شکل 10 مقایسه توزیع کسر حجمی آب در پایین دست سرریز برای معیار سوپج مختلف در حالت بدون هوادهی

نمی‌آید. با این حال به منظور بررسی کمی‌تر نتایج، منحنی سطح آزاد آب برای شبکه‌های مختلف نیز مورد مقایسه قرار گرفت.

در این مطالعه می‌توان نتیجه گرفت که با تغییر ابعاد شبکه محاسباتی از شبکه محاسباتی متوسط به ریز، تغییر محسوسی در منحنی سطح آزاد آب در سرریز پلکانی مشاهده نمی‌شود. بنابراین می‌توان از استقلال نتایج به دست آمده از شبکه محاسباتی متوسط نسبت به ابعاد شبکه اطمینان حاصل کرد. با توجه به توضیحات فوق، در ادامه این مقاله به منظور شبیه‌سازی عددی جریان سیال از روی سرریز پلکانی، از شبکه محاسباتی متوسط استفاده شده است.

#### 4- نتایج

در این بخش ابتدا صحت‌سنجی مدل عددی مورد بررسی قرار خواهد گرفت و پس از آن نتایج مربوط به تعیین  $\gamma_0$  بهینه در حالت‌های بدون هوادهی و با هوادهی ارائه خواهد شد. پس از آن نتایج مدل ترکیبی در حالت باهوادهی ارائه می‌شود و با نتایج حاصل از مدل پایه دوسیالی [16] مقایسه می‌گردد. شایان ذکر است گام‌های فوق در دبی‌های مختلف انجام خواهد شد و نتایج حاصله شامل کانتورهای کسر حجمی و کانتورهای فشار استاتیکی، کانتور سرعت و خطوط جریان خواهد بود.

#### 4-1- صحت‌سنجی مدل عددی

در مدل ترکیبی در صورتی که معیار تغییر مدل دو فاز برابر با صفر در نظر گرفته شود، در اینصورت نتایج به دست آمده معادل با روش دو سیالی و در صورتی که معیار سوپج مدل دوفاز عدد بزرگی انتخاب شود در اینصورت نتایج حل مدل ترکیبی معادل با روش حجم سیال خواهد بود. به منظور بررسی این قضیه، در ابتدا معیار سوپج مدل دوفاز برای جریان با دبی جرمی 30 لیتر بر دقیقه به ازای متر در تمام ناحیه حل محاسبه شد. نتایج مربوط به پارامتر  $G$  در شکل 8 آورده شده است. همانگونه که در این شکل مشاهده می‌شود بیشترین مقدار این پارامتر در محدوده 3.5 قرار دارد. بنابراین در صورتی که معیار سوپج مدل دوفاز هر عددی بزرگتر از 3.5 در نظر گرفته شود، در اینصورت نتایج مربوط به حل ترکیبی به حل VOF میل خواهد کرد.

به منظور بررسی عملکرد صحیح مدل ترکیبی، توزیع کسر حجمی آب در پایین دست سرریز برای  $\gamma_0 = 0$  و مدل دوسیالی [16] در شکل 9 آورده شده است. با دقت در شکل 9 مشاهده می‌شود که توزیع کسر حجمی در تمامی ناحیه حل برای این دو مدل بر روی هم منطبق هستند که موبد نتایج ارائه شده در قسمت قبل می‌باشد.

#### 4-2- تعیین $\gamma_0$ بهینه

در ادامه نتایج مربوط به  $\gamma_0$ های مختلف برای حالت بدون هوادهی و با

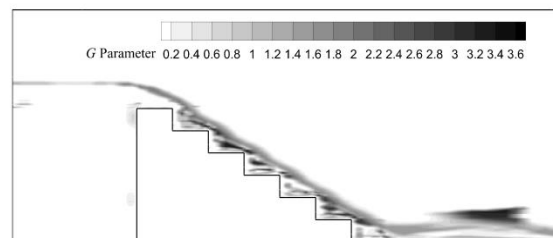


Fig. 8 The parameter  $G$  obtained from mass flow rate of 30 lit/min per meter

شکل 8 پارامتر  $G$  به دست آمده برای دبی 30 لیتر بر دقیقه به ازای متر



می‌باشد اما مقدار ماکزیمم کسر حجمی آب در  $\gamma_0 = 0.3$  در ارتفاع‌های میانی دور از واقعیت است.

به منظور مقایسه کیفی، کانتورهای به دست آمده برای توزیع کسر حجمی آب برای  $\gamma_0$ های مختلف در شکل 13 ارائه شده است. با افزایش  $\gamma_0$ ، بخش مرکزی جریان قرار گرفته در بالای پله‌های سرریز تمایل بیشتری به حفظ کسر حجمی آب در محدوده یک دارند. با دقت در شکل‌های 12 و 13 مشاهده می‌شود که با افزایش  $\gamma_0$  (تا  $\gamma_0 = 0.2$ ) پخش شدگی آب در پایین دست سرریز افزایش یافته و با نتایج تجربی همخوانی بهتری دارد اما در  $\gamma_0 = 0.3$  میزان پخش شدگی آب بیش از مقدار متعارف می‌باشد. با دقت در نتایج ارائه شده در بالا مشاهده می‌شود که استفاده از معیار سویچ مدل دوفاز برابر 0.2 با پیش‌بینی پخش شدن آب در پایین دست سرریز همخوانی مناسبی با نتایج تجربی دارد. بنابراین در ادامه و به منظور بررسی جریان سرریز در دی‌های مختلف، نتایج به دست آمده برای دی‌های 15 و 45 لیتر بر دقیقه به ازای متر با استفاده از معیار سویچ مدل دوفاز 0.2 به دست آمد که نتایج آن در زیر آورده شده است.

### 3-4- نتایج مدل ترکیبی برای با هوادهی

همانطور که قبلاً اشاره شد، مدل VOF برای جریان‌هایی که مقیاس طولی سطح مشترک آنها از ابعاد شبکه بزرگتر باشد نتایج بهتری نسبت به مقیاس طولی کوچک نشان می‌دهند (جریان در پلکان بالایی سرریز)، اما در مقیاس مدل دوسیالی برای جریان‌هایی که مقیاس طولی سطح مشترک آنها از ابعاد شبکه کوچکتر باشد (جریان‌های پراکنده) نتایج دقیق‌تری ارائه می‌نماید (جریان در پلکان پایینی سرریز). بنابراین در این مدل پیشنهادی، استفاده از این دو مدل در کنار یکدیگر می‌تواند نقاط ضعف مدل دیگر را بپوشاند. در این بخش توزیع کسر حجمی آب، توزیع فشار و توزیع سرعت و همچنین توزیع خطوط جریان آب برای دی‌های مشخص ارائه شده است. توزیع کسر حجمی به دست آمده با استفاده از مدل ترکیبی با  $\gamma_0 = 0$  (مدل دو سیالی) و  $\gamma_0 = 0.2$  برای دی 15 لیتر بر دقیقه برای حالت با هوادهی در شکل 14 آورده شده است. با دقت در شکل 14 مشاهده می‌شود که در دی‌های بالاتر به واسطه مومنتوم بالای جریان سرریز و اتلاف انرژی بیشتر، میزان پخش شدن جریان آب در پایین دست سرریز کاهش می‌یابد. با این حال، در هر دو حالت، مدل ترکیبی نسبت به مدل دوسیالی، میزان پخش شدگی آب در پایین دست سرریز را بیشتر پیش‌بینی می‌کند.

به منظور بررسی دقیق‌تر، توزیع فشار به دست آمده با استفاده از مدل ترکیبی با  $\gamma_0 = 0$  (مدل دو سیالی) و  $\gamma_0 = 0.2$  برای دی 15 لیتر بر دقیقه

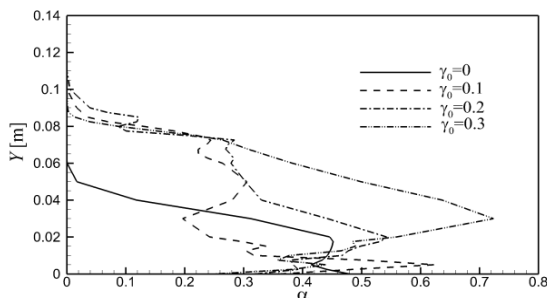


Fig. 12 Comparison of water volume fraction at the downstream of the spillway for different  $\gamma_0$  with aeration

شکل 12 مقایسه توزیع کسر حجمی آب بر حسب ارتفاع در پایین دست سرریز برای  $\gamma_0$ های مختلف برای حالت با هوادهی

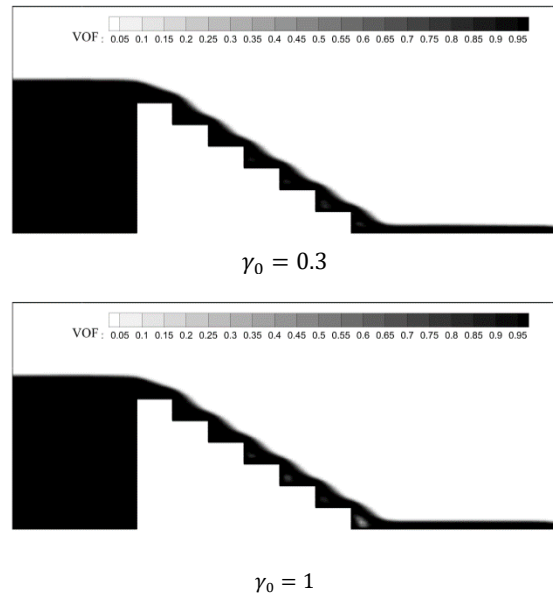


Fig. 11 Water volume fraction distributions with hybrid model for  $\gamma_0 = 0.3$  and  $\gamma_0 = 0.3$  without aeration

شکل 11 توزیع کسر حجمی آب در مدل ترکیبی برای  $\gamma_0 = 1$  و  $\gamma_0 = 0.3$  برای حالت بدون هوادهی

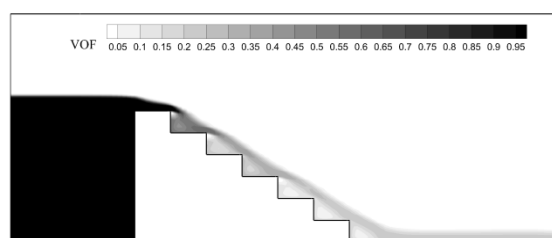
شده و نتایج مطلوبی را ارائه نمی‌دهد. به همین دلیل در بررسی انجام شده در مدل ترکیبی، برای حالتی که  $\gamma_0 = 1$  در نظر گرفته شد، مدل ترکیبی واگرا شد که دلیل اصلی آن استفاده از نتایج VOF در بخش بیشتری از ناحیه حل می‌باشد.

از طرف دیگر با بررسی نتایج به دست آمده برای مدل ترکیبی با  $\gamma_0 = 0.6$  مشخص شد توزیع کسر حجمی در انتهای سرریز با شواهد تجربی همخوانی ندارد و استفاده از این معیار نیز نتایج مناسبی را ارائه نمی‌دهد. بنابراین در ادامه تنها نتایج به دست آمده برای معیار تغییر فاز 0، 0.1، 0.2، 0.3 مورد بررسی قرار گرفته است.

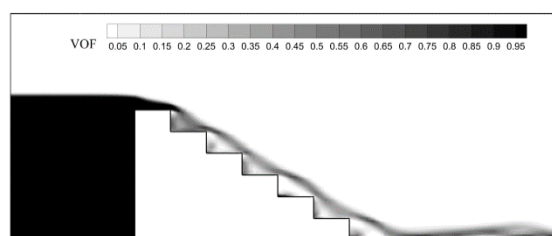
مقایسه توزیع کسر حجمی آب بر حسب ارتفاع در پایین دست سرریز پلکانی برای  $\gamma_0$ های مختلف در شکل 12 آورده شده است. با دقت در شکل 12 مشاهده می‌شود که در  $\gamma_0 = 0$  کسر حجمی آب در ارتفاع‌های بالاتر از 6 سانتی‌متر برابر با صفر می‌باشد که ضعف مدل دوسیالی را نشان می‌دهد. با افزایش  $\gamma_0$  از مقدار صفر به مقدار 0.1، کسر حجمی آب در ارتفاع‌های بالاتر از 6 سانتی‌متر دارای مقداری در محدوده 0.2 تا 0.3 می‌باشد که نشان دهنده پخش شدگی بیشتر آب در این مدل می‌باشد. از طرف دیگر در  $\gamma_0 = 0.2$  نیز پخش شدگی آب در ارتفاع‌های بالاتر از 6 سانتی‌متر تقریباً منطبق بر  $\gamma_0 = 0.1$  می‌باشد. تفاوت عمده مشاهده شده بین معیار سویچ مدل دوفاز برابر 0.1 و 0.2، در توزیع کسر حجمی آب در ارتفاع‌های میانی است. بطوریکه کسر حجمی آب به دست آمده در بخش‌های میانی با استفاده از  $\gamma_0 = 0.2$  بالاتر از کسر حجمی آب برای  $\gamma_0 = 0.1$  در همین نواحی می‌باشد. دلیل این امر آنست که در معیار سویچ مدل دوفاز برابر 0.2 بخش بیشتری از جریان قرار گرفته در بالای پلکان سرریز، با استفاده از مدل VOF تخمین زده می‌شود.

برای  $\gamma_0 = 0.3$  نیز رفتار مشابهی مانند  $\gamma_0 = 0.2$  مشاهده می‌شود و ماکزیمم کسر حجمی آب به سمت ارتفاع‌های بالاتر حرکت می‌کند و همچنین کسر حجمی آب در ارتفاع‌های بالاتر از 7 سانتی‌متر بر روی کسر حجمی به دست آمده برای معیار سویچ مدل دوفاز 0.1 و 0.2 منطبق

دست آمده برای آب دارای تلاطم بیشتری بوده و در سطح مشترک آب پخش شدگی بیشتری دارد. توزیع خطوط جریان آب در دبی 30 لیتر بر دقیقه به ازای متر برای مدل دو سیالی ( $\gamma_0 = 0$ ) و مدل ترکیبی با  $\gamma_0 = 0.2$  برای حالت با هوادهی در شکل 17 آورده شده است. با دقت در شکل 17 مشاهده می‌شود که مدل ترکیبی در برخی از نواحی جریان در روی پله‌ها دو گردابه مختلف برای جریان آب را پیش‌بینی می‌کند که دلیل اصلی آن به دام افتادن بخشی از جریان آب در زیر مجاری هوادهی می‌باشد.



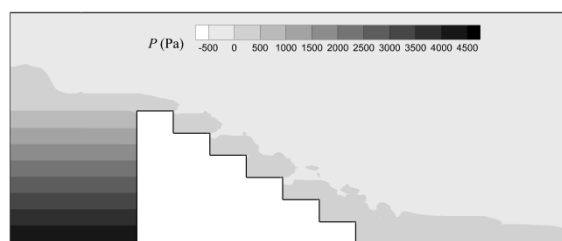
(a)



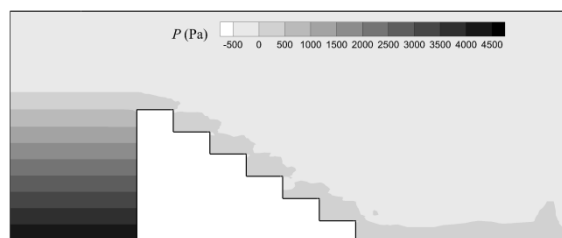
(b)

**Fig. 14** Water volume fraction distributions obtained with hybrid model with  $\gamma_0 = 0$  (two-fluid model) and  $\gamma_0 = 0.2$ , with aeration for mass flow rate of 15 liter/min

شکل 14 توزیع کسر حجمی آب برای دبی 15 لیتر بر دقیقه، (a)  $\gamma_0 = 0$  یا مدل دو سیالی، و (b)  $\gamma_0 = 0.2$  در حالت با هوادهی



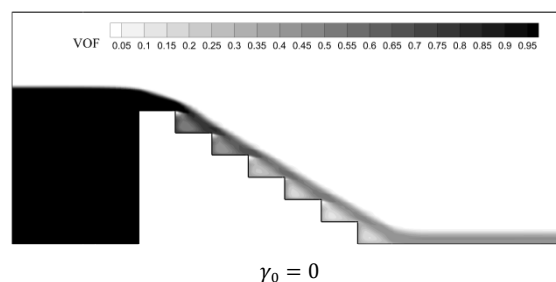
(a)



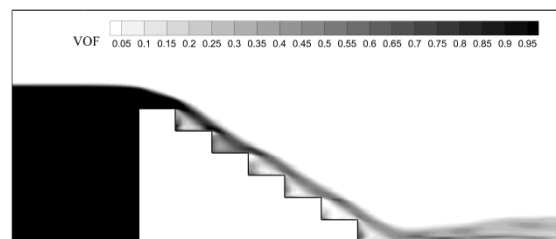
(b)

**Fig. 15** Static pressure (Pa) distributions obtained with hybrid model with  $\gamma_0 = 0$  (two-fluid model) and  $\gamma_0 = 0.2$ , with aeration for mass flow rate of 15 liter/min

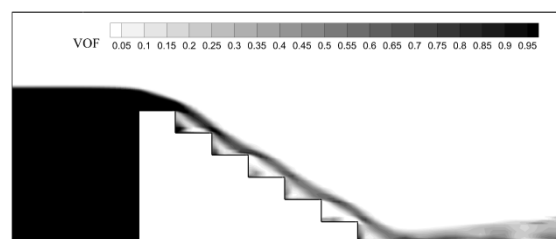
شکل 15 توزیع فشار (پاسکال) برای دبی 15 لیتر بر دقیقه، (a)  $\gamma_0 = 0$  یا مدل دو سیالی، و (b)  $\gamma_0 = 0.2$  در حالت با هوادهی



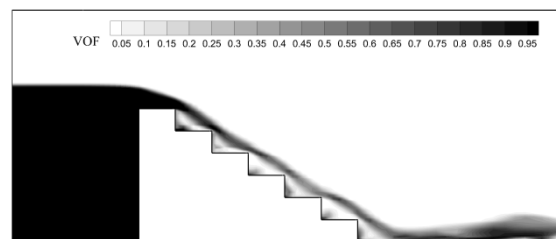
$\gamma_0 = 0$



$\gamma_0 = 0.1$



$\gamma_0 = 0.2$



$\gamma_0 = 0.3$

**Fig. 13** Water volume fraction distributions in hybrid model for  $\gamma_0 = 0, 0.1, 0.2, 0.3$  with aeration

شکل 13 توزیع کسر حجمی آب در مدل ترکیبی، در  $\gamma_0$ های برابر 0، 0.1، 0.2، 0.3 در حالت با هوادهی

برای حالت با هوادهی در شکل 15 آورده شده است. با دقت در شکل 15 مشاهده می‌شود که تغییرات فشار برای مدل دو سیالی و ترکیبی تقریباً نزدیک به هم بوده و تنها در مکان‌هایی که مدل ترکیبی توزیع کسر حجم آب را کمتر از مدل دو سیالی پیش‌بینی می‌کند، فشار به دست آمده، به دلیل حذف فشار هیدرواستاتیکی ناشی از ارتفاع آب، پایین‌تر می‌باشد.

توزیع سرعت به دست آمده برای فاز هوا و آب با استفاده از مدل دو سیالی ( $\gamma_0 = 0$ ) و مدل ترکیبی با  $\gamma_0 = 0.2$  برای دبی 15 لیتر بر دقیقه برای حالت با هوادهی در شکل 16 آورده شده است.

با دقت در شکل‌ها 16 مشاهده می‌شود که تغییرات سرعت هوا در مقایسه با تغییرات سرعت آب بین دو مدل مورد بررسی (مدل دوسیالی و مدل ترکیبی)، بسیار کمتر بوده و کانتورهای به دست آمده برای توزیع سرعت هوا بسیار شبیه به هم می‌باشند. با این حال، در صورت استفاده از مدل ترکیبی، به واسطه پخش آب در سطح مشترک، کانتورهای سرعت به

- در حالت بدون هوادهی، با توجه به اختلاط اندک جریان هوا با آب، استفاده از معیارهای مختلف ( $\gamma_0$ ) برای سویچ مدل دوفاز، منجر به نتایج تقریباً یکسانی برای سطح مشترک آب می‌گردد و نتایج به دست آمده اختلاف اندکی با یکدیگر خواهند داشت. با این حال، در این حالت، مناسب‌ترین مقدار برای پارامتر سویچ جهت تغییر از مدل VOF به دوسیالی، برابر  $\gamma_0 = 1$  می‌باشد.
- در حالتی که جریان سرریز دارای هوادهی باشد، اختلاط جریان به مراتب بالاتر بوده و استفاده از معیار سویچ مدل دوفاز برابر  $\gamma_0 = 0.2$  نتایج مطلوبی را خواهد داشت. استفاده از مقادیر بالاتر منجر به دستیابی به نتایجی غیر واقعی و یا واگرایی مدل ترکیبی می‌گردد.
- در قسمت ابتدایی پلکان میزان پراکندگی پایین بوده و مدل ترکیبی بیشتر از مدل VOF بهره می‌برد اما در پلکان پایین که اختلاط دو فاز آب و هوا را داریم، مدل دوسیالی جایگزین می‌گردد. این جایگزینی در حالت باهوادهی زودتر اتفاق می‌افتد.
- نتایج حاصل از مدل ترکیبی با ارائه کانتورهای کسر حجمی، کانتور فشار و خطوط جریان با نتایج حاصل از مدل دوسیالی مقایسه شده است که نشان می‌دهد مدل ترکیبی نسبت مدل پایه، با نتایج آزمایشگاهی انطباق بیشتری داشته و نتایج فیزیکی واقعی‌تری ارائه می‌دهد. این مدل می‌تواند پدیده‌های دوفازی بیشتری را بدون آنکه مشکلات ناشی از واگرایی حل بوجود آید، با دقت بالاتری مدل نماید.

#### 6- فهرست علایم

عدد فرود	Fr
گرانش ( $ms^{-2}$ )	$g$
شار کسر حجمی	$H$
انرژی جنبشی آشفتگی ( $kgm^2s^{-2}$ )	$k$
فشار ( $kgm^{-1}s^{-2}$ )	$P$
عدد رینولدز	Re
زمان (s)	$t$
سرعت ( $ms^{-1}$ )	$V, u$
عدد وبر	We
مکان (m)	$x$

#### علایم یونانی

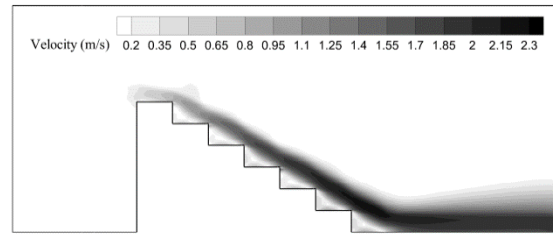
لزجت دینامیکی ( $kgm^{-1}s^{-1}$ )	$\mu$
ویسکوزیته آشفتگی ( $kgm^{-1}s^{-1}$ )	$\mu_{eff}$
لزجت گردابه‌ای ( $kgm^{-1}s^{-1}$ )	$\mu_t$
چگالی ( $kgm^3$ )	$\rho$
کسر حجمی ( $kgm^{-3}$ )	$\alpha$
تابع پراکندگی	$\gamma$
اتلاف آشفتگی ( $kgm^2s^{-3}$ )	$\varepsilon$

#### زیرنویس‌ها

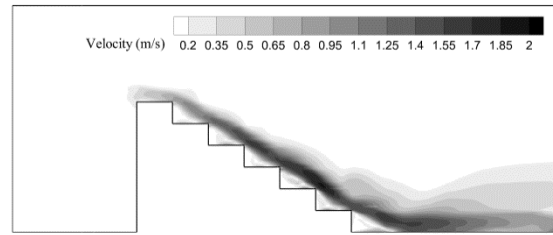
شماره سلول محاسباتی	$i, j$
سیال شماره 1 و 2	1, 2

#### 7- مراجع

- [1] A. Attarzadeh, A.R. Zarrati, A. Shanehsazadeh, Flow condition at sudden slope change of chutes, *Modares Civil Engineering*, Vol. 12, No. 1, pp. 81-90, 2012. (in Persian)



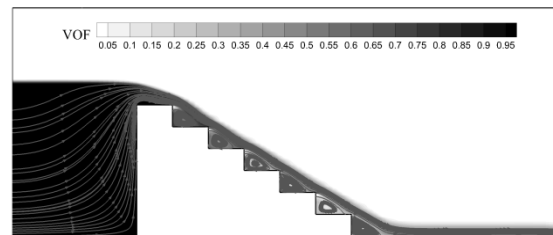
(a)



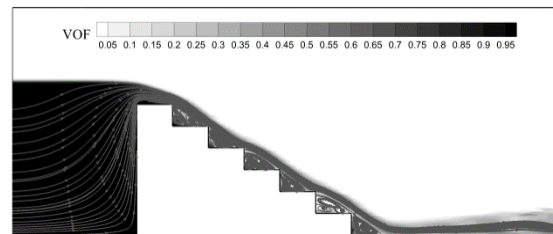
(b)

Fig. 16 Water velocity (m/s) distributions for mass flow rate of 15 liter/min, for  $\gamma_0 = 0$ , or two-fluid model and  $\gamma_0 = 0.2$

شکل 16 توزیع سرعت (متر بر ثانیه) آب برای دبی 15 لیتر بر دقیقه،  $\gamma_0 = 0$  (a) یا مدل دوسیالی، و  $\gamma_0 = 0.2$  (b)



(a)



(b)

Fig. 17 The streamlines obtained with hybrid model with  $\gamma_0 = 0$  (two-fluid model) and  $\gamma_0 = 0.2$ , with aeration for mass flow rate of 30 liter/min

شکل 17 توزیع خطوط جریان آب برای دبی 30 لیتر بر دقیقه،  $\gamma_0 = 0$  (a) یا مدل دوسیالی، و  $\gamma_0 = 0.2$  (b) در حالت با هوادهی

#### 5- جمع بندی

در تحقیق حاضر برای شبیه‌سازی جریان دوفازی آب و هوا روی سرریز پلکانی هوادهی شده، یک مدل عددی جدید که ترکیبی از دو مدل پایه VOF و مدل دو سیالی می‌باشد، به کمک کدنویسی در نرم‌افزار فلوئنت ارائه شده است. مسئله اساسی کولپینگ دو روش، انتخاب یک معیار مناسب جهت تغییر وضعیت بین دو مدل پایه است. این معیار بر اساس تخمینی از پراکندگی موضعی سطح مشترک در هر سلول می‌باشد که توسط یک کد نوشته شده و وارد نرم‌افزار شد. نتایج مهم اخذ شده از حل عددی به قرار زیر است:

- phase horizontal slug flow, *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 29, No. 5, pp. 1685-1717, 2003.
- [12] M. Emamzadeh, R. I. Issa, One-dimensional model for numerical simulation of annular flow in horizontal and vertical pipes, *Multiphase Science and Technology*, Vol. 25, No. 1, pp. 25-56, 2013.
- [13] G. Cerne, S. Petelin, I. Tiselj, Coupling of the interface tracking and the two-fluid models for the simulation of incompressible two-phase flow, *Journal of Computational Physics*, Vol. 171, No. 2, pp. 776-804, 2001.
- [14] Y. S. Olabanji, K. E. Wardle, Numerical investigation of vertical plunging jet using a hybrid multifluid-VOF multiphase CFD solver, *International Journal of Chemical Engineering*, Vol. 34, No. 3, pp. 125-139, 2015.
- [15] K. Yan, C. Defu, A coupled model for simulation of the gas-liquid two-phase flow with complex flow patterns, *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 36, No. 4, pp. 333-348, 2010.
- [16] M. R. Ansari, M. Esmailpour, Comparison of the VOF and the two-fluid models for the numerical simulation of aeration and non aeration stepped spillway, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 12, pp. 255-265, 2017. (in Persian فارسی)
- [17] M. Zeynalabedini, M. R. Ansari, Numerical modeling of air bubbles entrainment in liquid slug body at horizontal duct, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 4, pp. 177-187, 2017. (in Persian فارسی)
- [18] F. Tocci, *Assessment of a Hybrid VOF Two-Fluid CFD Solver for Simulation of Gas-Liquid Flows in Vertical Pipelines in OpenFOAM*, PhD Thesis, Polytechnic University of Milan, Italy, 2015.
- [19] M. Zeynalabedini, M. R. Ansari, Evaluation of the slug flow parameters in a horizontal two-dimensional duct, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 4, pp. 349-358, 2017. (in Persian فارسی)
- [20] Z. Qian, X. Hu, W. Huai, A. Amador, Numerical simulation and analysis of water flow over stepped spillways, *Science China Technological Sciences*, Vol. 52, No. 7, pp. 1958-1965, 2009.
- [2] C. Chafi A. Hazzab, Study of flow and energy dissipation in spillways, *Journal of Civil Engineering*, Vol. 4, No. 1, pp. 78-88, 2010.
- [3] I. Meireles, J. Matos, Skimming flow in the non aerated region of stepped spillways over embankment dams, *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol. 135, No. 8, pp. 685-689, 2009.
- [4] C. Gonzalez, H. Chanson, Hydraulic design of stepped spillways and downstream energy dissipators for embankment dams, *Journal of Dam Engineering*, Vol. 17, No. 4, pp. 223-244, 2007.
- [5] S. Ghafari, A. Eghbalzadeh, M. Javan, Numerical study of the effect of upstream Froude number on the flow characteristics along a rectangular sharp-crested side weir, *Modares Civil Engineering*, Vol. 16, No. 2, pp. 215-228, 2016. (in Persian فارسی)
- [6] S. R. Sabbagh-Yazdi, H. Rezaei-Manizani, Using depth average flow solver of NASIR finite volume software for modeling air entrainment from water surface in chute flow, *Modares Civil Engineering*, Vol. 12, No. 1, pp. 33-45, 2012. (in Persian فارسی)
- [7] Q. Chen, D. Guang-qing, Three-dimensional turbulence numerical simulation of a stepped spillway overflow, *Journal of Hydrodynamics*, Vol. 16, No. 1, pp. 74-79, 2004.
- [8] M. Azhdari Moghadam, E. Jafari Nadoushan, Hydraulic design of a trapezoidal labyrinth spillway using computational hydrodynamics, *Modares Civil Engineering*, Vol. 13, No. 3, pp. 123-134, 2012. (in Persian فارسی)
- [9] M. Farhoudi, A. Salehi Neyshabouri, A. Safarzade, Two-phase numerical simulation of flow pattern in three-sided spillways, considering scale effect, *Modares Civil Engineering*, Vol. 16, No. 4, pp. 247-258, 2016. (in Persian فارسی)
- [10] A. Daramizadeh, M. Ansari, 2-D numerical simulation of underwater explosion near free surface of shallow water, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 13, No. 5, pp. 39-48, 2013. (in Persian فارسی)
- [11] M. Bonizzi, R. Issa, A model for simulating gas bubble entrainment in two-