



تأثیر خاصیت الاستیک و نیروی اینرسی بر طول گردابه‌های موجود در جریان سیال ویسکوالاستیک داخل کانال صفحه‌ای با انبساطی تدریجی

محمد محسن شاه‌مردان^{1*}، محمود نوروزی²، حسن حسن‌زاده³، امین شهبانی ظهیری⁴

1- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه شاهرود، شاهرود

2- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه شاهرود، شاهرود

3- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه بیرجند، بیرجند

4- دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه بیرجند، بیرجند

* شاهرود، صندوق پستی 3619995161-316، mmshahmardan@shahroodut.ac.ir

چکیده

در این تحقیق، جریان غیر خزشی سیال ویسکوالاستیک در داخل کانال صفحه‌ای با انبساط تدریجی و نسبت انبساط 1:3 مورد بررسی قرار گرفته است. شبیه‌سازی عددی جریان آرام و تراکم‌ناپذیر سیال ویسکوالاستیک با استفاده از روش حجم محدود و الگوریتم پیزو انجام شده است. برای مطالعه اثر خاصیت الاستیک بر روی طول گردابه‌های جریان سیال پلیمری از مدل رئولوژیکی غیرخطی فن تین-تندر استفاده شده است. در مطالعه حاضر، بررسی طول گردابه‌های متقارن و نامتقارن در محدوده وسیعی از اعداد رینولدز و وایزنبرگ و برای سه زاویه انبساط 30، 45 و 60 درجه انجام شده است. از نوآوری این تحقیق، مطالعه جریان سیالات پلیمری داخل کانال صفحه‌ای با تغییرات تدریجی در سطح مقطع (زوایای انبساطی کمتر از 90 درجه) می‌باشد. همچنین مقادیر بحرانی اول و دوم برای اعداد رینولدز و وایزنبرگ در زوایای انبساطی مختلف گزارش گردیده و طول گردابه‌های دوم و سوم به صورت توابعی از اعداد رینولدز و وایزنبرگ بیان و ترسیم شده است. برای اعداد وایزنبرگ کمتر از یک، طول گردابه‌های متقارن با افزایش خاصیت الاستیک در تمام زوایای انبساطی کاهش می‌یابد. در حالی که افزایش اندازه زاویه انبساط در اعداد رینولدز و وایزنبرگ کم، منجر به زیاد شدن طول گردابه‌های متقارن و نامتقارن می‌گردد.

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 07 مهر 1393

پذیرش: 15 بهمن 1393

ارائه در سایت: 16 اسفند 1393

کلیدواژگان:

سیال ویسکوالاستیک

زاویه انبساط

طول گردابه‌ها

عدد رینولدز بحرانی

عدد وایزنبرگ بحرانی

The influence of elastic property and inertial force on the length of vortices in viscoelastic fluid flow inside planar channel with the gradual expansion

Mohammad Mohsen Shahmardan^{1*}, Mahmood Norouzi¹, Hassan Hassanzadeh², Amin Shahbani Zahiri²

1- Department of Mechanical Engineering, Shahrood University, Shahrood, Iran.

2- Department of Mechanical Engineering, University of Birjand, Birjand, Iran.

* P.O.B. 3619995161-316 Shahrood, Iran, mmshahmardan@shahroodut.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 29 September 2014
Accepted 04 February 2015
Available Online 07 March 2015

Keywords:

Viscoelastic fluid
Expansion angle
Length of vortices
Critical Reynolds number
Critical Weissenberg number

ABSTRACT

In this study, non-creep flow of viscoelastic fluid was investigated inside a planar channel with gradual expansion and expansion ratio of 1:3. The laminar and incompressible flow of viscoelastic fluid has been simulated numerically using finite volume method and PISO algorithm. The nonlinear Phan Thien-Tanner (PTT) rheological model has been applied to study effect of elasticity property on the length of vortices in the polymeric fluid flow. In present study, the investigation of symmetric and asymmetric vortices length is down in a wide range of Reynolds and Weissenberg numbers and for three angles of 30, 45 and 60 degrees. The study of polymeric fluids flow through the planar channel with gradual changes in cross section (with expansion angles less than 90 degrees) is the innovation of this research. Also, the critical values of first and second for Reynolds and Weissenberg numbers have been expressed in various expansion angles and furthermore, length of second and third vortices has been plotted and presented as a function of Reynolds and Weissenberg numbers. The length of symmetric vortices decreases with increment of elastic property at all expansion angles for values of Weissenberg numbers which is less than one. Whereas the growth of expansion angle value leads to increase in the length of symmetric and asymmetric vortices for low Reynolds and Weissenberg numbers.

1- مقدمه

کاربردهای مهم آن می‌توان به صنایع داروسازی، مواد غذایی، پتروشیمی و نفت اشاره کرد. برای جریان سیالات داخل کانال با انبساط و انقباض ناگهانی، مطالعات فراوانی بصورت عددی و آزمایشگاهی انجام شده است. جریان

جریان سیالات نیوتنی و غیر نیوتنی در کانالهایی با سطح مقطع متغیر (انبساطی یا انقباضی) یکی از مسایل رایج و پرکاربرد در صنعت است. از جمله

Please cite this article using:

M.M. Shahmardan, M. Norouzi, H. Hassanzadeh, A. Shahbani Zahiri, The influence of elastic property and inertial force on the length of vortices in viscoelastic fluid flow inside planar channel with the gradual expansion, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 4, pp. 281-291, 2015 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

بعدی در نسبت انبساط‌های 3:40 و 1:80 را برای اعداد رینولدز کم ($Re \leq 4$) به صورت عددی مدلسازی کردند. همچنین درویش و همکارانش [14] و میسرلیس و همکارانش [15] با استفاده از مدل ماکسول بالادست⁶ و روش المان محدود، جریان خزشی سیال ویسکوالاستیک ($Re = 0/1$) در انبساط ناگهانی 1:4 را شبیه‌سازی کردند. در تمام این تحقیقات با افزایش عدد دوبرا، قدرت و طول گردابه‌ها کاهش پیدا می‌کند و در اعداد دوبرای بسیار بزرگ این گردابه‌ها محو می‌گردند.

پول و همکارانش [16] ابتدا جریان خزشی سیال ویسکوالاستیک را با دو مدل ماکسول بالادست و اولدرویید-بی⁷ برای انبساط ناگهانی صفحه‌ای با نسبت انبساط 1:3 مورد مطالعه قرار دادند و سپس در تحقیقی دیگر [17] با استفاده از مدل ماکسول بالادست، تأثیر نسبت انبساط بر روی الگوی جریان خزشی را بررسی کردند. نتیجه جالب مورد مشاهده در مطالعه آن‌ها، روند تغییر طول گردابه‌ها با نسبت انبساط در اعداد دوبرای مختلف می‌باشد. برای نسبت انبساط‌های کوچک، تغییرات غیر یکنواختی برای طول گردابه‌ها با عدد دوبرا مشاهده می‌گردد. بطوری که روند تغییرات طول گردابه‌ها در اعداد دوبرای کم بصورت کاهشی و در اعداد دوبرای بزرگ بصورت افزایشی می‌باشد. در حالیکه برای نسبت انبساط‌های بزرگ ($ER \geq 3$) روند تغییرات طول گردابه‌ها یکنواخت بوده و با افزایش عدد دوبرا، طول گردابه‌ها کاهش می‌یابد.

اولیویرا [18] مدلسازی عددی جریان سیالات ویسکوالاستیک با لزجت ثابت را در داخل انبساط ناگهانی صفحه‌ای با نسبت انبساط 1:3 انجام داده است. او در تحقیق خود سیالات ویسکوالاستیک را با استفاده از مدل پیوستگی اصلاح شده فن-سی آر⁸ مورد مطالعه قرار داد و مشاهده نمود که خاصیت الاستیک باعث افزایش پایداری جریان شده و مقدار بحرانی عدد رینولدز در سیالات نیوتنی بیشتر از سیالات غیرنیوتنی می‌باشد. همچنین با استفاده از همین مدل و نسبت انبساط 1:4، روچا و همکارانش [19] پدیده عدم تقارن جریان سیالات ویسکوالاستیک را در انبساط ناگهانی صفحه‌ای مورد بررسی قرار داده و مقادیر عدد رینولدز بحرانی را بدست آوردند. زینگ و همکارانش [20] جریان سیال ویسکوالاستیک را با مدل رئولوژیکی اصلاح شده فن-پی⁹ توسط نرم افزار فلونت مدلسازی کردند. آن‌ها نتایج مطالعات خود را با تحقیق الیویرا مقایسه کردند و مشاهده نمودند که انتخاب مدل رئولوژیکی و مقادیر پارامترهای مدل در نتایج بسیار مؤثر می‌باشد. همچنین عزیزی و همکارانش [21] نیز جریان متقارن سیال ویسکوالاستیک داخل کانال واگرایی دو بعدی با نسبت انبساط 1:3 را برای سرعت ورودی کم (عدد رینولدز کوچک) مورد مطالعه قرار دادند. آن‌ها با استفاده از مدل‌های رئولوژیکی مختلف در محدوده وسیعی از اعداد وایزبرگ، توزیع سرعت و تنش را بررسی کردند.

همانطور که اشاره شد، اکثر مطالعات انجام شده برای جریان سیال ویسکوالاستیک در داخل انبساط ناگهانی برای اعداد رینولدز کم (جریان خزشی) می‌باشد. در مطالعه حاضر، جریان غیرخزشی سیال ویسکوالاستیک در داخل انبساط تدریجی (زوایای انبساطی کمتر از 90 درجه) با نسبت انبساط 1:3 مدلسازی شده است. با توجه به مطالعات گذشته و بررسی دقیق-تر جریان سیال ویسکوالاستیک، مدل رئولوژیکی فن-تین-تر غیر خطی¹⁰ برای مطالعه حاضر در نظر گرفته شده است. همچنین برای ایجاد انبساط تدریجی در بخش دوم کانال (بخش انبساطی)، زوایای انبساطی 30، 45 و 60

سیالات غیرنیوتنی در انقباض ناگهانی بیشتر از انبساط ناگهانی بررسی شده است و مقاله‌های مختلفی در این زمینه موجود می‌باشد. در حالیکه تحقیقات کمتری در مورد جریان سیالات غیرنیوتنی (به ویژه سیالات ویسکوالاستیک) در انبساط ناگهانی انجام شده است.

در اواخر قرن نوزدهم، جریان سیالات نیوتنی در هندسه انبساط ناگهانی بصورت تجربی و عددی برای اعداد رینولدز کم توسط پژوهشگران مطالعه شده است. در این زمینه، هونگ و مکاگو [1]، دورست و همکارانش [2] و چدرون و همکارانش [3]، شبیه‌سازی عددی جریان آرام سیال نیوتنی را برای انبساط ناگهانی و اعداد رینولدز کم انجام داده‌اند. همچنین مکاگو و هنگ [4] و فیرن و همکارانش [5] جریان آرام سیال نیوتنی را بصورت تجربی مورد بررسی قرار داده‌اند. نتایج همه این تحقیقات نشان می‌دهد که با زیاد شدن اینرسی جریان، طول نواحی گردابه‌ای شکل افزایش می‌یابد.

سپس اکریوس و اسکرادر [6] و مایلس و همکارانش [7] جریان سیالات نیوتنی داخل کانال واگرایی نامتقارن را برای اعداد رینولدز بزرگ ($Re \leq 500$) به صورت عددی مورد مطالعه قرار دادند. نتایج آن‌ها نشان می‌دهد که برای پروفیل سرعت سهمی در ورودی کانال، جریان در اعداد رینولدز بالا همچنان پایدار می‌ماند؛ در حالیکه اگر سرعت جریان در ورودی کانال یکنواخت باشد، جریان با شرط $\lambda < 1/54$ پایدار می‌ماند و پارامتر λ نصف عرض کانال بالادست است. همچنین شاه‌مردان و همکارانش [8] آستانه تغییر حالت پایداری جریان سیال نیوتنی از حالت متقارن به نامتقارن را در داخل کانال دارای انبساط تدریجی با نسبت انبساط 1:3 مورد مطالعه قرار دادند. در این تحقیق، تأثیر زوایای انبساط بر اعداد رینولدز بحرانی اول و دوم مورد بررسی قرار گرفته و نمودار چند شاخه‌ای برای طول گردابه‌ها در زوایای انبساطی مختلف ترسیم شده است.

مانیکا و بروتولی [9] حل عددی جریان سیال غیرنیوتنی در انبساط ناگهانی صفحه‌ای را با مدل قانون توانی¹ برای نسبت انبساط 1:3 انجام دادند. آن‌ها در تحقیق خود با استفاده از سیالات غیرنیوتنی رقیق شونده² و غلیظ شونده³، مقدار عدد رینولدز بحرانی و وابستگی آن به شاخص توانی را مورد مطالعه قرار دادند. آن‌ها مشاهده کردند که با کاهش مقدار شاخص توانی برای سیالات غیرنیوتنی رقیق شونده، جریان در اعداد رینولدز کوچکتری نامتقارن می‌شود؛ در حالیکه این پدیده برای سیال غیرنیوتنی غلیظ شونده، برعکس می‌باشد. نئوفیتو [10] نیز شبیه‌سازی عددی جریان سیال غیرنیوتنی در انبساط ناگهانی صفحه‌ای 1:2 را برای دو مدل قانون توانی و کایسون⁴ انجام داده و حالت عدم تقارن جریان سیالات غیرنیوتنی را مورد مطالعه قرار داده است. دهینکارا و همکارانش [11] نیز جریان سیال غیرنیوتنی رقیق شونده و غلیظ شونده در انبساط ناگهانی را با استفاده از قانون توانی ($0/2 \leq n \leq 4$) برای نسبت انبساط 1:3 مورد مطالعه قرار دادند. آن‌ها با بررسی جریان در محدوده وسیعی از اعداد رینولدز ($0/01 \leq Re_{gen} \leq 600$)، حالت عدم تقارن جریان و گردابه سوم را مشاهده کردند و مقادیر اعداد رینولدز بحرانی را بدست آوردند.

تاوسند و والترز [12] رفتار جریان سیالات ویسکوالاستیک داخل انبساط ناگهانی برای نسبت انبساط‌های بزرگ (3:40 و 1:80) در حالت صفحه‌ای و متقارن محوری را بصورت تجربی مورد مطالعه قرار دادند. در ادامه بالوج و همکارانش [13] با استفاده از مدل فن-تین-تر خطی⁵ جریان انبساطی دو

6- Upper Convected Maxwell (UCM)

7- Oldroyd-B

8- Finitely Extensive Nonlinear Elastic-Chilcott-Rallison (FENE-CR)

9- Finitely Extensive Nonlinear Elastic-Peterlin (FENE-P)

10- Exponential Phan Thien-Tanner (EPTT)

1- Power Law

2- Shear-thinning

3- Shear-thickening

4- Casson model

5- Linear Phan Thien-Tanner (LPTT)

$$f(\text{tra}\tau_p) = \begin{cases} \exp\left(\frac{\varepsilon We}{\eta_p/\eta} \text{tra}\tau_p\right) & \text{شکل غیرخطی} \\ 1 + \frac{\varepsilon We}{\eta_p/\eta} \text{tra}\tau_p & \text{شکل خطی} \end{cases} \quad (7)$$

در تحقیق حاضر از فرم غیرخطی برای مدل رئولوژیکی فن تین-تنر استفاده شده است. همچنین ثابت‌های ε و η_p/η پارامترهای کشش و تنظیم پذیر این مدل می‌باشند. همچنین پارامتر کشش ($\varepsilon \geq 0$)، میزان انعطاف پذیری سیال ویسکوالاستیک را نشان می‌دهد و پارامتر η_p/η نماینده نسبت اختلاف تنش نرمال دوم به اول می‌باشد. مقادیر این پارامترها از روی نتایج آزمایشگاهی بدست می‌آید. در صورتی که مقدار این پارامترها صفر و تابع تریس تانسور تنش دارای مقدار یک باشد، مدل درودید- بی بدست می‌آید. در نتیجه مدل رئولوژیکی فن تین-تنر دارای رفتار رقیق شوندگی در لزجت برشی می‌باشد؛ در حالیکه لزجت برشی مدل درودید- بی ثابت می‌باشد. آلوز و همکارانش [25] در تحقیق خود نشان دادند که هر چه مقادیر این پارامترهای کشش و تنظیم پذیر در مدل فن تین-تنر کوچک تر باشد با نتایج تجربی تطابق بهتری دارند. آن‌ها در تحقیق خود، مقادیر پارامترهای کشش و تنظیم پذیر را برابر با $\varepsilon = 0/02$ و $\eta_p/\eta = 0/04$ گزارش کردند. اعداد بی بعد مورد استفاده در مطالعه حاضر، اعداد رینولدز و وایزبرگ هستند که بصورت (8) تعریف می‌گردند:

$$\text{Re} = \frac{\rho U_{in} h}{\eta}, \quad \text{We} = \frac{\lambda U_{in}}{h} \quad (8)$$

که پارامترهای ρ ، λ ، h و U_{in} به ترتیب بیانگر چگالی، زمان رهایی از تنش، ارتفاع بخش اول کانال و سرعت یکنواخت جریان در ورودی کانال می‌باشد. برای حل عددی این مسئله از الگوریتم پیژو با روش حجم محدود در داخل نرم افزار کد باز این فوم استفاده شده است. الگوریتم پیژو دارای دو مرحله تصحیح برای فشار است؛ در نتیجه از لحاظ همگرایی نسبت به الگوریتم‌های دیگر قویتر بوده و زمان همگرایی آن کمتر می‌باشد [26]. در روش حجم محدود، انتگرال هر متغیر در مرکز سلول با استفاده از روش دیورژانس گاوس بر روی سطح المان محاسبه می‌گردد. برای گسسته سازی ترم‌های لاپلاسیان و دیورژانس متغیرها در مرکز سلول از روش اختلاف محدود مرکزی استفاده شده است که دقت آن از مرتبه دوم می‌باشد. ترم جابجایی معادلات با استفاده از روش اختلاف بالادست خطی، گسسته شده است و گسسته سازی ترم مشتق زمانی با روش کرنک نیکلسون می‌باشد.

برای محاسبه مقادیر متغیرها بر روی وجوه سلول (برای مرزها و ترم جابجایی) از درونیابی خطی بر روی مقادیر مرکز سلول‌ها استفاده گردیده است. دقت گسسته سازی تمام ترم‌های معادلات از مرتبه دوم می‌باشد. با گسسته سازی معادلات حاکم بر مسئله، دستگاه معادلات خطی تشکیل می‌گردد. این دستگاه معادلات با استفاده از روش گرادیان مزدوج برای اسکالر فشار و گرادیان غیر مزدوج پایدار برای مؤلفه‌های میدان سرعت و تانسور تنش حل می‌گردد. در ورودی کانال، مقدار مؤلفه‌های میدان سرعت و تانسور تنش ثابت و یکنواخت بوده و گرادیان فشار صفر می‌باشد. در حالیکه در خروجی کانال، گرادیان مؤلفه‌های میدان سرعت و تانسور تنش صفر بوده و مقدار فشار برابر فشار محیط است. بر روی دیواره کانال، به دلیل شرط عدم لغزش، مقدار مؤلفه‌های سرعت صفر بوده و گرادیان فشار و مؤلفه‌های تانسور تنش برابر صفر می‌باشد. روند اجرای الگوریتم پیژو به صورت مختصر در شکل 2 آورده شده است.

برای بررسی استقلال حل عددی جریان سیال ویسکوالاستیک از شبکه محاسباتی، 3 نوع شبکه مختلف برای زاویه انبساط 30 درجه در نظر گرفته شده است.

درجه مورد مطالعه قرار گرفته است.

از نوآوری تحقیق حاضر، انتخاب زوایای انبساطی مختلف و بررسی جریان غیر خزشی با مدل فن تین-تنر غیرخطی می‌باشد. با توجه به شکل 1، کانال دارای سه بخش است و مبدأ محورهای مختصات در ورودی کانال و روی خط مرکزی واقع است. ارتفاع و طول در بخش اول و سوم کانال به ترتیب با L_1 ، H و L_3 نشان داده شده است. بخش دوم کانال که همان بخش انبساطی است؛ با طول L_2 و زاویه انبساط θ مشخص شده است.

همچنین طول گردابه اول، دوم و سوم به ترتیب با LV_1 ، LV_2 و LV_3 نامگذاری شده است. طول بخش اول و سوم کانال به ترتیب 20 و 60 برابر ارتفاع بخش اول می‌باشد تا پروفیل سرعت به حالت توسعه یافته کامل دست یابد. در ادامه برای بررسی صحت و درستی نتایج تحقیق حاضر، جریان سیال نیوتنی در انبساط ناگهانی مدلسازی و با تحقیقات پیشین مقایسه شده است. همچنین با انتخاب 3 نوع شبکه مختلف برای زاویه انبساط 30 درجه، استقلال حل عددی از شبکه بررسی شده است.

2- معادلات حاکم و الگوریتم حل

در مطالعه حاضر جریان سیال ویسکوالاستیک آرام، تراکم ناپذیر و هم دما در نظر گرفته شده است. شکل بی بعد معادلات بقای جرم و اندازه حرکت بصورت رابطه (1) می‌باشد [22]:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (1)$$

$$\text{Re} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \text{Re} \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\nabla p + \nabla \cdot \left(2 \frac{\eta_N}{\eta} \mathbf{d} + \boldsymbol{\tau} \right) \quad (2)$$

که در رابطه (1) و (2) \mathbf{u} و p به ترتیب بردار سرعت سیال، فشار هیدرودینامیکی و تانسور تنش کل می‌باشد. لزجت کل (η) سیال ویسکوالاستیک به دو لزجت نیوتنی (η_N) و پلیمری (η_p) تقسیم می‌گردد. همچنین تانسور \mathbf{d} نشان دهنده نرخ تغییرات شکل سیال است که بصورت رابطه (3) تعریف می‌شود [22]:

$$\mathbf{d} = \frac{(\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T)}{2} \quad (3)$$

که بالانویس T نشان دهنده ترانسپوز ماتریس گرادیان سرعت است و در حالت دو بعدی بصورت رابطه (4) تعریف می‌گردد [22].

$$\nabla \mathbf{u}^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial u_x}{\partial x} & \frac{\partial u_y}{\partial x} \\ \frac{\partial u_x}{\partial y} & \frac{\partial u_y}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (4)$$

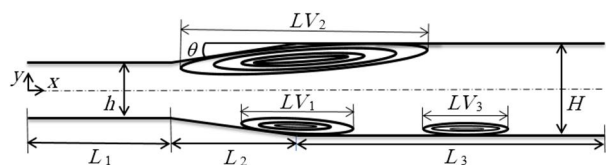
همچنین تانسور تنش کل شامل دو تانسور تنش نیوتنی ($\boldsymbol{\tau}_N$) و تنش پلیمری ($\boldsymbol{\tau}_p$) می‌باشد که تنش نیوتنی از رابطه (5) بدست می‌آید [22]:

$$\boldsymbol{\tau}_N = 2\eta_N \mathbf{d} \quad (5)$$

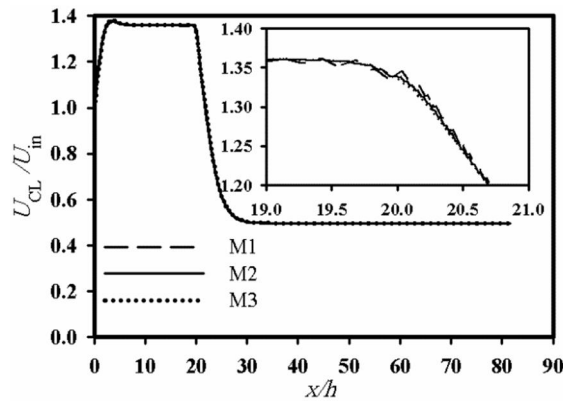
و تنش پلیمری ($\boldsymbol{\tau}_p$) با استفاده از مدل رئولوژیکی فن تین-تنر توسط رابطه (6) محاسبه می‌گردد [23]:

$$f(\text{tra}\tau_p) \boldsymbol{\tau}_p - 2 \frac{\eta_p}{\eta} \mathbf{d} = \text{We} [(\boldsymbol{\tau}_p \cdot \nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T \cdot \boldsymbol{\tau}_p)] - \text{We} \left[\frac{D\boldsymbol{\tau}_p}{Dt} + \xi (\boldsymbol{\tau}_p \cdot \mathbf{d} + \mathbf{d} \cdot \boldsymbol{\tau}_p) \right] \quad (6)$$

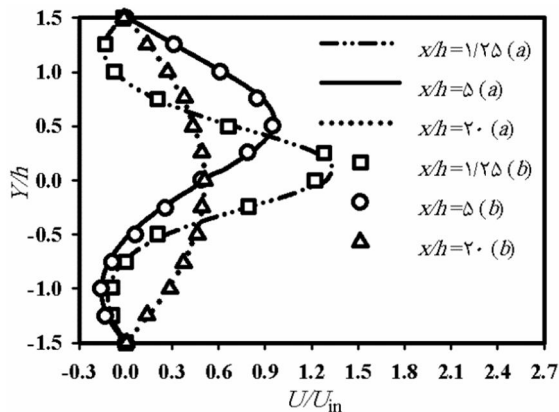
همچنین تابع تریس تانسور تنش برای مدل رئولوژیکی فن تین-تنر دارای دو شکل غیرخطی و خطی است که بصورت رابطه (7) تعریف می‌گردد [24].



شکل 1 نمایش شماتیک کانال صفحه‌ای با انبساط تدریجی



شکل 4 سرعت روی خط مرکزی کانال برای جریان سیال ویسکوالاستیک در زاویه انبساط 30 درجه با مقادیر $Re = 60$ و $We = 1$

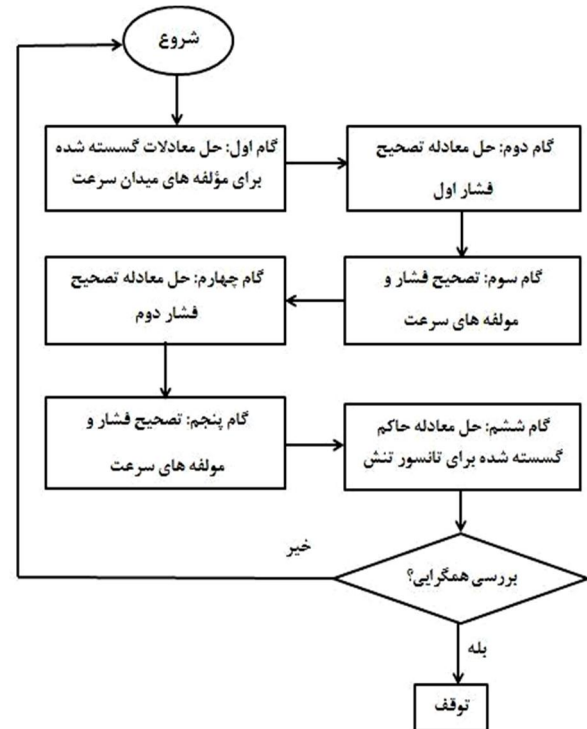


شکل 5 مقایسه پروفیل سرعت جریان سیال نیوتنی در مقاطع عرضی مختلف کانال در $Re = 60$ ، برای نتایج مطالعه حاضر (a) و نتایج تحقیق فیرن و همکارانش [5] (b)

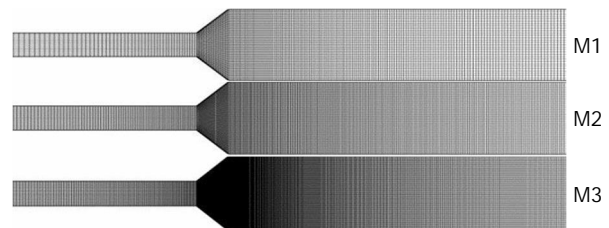
از آنجایی که تحقیقی برای جریان غیرخزشی سیال ویسکوالاستیک با مدل رئولوژیکی فن-تین-تنر غیرخطی در انبساط ناگهانی 1:3 نیز وجود ندارد؛ برای اعتبار سنجی نتایج تحقیق حاضر، جریان سیال نیوتنی ($We = 0$) در انبساط ناگهانی 1:3 با تحقیقات گذشته مقایسه شده است. فیرن و همکارانش [5] با استفاده از روش‌های تجربی و عددی، جریان سیال نیوتنی در کانال با انبساط ناگهانی را مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها توزیع سرعت جریان را برای سه سطح مقطع مختلف ترسیم نمودند. در تحقیق آن‌ها، فاصله هر سطح مقطع از ابتدای بخش انبساطی کانال در نظر گرفته شده و با ارتفاع بخش اول کانال بی‌بعد شده است. همانطور که در شکل 5 مشاهده می‌گردد، فواصل این مقاطع عرضی از ابتدای بخش انبساطی کانال به ترتیب 5، 1/25 و 20 برابر ارتفاع بخش اول کانال می‌باشد. با توجه به شکل 5، مطابقت خوبی (با بیشترین خطای مطلق 4/5 درصد) بین نتایج عددی مطالعه حاضر (a) و نتایج تجربی فیرن و همکارانش [5] (b) مشاهده می‌گردد. پس از اطمینان از صحت و درستی نتایج مدلسازی عددی، در ادامه طول گردابه‌های جریان سیال ویسکوالاستیک در کانال با انبساط تدریجی برای زوایای انبساطی مختلف بررسی و تشریح گردیده است.

5- بیان و تفسیر نتایج

هدف اصلی در این پژوهش، بررسی تأثیر زوایای انبساطی، اعداد رینولدز و وایزنبرگ بر طول گردابه‌ها و مطالعه اعداد رینولدز و وایزنبرگ بحرانی می‌باشد. از آنجایی که جریان غیر خزشی و سیال غیرنیوتنی پلیمری (با نسبت لزجت نیوتنی به پلیمری بسیار کم) می‌باشد؛ اعداد رینولدز و وایزنبرگ



شکل 2 مراحل اجرای حل عددی با الگوریتم پیزو



شکل 3 مش بندی سه نوع شبکه برای زاویه انبساط 30 درجه

جدول 1 مشخصات مش بندی سه نوع شبکه در زاویه انبساط 30 درجه

شبکه	NC 1	NC 2	NC 3	Δx_{min}	Δy_{min}	NC _{tot}
M1	2000	340	6000	0/0075	0/0033	8340
M2	6000	1360	18000	0/0050	0/0025	25360
M3	10000	3450	30000	0/0025	0/0020	43450

3- استقلال حل از شبکه محاسباتی

نامگذاری این 3 نوع شبکه از حالت امان متوسط تا امان بسیار ریز به ترتیب M1، M2 و M3 می‌باشد. مش بندی این سه نوع شبکه برای زاویه انبساط 30 درجه در شکل 3 نشان داده شده و مشخصات کامل سه نوع شبکه در جدول 1 آورده شده است. همانطور که در شکل 4 مشاهده می‌شود، اختلاف سه شبکه با یکدیگر کم می‌باشد، ولی شبکه M1 به دلیل ریز نبودن امان، دارای اندکی خطا در بخش انبساطی می‌باشد، ولی شبکه M2 کاملاً منطبق بر شبکه M3 می‌باشد. از آنجایی که استفاده از شبکه بسیار ریز M3، هزینه محاسباتی زیادی را به همراه دارد؛ در مطالعه حاضر از شبکه M2 برای مدلسازی جریان در داخل کانال با بخش انبساطی استفاده شده است.

4- اعتبارسنجی نتایج حل عددی

همچنان که در مقدمه اشاره شد، هیچ مطالعه‌ای برای جریان سیال ویسکوالاستیک داخل انبساط تدریجی انجام نگرفته است و تحقیقات انجام شده تاکنون فقط برای جریان خزشی سیال ویسکوالاستیک در انبساط ناگهانی است.

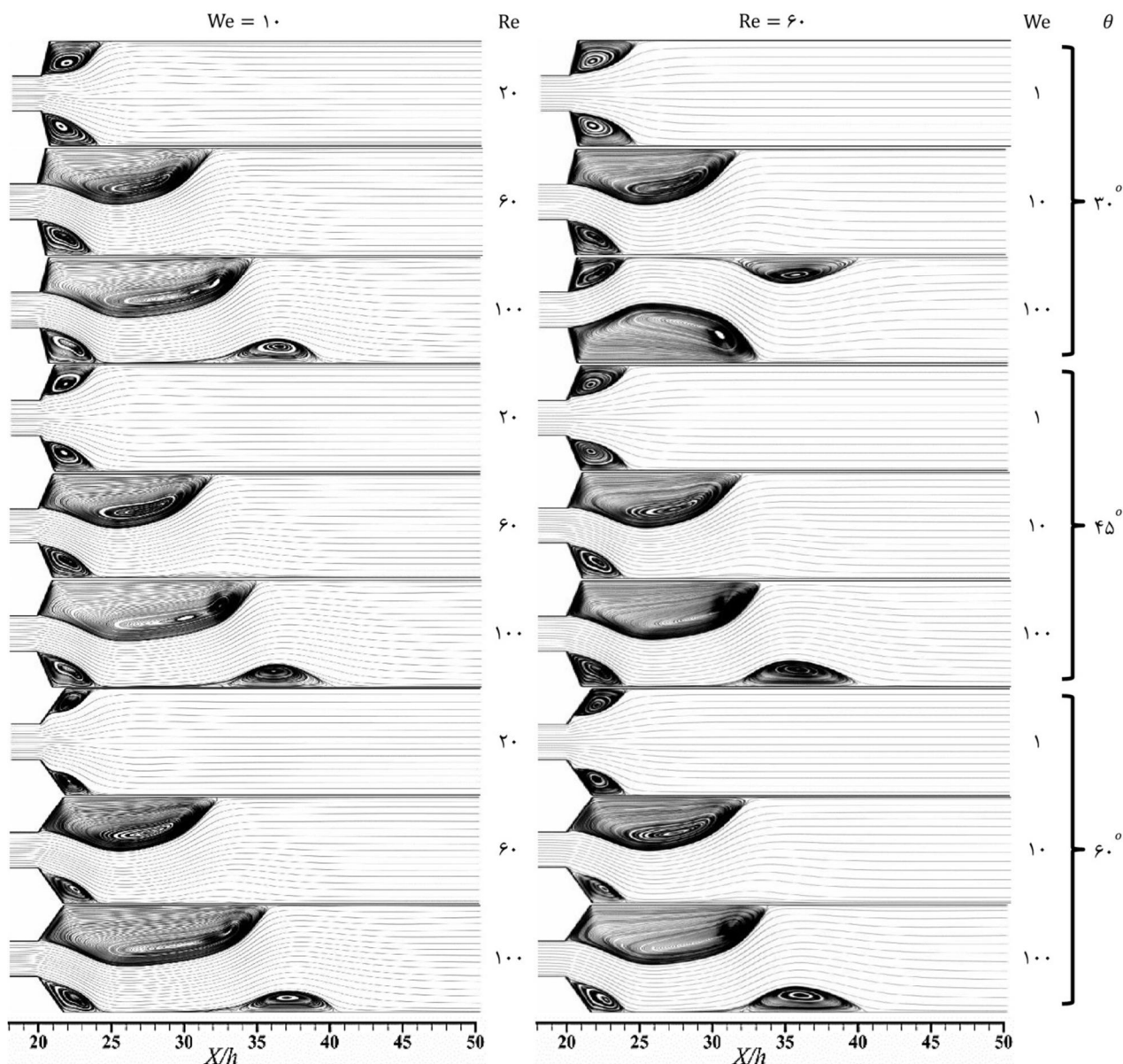
لزجت، خاصیت الاستیک و نیروی اینرسی جریان ایجاد گردیده و گردابه‌ها نامتقارن می‌شوند. با افزایش بیشتر عدد رینولدز یا وایزبرگ (بعد از مقدار بحرانی اول)، جهت جریان به سمت یکی از دیوارهای کانال منحرف می‌گردد. بنابراین در مجاورت دیواره کانال، طول یکی از گردابه‌ها کاهش و طول گردابه دیگر افزایش پیدا می‌کند. با زیاد شدن عدد رینولدز یا وایزبرگ (بعد از مقدار بحرانی دوم)، اختلالات جریان سیال افزایش یافته و ایجاد حالت جدیدی از تعادل بین نیروی اینرسی، خاصیت الاستیک و لزجت منجر به شکل‌گیری گردابه سوم می‌گردد. برای بررسی دقیق‌تر روند تغییرات طول گردابه‌ها با اعداد وایزبرگ و رینولدز، مشخصات گردابه‌ها در جداول 2 و 3 آورده شده است. با توجه به شکل 1 در بخش مقدمه، گردابه‌های اول و دوم به ترتیب همان گردابه‌های کوچکتر و بزرگتر بعد از حالت بحرانی اول می‌باشند و گردابه سوم بعد از حالت بحرانی دوم تشکیل می‌گردد.

همچنین در جداول 2 و 3، طول گردابه‌های اول، دوم و سوم با ارتفاع بخش اول کانال بی بعد شده است. در جدول 2، تأثیر زوایای انبساطی بر طول گردابه‌ها، برای اعداد وایزبرگ مختلف نشان داده شده است.

بحرانی اول و دوم برای جریان سیال ویسکوالاستیک مشاهده می‌گردد. مقدار بحرانی اول برای اعداد رینولدز و وایزبرگ در حالتی تعریف می‌گردد که گردابه‌ها از حالت متقارن تبدیل به حالت نامتقارن می‌گردند.

همچنین حالتی که دو گردابه نامتقارن تبدیل به سه گردابه نامتقارن می‌گردد، مقدار بحرانی دوم برای اعداد رینولدز و وایزبرگ تعریف می‌شود. این تغییر حالت از متقارن به غیرمتقارن مربوط به تعادل بین نیروهای لزجت، اینرسی و الاستیک در بخش انبساطی کانال می‌باشد. در واقع خاصیت الاستیک سیال سبب ایجاد نوعی حافظه برای سیال ویسکوالاستیک می‌شود و سبب می‌گردد تغییر شکل ایجاد شده در المان سیال باقی بماند. همچنین به دلیل خاصیت الاستیک، سیال در مقابل تغییر شکل جدید ایجاد شده ناشی از اعمال نیروی تنش بر المان سیال مقاومت می‌کند.

همانطور که در شکل 6 مشاهده می‌گردد، برای اعداد رینولدز یا وایزبرگ کوچک، اثرات جابجایی و اختلالات جریان سیال توسط اثرات لزجت و خاصیت الاستیک از بین می‌رود و گردابه‌ها متقارن می‌ماند. در مقدار بحرانی اول برای اعداد رینولدز و وایزبرگ، حالت جدیدی از تعادل بین اثرات



شکل 6 خطوط جریان سیال ویسکوالاستیک برای اعداد رینولدز و وایزبرگ مختلف در زوایای انبساطی 30، 45 و 60 درجه

جدول 2 طول گردابه‌های جریان سیال ویسکوالاستیک در انبساط تدریجی برای اعداد وایزنبرگ و زوایای انبساطی مختلف ($Re = 60$)

$\theta = 60^\circ$		$\theta = 45^\circ$		$\theta = 30^\circ$		زاویه انبساط			
LV_2/h	LV_3/h	LV_1/h	LV_2/h	LV_3/h	LV_1/h	LV_2/h	LV_3/h	LV_1/h	We
4/662	0	4/728	4/554	0	4/554	4/405	0	4/405	0/1
4/500	0	4/500	4/237	0	4/237	4/104	0	4/104	0/5
4/566	0	4/631	4/300	0	4/300	4/045	0	4/045	1
5/963	0	4/795	5/075	0	5/075	4/836	0	4/774	2
7/362	0	3/951	6/952	0	4/427	6/472	0	5/151	3
8/298	0	3/762	8/159	0	3/803	8/121	0	4/104	4
9/195	0	3/762	9/032	0	3/742	9/118	0	3/840	5
11/75	0	3/762	11/881	0	3/803	12/24	0	3/899	10
12/03	1/933	3/762	12/16	0/639	3/803	12/51	0	3/899	11
12/41	4/139	3/762	12/72	3/720	3/803	13/16	3/297	3/958	14
12/60	4/969	3/762	12/91	4/637	3/864	13/45	4/295	3/958	16
12/79	5/738	3/762	13/11	5/393	3/864	13/64	5/141	3/958	19
12/79	5/869	3/762	13/11	5/608	3/864	13/73	5/353	3/958	20
12/98	8/474	3/762	13/30	8/291	3/803	13/83	8/110	3/986	50
12/98	9/027	3/762	13/20	8/924	3/803	13/83	8/823	3/986	75
12/98	9/273	3/762	13/20	9/169	3/742	13/73	9/065	3/986	100

جدول 3 طول گردابه‌های جریان سیال ویسکوالاستیک در انبساط تدریجی برای اعداد رینولدز و زوایای انبساطی مختلف ($We = 10$)

$\theta = 60^\circ$		$\theta = 45^\circ$		$\theta = 30^\circ$		زاویه انبساط			
LV_2/h	LV_3/h	LV_1/h	LV_2/h	LV_3/h	LV_1/h	LV_2/h	LV_3/h	LV_1/h	Re
1/224	0	1/277	0/259	0	0/259	0	0	0	10
2/672	0	2/672	2/129	0	2/129	1/345	0	1/345	15
3/825	0	3/699	3/428	0	3/428	2/703	0	2/703	19
4/142	0	3/825	3/742	0	3/609	3/0292	0	2/972	20
6/835	0	4/787	6/590	0	4/943	5/912	0	5/408	30
8/946	0	3/762	8/871	0	3/803	8/875	0	4/077	40
11/75	0	3/762	11/881	0	3/803	12/24	0	3/899	60
11/75	0/919	3/762	11/97	0	3/803	12/42	0	3/899	61
11/84	1/762	3/762	12/158	0/642	3/803	12/88	0	3/899	63
12/21	2/789	3/762	12/44	1/577	3/803	12/88	0/365	3/899	65
12/69	4/084	3/825	13/11	3/560	3/803	13/45	2/533	3/986	70
13/48	3/848	3/888	13/69	4/690	3/864	14/32	5/152	4/045	80
14/49	8/121	3/888	14/80	8/424	3/864	15/63	8/180	4/045	100

همانطور که در جدول 2 مشاهده می‌گردد، طول گردابه‌های متقارن تا قبل از عدد وایزنبرگ یک ($We = 1$) برای تمام زوایای انبساطی کاهش پیدا می‌کند. زیرا تأثیر خاصیت الاستیک بسیار کم است. با افزایش تأثیر خاصیت الاستیک و ایجاد حالت جدیدی از تعادل، طول گردابه‌ها تا بعد از عدد وایزنبرگ بحرانی دوم افزایش می‌یابد. زیرا افزایش خاصیت الاستیک و لزجت بر نیروی اینرسی غلبه می‌کند. البته بیشترین تغییرات طول برای گردابه‌های اول و دوم از اعداد وایزنبرگ یک تا عدد وایزنبرگ بحرانی دوم می‌باشد.

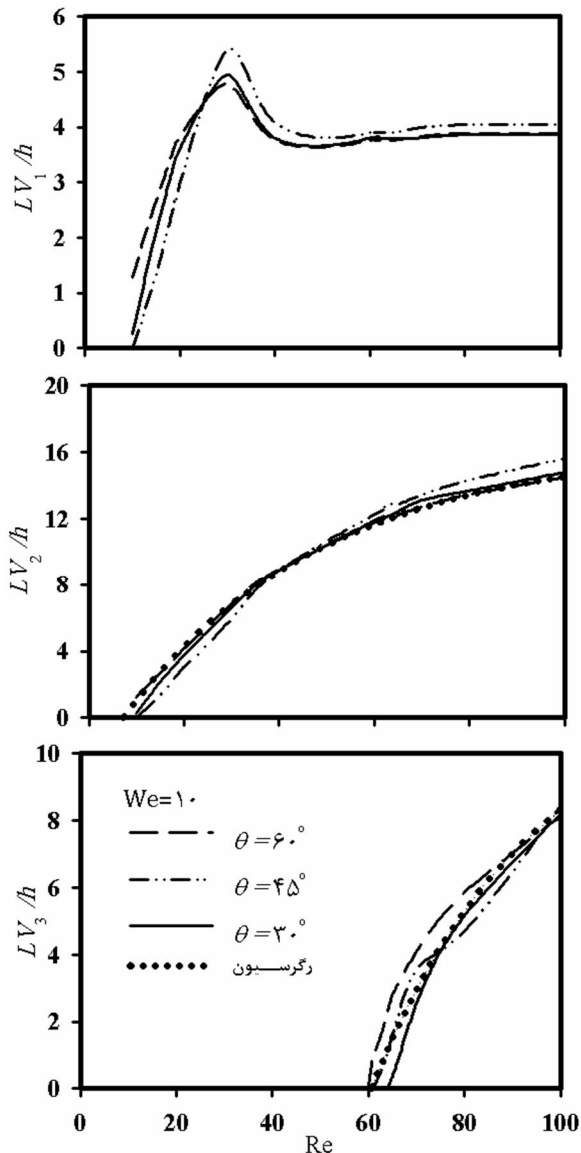
بعد از عدد وایزنبرگ بحرانی دوم، تغییرات طول گردابه‌های اول و دوم با افزایش اندازه زاویه انبساط بیشتر می‌گردد. همچنین با افزایش خاصیت الاستیک بعد از مقدار بحرانی دوم برای عدد وایزنبرگ، طول گردابه سوم افزایش می‌یابد. ولی روند تغییرات طول گردابه سوم در اعداد وایزنبرگ بزرگ کم می‌باشد. با زیاد شدن مقدار زاویه انبساط نیز طول گردابه سوم و روند تغییرات آن بیشتر می‌گردد.

جدول 3، تأثیر زوایای انبساطی بر طول گردابه‌ها را برای اعداد رینولدز مختلف نشان می‌دهد. با توجه به جدول 3، ابتدا با زیاد شدن سرعت جریان،

انرژی جریان افزایش می‌یابد. انتقال انرژی به گردابه‌ها، منجر به افزایش طول گردابه‌ها تا قبل از عدد رینولدز بحرانی اول می‌گردد. با افزایش زاویه انبساط طول گردابه‌ها بزرگتر می‌گردد، ولی روند رشد طول گردابه‌ها با عدد رینولدز کاهش می‌یابد. بعد از عدد رینولدز بحرانی اول، با انحراف جریان به سمت دیوار پایین، نیروی جابجایی سیال بر لزجت غالب شده و طول گردابه در مجاورت دیوار پایین کاهش می‌یابد.

در حالیکه برای گردابه در مجاورت دیوار بالا، نیروی لزجت غالب بوده و طول آن افزایش می‌یابد. بعد از عدد رینولدز بحرانی اول، طول گردابه در مجاورت دیوار پایین به دلیل خاصیت الاستیک ابتدا کمی افزایش و سپس کاهش می‌یابد. با زیاد شدن اندازه زاویه انبساط، طول گردابه‌ها و روند رشد آن‌ها با عدد رینولدز کاهش می‌یابد. بعد از عدد رینولدز بحرانی دوم، جریان به سمت دیوار بالا تغییر مسیر می‌دهد. به دلیل غلبه خاصیت لزجت بر نیروی اینرسی در مجاورت دیوار پایین گردابه سوم تشکیل می‌شود و با افزایش انرژی جنبشی جریان، طول هر سه گردابه بیشتر می‌گردد. ولی به خاطر خنثی شدن نیروی اینرسی با خاصیت لزجت و الاستیک، افزایش طول گردابه اول در مجاورت دیوار پایین بسیار کم می‌باشد.

مختلاف نشان می‌دهد. با توجه به جدول 3، ابتدا با زیاد شدن سرعت جریان،



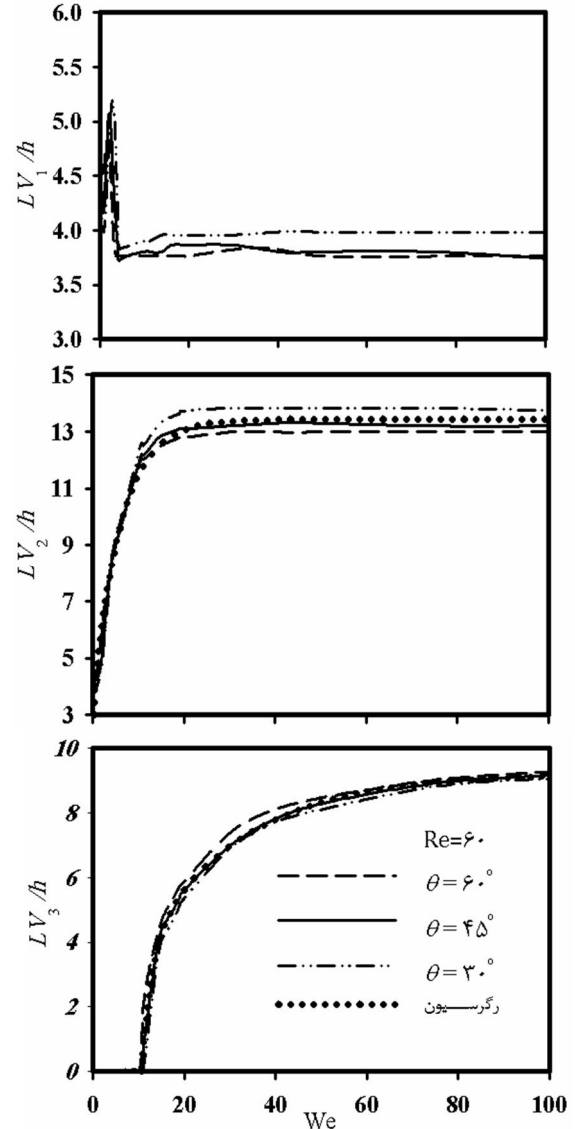
شکل 8 طول گردابه‌های اول، دوم و سوم در اعداد رینولدز مختلف برای زوایای انبساط متفاوت ($We = 10$)

جدول 4 مقادیر بحرانی اول و دوم برای اعداد رینولدز و وایزنبرگ در زوایای انبساطی مختلف

مشخصه جریان	مقدار بحرانی	$\theta = 60^\circ$	$\theta = 45^\circ$	$\theta = 30^\circ$
$We = 10$	Re_{Cr1}	18	19	19
	Re_{Cr2}	60	62	64
$Re = 60$	We_{Cr1}	1	2	1
	We_{Cr2}	10	10	11

با افزایش اینرسی جریان، طول گردابه‌ها افزایش می‌یابد ولی نرخ تغییرات آن‌ها کمتر می‌گردد؛ که این به دلیل غلبه نیروی جابجایی بر خاصیت لزجت می‌باشد. طول گردابه‌های اول و دوم در زاویه انبساط 45 درجه برای اعداد رینولدز کوچک دارای کمترین مقدار است در حالیکه برای اعداد رینولدز بزرگ عکس آن برقرار می‌باشد (با توجه به شکل 8).

با بکارگیری رگرسیون غیرخطی برای طول گردابه‌های دوم و سوم در زوایای انبساطی مختلف، معادلاتی بر حسب اعداد رینولدز (در عدد وایزنبرگ ثابت 10) و اعداد وایزنبرگ (در عدد رینولدز ثابت 60) محاسبه گردیده و در روابط (9-12) ذکر شده است.

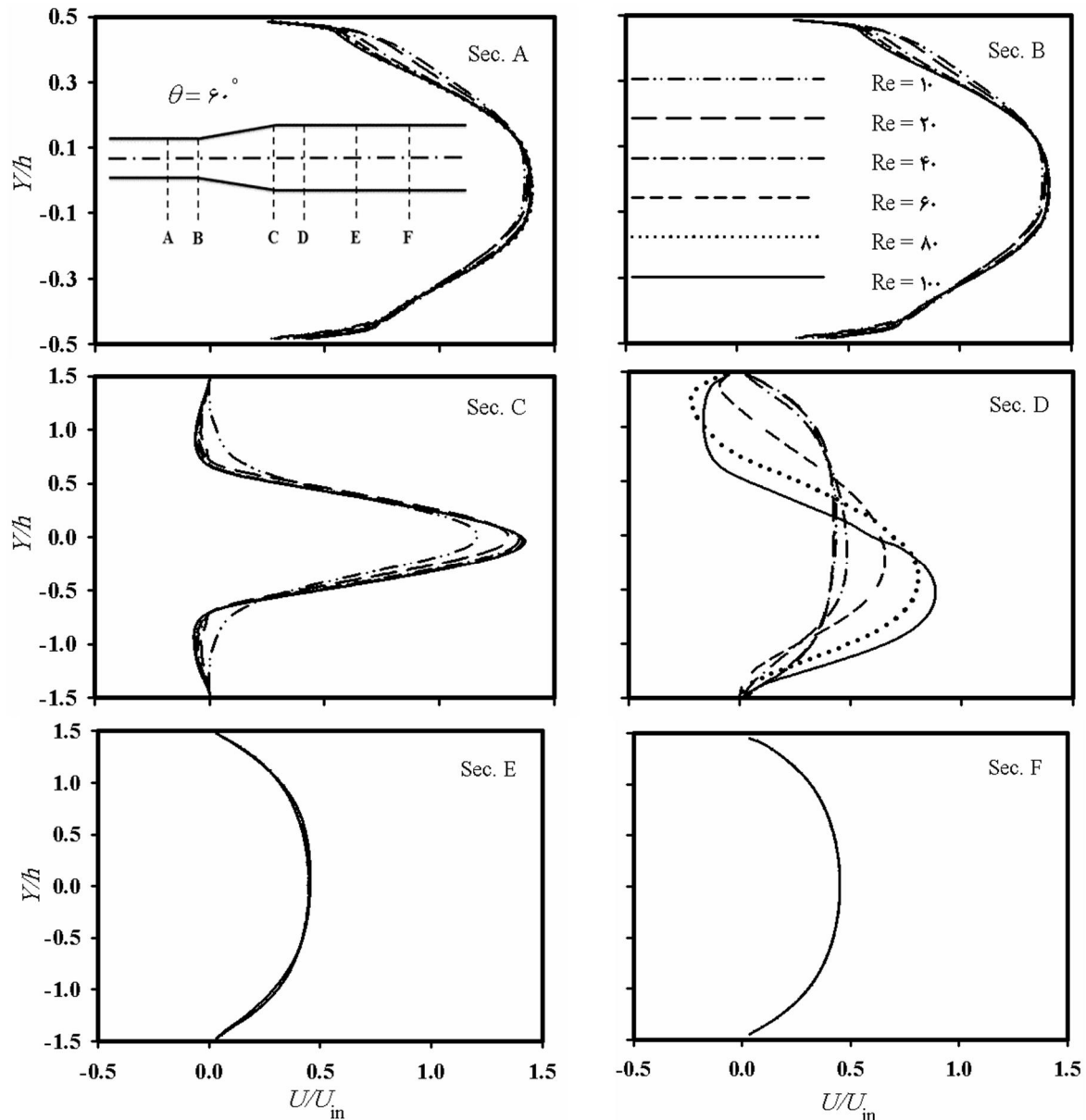


شکل 7 طول گردابه‌های اول، دوم و سوم در اعداد وایزنبرگ مختلف برای زوایای انبساطی متفاوت ($Re = 60$)

با زیاد شدن عدد رینولدز، طول گردابه‌ها و روند تغییرات آن‌ها با مقدار زاویه انبساط بصورت یکنواخت نیست. بلکه با افزایش اندازه زاویه انبساط، طول گردابه‌ها ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

در شکل‌های 7 و 8 روند تغییرات طول گردابه‌ها با اعداد رینولدز و وایزنبرگ در زوایای انبساطی مختلف به صورت نمودار نمایش داده شده است. همچنین با استفاده از رگرسیون غیرخطی، معادلاتی برای انطباق بر طول گردابه‌های دوم و سوم در زوایای انبساطی مختلف محاسبه و ترسیم شده است. همانطور که در شکل 7 مشاهده می‌گردد، افزایش خاصیت الاستیک، منجر به افزایش مقاومت سیال پلیمری در برابر تغییر شکل می‌گردد؛ به همین خاطر، با افزایش عدد وایزنبرگ شیب تغییرات طول گردابه‌ها کمتر می‌گردد.

همچنین در اعداد وایزنبرگ بسیار زیاد، با تجمع تغییر شکل‌ها در سیال ویسکوالاستیک پایداری جریان افزایش یافته و تغییر طول گردابه‌ها بسیار کم می‌باشد. هنگامی که سطح مقطع با تغییرات ملایم‌تر (زاویه انبساط کوچکتر) افزایش می‌یابد، مقاومت سطح در برابر اثر جابجایی جریان بالادست بیشتر شده و طول گردابه‌ها افزایش می‌یابد. به همین دلیل در زوایای انبساطی کوچکتر، طول گردابه‌های اول و دوم بیشتر می‌باشد.



شکل 9 پروفیل سرعت جریان سیال ویسکوالاستیک در مقاطع عرضی و اعداد رینولدز مختلف برای زاویه انبساط 60 درجه ($We = 10$)

آنجایی که نیروی جابجایی جریان در عدد رینولدز بحرانی اول کم است؛ تأثیر مقدار زاویه انبساط ابتدا ناچیز است ولی سپس زیاد می‌گردد. ولی روند تغییرات عدد رینولدز بحرانی دوم در تمام زوایای انبساطی نزولی است و این به دلیل اینرسی زیاد جریان می‌باشد. با افزایش اندازه زاویه انبساط، طول بخش انبساطی کاهش یافته و اختلالات جریان افزایش می‌یابد. با کم شدن اثر لزجت و خنثی شدن آن با نیروی اینرسی، حالت جدیدی از تعادل برای تشکیل گردابه‌های نامتقارن و گردابه سوم ایجاد می‌گردد.

همچنین در زوایای انبساطی بزرگتر، این حالت تعادلی جدید در اعداد رینولدز کوچکتر اتفاق می‌افتد. همانطور که قبلاً اشاره گردید، افزایش خاصیت الاستیک، منجر به ایجاد نوعی حافظه برای سیال پلیمری می‌شود که منجر به افزایش مقاومت سیال پلیمری در برابر تغییر شکل می‌گردد. به همین خاطر برای اعداد وایزنبُرج بحرانی دوم، که خاصیت الاستیک زیاد است؛ تأثیر زوایای انبساطی بزرگ بر اعداد وایزنبُرج بحرانی دوم ناچیز می‌باشد. در حالیکه مقدار عدد وایزنبُرج بحرانی اول با زیاد شدن خاصیت الاستیک، ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.

این معادلات برای جریان سیال پلیمری در کانال صفحه‌ای با انبساط تدریجی 1:3 می‌باشد. با استفاده از این معادلات و معلوم بودن مقادیر اعداد رینولدز و وایزنبُرج، می‌توان طول گردابه‌های دوم و سوم را برای جریان سیال پلیمری در کانال صفحه‌ای با سطح مقطع متغیر محاسبه نمود. در جدول 4، تأثیر اندازه زاویه انبساط بر اعداد رینولدز و وایزنبُرج بحرانی نشان داده شده است.

$$LV_2(We = 10) = -19.13 \times \exp(-0.024 \times Re) + 16.11 \quad (9)$$

$$LV_3(We = 10) = -75.01 \times \exp(-0.030 \times Re) + 11.90, Re \geq 60 \quad (10)$$

$$LV_2(Re = 60) = 3.304 \times (1 - \exp(-5789 \times We)) + 10.13 \times (1 - \exp(-0.164 \times We)) \quad (11)$$

$$LV_3(Re = 60) = -478.6 \times \exp(-0.455 \times We) + 9.242 - 8.842 \times \exp(-0.045 \times We), We \geq 1 \quad (12)$$

همانطور که قبلاً نیز اشاره گردید، به دلیل زیاد بودن نیروی اینرسی و خاصیت الاستیک جریان سیال پلیمری، دو مقدار بحرانی برای اعداد رینولدز و وایزنبُرج مشاهده می‌گردد. همانطور که در جدول 4 مشاهده می‌شود، روند تغییرات عدد رینولدز بحرانی اول بعد از زاویه 45 درجه کاهش می‌یابد. از

متقارن می‌باشد. بیشترین تغییرات پروفیل سرعت با عدد رینولدز در ابتدای بخش سوم کانال (مقطع عرضی D) مشاهده می‌گردد. زیرا افزایش اینرسی جریان و تشکیل گردابه‌های نامتقارن سبب می‌گردد که پروفیل سرعت در مجاورت دیوار بالایی کانال دارای مقدار منفی باشد و بیشترین مقدار سرعت (شکم پروفیل سرعت) به سمت دیواره پایینی کانال منحرف می‌گردد.

در شکل 10، حالت توسعه یافته برای پروفیل سرعت جریان سیال ویسکوالاستیک در بخش‌های اول و سوم کانال برای زوایای انبساطی مختلف مشاهده می‌گردد. همچنین بیشترین مقدار سرعت در حالت توسعه یافته به عدد وایزبرگ وابسته می‌باشد. با افزایش خاصیت الاستیک سیال، پایداری جریان افزایش یافته و بیشترین مقدار سرعت در حالت توسعه یافته به مقدار سیال نیوتنی نزدیکتر می‌گردد.

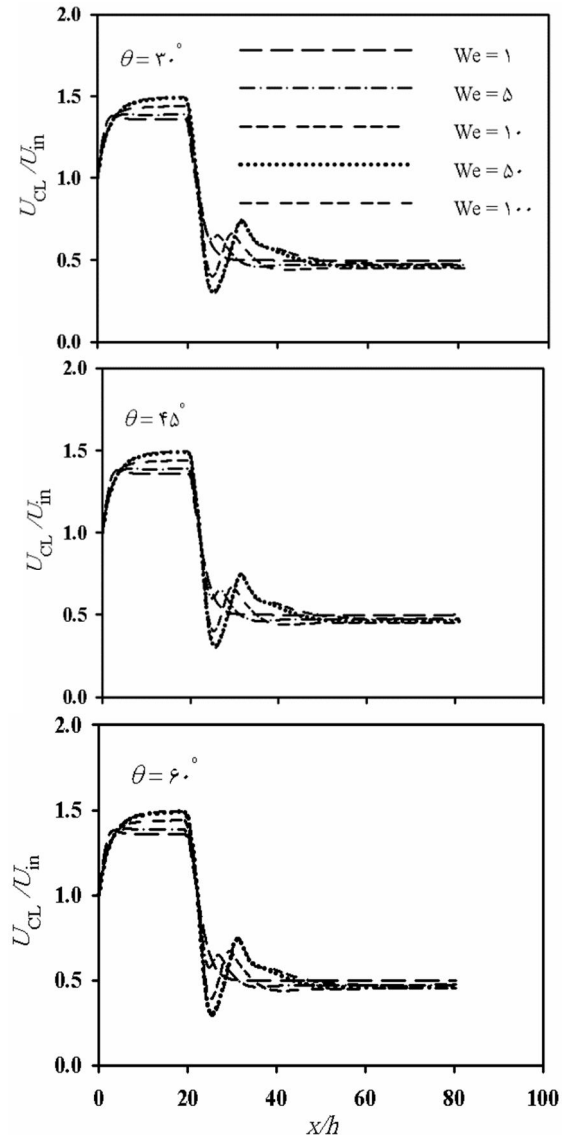
با افزایش عدد وایزبرگ، مقدار کاهش سرعت در بخش انبساطی و افزایش سرعت در بخش سوم کانال بیشتر می‌شود. با غلبه خاصیت‌های لزجت و الاستیک بر نیروی اینرسی، طول و ارتفاع گردابه‌ها افزایش و انرژی جنبشی سیال کاهش می‌یابد. تغییر سطح مقطع سیال منجر به کاهش ناگهانی سرعت و تغییر شکل المان سیال می‌گردد. از آنجایی که سیال دارای خاصیت الاستیک می‌باشد، این تغییر شکل در داخل سیال ماندگار می‌شود و طول توسعه یافته برای پروفیل سرعت جریان بیشتر می‌گردد. همچنین تأثیر اندازه زاویه انبساط روی روند تغییرات توزیع سرعت بر روی خط مرکزی کانال بسیار کم می‌باشد.

6- جمع بندی نتایج

در این مطالعه، جریان سیال ویسکوالاستیک که لزجت پلیمری آن بسیار بزرگتر از لزجت نیوتنی می‌باشد؛ با استفاده از مدل رئولوژیکی فن تین-تتر غیرخطی مورد مطالعه قرار گرفته است. جریان سیال پلیمری داخل کانال صفحه‌ای با انبساط تدریجی 1:3 می‌باشد. برای مدل‌سازی انبساط تدریجی کانال، سه زاویه انبساط 30، 45 و 60 درجه در نظر گرفته شده است. همچنین تأثیر نیروی اینرسی و خاصیت الاستیک بر طول گردابه‌های متقارن و نامتقارن در زوایای انبساطی مختلف مورد بررسی قرار گرفته است.

نتایج حاصل از این بررسی عبارتند از:

- 1- بیشترین مقدار سرعت در حالت توسعه یافته، وابسته به عدد وایزبرگ و مستقل از عدد رینولدز می‌باشد.
- 2- قبل از عدد رینولدز بحرانی دوم، با افزایش اندازه زاویه انبساط طول گردابه‌ها بزرگتر می‌گردد، ولی نرخ رشد طول گردابه‌ها با عدد رینولدز کاهش می‌یابد.
- 3- با زیاد شدن سرعت جریان بعد از عدد رینولدز بحرانی دوم، طول گردابه‌ها و روند تغییرات آن‌ها با مقدار زاویه انبساط بصورت یکنواخت نیست؛ بلکه با زیاد شدن اندازه زاویه انبساط، طول گردابه‌ها ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.
- 4- طول گردابه‌های متقارن تا قبل از عدد وایزبرگ یک برای تمام زوایای انبساط کاهش پیدا می‌کند.
- 5- با افزایش خاصیت الاستیک، طول توسعه یافته برای پروفیل سرعت جریان زیاد می‌گردد. در اعداد وایزبرگ بسیار بزرگ، بیشتر شدن خاصیت الاستیک دیگر بر روند تغییرات سرعت مؤثر نمی‌باشد.
- 6- بیشترین تغییرات طول برای گردابه‌های اول و دوم از عدد وایزبرگ یک تا عدد وایزبرگ بحرانی دوم است. همچنین بعد از عدد وایزبرگ بحرانی دوم، تغییرات طول گردابه‌های اول و دوم با افزایش اندازه زاویه انبساط بیشتر می‌شود.



شکل 10 توزیع سرعت جریان سیال ویسکوالاستیک بر روی خط مرکزی کانال برای اعداد وایزبرگ و زوایای انبساطی مختلف ($Re = 60$)

در شکل 9، تأثیر نیروی اینرسی بر توزیع سرعت در مقاطع عرضی مختلف کانال مورد بررسی قرار گرفته است. برای تعیین محل این مقاطع عرضی، ابتدا و انتهای بخش انبساطی در نظر گرفته شده و با ارتفاع بخش اول کانال بی بعد شده است. نامگذاری این مقاطع عرضی به ترتیب A, B, C, D, E, F می‌باشد. مقاطع عرضی B و C به ترتیب ابتدا و انتهای بخش انبساطی است. فاصله مقطع عرضی A از ابتدای بخش انبساطی 10 برابر ارتفاع بخش اول کانال (در جهت منفی محور افقی مختصات) می‌باشد. فاصله مقطع عرضی D, E و F از انتهای بخش انبساطی، به ترتیب 10، 30 و 50 برابر ارتفاع بخش اول کانال (در جهت مثبت محور افقی مختصات) می‌باشد.

مقاطع عرضی A و F پروفیل سرعت جریان توسعه یافته در بخش اول و سوم کانال را نشان می‌دهند. همانطور که مشاهده می‌شود، بیشترین مقدار سرعت در حالت توسعه یافته به عدد رینولدز وابسته نمی‌باشد. البته نیروی اینرسی جریان بر انحنا پروفیل سرعت حالت توسعه یافته در نزدیک دیوارهای کانال مؤثر می‌باشد. به گونه‌ای که پروفیل سرعت در بخش اول کانال برای اعداد رینولدز کم با شیب بیشتری تغییر می‌کند. همچنین در اعداد رینولدز کوچک که گردابه‌های متقارن تشکیل می‌گردد، پروفیل سرعت

7- بعد از مقدار بحرانی دوم برای عدد وایزنبرگ، طول گردابه سوم افزایش می‌یابد؛ ولی روند تغییرات آن در اعداد وایزنبرگ بزرگ کمتر می‌گردد. همچنین با زیاد شدن مقدار زاویه انبساط، طول گردابه سوم و روند تغییرات آن بیشتر می‌گردد.

8- تأثیر زوایای انبساطی بزرگ بر اعداد وایزنبرگ بحرانی دوم ناچیز می‌باشد، در حالیکه مقدار عدد وایزنبرگ بحرانی اول با زیاد شدن خاصیت الاستیک ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.

9- در اعداد وایزنبرگ بزرگ، تأثیر خاصیت الاستیک و اندازه زاویه انبساط بر تغییرات طول گردابه‌های جریان کم است.

7- فهرست علائم

d	تانسور نرخ تغییر شکل (s^{-1})
ER	نسبت انبساط کانال
h	ارتفاع بخش اول کانال (m)
H	ارتفاع بخش سوم کانال (m)
L_1	طول بخش اول کانال (m)
L_2	طول بخش دوم کانال (m)
L_3	طول بخش سوم کانال (m)
LV_1	طول گردابه کوچکتر نامتقارن (m)
LV_2	طول گردابه بزرگتر نامتقارن (m)
LV_3	طول گردابه سوم (m)
M_1	شبکه بندی متوسط
M_2	شبکه بندی ریز
M_3	شبکه بندی بسیار ریز
NC	تعداد سلول‌های شبکه
NC_1	تعداد سلول‌های شبکه بخش اول کانال
NC_2	تعداد سلول‌های شبکه بخش دوم کانال
NC_3	تعداد سلول‌های شبکه بخش سوم کانال
p	فشار ($kgm^{-1}s^{-2}$)
Re	عدد رینولدز
Sec	مقطع عرضی کانال
t	زمان (s)
u	بردار سرعت (ms^{-1})
U	سرعت یکتواخت (ms^{-1})
We	عدد وایزنبرگ
x, y	محورهای مختصات کارتزین (m)

علائم یونانی

Δx	طول سلول شبکه بندی (m)
Δy	عرض سلول شبکه بندی (m)
ε	پارامتر بی بعد کشش مدل رئولوژیکی فن تین-تنر
η	لزجت ($kgm^{-1}s^{-1}$)
θ	زاویه انبساط ($^\circ$)
λ	زمان رهایی از تنش (s)
$\bar{\lambda}$	نصف عرض کانال بالادست
ξ	پارامتر بی بعد تنظیم پذیر مدل رئولوژیکی فن تین-تنر
ρ	چگالی (kgm^{-3})
τ	تانسور تنش ($kgm^{-1}s^{-2}$)

بالانویس‌ها

n	توان مدل قانون توانی
\circ	علامت درجه برای زاویه انبساط

زیرنویس‌ها

CL	خط مرکزی کانال
Cr1	حالت بحرانی اول
Cr2	حالت بحرانی دوم
in	ورودی کانال
min	کمترین مقدار
N	نوع سیال نیوتنی
P	نوع سیال پلیمری
tot	کل شبکه

8- مراجع

- [1] T. K. Hung, E. O. Macagno, Laminar eddies in a two-dimensional conduit expansion, *La Houille Blanche*, Vol. 21, pp. 391-401, 1966.
- [2] F. Durst, A. Melling, J. H. Whitelaw, Low Reynolds number flow over a plane symmetric sudden expansion, *J. Fluid Mechanics*, Vol. 64, pp. 111-128, 1974.
- [3] W. Cherdron, F. Durst, J. H. Whitelaw, Asymmetric flows and instabilities in symmetric ducts with sudden expansions, *J. Fluid Mechanics*, Vol. 84, pp. 13-31, 1978.
- [4] E. O. Macagno, T. K. Hung, Computational and experimental study of a captive annular eddy, *J. Fluid Mechanics*, Vol. 28, pp. 43-64, 1967.
- [5] R. M. Fearn, T. Mullin, K. A. Cliffe, Nonlinear phenomena in a symmetric sudden expansion, *J. Fluid Mechanics*, Vol. 211, pp. 595-608, 1990.
- [6] A. Acrivos, M. L. Schrader, Steady flow in a sudden expansion at high Reynoldsnumber, *J. Phys. Fluids*, Vol. 25, pp. 923-930, 1982.
- [7] F. S. Milos, A. Acrivos, J. Kim, Steady flow past sudden expansion at large Reynolds number-II. Navier-Stokes solutions for the cascade expansion, *J. Phys. Fluids*, Vol. 30, pp. 7-18, 1987.
- [8] M. M. Shahmardan, M. Norouzi, A. S. Zahiri, instability investigation of Newtonian flow in a planar gradual expansion, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 13, No. 3, pp. 28-36, 2013. (In Persian)
- [9] R. Manica, A. L. De Bortoli, Simulation of sudden expansion flows for power-lawfluids, *J. Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 121, pp. 35-40, 2004.
- [10] P. Neofytou, Transition to asymmetry of generalised Newtonian fluid flowsthrough a symmetric sudden expansion, *J. Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 133, pp. 132-140, 2006.
- [11] S. Dhinakaran, M. S. N. Oliveira, F. T. Pinho, M. A. Alves, Steady flow of power-law fluids in a 1:3 planar sudden expansion, *J. Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 198, pp. 48-58, 2013.
- [12] P. Townsend, K. Walters, Expansion flows of non-Newtonian liquids, *Chem. Eng. Science*, Vol. 49, pp. 749-763, 1994.
- [13] A. Baloch, P. Townsend, M. F. Webster, Onvortexdevelopment in viscoelastic expansion and contraction lows, *J. Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 65, pp. 133-149, 1996.
- [14] M. S. Darwish, J. R. Whiteman, M. J. Bevis, Numerical modelling of viscoelastic liquids using finite-volumemethod, *J. Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 45, No. 3, pp. 311-337, 1992.
- [15] K. A. Missirlis, D. Assimacopoulos, E. Mitsoulis, A finite volume approach in the simulation of viscoelastic expansion lows, *J. Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 78, No. 2-3, pp. 91-118, 1998.
- [16] R. J. Poole, M. A. Alves, P. J. Oliveira, F. T. Pinho, Plane sudden expansion flows ofviscoelastic liquids, *J. Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 146, pp. 79-91, 2007.
- [17] R.J. Poole, F.T. Pinho, M.A. Alves, P.J. Oliveira, The effect of expansion ratio forcreeping expansion flows of UCM fluids, *J. Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 163, pp. 35-44, 2009.
- [18] P. J. Oliveira, Asymmetric flows of viscoelastic fluids in symmetric planarexpansion geometries, *J. Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 114, pp. 33-63, 2003.
- [19] G. N. Rocha, R. J. Poole, P. J. Oliveira, Bifurcation phenomema in viscoelastic flows through a symmetric 1:4 expansion, *J. Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 141, pp. 1-17, 2007.

- [23] N. Phan-Thien, R. I. Tanner, A new constitutive equation derived from network theory, *J. Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 2, pp. 353–365, 1977.
- [24] N. Phan-Thien, A non-linear network viscoelastic model, *J. Rheology*, Vol. 22, pp. 259–283, 1978.
- [25] M. Alves, F. Pinho, P. Oliveira, Viscoelastic flow in a 3D square square contraction: visualizations and simulations, *J. Rheology*, Vol. 52 pp. 1347–1368, 2008.
- [26] H. K. Versteeg, W. Malalasekera, *An introduction to computational fluid dynamics: the finite volume method*, 2nd, Pearson Education, 2007.
- [20] Z. Y. Zheng, F. C. Li, J. C. Yang, Modeling asymmetric flow of viscoelastic fluid in symmetric planar sudden expansion geometry based on user-defined function in Fluent CFD package. *Advances in Mechanical Engineering*, Vol. 2013, pp. 1-13, 2013.
- [21] M. Azizi, S. A. Ahmad Ramazani, M. Habib Etemadi, S. Ehsan Shirzaei, Simulation of viscoelastic fluid flows in expansion geometry using finite volume approach, *Chinese Journal of Polymer Science*, Vol. 31, No. 12, pp. 1599-1612, 2013. (In English)
- [22] R. B. Bird, R. C. Armstrong, O. Hassager, *Dynamics of polymeric liquids. Vol. 1: Fluid mechanics*, Wiley, 1987.