مجله مهندسی مکانیک مدرس، اسفند 1396، دوره 17، شماره 12، ص‌ص 33-41

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

شبیه‌سازی عددی جریان سیال میکروپلار در رگ گرفته شده مخروطی نامتقارن

احمدرضا حقیقی[1*]، آسیه شادی‌پور[2]، محمد شهبازی‌اصل[3]

1- دانشیار، ریاضی کاربردی، دانشگاه صنعتی ارومیه، ارومیه

2- دانشجوی کارشناسی ارشد، ریاضی کاربردی، دانشگاه صنعتی ارومیه، ارومیه

3- دانشجوی دکتری، ریاضی کاربردی، دانشگاه تبریز، تبریز

* ارومیه، صندوق پستی 57155419، ah.haghighi@uut.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 26 خرداد 1396

پذیرش: 19 مهر 1396

ارائه در سایت: 10 آذر 1396

کلید واژگان:

جریان خون ناپایا

سیال میکروپلار

گرفتگی نامتقارن

روش تفاضلات متناهی

چکیده

در تحقیق حاضر ویژگی های جریان ناپایدار خون در طول یک سرخرگ گرفته شده مورد بررسی قرار می‌گیرد. رگ مورد مطالعه دارای گرفتگی مخروطی از نوع نامتقارن بوده و دیوارهای آن الاستیک در نظر گرفته شده است. همچنین جریان خون به‌صورت تراکم‌ناپذیر، آرام و کاملاً گسترش یافته فرض شده است. برای در نظر گرفتن تاثیر ذرات معلق در خون، از مدل میکروپلار ارینگن برای توصیف سیال استفاده شده است. معادلات حاکم برجریان استخراج شده و با فرض گرفتگی خفیف ساده‌سازی صورت گرفته است. یک نگاشت مناسب بر روی معادلات مومنتوم و شرایط اولیه و مرزی اعمال می‌شود تا شبکه‌ی مش کسینوسی به شبکه‌ی مش منظم تبدیل شود. معادلات حاکم تحت شرایط مرزی عدم لغزش با استفاده از روش تفاضلات متناهی به‌صورت عددی حل شده است. به منظور بررسی شکل‌های گرافیکی در این مطالعه، توجه ویژه‌ای به اثرات پارامترهای مربوط به جریان و زاویه مخروطی برای بررسی پروفیل های سرعت محوری و چرخشی، دبی حجمی، تنش برشی دیواره، مقاومت در برابر جریان لحاظ شده است. همچنین مشخصه‌های جریان خون در طول سرخرگ الاستیک و غیرالاستیک با همدیگر مقایسه می‌شوند که این امر اهمیت الاستیک فرض شدن رگ را نشان می‌دهد. به منظور اثبات درستی، نتایج به‌دست آمده با نتایج تحقیقات پیشین مورد مقایسه قرار گرفته می‌شود.

Numerical simulation of micropolar fluid flow through an asymmetric tapered stenosis artery

Ahmad Reza Haghighi*, Asiyeh Shadipour, Mohammad Shahbazi Asl

Department of Mathematics, Urmia University of Technology, Urmia, Iran
* P.O.B. 57155419, Urmia, Iran, ah.haghighi@uut.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 01 June 2017
Accepted 11 October 2017
Available Online 01 December 2017

Keywords:
unsteady blood flow
micropolar fluid
asymmetric stenosed
finite difference scheme

ABSTRACT

In the present study, properties of unsteady blood flow through an stenosed artery is investigated. The study has a tapered artery stenosed and asymmetric elastic wall is considered. The flow of blood is assumed to be incompressible, laminar and fully developed. To consider the effect of suspended particles in the blood, fluid model is used to describe micropolar Eringen. Governing equations are extracted and Mild stenosis approximation is applied to simplify. Also, an suitable converted is applied to momentum equations, initial and boundary conditions, the cosine shape mesh grid to regular mesh grid by utilizing suitable transformation. Non-slip boundary condition equations using finite difference method is solved numerically. To investigate the graphical shapes in the study, the effect of parameters related to flow and tapered angle has been the matter of into rest to investigate the Axial and rotational velocity profiles, the volumetric flow rate, Wall shear stress and the resistance to flow. Characteristics of elastic and non-elastic artery are compared and the results confirm the importance of elastic assumed artery. To confirm the accuracy results, these are compared the results of previous literature.

1- مقدمه

تجزیه و تحلیل جریان خون در طول رگ گرفته شده یکی ازموضوعات مورد علاقه و روبه رشد امروزه‌ی علوم پزشکی در سطح جهان می‌باشد. شبیه‌سازی عددی با تحقیقات آزمایشگاهی در درمان و تشخیص بیماری‌های قلبی- عروقی که یکی از علل عمده‌ی مرگ‌ومیر در انسان می‌باشد کارا هستند [1]. تحقیقات نظری و تجربی جریان خون در میان عروق با مشکلاتی مواجه است که به‌طور گسترده با توجه به هندسه رگ و رفتار رئولوژیکی جریان خون طبقه‌بندی شده است [2]. لوله غیرالاستیک با یک مانع جهت نشان دادن گرفتگی تک‌متقارن و یا غیرمتقارن رایج‌ترین مدل برای شبیه‌سازی رگ گرفته شده در مطالعات مهندسی پزشکی به شمار می رود. این مدل به‌طور گسترده توسط دانشمندان و مهندسین پزشکی برای تجزیه و تحلیل همودینامیک قسمت گرفتگی مورد استفاده قرار می‌گیرد [4,3]. با این حال ممکن است گرفتگی رگ بیشتر و اشکال نامنظمی به خود گیرد رفتار رئولوژیک پیچیده‌ی خون بخصوص در رگ گرفته شده، مویرگ‌های باریک نمی‌تواند توسط هر مدل ساختاری پیش‌بینی شود. به همین دلیل محققان چندین معادله با هدف تجزیه و تحلیل همودینامیک خون ارایه کرده‌اند [5].

Please cite this article using: برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

A. R. Haghighi, A. Shadipour, M. Shahbazi Asl, Numerical simulation of micropolar fluid flow through an asymmetric tapered stenosis artery, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 12, pp. 33-41, 2018 (in Persian)

[DOR: 20.1001.1.10275940.1396.17.12.22.4]

خون سیالی است که از سوسپانسیون سلول‌های مختلفی مانند گلبول‌های قرمز، گلبول‌های سفید، لکوسیت‌ها و پلاکت‌ها در مایعی به نام پلاسما تشکیل شده است [7,6]. حجم بیشتر خون را سلول‌های قرمز احاطه کرده است [8].

سیال میکروپلار پیشنهادی ارینگن که در آن از تغییر شکل المان‌های زیر ساختی سیال صرف‌نظر شده و تنها حرکات چرخشی وخطی میکروذرات مورد بررسی قرار می‌گیرد [10,9]. این نوع سیالات دربردارنده‌ی برخی اثرات میکروسکوپی ناشی از تغییر شکل محلی ذرات و میکروحرکات عناصر است [11]. این مدل یک مدل توسعه‌یافته از مدل ناویر-استوکس کلاسیک است که یک مدل بسیار مناسب و ساده نسبت به سایر مدل‌های دیگر است [12]. در [13]، شبیه‌سازی یک مدل دوبعدی و دو لایه‌ای از جریان خون غیردایم در طول سرخرگ گرفته شده با استفاده از روش تفاضل محدود انجام شده است که در آن نوع گرفتگی هندسه نسبت به جهت محوری غیرمتقارن و نسبت به جهت شعاعی متقارن در نظر گرفته شده است. سنکار و همکاران با فرض جریان خون به‌صورت سیال غیرنیوتونی یک مدل ریاضی برای جریان خون در طول سرخرگ گرفته شده ارایه کردند. جریان خون در این مطالعه به‌صورت پالسی و متقارن محور و تراکم‌ناپذیر فرض شده است و معادلات حاکم از روش اختلال حل شده‌اند [14]. پونالاگوسامی و پریادهارشینی یک مدل دو لایه از جریان خون در میان رگ گرفته با ویسکوزیته‌های متغیر درحضور میدان مغناطیسی که در آن از مدل سیال میکروپلار در لایه مرکزی و از یک سیال نیوتونی در لایه‌ی جانبی استفاده شده است و معادلات حاکم بر جریان از روش عددی کرانک نیکلسون حل شده است [15]. الکت و عباس در تحقیق خود با در نظر گرفتن یک کاتتر در میان رگ گرفته شده‌ی مخروطی از سیال میکروپلار برای رگ گرفته با گرفتگی خفیف استفاده کردند [16].

تحقیقات یانگ [17] برپایه‌ی فرض گرفتگی خفیف رگ بوده است که در مطالعه‌ی خود جریان خون را به‌صورت سیال نیوتنی و هندسه را به‌صورت متقارن در نظر گرفته است. رامانا دی و همکاران [18] از فرض گرفتگی خفیف در مطالعه‌ی خود که در مورد مدل‌سازی ریاضی جریان خون ضربانی در یک رگ با گرفتگی غیرمتقارن به همراه کاتتر، اثر زاویه مخروطی و سرعت لغزش مورد بررسی قرار داده، استفاده کرده‌اند.

آترواسکلروز در سطح دیواره رگ دارای بی‌نظمی است و هندسه‌ی آن نسبت به جهت محوری نامتقارن هست [20,19] به‌طور کلی بی‌نظمی و نامتقارن بودن مدل هندسی باعث پیچیدگی در انجام شبیه‌سازی عددی و تحلیلی می‌شود از این‌رو در اکثر تحقیقات پیشین هندسه‌ی گرفتگی به‌صورت متقارن در نظر گرفته شده است. همچنین عروق در حالت طبیعی به صورت مخروطی هستند [21]. در این مطالعه هندسه مفروض وابسته به زمان و به‌صورت الاستیک با گرفتگی غیرمتقارن در جهت محوری در نظر گرفته شده است. همچنین به‌دلیل گرادیان فشار ضربانی خون جریان خون به‌صورت پالسی در نظر گرفته می‌شود. مدل سیال میکروپلار برای توصیف ذرات در مایع ویسکوز در بخش شریانی مناسب می‌باشد که مزیت آن نسبت به سیالات غیرنیوتونی دیگر این است که علاوه بر سرعت محوری و سرعت شعاعی، سرعت چرخشی، به‌منظور چرخش میکروذرات مورد بررسی قرار می‌گیرد [23,22]. معادلات حاکم با استفاده از روش عددی تفاضلات متناهی حل شده‌اند در مطالعه‌ی حاضر درمورد اثرات پارامتر میکروپلار و تاثیر مخروطی بودن رگ مفروض بر روی مشخصه‌های هیدرودینامک جریان خون بحث شده است.

2- فرمول‌بندی مسئله

2-1- هندسه گرفتگی

جریان خون را به‌صورت تراکم ناپذیر، دو بعدی و کاملا توسعه‌یافته در مسیر مستقیم، ضربانی، در رگ گرفته‌شده‌ی مخروطی با طول L در نظر گرفته می‌شود. نوع گرفتگی نسبت به محور نامتقارن ولی نسبت به شعاع متقارن در نظر گرفته می‌شود. یک سیستم استوانه‌ای (r, θ, z) برای تجزیه و تحلیل مشکلات جریان استفاده شده است درحالی که محور z , r در راستای شعاعی و محوری رگ هستند. معادله‌ی توصیفی هندسه گرفتگی بی‌بعد وابسته به زمان به‌صورت زیر بیان می‌شود (شکل1) [24-28]:

$$R(z,t)=\begin{cases}(1+\xi\, z)[1-\eta[l_0^{ng-1}(z-\beta) \\ \qquad (z-\beta)^{ng}]]a_1(t), \beta\le z\le\beta+l_0 \\ \left(1+\xi\, z\right)a_1(t) \qquad\qquad \mathrm{OW}\end{cases} \tag{1}$$

که در آن $\eta=\delta/R_0L_0^{ng}\, ng^{ng(ng-1)}/(ng-1)$، $R(z,t)$ شعاع رگ گرفته شده، R_0 شعاع رگ در ناحیه بدون گرفتگی، $ng\ge 2$ پارامتر مربوط به گرفتگی، L طول رگ گرفته موردنظر، l_0 طول گرفتگی و β نشان‌دهنده‌ی بخش غیرطبیعی از مبدا، σ_m نشان‌دهنده‌ی ارتفاع بحرانی بخش غیرطبیعی در موقعیت خاص $z=\beta+l_0/ng^{1/ng-1}$ اتفاق می‌افتد. پارامتر زمان $a_1(t)$ به این صورت تعریف می‌شود:

$a_1(t)=1+k_r\cos(\omega t-\phi)$ که ϕ، k_r و ω به ترتیب بیانگر زاویه فاز، پارامتر نوسان و فرکانس زاویه‌ای می‌باشد. $\xi=(\tan\theta)$ پارامتر کنترل همگرایی، واگرایی در یک رگ است. نمودار شماتیک رگ غیرمخروطی در "شکل 1" نشان داده شده است [26-24,14]:

2-2- معادلات حاکم بر جریان خون

معادلات بی‌بعد حاکم بر جریان خون ناپایای سیال میکروپلار در دستگاه مختصات استوانه‌ای به‌صورت زیر است [29]:

$$\sigma_m\left(\frac{\partial u_1}{\partial r}+\frac{u_1}{r}\right)+\frac{\partial u_2}{\partial z}=0 \tag{2}$$

$$\begin{aligned}\sigma_m\mathcal{E}^2\left(\frac{\partial u_1}{\partial t}+\mathcal{E}\mathrm{Re}\left(\sigma_m u_1\frac{\partial u_1}{\partial r}+u_2\frac{\partial u_1}{\partial z}\right)\right) \\ = -\frac{\partial p}{\partial r}+\sigma_m\mathcal{E}^2\left(\frac{\partial^2 u_1}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial u_1}{\partial r}+\frac{u_1}{r^2}\right) \\ -M\mathcal{E}^2\ \frac{\partial w}{\partial z}\end{aligned} \tag{3}$$

$$\begin{aligned}\alpha\left[\frac{\partial u_2}{\partial t}\right]+\mathcal{E}\mathrm{Re}\ \left(\sigma_m u_1\frac{\partial u_2}{\partial r}+\mathcal{E}^2 u_2\frac{\partial u_2}{\partial z}\right) \\ = -\frac{\partial p}{\partial z} \\ +\ (1+M)\left(\frac{\partial^2 u_2}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial u_2}{\partial r}+\mathcal{E}^2 u_2\frac{\partial^2 u_2}{\partial z^2}\right) \\ +\frac{M}{r}\frac{\partial(rw)}{\partial r}\end{aligned} \tag{4}$$

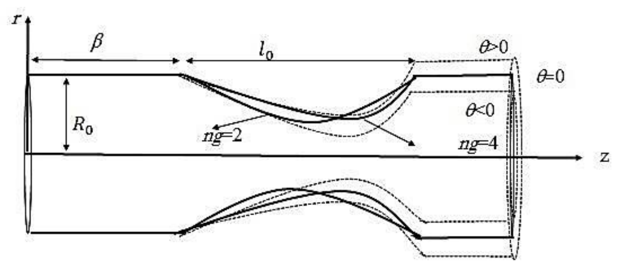


Fig. 1 Geometry of stenosed artery with tapering

شکل 1 هندسه در رگ گرفته شده‌ی مخروطی

[DOR: 20.1001.1.10275940.1396.17.12.22.4]

$$\alpha J\frac{\partial w}{\partial t}+\mathcal{E}\mathrm{Re}J\left(\sigma_m u_1\frac{\partial w}{\partial r}+u_2\frac{\partial w}{\partial z}\right) = -2Mw - M\left(\frac{\partial u_2}{\partial r}-\sigma_m\mathcal{E}^2\frac{\partial u_1}{\partial z}\right) + K\left(\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial(rw)}{\partial r}\right)+\mathcal{E}^2\frac{\partial^2 w}{\partial z^2}\right) \quad (5)$$

پارامترهای بی‌بعد استفاده شده در معادلات (2) تا (5) به‌صورت زیر هستند:

$$w=\frac{R_0 w^*}{U_0}, u_2=\frac{{u_2}^*}{U_0}, r=\frac{r^*}{R_0}, z=\frac{z^*}{l_0}, t=\frac{t^* U}{2\pi}, R=\frac{R^*}{R_0}$$
$$p=\frac{R_0^2 p^*}{\rho U_0^2 l_0}, J=\frac{J^*}{R_0^2},\ u_1=\frac{u_1^* l_0}{U_0\sigma_m}, K=\frac{\gamma}{\mu R_0^2}, M=\frac{m_1}{\mu} \quad (6)$$

u_2, u_1 و w به ترتیب سرعت شعاعی، سرعت محوری و سرعت چرخشی، p فشار، و μ, K, M ویسکوزیته سیال و U_0 سرعت متوسط هستند [29].

2-3- تجزیه و تحلیل شرط گرفتگی خفیف

برای ساده‌سازی معادلات از فرض گرفتگی خفیف استفاده شده است که معادلات بی‌بعد پیوستگی و مومنتوم با تغییرات شرایط گرفتگی و مقدارهای مشخصه‌های سرعت در فضای بی‌بعد از یک مرتبه بزرگی که تقریبا یک یا کمتر از یک که به‌طور نمادین با $O(1)$ نشان داده می‌شود که $\sigma_m=\sigma_m^*/R_0\le 1$ و $\mathcal{E}=R_0/l_0\simeq O(1)$. اگر توابع برای w,u_2,u_1 هموار و پیوسته باشند مشتقاتشان از مرتبه‌ی یک است [30]. با استفاده از این فرض معادلات (2-5) به صورت زیر تبدیل می‌شوند [17] :

$$\left(\frac{\sigma_m^*}{R_0}\right)\left(\frac{\partial u_1}{\partial r}+\frac{u_1}{r}\right)+\frac{\partial u_2}{\partial z}=0$$
$$O\left(\frac{\sigma_m^*}{R_0}\right) \qquad O\left(\frac{\sigma_m^*}{R_0}\right) \quad (7)$$

$$\left(\frac{\sigma_m^*}{R_0}\right)\left(\frac{R_0}{l_0}\right)^2\left(\frac{\partial u_1}{\partial t}+\left(\frac{R_0}{l_0}\right)\mathrm{Re}\left(\left(\frac{\sigma_m^*}{R_0}\right)u_1\frac{\partial u_1}{\partial r}+u_2\frac{\partial u_1}{\partial z}\right)\right)$$
$$O\left(\frac{\sigma_m^*}{R_0}\frac{R_0^2}{l_0^2}\right) \quad \left(O\left(\frac{R_0}{l_0}\right) \quad \left(O\left(\frac{\sigma_m^*}{R_0}\right) \quad O(1)\right)\right)$$
$$=-\frac{\partial p}{\partial r}+\left(\frac{\sigma_m^*}{R_0}\right)\left(\frac{R_0}{l_0}\right)^2\left(\frac{\partial^2 u_1}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial u_1}{\partial r}+\frac{u_1}{r^2}\right)-M\left(\frac{R_0}{l_0}\right)^2\frac{\partial w}{\partial z}$$
$$O\left(\frac{\sigma_m^*}{R_0}\frac{R_0^2}{l_0^2}\right) \quad (O(1) \quad O(1)) \quad O\left(\frac{R_0^2}{l_0^2}\right) \quad (8)$$

$$\alpha\left[\frac{\partial u_2}{\partial t}\right]+\left(\frac{R_0}{l_0}\right)\mathrm{Re}\left(\left(\frac{\sigma_m^*}{R_0}\right)u_1\frac{\partial u_2}{\partial r}+\left(\frac{R_0}{l_0}\right)^2 u_2\frac{\partial u_2}{\partial z}\right)$$
$$O\left(\frac{R_0}{l_0}\right) \quad \left(O\left(\frac{\sigma_m^*}{R_0}\right) O(1) \quad O\left(\frac{R_0^2}{l_0^2}\right) O(1)\right)$$
$$=-\frac{\partial p}{\partial z}+(1+M)\left(\frac{\partial^2 u_2}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial u_2}{\partial r}+\left(\frac{R_0}{l_0}\right)^2 u_2\frac{\partial^2 u_2}{\partial z^2}\right)+\frac{M}{r}\frac{\partial(rw)}{\partial r}$$
$$\left(O(1) \quad O(1) \quad O\left(\frac{R_0^2}{l_0^2}\right)O(1)\right) \quad O(1) \quad (9)$$

$$\alpha J\frac{\partial w}{\partial t}+\mathcal{E}\mathrm{Re}J\left(\sigma_m u_1\frac{\partial w}{\partial r}+u_2\frac{\partial w}{\partial z}\right)$$
$$O\left(\frac{R_0}{l_0}\right) \quad \left(O\left(\frac{\sigma_m^*}{R_0}\right)\right)$$
$$=-2\mathrm{Mw}-M\left(\frac{\partial u_2}{\partial r}-\sigma_m\mathcal{E}^2\frac{\partial u_1}{\partial z}\right)$$
$$\left(O(1) \quad O\left(\frac{\sigma_m^*}{R_0}\frac{R_0^2}{l_0^2}\right)\right)$$
$$+K\left(\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial(rw)}{\partial r}\right)+\mathcal{E}^2\frac{\partial^2 w}{\partial z^2}\right)$$
$$\left(O(1) \qquad O\left(\frac{R_0^2}{l_0^2}\right)\right) \quad (10)$$

بررسی معادله مومنتوم در جهت r در معادله (7) نشان می‌دهد:

$$\frac{\partial p}{\partial r}\ll\frac{\partial p}{\partial z}$$

تغییرات فشار در جهت r درمقایسه با جهت z بسیار ناچیز است و همین‌طور معادله پیوستگی نشان می‌دهد که:

$$\frac{\sigma_m^*}{R_0}\ll 1$$

پس

$$\frac{\partial u_2}{\partial z}\ll 1$$

با شرایط مشخص شده‌ی گرفتگی خفیف معادلات حاکم بر جریان به‌صورت زیر بازنویسی می‌شوند:

$$\frac{\partial p}{\partial r}=0 \quad (11)$$

$$\alpha\left[\frac{\partial u_2}{\partial t}\right]=-\frac{\partial p}{\partial r}+(1+M)\left[\frac{\partial^2 u_2}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial u_2}{\partial r}\right]+M\left[\frac{1}{r}\frac{\partial rw}{\partial r}\right] \quad (12)$$

$$\alpha J\left[\frac{\partial w}{\partial t}\right]=-M\left(2w+\frac{\partial u_2}{\partial r}\right)+k\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial(rw)}{\partial r}\right) \quad (13)$$

گرادیان فشار برای معادلات بالا به صورت زیر فرض می‌شود [31]:

$$-\frac{\partial p}{\partial z}=A_0+A_1\mathrm{Re}\{e^{2\pi\omega_p t}\} \quad (14)$$

که در آن A_0 دامنه ثابت گرادیان فشار، A_1 دامنه پالسی، $\omega=2\pi f_p$ و f_p فرکانس پالسی است. فرم بی‌بعد معادله (14) به‌دست می‌آید:

$$-\frac{\partial p}{\partial z}=B(1+e\cos(ct)) \quad (15)$$

در معادلات (3-5)، $\alpha=\rho\omega R_0^2/2\pi\mu$ عدد ومرسلی، $\mathrm{Re}=\rho U_0 R_0/\mu$ عدد رینولدز و همچنین:

$$e=\frac{A_1}{A_0}\quad ,c=\frac{\omega_p}{\omega}\quad ,B=\frac{A_0R_0^2}{\mu U_0} \quad (16)$$

شرایط مرزی و شرایط اولیه برای جریان خون به‌صورت زیر معادلات در نظر گرفته می‌شود [33,32]:

شرایط اولیه:

$$u_2(r,z,0)=2U_0\left[1-\left(\frac{\nu}{R}\right)^2+\frac{4\nu}{\beta_1^2}I_0(\beta_1)\left\{\frac{I_0(\beta_1\nu)}{I_0(\beta_1)}-1\right\}\right]$$
$$w(r,z,0)=0 \quad (17)$$

شرایط مرزی:

$$\frac{\partial u_2\,(r,z,t)}{\partial r}\bigg|_{r=0}=0,\qquad w(r,z,t)|_{r=0}=0$$
$$u_2(r,z,t)|_{r=R}=0, w(r,z,t)|_{r=R}=-\lambda\left(\frac{\partial u_2\,(r,z,t)}{\partial r}\right) \quad (18)$$

جمله اول معادله (18) برای شرایط مرزی به این دلیل اعمال شده است که جریان متقارن محور است و در محور رگ تغییراتی نسبت به ارتفاع ندارد. همچنین جمله دوم به این دلیل است که در مرکز رگ جریان چرخشی نداریم. جمله سوم نشان دهنده شرط مرزی عدم لغزش در دیواره هست. شرط مرزی دیواره برای سرعت چرخشی از مرجع [13] انتخاب شده است با توجه به این‌که جریان سیال کاملا گسترش یافته فرض شده است بنابراین در جهت جریان تغییرات ندارد و یا به بیان ریاضی $\partial u_2/\partial z=0$ و از لایه‌ی مرزی عبور کرده است. این فرض برای اعمال شرایط مرزی در جهت جریان یعنی ابتدای رگ (z=0) و همچنین انتهای رگ ($z=L$) استفاده شده است.

$\nu=m\beta_1/4(I_1(\beta_1))$ و $\beta_1^2=N(2-m)$، I_0 تابع بسل توسعه یافته، و I_1 تابع بسل بهبود یافته مرتبه اول از نوع اول است.

عبارات مناسب برای دبی حجمی، تنش برشی دیواره و مقاومت در برابر

[DOR: 20.1001.1.10275940.1396.17.12.22.4]

جریان در متغیرهای بی‌بعد به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$Q = \int_0^R u_2 r dr \tag{19}$$

$$\tau_w = \left(\frac{1+M}{R\alpha^2}\right)\frac{\partial u_2}{\partial r} + \left(\frac{M}{\alpha^2}\right) w \tag{20}$$

$$\Lambda = \left|\frac{L\left(\frac{\partial p}{\partial z}\right)}{Q}\right| \tag{21}$$

به‌منظور بی‌حرکت و غیرالاستیک کردن دیواره سرخرگ مفروض، ابتدا نگاشت $\Psi = r/R(z,t)$ را روی معادلات حاکم بر جریان و شرایط مرزی و اولیه اعمال می‌کنیم [35,34,32]. با اعمال این تبدیل مختصات، دیواره سرخرگ به‌صورت غیرالاستیک صلب تبدیل شده و به سرخرگ مستطیلی شکل تبدیل می‌شود. نتیجه اعمال این روی معادلات حاکم و شرایط مرزی و اولیه به‌صورت زیر خواهد بود:

$$\alpha\left[\frac{\partial u_2}{\partial t}\right] = B\left(1+e\cos(ct)\right) + \frac{(1+M)}{R^2}\left[\frac{\partial^2 u_2}{\partial \Psi^2} + \frac{1}{\Psi}\frac{\partial u_2}{\partial \Psi}\right] + \frac{M}{R}\left[\frac{1}{\Psi}\frac{\partial \Psi w}{\partial \Psi}\right] \tag{22}$$

$$\alpha J\left[\frac{\partial w}{\partial t}\right] = -M\left(2w + \frac{1}{R}\frac{\partial u_2}{\partial \Psi}\right) + \frac{K}{R^2}\frac{\partial}{\partial \Psi}\left(\frac{1}{\Psi}\frac{\partial(\Psi w)}{\partial \Psi}\right) \tag{23}$$

$$\begin{aligned} &\Psi = 0: \quad \frac{\partial u_2(\Psi,z,t)}{\partial \Psi} = 0, \qquad w(\Psi,z,t) = 0 \\ &\Psi = 1: \quad u_2(\Psi,z,t) = 0, \\ &\qquad w(\Psi,z,t) = -\frac{\lambda}{R}\left(\frac{\partial u_2(\Psi,z,t)}{\partial \Psi}\right) \end{aligned} \tag{24}$$

به طور مشابه دبی حجمی، تنش برشی دیواره و مقاومت در برابر جریان به فرم زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$Q = R^2\int_0^1 u_2 \Psi d\Psi \tag{25}$$

$$\tau_w = \left(\frac{1+M}{R\alpha^2}\right)\frac{\partial u_2}{\partial \Psi} + \left(\frac{M}{\alpha^2}\right) w \tag{26}$$

$$\Lambda = \frac{L\left(B\left(1+e\cos(ct)\right)\right)}{R^2\int_0^1 u_2 \Psi d\Psi} \tag{27}$$

3- روش عددی

اگرچه معادلات (21) و (22) معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی هستند در این شرایط بهتر این است که از یک روش تقریبی استفاده کرد. در روش تفاضلات متناهی صریح که تقریب تفاضل مرکزی برای تقریب مشتقات مکانی و فرمول تقریب تفاضل پیشرو برای تقریب مشتق زمانی استفاده می‌شود. با توجه به روش تفاضلات متناهی مشتقات جزئی مختلفی از u_2 ظاهر می‌شود که در معادلات (21) و (22) جای‌گذاری شده است:

$$\begin{aligned} (u_2)_{i,j}^{k+1} &= (u_2)_{i,j}^{k} + \frac{\Delta t}{\alpha}[(B(1+e\cos(ct))) + \frac{(1+M)}{R_0} \\ &\left(\frac{(u_2)_{i,j+1}^k - 2(u_2)_{i,j}^k + (u_2)_{i,j-1}^k}{\Delta\Psi^2}\right) + \frac{1}{\Psi}\left(\frac{(u_2)_{i,j+1}^k - (u_2)_{i,j-1}^k}{2\Delta\Psi}\right)) + \frac{M}{R^2} \\ &(\left(\frac{(u_2)_{i,j+1}^k - (u_2)_{i,j-1}^k}{2\Delta\Psi}\right) + \frac{(w)_{i,j}^k}{\Psi}))] \end{aligned} \tag{28}$$

$$\begin{aligned} (w)_{i,j}^{k+1} &= (w)_{i,j}^{k} + \frac{\Delta t}{\alpha J}[-M((2(w)_{i,j}^k + \frac{1}{R}\left(\frac{(u_2)_{i,j+1}^k - (u_2)_{i,j-1}^k}{2\Delta\Psi}\right) + \frac{K}{R^2} \\ &(\left(\frac{(w)_{i,j+1}^k - 2(w)_{i,j}^k + (w)_{i,j-1}^k}{\Delta\Psi^2}\right) + \left(\frac{(w)_{i,j+1}^k - (w)_{i,j-1}^k}{2\Psi\Delta\Psi}\right) - \frac{(w)_{i,j}^k}{\Psi}))] \end{aligned} \tag{29}$$

$\Delta\Psi$، Δz و Δt به ترتیب طول گام‌های مربوط به جهت محوری، جهت شعاعی و جهت زمانی می‌باشد:

$$\begin{aligned} &\Psi_j = (j-1)\Delta\Psi, \qquad j = 1,2,\dots,N+1, \qquad \Psi_{(N+1)} = 1, \\ &z_i = (i-1)\Delta z, \qquad i = 1,2,\dots,N+1, \\ &t_k = (k-1)\Delta t, \qquad j = 1,2,\dots \end{aligned} \tag{30}$$

حالت گسسته شده‌ی شرایط اولیه و مرزی به‌صورت روابط زیر به‌دست می‌آیند:

$$\begin{aligned} &(u_2)_{i,j}^1 = 2U_0\left[1 - \Psi^2 + \frac{4\nu}{\beta_1^2}I_0(\beta_1)\left\{\frac{I_0(\beta_1\nu)}{I_0(\beta_1)} - 1\right\}\right] \\ &(w)_{i,j}^1 = 0 \\ &(u_2)_{i,1}^k = (u_2)_{i,2}^k, \qquad (u_2)_{i,N+1}^k = 0 \\ &(w)_{N+1,j}^k = -\frac{\lambda}{R_i^k}\left(\frac{\partial u_2}{\partial \Psi}\right)_{i,N+1}^k \end{aligned} \tag{31}$$

بعد از محاسبه‌ی سرعت مقادیر دبی حجمی و تنش برشی دیواره و مقاومت در برابر جریان از روابط (24) - (26) به‌دست می‌آیند:

$$Q_i^k = (R^2)_i^k\int_0^1 (u_2)_{i,j}^k \Psi_j d\Psi \tag{32}$$

$$(\tau_w)_{i,j}^k = \left(\frac{1+M}{R_i^k\alpha^2}\right)\left(\frac{\partial u_2}{\partial \Psi}\right)_{i,j}^k + \left(\frac{M}{\alpha^2}\right) w_{i,j}^k \tag{33}$$

$$\Lambda_i^k = \frac{L\left(B\left(1+e\cos(ct)\right)\right)_i^k}{(R^2)_i^k\int_0^1 (u_2)_{i,j}^k \Psi_j d\Psi} \tag{34}$$

3-1- شرط پایداری

مقدار طول گام شعاعی برابر $\Delta\Psi = 0.025$ و مقدار طول گام محوری برابر $\Delta z = 0.01$ فرض می‌شود. برای محاسبه گام زمانی پیشرو باید توجه داشت که روش بیان شده یک روش صریح است که پایداری آن برطبق عدد کورانت به صورت زیر است [36,33]:

$$\begin{aligned} &\Delta t = C\min\left[\Delta t_1, \Delta t_2\right] \qquad , \quad 0 < C < 1, \\ &\Delta t_1 \le \min\left[\frac{\mathrm{Re}}{2}, \frac{\Delta\Psi^2\Delta z^2}{2\left(\Delta\Psi^2 + \Delta z^2\right)}\right], \\ &\Delta t_2 \le \min\left[\frac{\Delta\Psi}{u_2}, \frac{\Delta z}{u_1}\right]. \end{aligned} \tag{35}$$

بنابراین طول گام زمانی در این مطالعه $\boldsymbol{\Delta t = 0.0001}$ فرض شده است.

4- بحث‌ها و نتایج عددی

در نرم‌افزار متلب با استفاده از پارامترهای بی‌بعد زیر به‌منظور شبیه‌سازی عددی و ارائه نتایج شماتیکی استفاده شده است [38,37,33,23]:

$$\begin{aligned} &L = 3, l_0 = 1.4, \theta = 0, k_r = 0.05, f_p = 1.2, m = 0.85, N = 1 \\ &\Delta\Psi = 0.025, \Delta z = 0.01, \Delta t = 0.0001, M = 0.1, K = 0.1, \\ &e = 0.2, B = 4, J = 0.1 \end{aligned}$$

به‌منظور اعتبارسنجی نتایج به‌دست آمده، سرعت محوری برای جریان خون در رگ‌های گرفته شده از مطالعه‌ی پرالهاد و اسچولتز [12] در "شکل 2" با سرعت محوری به‌دست آمده از مطالعه حاضر در بیشترین نقطه بحرانی گرفتگی و میزان گرفتگی $\sigma_m = 0.2R_0$ در زمان $t = 3$ مورد مقایسه قرار گرفته است. نتایج به‌دست آمده توافق قابل قبولی با هم دارند.

در "شکل 3" چند شبیه‌سازی با اندازه‌های مختلف شبکه (نسبتا ریز و درشت) برای مشخصات سرعت محوری جریان خون در رگ گرفته‌شده‌ی مخروطی ارایه شده است. این شبیه‌سازی در مورد مطالعه استقلال از شبکه بودن به منظور بررسی خطا مرتبط با اندازه‌های شبکه استفاده می‌شود که نمایانگر این است که سه مش‌بندی مجزا همپوشانی خوبی دارند. با انتخاب شبکه‌های مش متفاوت سرعت محوری ثابت بوده است و این امر نشانگر مستقل بودن مسئله از شبکه است [39].

پروفیل سرعت محوری بی‌بعد جریان خون در طول رگ با زاویه‌ای مخروطی $(\theta = 0, \theta < 0, \theta > 0)$ با میزان گرفتگی یکسان $(\sigma_m = 0.2R_0)$ به همراه نمودار سرعت محوری بی‌بعد جریان خون در طول رگ غیرالاستیک

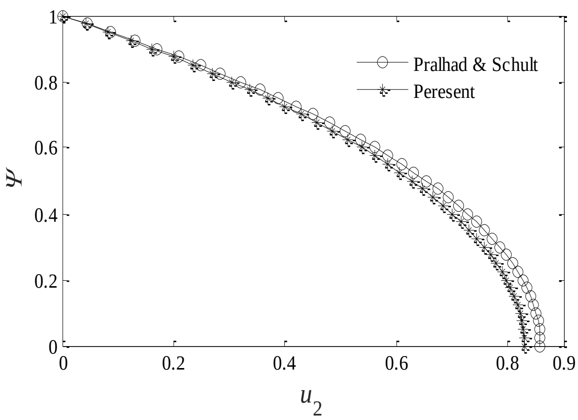


Fig.2 Comparison of the dimensionless axial velocity profile with [12]

شکل 2 مقایسه سرعت محوری بی بعد به‌دست آمده با نتایج [12]

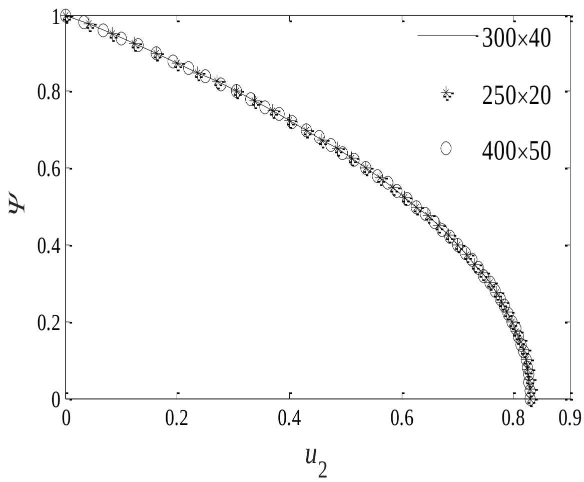


Fig. 3 Cross-sectional velocity profiles of the axial velocity for different grid size at the stenosis section

شکل 3 پروفیل سرعت مقطعی از سرعت محوری برای اندازه‌های شبکه‌های مختلف را در قسمت گرفتگی

با گرفتگی مشابه ($\sigma_m = 0.2R_0$) ، تاثیر افزایش گرفتگی ($\sigma_m = 0.3R_0$) و تاثیر افزایش پارامتر میکروپلار از M=0.1 به M=0.3 در زمان t=3 در "شکل 4" نشان داده شده است. "شکل 4" نتیجه می‌دهد که در زمان t=3 با در نظر گرفتن $\theta > 0$ سرعت محوری در مقایسه با $\theta = 0$ افزایش می‌یابد و برای $\theta < 0$ سرعت محور در طول رگ گرفته شده کاهش می‌یابد. با افزایش میزان گرفتگی سرعت محوری کاهش می‌یابد سرعت محوری جریان خون در رگ گرفته‌ی غیرالاستیک بیشتر از سرعت محوری جریان در رگ الاستیک است که همین امر اهمیت الاستیک فرض شدن رگ را نشان می‌دهد.

و همین‌طور با افزایش پارامتر میکروپلار سرعت محوری در طول رگ گرفته شده‌ی الاستیک کاهش می‌یابد. بیشترین مقدار سرعت محوری درخط مرکزی رگ گرفته شده رخ می‌دهد. همه منحنی‌های سرعت از صفر شروع شده و به یک مقدار ثابت در دیواره می‌رسدکه این امر به‌دلیل متحرک بودن دیواره است.

سرعت چرخشی ریزذرات خون برای گرفتگی‌های مختلف و اثر مخروطی بودن و تاثیر پارامتر میکروپلار را برای زمان t=3 در "شکل 5" نمایش می‌دهد. مقدار سرعت چرخشی جریان با نزدیک شدن به دیواره رگ در حال افزایش است. این امر تاثیر گرفته از شرط مرزی اعمال شده با مقایسه

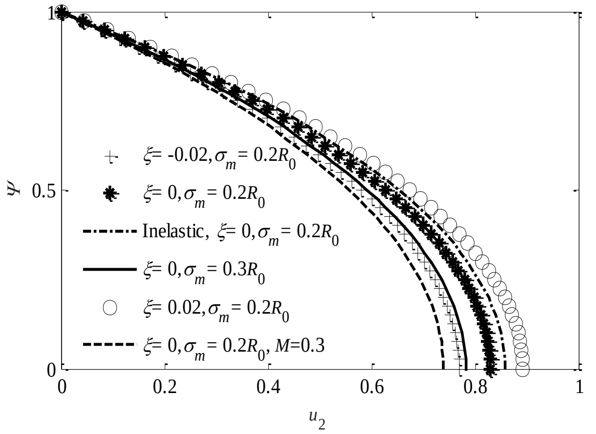


Fig. 4 Dimensionless axial velocity profile for different values

شکل 4 سرعت محوری بی بعد برای مقادیر مختلف

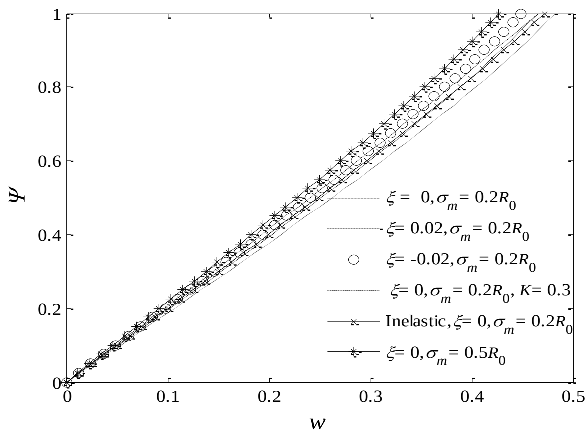
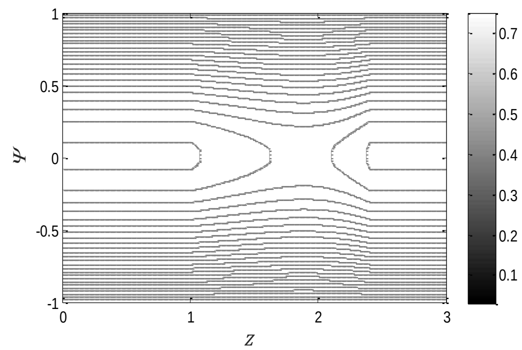


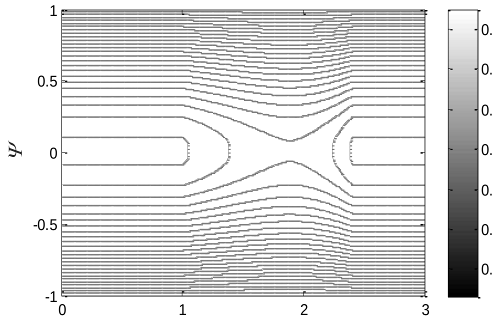
Fig. 5 Dimensionless microrotational velocity profile for different values

شکل 5 سرعت چرخشی بی بعد برای مقادیر مختلف

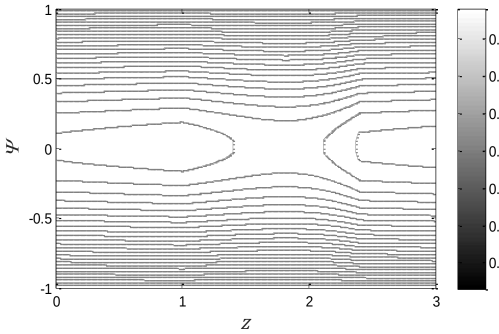
گراف‌های مشاهده شده نشان داده می‌شود که با افزایش میزان گرفتگی سرعت چرخشی کاهش می‌یابد و همچنین با در نظرگرفتن $\theta > 0$ سرعت چرخشی مربوط به ذرات افزایش می‌یابد و برای $\theta < 0$ سرعت چرخشی نیز کاهش می‌یابد. با افزایش پارامتر میکروپلار (K=0.3) برای سرعت چرخشی، سرعت چرخشی کاهش می‌یابد با توجه به منحنی‌های ارایه شده سرعت چرخشی جریان خون در رگ الاستیک کمتر از مقدار سرعت در رگ غیرالاستیک است. الگوهای جریان خون برای مقدارهای مختلف پارامترهای همودینامیک و هندسی در "شکل 6" نشان داده شده است. الگوهای (a) و(b) برای مقدارهای K, M, σ_m, t است که نشان‌دهنده‌ی خطوط جریان برای



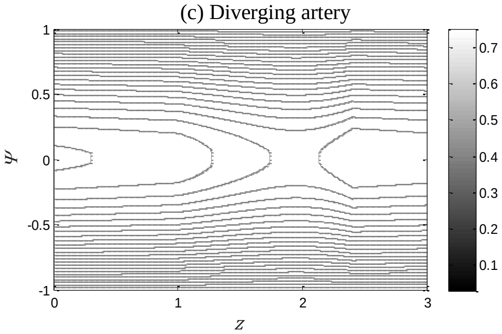
(a)$M = 0.1, K = 0.1, \theta = 0, t = 0.3, \sigma_m = 0.2R_0$



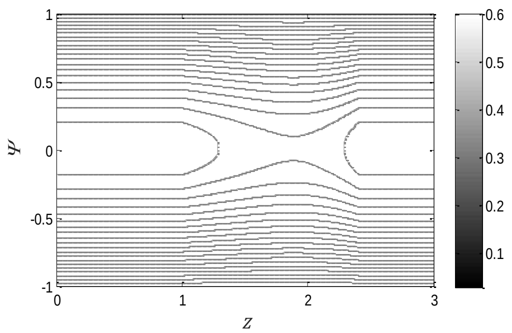
(b)$M = 0.1, K = 0.1, \theta = 0, t = 0.3, \sigma_m = 0.3R_0$



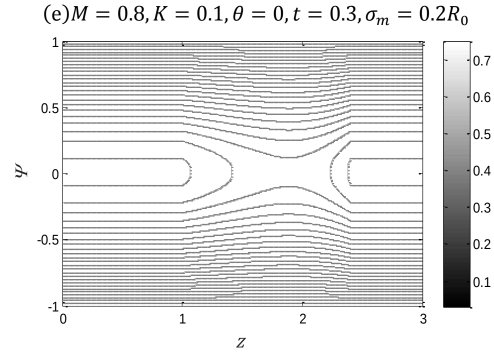
(c) Diverging artery



(d) Converging artery



(e)$M = 0.8, K = 0.1, \theta = 0, t = 0.3, \sigma_m = 0.2R_0$



(f)$M = 0.1, K = 0.1, \theta = 0, t = 0.45, \sigma_m = 0.2R_0$

Fig. 6 Instantaneous flow patterns of streaming blood

شکل 6 الگوهای جریان لحظه ای از جریان خون

تغییر پارامتر گرفتگی است که با افزایش میزان گرفتگی خطوط جریان کاهش می‌یابند. الگوی (c) نشان‌دهنده‌ی خطوط جریان در رگ گرفته واگرا $(\theta > 0)$ و در مقابل آن نیز الگوی (d) نمایانگر رگ گرفته‌ی همگرا $(\theta < 0)$ است که خطوط جریان در این الگو روند کاهشی دارند. الگوی (e) به ترتیب نمایانگر افزایش پارامتر میکروپلار است که با افزایش این پارامتر سرعت اثر افزایشی دارد و در خطوط جریان نیز افزایش می‌یابند. الگوی (f) خطوط جریان را در زمان t=0.45 نشان می‌دهد.

روشن است که رفتار ناپایدار جریان خون دبی حجمی را به‌طور چشم‌گیری تحت تاثیر می‌دهد، این مساله اهمیت فرض ناپایدار بودن جریان خون را نشان می‌دهد. "شکل 7" میزان دبی حجمی را در نقطه‌ی z=1.9 در زمانt=3 برای گرفتگی‌های $0.2R_0$ و$0.5R_0$، تاثیر پارامتر میکروپلار و رفتار آن در طول رگ غیرالاستیک مورد بررسی قرار گرفته است. که "شکل 7" نشان می‌دهدکه با افزایش میزان گرفتگی دبی حجمی کاهش می‌یابد. دبی حجمی در طول رگ غیرالاستیک در مقایسه با رگ الاستیک مقدار بیشتری دارد و دارای پالس‌های متفاوتی است. با افزایش پارامتر میکروپلار برای گرفتگی $0.2R_0$ دبی حجمی کاهش می‌یابد و همچنین با افزایش میزان گرفتگی دبی حجمی کاهش می‌یابد.

همچنین "شکل 8" نشان می‌دهد که دبی حجمی رفتاری متناظر با هندسه گرفتگی دارد به‌طوری که در شروع گرفتگی مقدار دبی حجمی کاهش یافته و در گرفتگی، ارتفاع بحرانی به پایین‌ترین سطح خود می‌رسد. همچنین تاثیر پارامتر ξ که نشان‌دهنده‌ی واگرایی و همگرایی رگ مفروض با

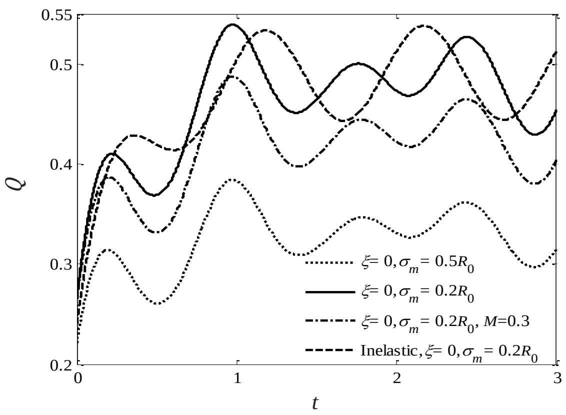


Fig.7 variations Volumetric flow rate_time

شکل7 تغییرات دبی حجمی_زمان

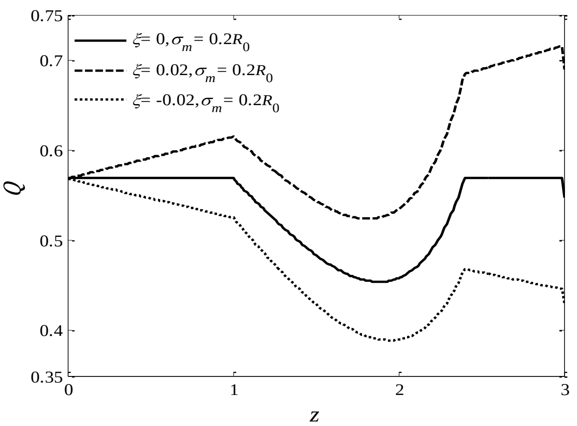


Fig.8 The Volumetric flow rate for different tapering angle

شکل8 دبی حجمی جریان خون برای زوایای مختلف مخروطی

[DOR: 20.1001.1.10275940.1396.17.12.22.4]

گرفتگی $0.2R_0$ را مورد بررسی قرار می‌دهد. با در نظر گرفتن $\theta > 0$ دبی حجمی افزایش و اگر $\theta < 0$ دبی حجمی کاهش می‌یابد.

در "شکل 9" دبی حجمی به‌صورت سه بعدی در راستای طول سرخرگ برای گام زمانی $t = 1$ و میزان گرفتگی $\sigma_m = 0.2R_0$ و $n = 4$ به‌دست آمده است. با توجه به "شکل 9" مقدار دبی حجمی با افزایش زمان افزایش پیدا کرده است.

در "شکل 10" تغییرات تنش برشی دیواره نسبت به مکان در طول رگ گرفته‌ی مخروطی با تغییر پارامترهای σ_m, M و همین‌طور تنش برشی در طول رگ غیرالاستیک در زمان $t = 3$ بیان شده است، که از آن نتیجه می‌شود که تنش برشی در طول رگ غیرالاستیک در مقایسه با رگ الاستیک با میزان گرفتگی مشابه مقدار کمتری دارد و با افزایش مقدار پارامتر میکروپلار مقدار تنش برشی دیواره کاهش می‌یابد. با افزایش میزان گرفتگی رگ مفروض تنش برشی دیواره نیز افزایش می‌یابد.

"شکل 11" نشانگر تنش برشی دیواره در حالت نرمال رگ گرفته شده‌ی مخروطی در نقطه‌ی حداکثر گرفتگی و در زمان $t = 3$ می‌باشد و همچنین در بردارنده‌ی تنش برشی جریان خون در رگ گرفته شده‌ی منبسط شونده و منقبض شونده غیرمخروطی در زمان $t = 3$ است. با توجه به "شکل 11" تنش برشی دیواره برای رگ غیرمخروطی منبسط شونده در مقایسه با رگ منقبض شونده روند کاهشی دارد پروفیل تنش برشی دیواره‌ی رگ مخروطی نیز در بین آن‌ها قرار دارد.

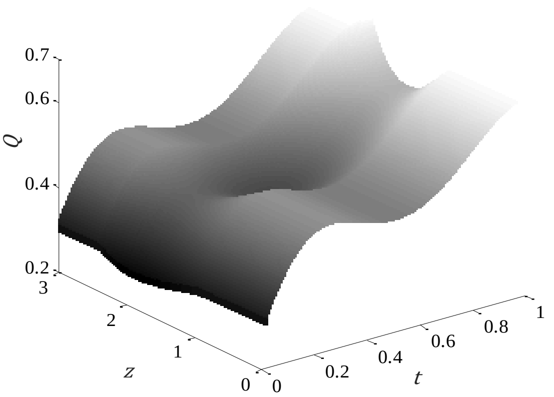


Fig. 9 Surface plot of the volumetric flow rate

شکل 9 دبی حجمی سه بعدی

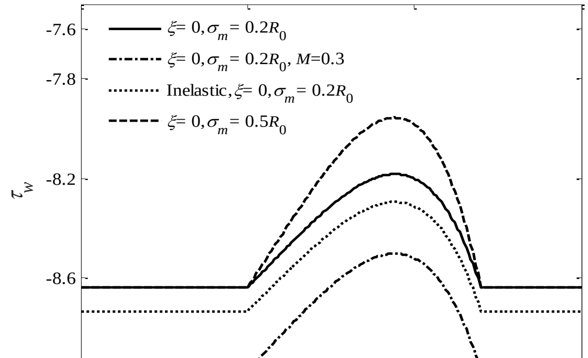


Fig. 10 Dimensionless wall shear stress(WSS) profile

شکل 10 پروفیل تنش برشی دیواره‌ی بی بعد

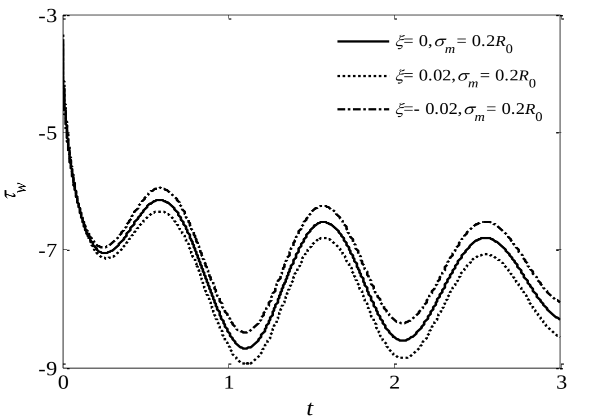


Fig. 11 Comparison wall shear stress(WSS) for different tapering angle

شکل 11 تنش برشی دیواره در رگ گرفته شده برای زوایای مختلف مخروطی

"شکل 12" دربردارنده‌ی مقاومت در برابر جریان خون در رگ گرفته شده‌ی مخروطی برای زوایای مختلف مخروطی در نقطه‌ی بحرانی گرفتگی z=1.9 و در زمان $t = 3$ می باشد. این قسمت اهمیت فرض ناپایا بودن جریان خون را نشان می‌دهد و همین‌طور بیانگر این است که با افزایش زاویه مخروطی مقاومت در برابر جریان نیز کاهش می‌یابد و با کاهش زاویه مخروطی مقاومت در برابر جریان نیز افزایش می‌یابد.

"شکل 13" نشانگر شکل سه بعدی مقاومت در برابر جریان در راستای طول سرخرگ است که در زمان $t = 1$ برای میزان گرفتگی $\sigma_m = 0.2R_0$ و $n = 4$ به‌دست آمده است. با توجه به "شکل 13" برخلاف دبی حجمی، با افزایش زمان مقدار مقاومت در برابر جریان کاهش می‌یابد.

"شکل 14" مقاومت در برابر جریان خون در رگ گرفته شده با تغییر پارامترهای M, σ_m مقاومت در برابر جریان خون در رگ غیرالاستیک در زمان $t = 3$ را نشان می‌دهد. با افزایش مقدار گرفتگی از $0.2R_0$ به $0.5R_0$ مقاومت در برابر جریان نیز افزایش می‌یابد و همچنین برای گرفتگی یکسان مقاومت در برابر جریان در طول رگ الاستیک بیشتر از مقاومت در برابر جریان در طول رگ غیرالاستیک می‌باشد.

5- نتیجه‌گیری

در این مقاله یک شبیه‌سازی عددی برای آنالیز جریان خون ناپایا، تراکم‌ناپذیر و غیرنیوتونی از طریق یک رگ بیمار با هندسه‌ی وابسته به زمان، مخروطی شکل با گرفتگی و الاستیک فرض شده مورد مطالعه قرارگرفت.

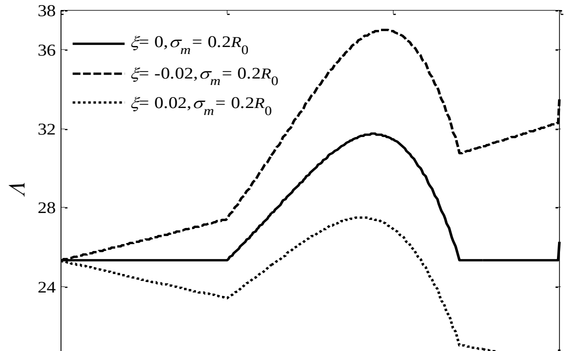


Fig. 12 The resistance impedance for different tapering angle

شکل 12 مقاومت در برابر جریان برای زوایای مختلف مخروطی

[DOR: 20.1001.1.10275940.1396.17.12.22.4]

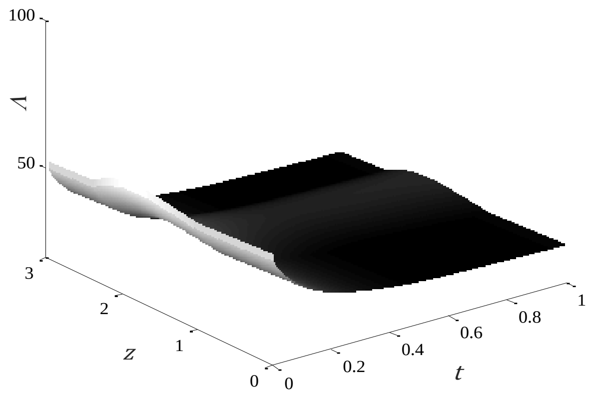


Fig. 13 Surface plot of the resistive impedance

شکل 13 مقاومت در برابر جریان سه بعدی

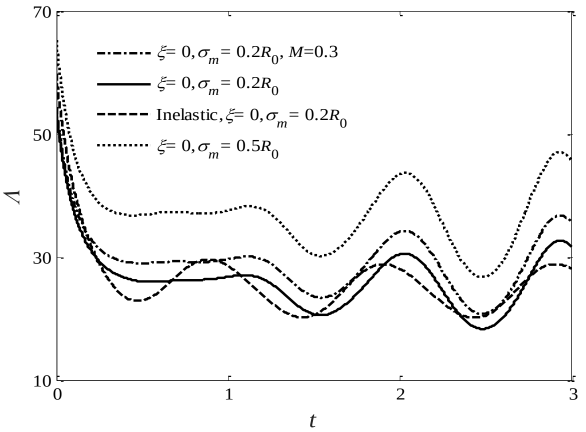


Fig. 14 variations resistance impedance-time

شکل 14 تغییرات مقاوت دربرابرجریان نسبت به زمان

نتایج حاصل نشان می‌دهد که فرض الاستیک بودن دقیق‌تر از فرض غیرالاستیک بودن است و همچنین پارامترهای مانند میزان گرفتگی، زاویه مخروطی وپارامتر میکروپلار تاثیر بسزایی در مشخصه های دینامیکی مانند سرعت محوری و سرعت چرخشی، دبی حجمی، مقاومت در برابر جریان وتنش برشی دیواره دارد. با افزایش میزان گرفتگی و منقبض شدن رگ مخروطی و افزایش پارامتر میکروپلار، سرعت محوری و سرعت چرخشی، دبی حجمی کاهش می‌یابد، همچنین مقاومت در برابر جریان و تنش برشی دیواره افزایش می‌یابد. در رگ منبسط شونده مقدار سرعت محوری و سرعت چرخشی و دبی حجمی رونددافزایشی و تنش برشی دیواره و مقاومت در برابر جریان روند کاهشی دارند. در رگ منقبض شونده رفتار پروفیل‌ها بصورت عکس است. مقدار سرعت محوری و سرعت چرخشی، دبی حجمی در رگ غیرالاستیک بیشتر از رگ الاستیک است و مقاومت در برابر جریان و تنش برشی دیواره در مقایسه با رگ الاستیک کمتر است.

6- فهرست علایم

Re عددرینولدز

A_0 دامنه ثابت گرادیان فشار

A_1 دامنه پالسی

f_p فرکانس پالسی

k_r پارامتر نوسان

L طول رگ موردنظر

l_0 طول گرفتگی

$ng \geq 2$ پارامتر هندسی مربوط به هندسه گرفتگی

p فشار

Q دبی حجمی

r فاصله شعاعی

$R(z,t)$ شعاع رگ گرفته شده

R_0 شعاع رگ در ناحیه فراتر از گرفتگی

t زمان

u_1 سرعت شعاعی

u_2 سرعت محوری

W سرعت چرخشی

z فاصله محوری

علایم یونانی

α عدد ومرسلی

β طول ناحیه بالادست

Δt طول گام زمانی

Δz طول گام محوری

$\Delta \Psi$ طول گام شعاعی

μ ویسکوزیته سیال غیر نیوتنی

Λ مقاومت در برابر جریان

σ_m حداکثر گرفتگی

ϕ زاویه فاز

اندیس‌ها

i گام شعاعی

j گام محوری

k گام زمانی

7- مراجع

[1] V. Deplano, C. Bertolotti, O. Boiron, Numerical simulations of unsteady flows in a stenosed coronary bypass graft, *Medical and Biological Engineering and Computing*, Vol. 39, No. 4, pp. 488-499, 2001.

[2] D. S. Sankar, Two-phase non-linear model for blood flow in asymmetric and axi-symmetric stenosed arteries, *International Journal of Non-Linear Mechanics*, Vol. 46, No. 1, pp. 296-305, 2011.

[3] L. M. Srivastava, Flow of couple stress fluid through stenotic blood vessels, *Journal of Biomechanics*, Vol. 18, No. 7, pp. 479–485, 1985.

[4] A. Dadvand, M. Navidbakhsh, S. Ghoreishi, M. Baghalnezhad, Numerical simulation of the motion and deformation of red blood cell in viscous flow, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 13, No. 11, pp. 88-98, 2014. (in Persian فارسی)

[5] G. R. Cokelet, The rheology of human blood, Biomechanics: Its Foundations And Objectives, Vol. 14, No. 3, pp. 63-103, 1972.

[6] T. Azuma , T. Fukushima, Flow patterns in stenotic blood vessel models, *Biorheology*, Vol. 13, No. 6, pp. 337-55, 1976.

[7] D. F. Young, N. R. Cholvin, R. L. Kirkeeide, A. C. Roth, Hemodynamics of arterial stenoses at elevated flow rates, *Circulation Research*, Vol. 41, No. 1, pp. 99-107, 1977.

[8] G. Pontrelli, Pulsatile blood flow in a pipe, *Computers & Fluids*, Vol. 27, No. 3, pp. 367-380, 1998.

[9] A. C. Eringen, Simple microfluids, *International Journal of Engineering Science*, Vol. 2, No. 2, pp. 205-217, 1964.

[10] A. C. Eringen, Theory of microfluids, *Journal of Mathematics and Mechanics*, Vol. 16, No. 1, pp. 1-18, 1966.

[11] R. Bhargava, R. Agarwal, L. Kumar, H. S. Takhar, Finite element study of mixed convection micropolar flow in a vertical circular pipe with variable surface conditions, *International Journal of Engineering Science*, Vol. 42, No. 1, pp. 13-27, 2004.

[12] R. Pralhad, D. Schultz, Two-layered blood flow in stenosed tubes for

[27] A. R. Haghighi, M. S. Asl, A Mathematical modeling of a two-layered blood flow through constricted vessels, *Journal of Advanced Mathematical Modeling*, Vol. 3, No. 1, pp. 79-99, 2014. (in Persian فارسی)
[28] S. Shaw, P. Murthy, S. Pradhan, The effect of body acceleration on two dimensional flow of Casson fluid through an artery with asymmetric stenosis, *Open Transport Phenomena Journal*, Vol. 2, No. 1, pp. 55-68, 2010.
[29] A. Zaman, N. Ali, O. A. Bég, Numerical simulation of unsteady micropolar hemodynamics in a tapered catheterized artery with a combination of stenosis and aneurysm, *Medical & biological engineering & computing*, Vol. 54, No. 9, pp. 1423-1436, 2016.
[30] S. J. Kline. *Similitude and Approximation Theory*, McGraw-Hill, New York, 1965.
[31] V. K. Sud, G. S. Sekhon, Arterial flow under periodic body acceleration, *Bulletin of Mathematical Biology*, Vol. 47, No. 1, pp. 35-52, 1985.
[32] M. A. Ikbal, S. Chakravarty, K. K. Wong, J .Mazumdar, P. K. Mandal, Unsteady response of non-Newtonian blood flow through a stenosed artery in magnetic field, *Journal of Computational and Applied Mathematics*, Vol. 230, No. 1, pp. 243-259, 2009.
[33] N. Mustapha, N. Amin, S. Chakravarty, P. K. Mandal, Unsteady magnetohydrodynamic blood flow through irregular multi-stenosed arteries, *Computers in Biology and Medicine*, Vol. 39, No. 10, pp. 896-906, 2009.
[34] S. Chakravarty, P. K. Mandal, A nonlinear two-dimensional model of blood flow in an overlapping arterial stenosis subjected to body acceleration, *Mathematical and Computer Modeling*, Vol. 24, No. 1, pp. 43–58, 1996.
[35] A. R. Haghighi, M. S. Asl, Mathematical modeling of micropolar fluid flow through an overlapping arterial stenosis, *International Journal of Biomathematics*, Vol. 8, No. 04, 1550056, 2015.
[36] S. Mukhopadhyay, G. Layek, Numerical modeling of a stenosed artery using mathematical model of variable shape, *Applications and Applied Mathematics: An International Journal*, Vol. 3, No. 2, pp. 308-328, 2008.
[37] G. Bugliarello, J. Sevilla, Velocity distribution and other characteristics of steady and pulsatile blood flow in fine glass tubes, *Biorheology*, Vol. 7, No. 2, pp. 85-107, 1970.
[38] A. R. Haghighi, M. Shabaziasl, M. Kiyasatfar, Mathematical modeling of unsteady blood flow through elastic tapered arterywith overlapping stenosis, *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, Vol. 37, No. 2, pp. 571-578, 2015.
[39] S. Chakravarty, P. K. Mandal, Heat transfer to micropolar fluid flowing through an irregular arterial constriction, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 56, No. 1, pp. 538-551, 2013.

different diseases, *Biorheology*, Vol. 25, No. 5, pp. 715-7, 1988.
[13] A. R. Haghighi, M. Shahbaziasl, Numerical simulation of unsteady blood flow through an elastic artery with a non-symmetric stenosis, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 10, pp. 26-34, 2014.(in Persian فارسی)
[14] D. Sankar, U. Lee, Mathematical modeling of pulsatile flow non-Newtonian fluid in stenosed arteries, *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, Vol. 14, No. 7,pp. 2971-2981, 2009.
[15] R. Ponalagusamy, S. Priyadharshini, Numerical investigation on two-fluid model (micropolar-Newtonian) for pulsatile flow of blood in a tapered arterial stenosis with radially variable magnetic field and core fluid viscosity, *Computational and Applied Mathematics*, Vol. 5, No. 16, pp. 1-25, 2016.
[16] M. A. El Kot, W. Abbas. Numerical technique of blood flow through catheterized arteries with overlapping stenosis, *Computer Methods in biomechanics and Biomedical Engineering*, Vol. 20, No. 1, pp. 45-58, 2017.
[17] D. F. Young, Effect of a time-dependent stenosis on flow through a tube, *Journal of Engineering for Industry*, Vol. 90, No. 2, pp. 248-54, 1968.
[18] J. R. Reddy, D. Srikanth, S. K. Murthy, Mathematical modeling of time dependent flow of non-Newtonian fluid through unsymmetric stenotic tapered artery: Effects of catheter and slip velocity, *Meccanica*, Vol. 51, No. 1, pp. 55-69, 2016.
[19] S. Mukhopadhyay, G. Layek, Numerical modeling of a stenosed artery using mathematical model of variable shape, *Applications and Applied Mathematics: An International Journal*, Vol. 3, No. 2, pp. 308-328, 2008.
[20] S. Chakravarty, P. K. Mandal, Effect of surface irregularities on unsteady pulsatile flow in a compliant artery, *International Journal of Non-Linear Mechanics*, Vol. 40, No. 10, pp. 1268-1281, 2005.
[21] G. Liu, X. Ali B, L. Liu, Numerrical study of pulsating flow through a tapered artery with stenosis, *Chinese Journal of Physics*, Vol. 42, No. 4, pp. 401-409, 2004.
[22] L. H. Back, T. A. Denton, Some arterial wall shear stress estimates in coronary angioplasty, *Advances in Bioengineering*, Vol. 22, pp. 337–340, 1992.
[23] L. H. Back, Estimated mean flow resistance increase during coronary artery catheterization, *Journal of Biomechanics*, Vol. 27, No. 2, pp. 169–175, 1994.
[24] P. K. Mandal, An unsteady analysis of non-Newtonian blood flow through tapered arteries with a stenosis, *International Journal of Non-Linear Mechanics*, Vol. 40, No. 1, pp. 151-164, 2005.
[25] S. Singh, Numerical modeling of two-layered micropolar fluid through an normal and stenosed artery, *International Journal of Engineering*, Vol. 24, No. 2, pp. 177-187, 2011.
[26] S. Mukhopadhyay, G. C. Layek, Numerical modeling of a stenosed artery using mathematical model of variable shape, *Applications and Applied Mathematics: An International Journal*, Vol. 3, No. 2, pp. 308-328, 2008.