



## تحلیل دینامیک لوله حاوی سیال با حرکت محوری و چرخشی

هادی حیدری<sup>1</sup>، محمدرضا قضاوی<sup>2\*</sup>، اصغر نجفی<sup>3</sup>

1- دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

2- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

3- استادیار، مهندسی مکانیک، دپارتمان تجهیزات دوار مکانیکی، پژوهشگاه نیرو، تهران

\* تهران، صندوق پستی 14115-177، ghazavim@modares.ac.ir

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل  
دریافت: 05 تیر 1395  
پذیرش: 14 مرداد 1395  
ارائه در سایت: 03 مهر 1395

کلید واژگان:

روش گالرکین

سرعت بحرانی

پارامتر کنترلی

نمودار انشعاب

نگاشت پوانکاره

### چکیده

در این تحقیق، تحلیل دینامیکی لوله حاوی سیال دارای حرکت محوری و چرخشی با در نظر گرفتن شرایط مرزی دو سر مفصل انجام شد. لوله به صورت تیر اویلر برنولی در نظر گرفته شد. در این مدل نیروی ژبروسکوپیک و اثر خروج از مرکز در نظر گرفته شدند. معادلات حرکت با استفاده از اصل همپلتون بدست آمدند و دو معادله حرکت برای حرکت‌های عرضی بدست آمد. معادلات حرکت بی‌بعد شده با استفاده از روش گالرکین گسسته‌سازی شدند و با استفاده از روش رانگ کوتای مرتبه 15s حل شدند. پاسخ فرکانسی سیستم بر حسب سرعت دورانی بی‌بعد بدست آمد. نمودارهای انشعاب برای سرعت دورانی بی‌بعد لوله، سرعت بی‌بعد سیال و سرعت بی‌بعد سیال و دینامیکی با استفاده از نگاشت پوانکاره مورد بررسی قرار گرفت. نتایج نشان دادند که با افزایش سرعت محوری بی‌بعد لوله، سرعت بی‌بعد سیال و همچنین سرعت دورانی بی‌بعد، پاسخ سیستم افزایش می‌یابد و پس از عبور از ناحیه بحرانی مقدار پاسخ کاهش می‌یابد. در ناحیه بحرانی سرعت محوری بی‌بعد، سیستم به سمت ناپایداری می‌رود. نگاشت پوانکاره رفتار پریودیک را در برخی از نقاط پارامتر کنترلی در ارتعاشات عرضی تیر نشان می‌دهد. برای صحت‌گذاری نتایج از نمودارهای صفحه فاز سیستم و FFT (تبدیل فوری به سریع) استفاده شد.

## Dynamics analysis of pipe conveying fluid with axial and rotational motion

Hadi Heydari<sup>1</sup>, Mohamad Reza Ghazavi<sup>1\*</sup>, Asghar Najafi<sup>2</sup>

1- Department of Mechanical Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran

2- Mechanical Rotary Equipment Department, Niroo Research Institute, Tehran, Iran

\* P.O.B. 14115-177, Tehran, Iran, ghazavim@modares.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 25 June 2016  
Accepted 04 August 2016  
Available Online 24 September 2016

### Keywords:

Galerkin's Method  
Critical Speed  
Control Parameter  
Bifurcation Diagram  
Poincare Portrait

### ABSTRACT

Dynamics analysis of the rotational axially moving pipe conveying fluid under simply supported condition was investigated in this research. The pipe was assumed as Euler Bernoulli beam. The gyroscopic force and mass eccentricity were considered in the research. Equations of motion were derived using Hamilton's principle, resulting in two partial differential equations for the transverse motions. The non-dimensional equations were discretized via Galerkin's method and were solved using Rung Kutta method (order 15s). The frequency response curve obtained in terms of non-dimensional rotational speed. The bifurcation diagrams obtained in the case that the non-dimensional fluid speed, non-dimensional axial speed and non-dimensional rotational speed respectively varied and the dynamic behavior was numerically investigated based on the Poincare' portrait. Numerical simulations indicated that the system response increases by increasing non-dimensional axial speed of the pipe, non-dimensional fluid speed and non-dimensional rotational speed of the pipe and then decreases after passing critical area. The system is unstable at critical point associated with non-dimensional axial speed. Poincare portrait indicates periodic motion in transverse vibrations of the pipe at some points of control parameters. Phase portrait and FFT (Fast Fourier Transform) diagrams were used for validation of the results.

### 1- مقدمه

قیدهای غیرخطی مطالعه کردند. نتایج نشان دادند که حرکت‌های پریودیک و آشوبناک در رفتار سیستم مشاهده می‌شود [7]. پاندا و همکارانش، لوله حاوی سیال پالسی را در معرض رزونانس پارامتریک اصلی و ترکیبی با در نظر گرفتن رزونانس‌های درونی با استفاده از روش مقیاس‌های چندگانه مطالعه کردند. نتایج، پاسخ‌های پریودیک، شبه پریودیک، آشوبناک را در نقاط مختلف نشان دادند [8]. ونگ، دینامیک غیر خطی لوله حاوی سیال را با بررسی اثر قیدهای حرکتی مورد مطالعه قرار داد. نتایج نشان دادند که

لوله‌های انتقال دهنده سیال در بسیاری از زمینه‌ها کاربرد دارند. از جمله کاربردها در طراحی خطوط لوله نفت، خطوط تخلیه پمپ، اجزای سیستم رآکتور، صنایع شیمیایی و پتروشیمی، لوله‌های حفاری (برای حفاری چاه‌های نفت و گاز) و موارد دیگر هستند. در 40 سال اخیر، دینامیک لوله‌های انتقال سیال به صورت تئوری و آزمایشگاهی مورد مطالعه قرار گرفته‌اند [1-6]. کیو و همکارانش، دینامیک غیرخطی لوله‌های انتقال انحنادار را با در نظر گرفتن

Please cite this article using:

H. Heydari, M. R. Ghazavi, A. Najafi, Dynamics analysis of pipe conveying fluid with axial and rotational motion, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 9, pp. 387-393, 2016 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

$$\delta \Pi = \int_{t_1}^{t_2} \delta(T - U + W_{nc}) dt = 0 \quad (1)$$

در رابطه (1)،  $\delta$  نشان دهنده تغییرات،  $T$  انرژی جنبشی سیستم،  $U$  انرژی کرنشی و  $W_{nc}$  کار انجام شده توسط نیروهای ناپایستار است. انرژی جنبشی کل سیستم به صورت رابطه (2) می‌باشد [18].

$$T = \frac{1}{2} \int_0^l [\rho_p A_p \bar{V}^T \bar{V} + \rho_f A_f \bar{V}^T \bar{V} + \rho_p \omega^T [I_t] \omega] dx \quad (2)$$

در رابطه (2)،  $l$  طول تیر،  $A_p$  سطح مقطع تیر،  $\rho_f$  دانسیته سیال،  $\rho_p$  دانسیته تیر،  $\bar{V}$  بردار سرعت انتقالی سطح مقطع تیر و  $\omega$  و  $[I_t]$  به ترتیب سرعت زاویه‌ای و ممان اینرسی جرمی در واحد طول تیر می‌باشند.  $W$  نشان دهنده جابجایی‌های جانبی به ترتیب در جهت‌های  $y$  و  $z$  می‌باشند.  $\mu_p$  سرعت محوری تیر و  $\mu_f$  سرعت سیال می‌باشد [20,19].  $\theta_x$ ،  $\theta_y$  و  $\theta_z$  به ترتیب چرخش حول محورهای  $x$ ،  $y$  و  $z$  هستند. با قرار دادن روابط پیوست [18] الف-3، الف-4، الف-5 و الف-6 در رابطه (2)، انرژی جنبشی به صورت رابطه (3) به دست می‌آید.

$$T = \frac{1}{2} \int_0^l \rho_p A_p \left( \left[ \frac{\partial v}{\partial t} + \mu_p \frac{\partial v}{\partial x} - e(x) \frac{\partial \theta_x}{\partial t} \sin(\theta_x) \right]^2 + \left[ \frac{\partial w}{\partial t} + \mu_p \frac{\partial w}{\partial x} + e(x) \frac{\partial \theta_x}{\partial t} \cos(\theta_x) \right]^2 \right) + \rho_f A_f \left( \left[ \frac{\partial v}{\partial t} + \mu_f \frac{\partial v}{\partial x} \right]^2 + \left[ \frac{\partial w}{\partial t} + \mu_f \frac{\partial w}{\partial x} \right]^2 \right) + \rho_p I \left( \left( \frac{\partial^2 v}{\partial t \partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial^2 w}{\partial t \partial x} \right)^2 \right) + \rho_p I_o \Omega^2 - 2\rho_p I_o \Omega \frac{\partial^2 v}{\partial t \partial x} \frac{\partial w}{\partial x} \quad (3)$$

با توجه به اینکه خروج از مرکز ثابت در نظر گرفته شده است در نتیجه  $e(x) = e_0$ . همچنین با توجه به فرض متقارن بودن سطح مقطع  $I_y = I_z = I$  و  $I_o = 2I$  که در این رابطه،  $I_o$  ممان اینرسی حول خط مرکزی تیر است. در رابطه (2)،  $A_f$ ،  $A_p$ ،  $\bar{V}$ ،  $\omega$  و  $[I_t]$  در پیوست الف نشان داده شده‌اند. انرژی کرنشی با صرف نظر از ترم‌های غیر خطی به صورت رابطه (4) نوشته می‌شود [18].

$$U = \frac{1}{2} \int_0^l EI \left\{ \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right)^2 + \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 \right\} dx \quad (4)$$

در رابطه (4)،  $E$  نشان دهنده مدول الاستیسیته و  $I$  ممان اینرسی سطح مقطع تیر است. کار مجازی ناشی از میرایی جانبی سیستم به صورت رابطه (5) نوشته می‌شود [21].

$$\delta W_{nc} = \int_0^l (-C_v \delta v) dx + \int_0^l (-C_w \delta w) dx \quad (5)$$

در رابطه (5)،  $C_w$  و  $C_v$  ضرایب میرایی جانبی می‌باشند. با جایگذاری روابط (3) تا (5) در رابطه (1) معادلات حرکت بدست می‌آیند:

$$\begin{aligned} & (\rho_p A_p + \rho_f A_f) \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + C_v \frac{\partial v}{\partial t} + (\rho_p A_p \mu_p^2 + \rho_f A_f \mu_f^2) \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \\ & + (2\rho_p A_p \mu_p + 2\rho_f A_f \mu_f) \frac{\partial^2 v}{\partial t \partial x} \\ & + \rho_p A_p \frac{\partial \mu_p}{\partial t} \frac{\partial v}{\partial x} + \rho_f A_f \frac{\partial \mu_f}{\partial t} \frac{\partial v}{\partial x} \\ & + \rho_p I_o \Omega \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial t} - \rho_p I \frac{\partial^4 v}{\partial x^2 \partial t^2} + EI \frac{\partial^4 v}{\partial x^4} \\ & - \rho_p A_p e \Omega^2 \cos(\Omega t) = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

رفتارهای شبه‌پریودیک و آشوبناک در سیستم مشاهده شد [9]. قایش و همکارانش، لوله‌های انتقال سیال یک سر گیردار با کشش را بررسی کردند. در این مطالعه، هر دو جابجایی‌های طولی و عرضی در نظر گرفته شد. آنها با افزایش دادن جریان، نواحی پایدار و ناپایدار را نشان دادند [10]. ژنگ و همکارانش، رزونانس‌های داخلی و خارجی لوله‌های ویسکوالاستیک انتقال سیال را در سرعت‌های بالای سرعت بحرانی مورد بررسی قرار دادند. آنها برای حل از روش مقیاس‌های زمانی چندگانه استفاده کردند [11]. چن و همکارانش، با استفاده از روش مقیاس‌های چندگانه پدیده جهش دوگانه را در لوله‌های انتقال سیال در سرعت‌های فوق بحرانی مورد بررسی قرار دادند و منحنی‌های فرکانس-دامنه را در سرعت‌های مختلف به دست آوردند [12]. چنگ و همکارانش، لوله‌های انتقال سیال با شرایط مرزی یک سر گیردار-یک سر آزاد را بررسی کردند. در این مدل جرم به انتهای لوله اضافه شده بود. نتایج، نوسان‌های شبه پریودیک و آشوبناک را در سرعت‌های زیاد جریان نشان دادند. همچنین برای دامنه‌های تحریک مختلف، رفتارهای دینامیکی بررسی شدند [13]. قضاوی و همکارانش، رفتار دینامیکی مدل المان محدود غیر خطی رشته حفاری را مورد بررسی قرار دادند. رشته حفاری به صورت تیر تیموشینکو در نظر گرفته شد و فرکانس‌های طبیعی تیر بدست آمدند [14]. عزیزاده و همکارانش با استفاده از روش اجزای محدود ارتعاشات آزاد و پایداری لوله‌های حامل سیال را مورد مطالعه قرار دادند. برای اندرکنش سیال-سازه، از مدل تیر اویلر-برنولی برای آنالیز سازه‌ی لوله استفاده شد و مسئله مقدار ویژه مربوط به آن حل شد [15]. حیدری و همکارانش، انشعاب و آشوب تیر چرخشی با حرکت محوری تحت شرایط مرزی دو سر مفصل را بررسی کردند. نتایج نشان دادند که رفتار شبه پریودیک در ارتعاشات عرضی تیر مشاهده می‌شود [16]. حیدری و همکارانش، رفتار دینامیکی رشته دارای حرکت محوری و چرخشی را بررسی کردند در این مطالعه نمودارهای انشعاب سرعت محوری میانگین، سرعت محوری نوسانی و خروج از مرکز جرم بدست آمدند [17]. در مطالعه‌های قبلی، چرخش لوله و خروج از مرکز جرمی برای بدست آوردن سرعت‌های بحرانی در نظر گرفته نشده است. در این مطالعه سعی بر این است که دینامیک لوله انتقال سیال دارای حرکت محوری با در نظر گرفتن اثر ژبروسکوپ، چرخش تیر و خروج از مرکز جرمی بررسی شود. نمودارهای انشعاب با در نظر گرفتن سرعت دورانی لوله، سرعت محوری لوله و سرعت سیال به عنوان پارامتر کنترلی ترسیم می‌شود و برای مشخص کردن رفتار دینامیکی سیستم از نگاشت‌های پوانکاره استفاده شده است. پاسخ‌های زمانی، صفحه فاز و  $FFT^1$  (تبدیل فوریه سریع) سیستم برای صحنه‌گذاری نتایج استفاده می‌شوند.

## 2- معادلات حرکت

تیر یکنواختی با طول  $l$  در نظر گرفته می‌شود که دارای سرعت محوری  $\mu_p$  است. سیال داخل تیر با سرعت  $\mu_f$  در حال حرکت است. تیر در دو انتها دارای شرایط مرزی دو سر مفصل است. تیر به صورت تیر اویلر برنولی فرض می‌شود و ارتعاشات محوری و پیچشی در این مطالعه در نظر گرفته نمی‌شوند. در شکل 1 لوله دو سر مفصل و در شکل 2 مقطع برش خورده فرضی از شکل 1 نشان داده شده است. در این شکل  $D_o$  قطر خارجی تیر و  $D_i$  قطر داخلی می‌باشد.  $e_0$  نشان دهنده خروج از مرکز جرم و  $\Omega$  سرعت دورانی تیر می‌باشد. از اصل همپلتون برای استخراج معادلات حرکت استفاده شده است که به صورت رابطه (1) بیان می‌شود [18].

<sup>1</sup> Fast Fourier Transform

$$v(0, t) = v(l, t) = 0, \frac{\partial^2 v(0, t)}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 v(l, t)}{\partial x^2} = 0$$

$$w(0, t) = w(l, t) = 0, \frac{\partial^2 w(0, t)}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 w(l, t)}{\partial x^2} = 0 \quad (8)$$

با معرفی پارامترهای بی بعد در رابطه (9)، معادله‌های (6) و (7) به ترتیب به صورت معادله‌های (10) و (11) نوشته می‌شوند.

$$\bar{t} = \sqrt{\frac{(\rho_p A_p + \rho_f A_f) l^4}{EI}}, \quad \tau = \frac{t}{\bar{t}}, \quad \eta = \frac{v}{l}, \quad \zeta$$

$$= \frac{w}{l}, \quad \bar{\Omega} = \Omega \bar{t}, \quad \hat{C}_w$$

$$= \frac{C_w l^2}{\sqrt{EI(\rho_p A_p + \rho_f A_f)}}, \quad \hat{\mu}_p = \mu_p \sqrt{\frac{(\rho_p A_p + \rho_f A_f) l^2}{EI}}$$

$$\hat{\mu}_f = \mu_f \sqrt{\frac{(\rho_p A_p + \rho_f A_f) l^2}{EI}}, \quad a_1 = (\rho_p A_p + \rho_f A_f), \quad a_2$$

$$= \frac{\rho_p A_p}{(\rho_p A_p + \rho_f A_f)}, \quad a_3 = \frac{\rho_f A_f}{(\rho_p A_p + \rho_f A_f)} \quad (9)$$

در رابطه (9)،  $\tau$  زمان بی‌بعد و  $\xi$  مختصات بی‌بعد شده در راستای محور  $x$  می‌باشد.

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial \tau^2} + \hat{C}_v \frac{\partial \eta}{\partial \tau} + (a_2 \hat{\mu}_p^2 + a_3 \hat{\mu}_f^2) \frac{\partial^2 \eta}{\partial \xi^2} + (2a_2 \hat{\mu}_p$$

$$+ 2a_3 \hat{\mu}_f) \frac{\partial^2 \eta}{\partial \tau \partial \xi} + a_2 \frac{\partial \hat{\mu}_p \partial \eta}{\partial \tau \partial \xi}$$

$$+ a_3 \frac{\partial \hat{\mu}_f \partial \eta}{\partial \tau \partial \xi} + \frac{\rho_p l_0 \bar{\Omega}}{l^2 a_1} \frac{\partial^3 \zeta}{\partial \xi^2 \partial \tau}$$

$$- \frac{\rho_p l}{l^2 a_1} \frac{\partial^4 \eta}{\partial \xi^2 \partial \tau^2} + \frac{\partial^4 \eta}{\partial \xi^4}$$

$$- \frac{\rho_p A_p e_0 \bar{\Omega}^2}{l a_1} \cos(\bar{\Omega} \tau) = 0 \quad (10)$$

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial \tau^2} + \hat{C}_v \frac{\partial \zeta}{\partial \tau} + (a_2 \hat{\mu}_p^2 + a_3 \hat{\mu}_f^2) \frac{\partial^2 \zeta}{\partial \xi^2} + (2a_2 \hat{\mu}_p$$

$$+ 2a_3 \hat{\mu}_f) \frac{\partial^2 \zeta}{\partial \tau \partial \xi} + a_2 \frac{\partial \hat{\mu}_p \partial \zeta}{\partial \tau \partial \xi}$$

$$+ a_3 \frac{\partial \hat{\mu}_f \partial \zeta}{\partial \tau \partial \xi} + \frac{\rho_p l_0 \bar{\Omega}}{l^2 a_1} \frac{\partial^3 \eta}{\partial \xi^2 \partial \tau}$$

$$- \frac{\rho_p l}{l^2 a_1} \frac{\partial^4 \zeta}{\partial \xi^2 \partial \tau^2} + \frac{\partial^4 \zeta}{\partial \xi^4}$$

$$- \frac{\rho_p A_p e_0 \bar{\Omega}^2}{l a_1} \sin(\bar{\Omega} \tau) = 0 \quad (11)$$

برای گسسته‌سازی معادلات بی بعد شده از روش گالرکین استفاده شده است. در روابط (12) و (13)،  $\psi_r(\xi)$  نشان دهنده تابع شکل بی بعد شده تیر دو سر مفصل و  $h_r(\tau)$  و  $q_r(\tau)$  مختصه‌های عمومی حرکت می‌باشند.

$$\eta_r(\xi, \tau) = \sum_{r=1}^N \psi_r(\xi) q_r(\tau) \quad (12)$$

$$\zeta_r(\xi, \tau) = \sum_{r=1}^N \psi_r(\xi) h_r(\tau) \quad (13)$$

با جایگذاری روابط (12) و (13) به ترتیب در معادله‌های (10) و (11) و ضرب کردن معادلات در  $\psi_r(\xi)$  و با در نظر گرفتن مود اصلی سیستم و انتگرال گیری از 0 تا 1، معادلات به صورت روابط (14) و (15) تبدیل می‌شوند.

$$\hat{q}_1 \int_0^1 \psi_1^2 d\xi + \hat{q}_1 \hat{C}_v \int_0^1 \psi_1^2 d\xi + (a_2 \hat{\mu}_p^2 + a_3 \hat{\mu}_f^2) \hat{q}_1 \int_0^1 \psi_1 \hat{\psi}_1 d\xi$$

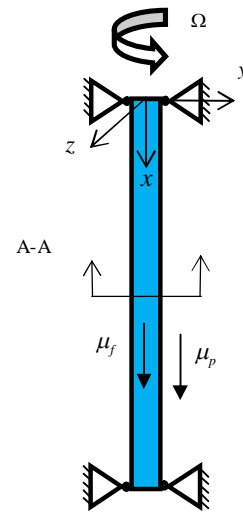


Fig. 1 The pipe conveying fluid with axial and rotational motion  
شکل 1 لوله حاوی سیال دارای حرکت محوری و چرخشی

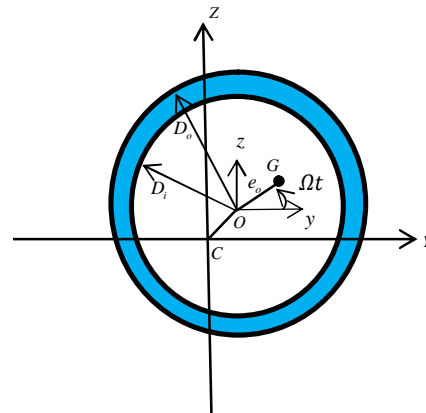


Fig. 2 Cross section of the pipe conveying fluid with axial and rotational motion  
شکل 2 سطح مقطع لوله حاوی سیال دارای حرکت محوری و چرخشی

$$(\rho_p A_p + \rho_f A_f) \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + C_w \frac{\partial w}{\partial t} + (\rho_p A_p \mu_p^2$$

$$+ \rho_f A_f \mu_f^2) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + (2\rho_p A_p \mu_p$$

$$+ 2\rho_f A_f \mu_f) \frac{\partial^2 w}{\partial t \partial x}$$

$$+ \rho_p A_p \frac{\partial \mu_p}{\partial t} \frac{\partial w}{\partial x} + \rho_f A_f \frac{\partial \mu_f}{\partial t} \frac{\partial w}{\partial x}$$

$$- \rho_p l_0 \Omega \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial t} - \rho_p l \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial t^2}$$

$$+ EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - \rho_p A_p e_0 \Omega^2 \sin(\Omega t)$$

$$= 0 \quad (7)$$

معادله‌های (6) و (7)، معادله‌های حرکت تیر در ارتعاش جانبی به ترتیب در جهت‌های  $y$  و  $z$  می‌باشند. در روابط (6) و (7)، ترم اول اینرسی ناشی از تیر و سیال، ترم دوم اثر میرایی، ترم سوم ممان تیر و سیال، ترم چهارم سرعت چرخشی تیر و سیال، ترم پنجم اثر سرعت تیر، ترم ششم اثر سرعت سیال، ترم هفتم اثر زیرسکوپی، ترم هشتم اثر اینرسی دورانی، ترم نهم تغییر شکل و ترم دهم نشان دهنده نیروی گریز از مرکز هستند. شرایط مرزی برای تیر دو سر مفصل در رابطه (8) نشان داده شده است [18].

نگاشت‌های پوانکاره به صورت یک نقطه نشان داده خواهد شد. در شکل 5 نمودار انشعاب بر حسب سرعت بی‌بعد سیال نشان داده شده است. در این نمودار بیشترین مقدار پاسخ در محدوده [3-4] می‌باشد. در این نمودار، نقطه بحرانی سرعت بی‌بعد سیال 3.4 می‌باشد. پس از عبور از نقطه بحرانی، مقدار پاسخ کمتر می‌شود. در شکل 6 نمودار انشعاب بر حسب سرعت بی‌بعد تیر نشان داده شده است. با توجه به این نمودار، سرعت بحرانی بی‌بعد تیر در محدوده [0.5-0.6] و مقدار سرعت بحرانی 0.58 است. نمودار پاسخ زمانی برای مقدار سرعت بحرانی بی‌بعد  $\hat{\mu}_p = 0.58$  در شکل 7 و نمودار صفحه فاز مربوط به آن در شکل 8 نشان داده شده است. نتایج این دو نمودار نشان می‌دهند که با افزایش زمان بی‌بعد، پاسخ واگرا شده و به سمت ناپایداری می‌رود.

برای تعیین رفتار دینامیکی سیستم نگاشت پوانکاره برای حالت  $\hat{\Omega} = 9.5$  و  $\hat{\mu}_p = 1$  بدست آمده است که در شکل 9 نشان داده شده است.

جدول 1 پارامترهای فیزیکی و مکانیکی سیستم

Table 1 physical and mechanical parameters of the system	
$E = 210 \text{ GPa}$	$\rho_p = 7850 \text{ kgm}^{-3}$
$D_o = 0.22 \text{ m}$	$\rho_f = 1200 \text{ kgm}^{-3}$
$D_i = 0.08 \text{ m}$	$\mu_p = 0.1 \text{ ms}^{-1}$
$l = 20 \text{ m}$	$\mu_f = 1.5 \text{ ms}^{-1}$
$e_o = 0.005 \text{ m}$	$g = 9.81 \text{ ms}^{-2}$

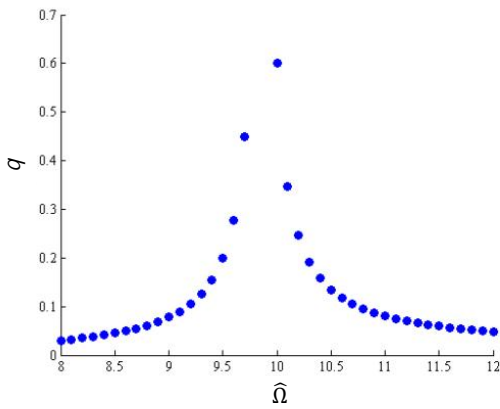


Fig. 3 Frequency response of the system versus non-dimensional rotational speed

شکل 3 پاسخ فرکانسی سیستم بر حسب سرعت دورانی بی‌بعد

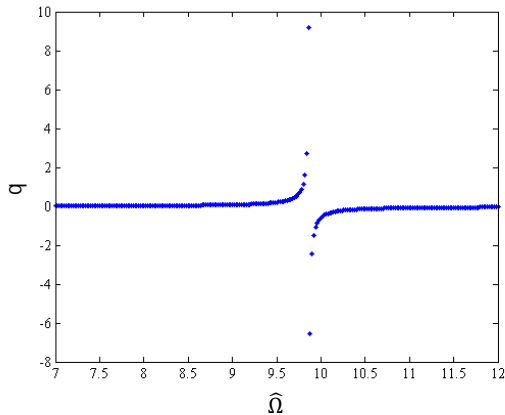


Fig. 4 Bifurcation diagram versus non-dimensional rotational speed

شکل 4 نمودار انشعاب بر حسب سرعت دورانی بی بعد

$$\begin{aligned}
 & + (2a_2\hat{\mu}_p + 2a_3\hat{\mu}_f)q_1 \int_0^1 \psi_1 \dot{\psi}_1 d\xi \\
 & + (a_2 \frac{\partial \hat{\mu}_p}{\partial \tau} + a_3 \frac{\partial \hat{\mu}_f}{\partial \tau})q_1 \int_0^1 \psi_1 \dot{\psi}_1 d\xi \\
 & + \frac{\rho_p l_o \hat{\Omega}}{l^2 a_1} \dot{h}_1 \int_0^1 \psi_1 \dot{\psi}_1 d\xi \\
 & - \frac{\rho_p l}{l^2 a_1} \ddot{q}_1 \int_0^1 \psi_1 \dot{\psi}_1 d\xi \\
 & + q_1 \int_0^1 \psi_1 \psi_1^{(4)} d\xi \\
 & - \frac{\rho_p A_p e_o \hat{\Omega}^2}{l a_1} \cos(\hat{\Omega} \tau) \int_0^1 \psi_1 d\xi \\
 & = 0
 \end{aligned} \tag{14}$$

$$\begin{aligned}
 & \ddot{h}_1 \int_0^1 \psi_1^2 d\xi + \dot{h}_1 \hat{C}_w \int_0^1 \psi_1^2 d\xi \\
 & + (a_2 \hat{\mu}_p^2 + a_3 \hat{\mu}_f^2) h_1 \int_0^1 \psi_1 \dot{\psi}_1 d\xi \\
 & + (2a_2 \hat{\mu}_p + 2a_3 \hat{\mu}_f) \dot{h}_1 \int_0^1 \psi_1 \dot{\psi}_1 d\xi \\
 & + (a_2 \frac{\partial \hat{\mu}_p}{\partial \tau} + a_3 \frac{\partial \hat{\mu}_f}{\partial \tau}) h_1 \int_0^1 \psi_1 \dot{\psi}_1 d\xi \\
 & + \frac{\rho_p l_o \hat{\Omega}}{l^2 a_1} \dot{q}_1 \int_0^1 \psi_1 \dot{\psi}_1 d\xi \\
 & - \frac{\rho_p l}{l^2 a_1} \ddot{h}_1 \int_0^1 \psi_1 \dot{\psi}_1 d\xi \\
 & + h_1 \int_0^1 \psi_1 \psi_1^{(4)} d\xi \\
 & - \frac{\rho_p A_p e_o \hat{\Omega}^2}{l a_1} \sin(\hat{\Omega} \tau) \int_0^1 \psi_1 d\xi = 0
 \end{aligned} \tag{15}$$

### 3- منحنی پاسخ فرکانسی و دیاگرام‌های انشعاب و نگاشت‌های پوانکاره

در این بخش، رفتار دینامیکی سیستم با استفاده از نمودار انشعاب و نگاشت‌های پوانکاره مورد بررسی قرار گرفته‌اند. برای حل معادلات از روش رانگ کوتای مرتبه 15s استفاده شده است. برای شبیه‌سازی نتایج، مقادیر نشان داده شده در جدول 1 به کار گرفته شده‌اند که پارامترهای عملکرد رشته حفاری می‌باشند [22-25]. نمودار انشعاب با متغیر در نظر گرفتن سرعت بی‌بعد تیر، سرعت بی‌بعد سیال و سرعت دورانی بی‌بعد به عنوان پارامتر کنترلی و ثابت در نظر گرفتن پارامترهای دیگر بدست آمده‌اند. برای رسم نمودار انشعاب از 5000 نقطه مقطع پوانکاره استفاده شده است تا سیستم از ناحیه گذرای خود عبور کرده باشد. در شکل 3، پاسخ فرکانسی سیستم بر حسب سرعت دورانی نشان داده شده است. با افزایش پارامتر کنترلی از  $\hat{\Omega} = 8$  مقدار پاسخ تا  $\hat{\Omega} = 10$  بیشتر می‌شود. در این نقطه یک پرش مشاهده می‌شود و پس از آن پاسخ سیستم کمتر می‌شود. بیشترین مقدار پاسخ در محدوده [9.7-10] می‌باشد. همچنین منحنی پاسخ فرکانسی رفتاری نزدیک به سخت‌شوندگی دارد. در نمودار شکل‌های 3 تا 13،  $q$  نشان دهنده مختصه عمومی حرکت در جهت  $v$  است. در شکل 4، نمودار انشعاب پاسخ سیستم بر حسب سرعت دورانی بی بعد به عنوان پارامتر کنترلی نشان داده شده است. با توجه به نمودار پاسخ سیستم در ناحیه [9.7-10] بیشترین مقدار را دارد. نقطه بحرانی در این محدوده 9.86 است. با افزایش پارامتر کنترلی، در هر نقطه یک نقطه برای پاسخ سیستم نشان داده می‌شود و نشان‌دهنده این است که حرکت یک تناوبی است که این یک تناوبی بودن در

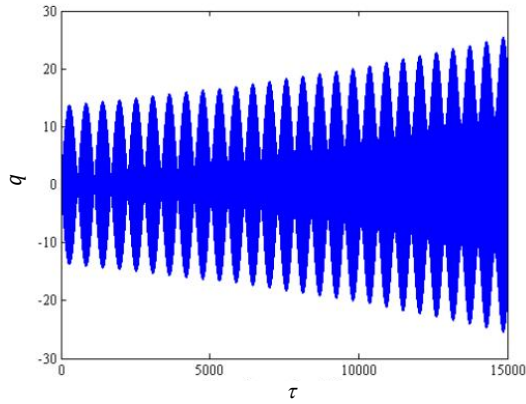


Fig. 7 Time response for non-dimensional axial speed-  $\hat{\mu}_p = 0.58$   
 شکل 7 پاسخ زمانی برای سرعت محوری بی بعد  $\hat{\mu}_p = 0.58$

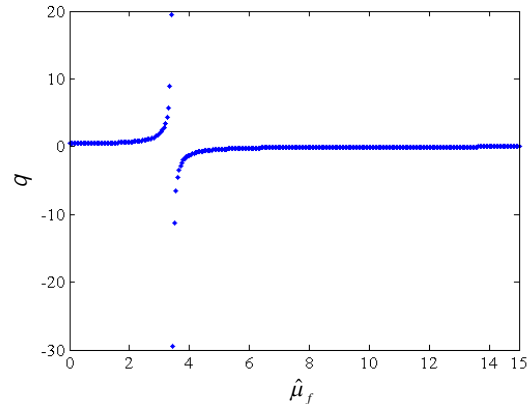


Fig. 5 Bifurcation diagram versus non-dimensional fluid speed-  $\hat{\Omega} = 9.7$

شکل 5 نمودار انشعاب بر حسب سرعت بی بعد سیال-  $\hat{\Omega} = 9.7$

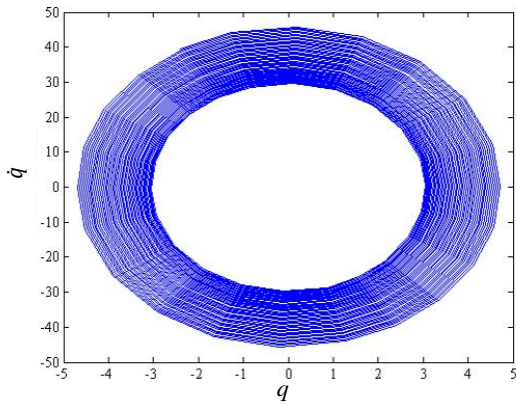


Fig. 8 Phase portrait of the system for non-dimensional axial speed-  $\hat{\mu}_p = 0.58$   
 شکل 8 صفحه فاز سیستم برای سرعت محوری بی بعد  $\hat{\mu}_p = 0.58$

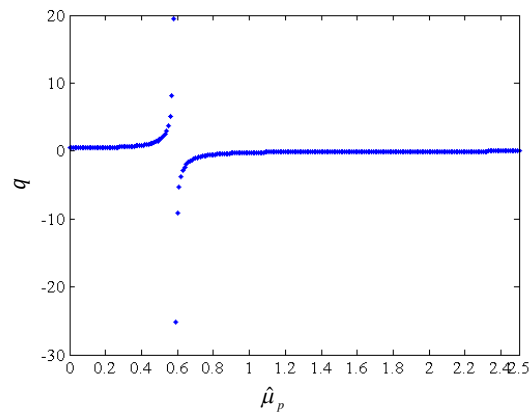


Fig. 6 Bifurcation diagram versus non-dimensional axial speed of the pipe-  $\hat{\Omega} = 9.7$

شکل 6 نمودار انشعاب بر حسب سرعت محوری بی بعد لوله-  $\hat{\Omega} = 9.7$

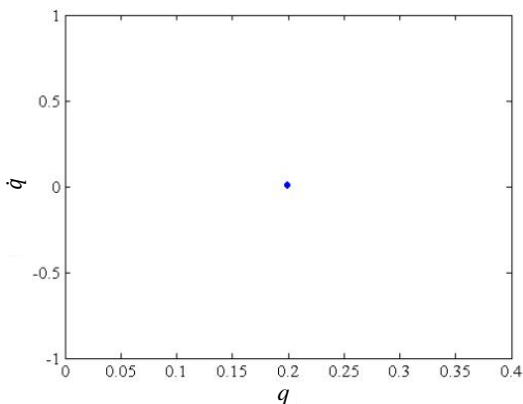


Fig. 9 Poincaré' portrait in direction  $\eta: \hat{\Omega} = 9.5$  (period-1 motion)  
 شکل 9 نگاشت پوانکاره در جهت  $\eta: \hat{\Omega} = 9.5$  (حرکت یک پرویدیک)

آمد. معادلات حرکت بی بعد شده با استفاده از روش گالرکین گسسته سازی شدند. معادلات با استفاده از روش رانگ کوتای مرتبه 15s حل شدند. نمودار انشعاب برای سرعت بی بعد سیال، سرعت بی بعد لوله و سرعت دورانی بی بعد

وجود یک نقطه در نگاشت پوانکاره، نشان دهنده یک تناوبی بودن سیستم است. برای صحنه گذاری این نتایج، پاسخ زمانی سیستم، حالت پایدار پاسخ زمانی سیستم، نمودار صفحه فاز و نمودار FFT به ترتیب در شکل های 10، 11، 12 و 13 نشان داده شده اند. در شکل 10، پاسخ زمانی سیستم پس از عبور از حالت گذرا به حالت پایدار می رسد که در شکل 11 حالت پایدار این نمودار نشان داده شده است که نشان دهنده یک تناوبی بودن سیستم در این حالت از پارمترها است. شکل 12 یک منحنی بسته را در صفحه فاز سیستم نشان می دهد که نشان دهنده یک تناوبی بودن سیستم است. پرویدیک بودن حرکت سیستم با استفاده از نمودار FFT نیز صحنه گذاری شده که در شکل 13 با یک پیک نشان داده شده است.

#### 4-نتیجه گیری

در این تحقیق، تحلیل دینامیکی لوله حاوی سیال دارای حرکت محوری و چرخشی با در نظر گرفتن شرایط مرزی دو سر مفصل انجام شد. لوله به صورت تیر اویلر برنولی در نظر گرفته شد. در این مدل نیروی ژيروسکوپیک و اثر خروج از مرکز در نظر گرفته شدند. معادلات حرکت با استفاده از اصل همپلتون بدست آمدند و دو معادله حرکت برای حرکت های عرضی بدست

گرفت. برای صحت‌گذاری نتایج از نمودار پاسخ زمانی، نمودار صفحه فاز و نمودار FFT استفاده شد. نتایج نشان دادند که با افزایش سرعت محوری بی‌بعد لوله، سرعت بی‌بعد سیال و همچنین سرعت دورانی بی‌بعد، پاسخ سیستم افزایش می‌یابد و پس از عبور از ناحیه بحرانی مقدار پاسخ کاهش می‌یابد. در ناحیه بحرانی سرعت بی‌بعد لوله، پاسخ به سمت ناپایداری می‌رود. نگاشت پوانکاره رفتار پریودیک را در برخی از نقاط پارامتر کنترلی در ارتعاشات عرضی تیر نشان می‌دهد.

5- پیوست‌ها

$$A_p = \frac{\pi}{4} (D_o^2 - D_i^2) \tag{1-الف}$$

$$A_f = \frac{\pi}{4} D_i^2 \tag{2-الف}$$

$$\bar{V} = \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial v}{\partial t} + \mu_p \frac{\partial v}{\partial x} - e(x) \frac{\partial \theta_x}{\partial t} \sin(\theta_x) \\ \frac{\partial w}{\partial t} + \mu_p \frac{\partial w}{\partial x} + e(x) \frac{\partial \theta_x}{\partial t} \cos(\theta_x) \end{array} \right\} \tag{3-الف}$$

$$\bar{V} = \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial v}{\partial t} + \mu_f \frac{\partial v}{\partial x} \\ \frac{\partial w}{\partial t} + \mu_f \frac{\partial w}{\partial x} \end{array} \right\} \tag{4-الف}$$

$$\omega = \left\{ \begin{array}{l} \dot{\theta}_x + \dot{\theta}_z \sin(\theta_y) \\ \dot{\theta}_y \cos(\theta_x) - \dot{\theta}_z \sin(\theta_x) \cos(\theta_y) \\ \dot{\theta}_y \sin(\theta_x) + \dot{\theta}_z \cos(\theta_x) \cos(\theta_y) \end{array} \right\} \tag{5-الف}$$

$$[I_t] = \begin{bmatrix} I_o & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix} \tag{6-الف}$$

6- مراجع

- [1] G. Li, M. Paidoussis, Stability, double degeneracy and chaos in cantilevered pipes conveying fluid, *International Journal of Non-linear Mechanics*, Vol. 29, No. 1, pp. 83-107, 1994.
- [2] N. S. Namchchivaya, Non-linear dynamics of supported pipe conveying pulsating fluid, Subharmonic resonance, *International Journal of Non-Linear Mechanics*, Vol. 24, No. 3, pp. 185-196, 1989.
- [3] M. Paidoussis, G. Li, F. Moon, Chaotic oscillations of the autonomous system of a constrained pipe conveying fluid, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 135, No. 1, pp. 1-19, 1989.
- [4] H. Oz, Non-linear vibrations and stability analysis of tensioned pipes conveying fluid with variable velocity, *International Journal of Non-Linear Mechanics*, Vol. 36, No. 7, pp. 1031-1039, 2001.
- [5] J. Jin, G. Zou, Bifurcations and chaotic motions in the autonomous system of a restrained pipe conveying fluid, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 260, No. 5, pp. 783-805, 2003.
- [6] R. McDonald, N. S. Namachchivaya, Pipes conveying pulsating fluid near a 0:1 resonance: local bifurcations, *Journal of Fluids and Structures*, Vol. 21, No. 5, pp. 629-664, 2005.
- [7] N. Qiao, W. Lin, Q. Qin, Bifurcations and chaotic motions of a curved pipe conveying fluid with nonlinear constraints, *Computers & Structures*, Vol. 84, No. 10, pp. 708-717, 2006.
- [8] L. Panda, R. Kar, Nonlinear dynamics of a pipe conveying pulsating fluid with combination, principal parametric and internal resonances, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 309, No. 3, pp. 375-406, 2008.
- [9] L. Wang, A further study on the non-linear dynamics of simply supported pipes conveying pulsating fluid, *International Journal of Non-Linear Mechanics*, Vol. 44, No. 1, pp. 115-121, 2009.
- [10] M. H. Ghayesh, M. P. Paidoussis, M. Amabili, Nonlinear dynamics of cantilevered extensible pipes conveying fluid, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 332, No. 24, pp. 6405-6418, 2013.
- [11] Y. L. Zhang, L. Q. Chen, External and internal resonances of the pipe conveying fluid in the supercritical regime, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 332, No. 9, pp. 2318-2337, 2013.
- [12] L. Q. Chen, Y. L. Zhang, G. C. Zhang, H. Ding, Evolution of the double jumping in pipes conveying fluid flowing at the supercritical regime, *International Journal of Non-Linear Mechanics*, Vol. 58, No. 1, pp. 11-21, 2014.
- [13] G. H. Chang, Y. Modarres Sadeghi, Flow induced oscillations of a cantilevered pipe conveying fluid with base excitation, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 333, No. 18, pp. 4265-4280, 2014.
- [14] M. R. Ghazavi, M. Mohamadzadeh, A. Alibeiglou, Dynamical analysis of nonlinear finite element model for drill string, *Modares Mechanical*

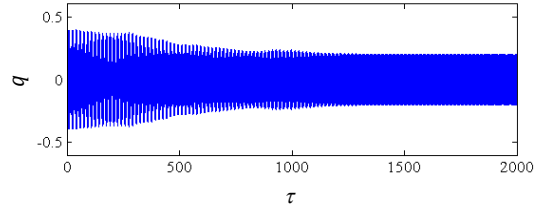


Fig. 10 Time response of the generalized coordinate -  $\bar{\Omega} = 9.5$   
 شکل 10 پاسخ زمانی مختصه عمومی حرکت -  $\bar{\Omega} = 9.5$

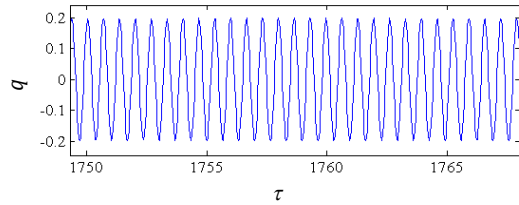


Fig. 11 Steady state response for time response of the generalized coordinate -  $\bar{\Omega} = 9.5$   
 شکل 11 پاسخ حالت پایدار پاسخ زمانی مختصه عمومی حرکت -  $\bar{\Omega} = 9.5$

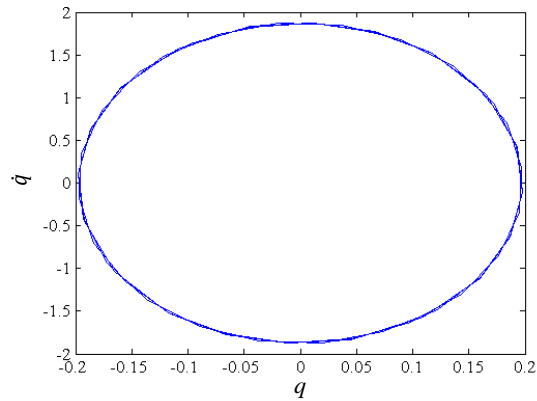


Fig. 12 Phase portrait of the system for the generalized coordinate -  $\bar{\Omega} = 9.5$   
 شکل 12 صفحه فاز سیستم برای مختصه عمومی حرکت -  $\bar{\Omega} = 9.5$

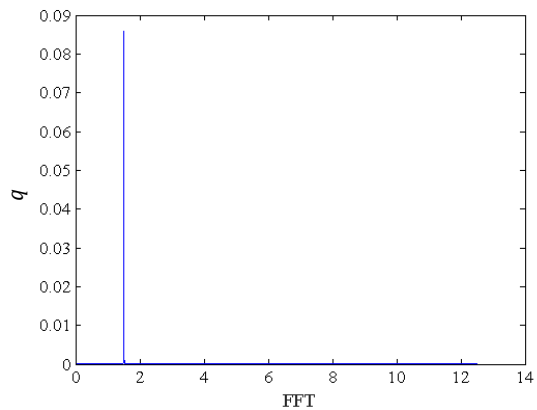


Fig. 13 FFT for the generalized coordinate q -  $\bar{\Omega} = 9.5$   
 شکل 13 FFT برای مختصه عمومی حرکت q -  $\bar{\Omega} = 9.5$

بدست آمده و رفتار دینامیکی با استفاده از نگاشت پوانکاره مورد بررسی قرار

- variable velocity, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 239, No. 3, pp. 556-564, 2001.
- [20] K. Marynowski, T. Kapitaniak, Zener internal damping in modelling of axially moving viscoelastic beam with time dependent tension, *International Journal of Non-Linear Mechanics*, Vol. 42, No. 1, pp. 118-131, 2007.
- [21] G. A. Lesieutre, Frequency-independent modal damping for flexural structures via a viscous geometric damping model, *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 33, No. 6, pp. 1931-1935, 2010.
- [22] M. W. Dykstra, *Nonlinear drill string dynamics*, PhD Thesis, University of Tulsa, Tulsa, 1996.
- [23] G. H. Van Der Heijden, Bifurcation and chaos in drillstring dynamics, *Chaos, Solitons & Fractals*, Vol. 3, No. 2, pp. 219-247, 1993.
- [24] R. J. Shyu, Bending vibration of rotating drill strings, PhD Thesis, Massachusetts Institute of Technology, 1989.
- [25] S. Sahebkar, M. Ghazavi, S. Khadem, M. Ghayesh, Nonlinear vibration analysis of an axially moving drillstring system with time dependent axial load and axial velocity in inclined well, *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 46, No. 5, pp. 743-760, 2011.
- Engineering*, Vol. 14, No. 13, pp. 119-130, 2014. (in Persian فارسی)
- [15] A. A. Alizadeh, H. Mirdamadi, Free vibration and divergence instability of pipes conveying fluid by undeterministic structural parameters, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 4, pp. 247-254, 2015. (in Persian فارسی)
- [16] H. Heydari, M. R. Ghazavi, A. Najafi, S. Rahmanian, Bifurcation and chaos of the Rotational Slender Axially Moving String with Simply Supported Conditions, *Proceedings of The 5th International Conference on Acoustics and Vibration*, Tehran, Iran, November 25-26, 2015. (in Persian فارسی)
- [17] H. Heydari, M. R. Ghazavi, A. Najafi, S. Rahmanian, Nonlinear dynamics of the rotational slender axially moving string with simply supported conditions, *International Journal of Engineering*, Vol. 29, No. 6, pp. 834-842, 2016.
- [18] L. Meirovitch, *Analytical methods in vibration*, Second Edition, pp. 321-328, New York: Macmillan, 1967.
- [19] H. Oz, On the vibrations of an axially travelling beam on fixed supports with