



تحلیل عددی انتقال حرارت از یک استوانه داغ با قطرهای مختلف به یک محفظه بسته مربعی سرد

حجت خزیمه نژاد^۱، سید علی میربزرگی^{۲*}

۱- دانش آموخته کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه بیرجند، بیرجند
۲- استادیار مهندسی مکانیک، دانشگاه بیرجند، بیرجند
* بیرجند، صندوق پستی ۹۷۱۷۵/۳۷۶، samirbozorgi@birjand.ac.ir

چکیده- در مقاله حاضر با اجرای یک شبیه‌سازی دو بعدی، انتقال حرارت از یک استوانه داغ به یک محفظه بسته مربعی سرد به طور پارامتری مطالعه و اثر تغییر قطر استوانه بر نرخ این انتقال حرارت بررسی شده است. معادلات دوبعدی حاکم با استفاده از روش حجم محدود و حلگری با الگوریتم ماتریس سه قطری برای قطرهای مختلف استوانه درون یک محفظه بسته مربعی با طول مشخصه ثابت در دو عدد رایلی 10^4 و 10^5 حل شده است. نتایج نشان دادند که الگوهای خطوط جریان، دما و مقادیر عدد ناسلت به عدد رایلی و نیز نسبت قطر استوانه به طول مشخصه محفظه ($2R/H$) وابسته هستند. در این حالت مراکز گردابه‌های ایجاد شده در اطراف استوانه در نیمه پایین محفظه در نسبت $2R/H=0.4$ برای رایلی 10^4 و در نسبت $2R/H=0.5$ برای رایلی 10^5 ظاهر شده‌اند. همچنین مشاهده شد با افزایش عدد رایلی و نسبت $2R/H$ ، نرخ انتقال حرارت از محفظه نیز افزایش می‌یابد. به عنوان مثال، در نسبت $2R/H=0.5$ با افزایش عدد رایلی از 10^4 به 10^5 ناسلت متوسط حدود ۳۰ درصد میزان اولیه و در رایلی 10^5 با تغییر نسبت $2R/H$ از ۰/۲ به ۰/۵ ناسلت متوسط حدود ۳۵ درصد میزان اولیه افزایش می‌یابد. **کلیدواژگان:** انتقال حرارت همرفت طبیعی، محفظه بسته مربعی، استوانه، روش عددی حجم محدود، گردابه.

Numerical analysis of heat transfer from a hot cylinder with different diameters to a cold square enclosure

H. Khozaymehnezhad¹, S. A. Mirbozorgi^{2*}

1- MSc of Mech. Eng., Birjand Univ., Birjand, Iran
2- Assist. Prof. of Mech. Eng., Birjand Univ., Birjand, Iran
* P.O.B. 97175/376 Birjand, Iran. samirbozorgi@birjand.ac.ir

Abstract- In the present paper, by performing a two-dimensional simulation, the heat transfer from a hot cylinder to a cold square enclosure has been studied parametrically and the consequent effect of changing in cylinder diameter has been investigated. The 2-D governing equations have been solved using the finite volume method and TDMA for different diameters of cylinder inside a square enclosure with a constant characteristic length for two different Rayleigh numbers of 10^4 and 10^5 . Results showed that the patterns of streamlines, isotherms and the Nusselt number values depend strongly on the Rayleigh number and also ratio of cylinder diameter to characteristic length of enclosure ($2R/H$). In this case, the centers of vortices created around the cylinder appear in bottom half of enclosure in $2R/H=0.4$ for $Ra=10^4$ and in $2R/H=0.5$ for $Ra=10^5$. Moreover, it is observed that increasing the Rayleigh number and $2R/H$ ratio, the heat transfer rate from the enclosure is also increased. For example, in $2R/H=0.5$, by increasing the Rayleigh number from 10^4 to 10^5 , the average Nusselt enhances about 30 percent of its initial value and in $Ra=10^5$, by changing the $2R/H$ ratio from 0.2 to 0.5, the average Nusselt climbs almost 35 percent of its initial value.

Keywords: Natural Convection Heat Transfer, Square Enclosure, Cylinder, Finite Volume Method, Vortex.

۱- مقدمه

موضوع انتقال حرارت همرفت طبیعی درون محفظه‌های بسته اگر چه مبحثی تقریباً کلاسیک است، اما این پدیده در محفظه‌هایی با اشکال مختلف و در حضور اجسام داخلی به ویژه با قطر مشخصه بزرگ، مبحثی چالش برانگیز است؛ به طوری که در سال‌های اخیر توجه محققان زیادی را در این حوزه به خود جلب کرده است. بر اساس مقالات منتشر شده در این زمینه می‌توان ادعا کرد که این موضوع در دو دهه اخیر با پیشرفت روش‌های عددی و سخت‌افزارهای مربوطه به طور جدی مورد بررسی قرار گرفته است. مسأله حاضر دارای کاربردهای فراوانی است که از آن جمله می‌توان به کاربرد این وسایل در ذخیره انرژی، مانند ذخیره سوخت مصرفی در نیروگاه‌های اتمی و مبدل‌های حرارتی، تجهیزات خنک‌کننده وسایل الکترونیکی و غیره به عنوان نمونه‌های اندکی در این زمینه اشاره کرد. این مبحث از جنبه‌های گوناگونی (نظیر شکل محفظه بسته، روش حل معادلات و شکل استوانه داخلی) مورد بررسی عددی و آزمایشگاهی قرار گرفته است.

شکل محفظه بسته می‌تواند اشکال مختلفی از جمله مربع، مثلث، دایره و دوزنق‌ها داشته باشد. به عنوان مثال در سال‌های اخیر، نیکفر و محمودی [۱] محفظه‌ای مربعی با دیواره‌های موج‌دار، سلیمانی و همکاران [۲] محفظه‌ای به شکل نیم حلقه، سو و همکاران [۳] محفظه‌ای مثلثی، راسلن و همکاران [۴] محفظه‌ای مربعی و داسیلوا و همکاران [۵] محفظه‌ای دوزنقه‌ای را در نظر گرفته و جریان همرفت طبیعی داخل آنها را بررسی کردند.

از دیگر جنبه‌های مرتبط با این موضوع که مطالعات فراوانی در مورد آن مشاهده می‌شود، روش‌های عددی مختلف برای حل معادلات حاکم بر جریان همرفت طبیعی درون این محفظه‌ها می‌باشد. به عنوان نمونه‌ای از کارهای اخیر در این زمینه، مارک و همکاران [۶] با استفاده از روش مرز مستغرق^۲، اوزتاپ و همکاران [۷] از روش المان محدود باقی‌مانده‌های گلرکین^۳، محمودی و سبدانی [۸] از روش حجم محدود و موتدی و همکاران [۹] از روش اختلاف محدود معادلات حاکم بر جریان همرفت طبیعی درون محفظه‌های بسته مربعی را حل کردند.

اما یک جنبه بررسی جذاب دیگر، شکل و اندازه جسم درون محفظه، محل قرارگیری و نوع شرایط مرزی حرارتی آن می‌باشد. به طور نمونه روی چوددهاری و همکاران [۱۰]، جسم داخلی را به شکل یک استوانه دایروی داغ در نظر گرفته و تأثیر نسبت‌های قطر این استوانه به طول مشخصه محفظه سرد ($2R/H$) را بر نرخ انتقال حرارت بررسی کردند. در کار آنها حداکثر نسبت $2R/H$ برابر ۰/۶۷ بود. آنها همچنین شرایط مرزی حرارتی مختلفی را برای محفظه، روی نرخ انتقال حرارت از آن بررسی کردند. نتایج آنها نشان داد در حالتی که دو دیواره جانبی محفظه، دما ثابت و دو دیواره بالا و پایین آن عایق باشد، با افزایش نسبت $2R/H$ ، نرخ انتقال حرارت از محفظه نیز افزایش می‌یابد.

دی و دالال [۱۱]، استوانه مورد نظر را مربعی در نظر گرفتند و جریان همرفت طبیعی حول آن را درون محفظه بسته مربعی مطالعه کردند. در کار آنها دو شرط مرزی مختلف برای استوانه مذکور در نظر گرفته شد و به عنوان نتیجه، نرخ انتقال حرارت از محفظه‌ای که استوانه با شرط مرزی دما ثابت در آن قرار گرفته بود بسیار بیشتر از محفظه‌ای بود که در آن استوانه با شرط مرزی شار ثابت قرار داشت. آنها همچنین تأثیر تغییرات موقعیت عمودی استوانه را مورد بررسی قرار داده و نشان دادند که در هر دو شرط مرزی فرض شده برای استوانه مذکور، با نزدیک شدن استوانه به دیواره‌های بالایی و پایینی محفظه، نرخ انتقال حرارت افزایش پیدا می‌کند. همچنین مشخص شد که در وضعیت نزدیک شدن استوانه به دیواره‌های پایینی، نرخ انتقال حرارت از نرخ نظیرش برای حالت نزدیک شدن آن به دیواره‌های بالایی بیشتر است.

کیم و همکاران [۱۲]، همرفت طبیعی را حول یک استوانه داخلی داغ با نسبت $2R/H=0/4$ درون یک محفظه بسته مربعی سرد شبیه‌سازی کردند. آنها در کار خود تأثیر تغییرات عدد رایلی و موقعیت‌های عمودی استوانه را روی الگوی خطوط جریان، دما و نرخ انتقال حرارت بررسی کردند و نتایج دی و دالال در رابطه با تغییر موقعیت عمودی استوانه داخلی را تأیید کردند.

سو و همکاران [۱۳]، یک استوانه داخلی داغ با مقطع مثلثی (متساوی الاضلاع) را در نظر گرفته و جریان همرفتی اطراف آن را به روش عددی حجم محدود تحلیل کردند. در این

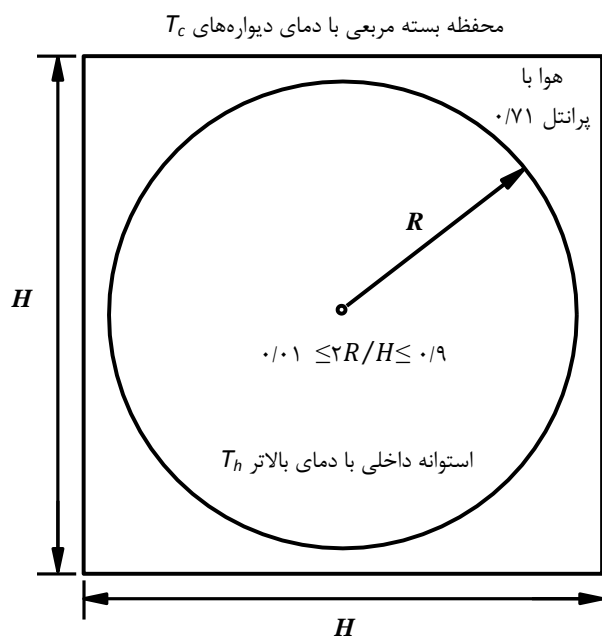
1. Semi-Annulus
2. Immersed Boundary Method
3. Galerkin Weighted Residual Finite Element Method

انتقال حرارت بیشتر است.

مرور مختصر کارهای فوق نشان می‌دهد که اگرچه جنبه‌های مختلف پدیده همرفت طبیعی بین یک جسم داخلی و محفظه‌های بسته بررسی شده است، اما تأثیر تغییرات قطر مشخصه جسم داخلی به ویژه در حالاتی که نسبت این قطر به طول مشخصه محفظه بزرگ است هنوز به طور مناسبی مطالعه نشده است. بنابراین در کار حاضر یک مطالعه پارامتری روی تأثیر تغییرات قطر یک استوانه داغ بر نرخ انتقال حرارت به محفظه بسته مربعی سرد انجام گرفته است. با توجه به این که در نسبت‌های بزرگ $2R/H$ ، تولید شبکه‌ای از سلول‌های سازمان یافته با نسبت منظری حدود یک، نسبتاً چالش برانگیز است، در کار حاضر با تولید شبکه حل عددی برای وضعیت‌های بحرانی $2R/H$ بزرگ، ویژگی‌های بیشتری از انتقال حرارت در شرایط همرفت طبیعی بررسی و گزارش شده است.

۲- فیزیک مسأله و فرضیات

شماتیکی از فیزیک مسأله حاضر در شکل ۱ نشان داده شده است. مسأله مورد نظر شامل یک محفظه بسته مربعی سرد با طول مشخصه H و یک استوانه دایروی داغ داخلی با قطر $2R$ می‌باشد.



شکل ۱ شماتیکی از فیزیک مسأله حاضر شامل محفظه بسته مربعی سرد و استوانه داخلی داغ به همراه شرایط مرزی آنها

کار تأثیر تغییرات عدد رایلی، نسبت شعاع دایره فرضی حول مقطع مثلثی استوانه به شعاع محفظه دایروی و موقعیت زاویه‌ای استوانه مثلثی‌مورد بررسی قرار گرفته است. آنها نشان دادند که در تمامی نسبت‌های شعاعی، با افزایش رایلی، نرخ انتقال حرارت افزایش می‌یابد. همچنین در یک رایلی ثابت هر چه نسبت شعاعی کوچکتر شود نرخ انتقال حرارت کاهش می‌یابد. بعلاوه مشخص شد در حالتی که یک راس مثلث بالا قرار دارد، هر چه قاعده مثلث نسبت به خط افق، زاویه بیشتری پیدا کند نرخ انتقال حرارت از محفظه افزایش می‌یابد.

لی و همکاران [۱۴]، کاری مشابه کار کیم و همکاران انجام دادند. البته با این تفاوت که در این کار، تأثیر تغییرات افقی و قطری استوانه مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج نشان داد که با نزدیک شدن استوانه به دیواره‌های جانبی محفظه و همچنین گوشه‌های آن، غالباً عدد ناسلت متوسط دیواره‌های محفظه افزایش پیدا می‌کند.

یون و همکاران [۱۵]، با روش عددی مرز مستغرق، یک تحلیل سه بعدی حول کره‌ای داغ درون یک محفظه معکبی سرد نسبت $2R/H = 0.4$ انجام دادند. آنها در تحقیق خود به بررسی اثر تغییر مکان عمودی کره پرداختند و نرخ انتقال حرارت در رایلی‌های مختلف را گزارش کردند. نتایج آنها نشان داد که در رایلی‌های بالا تغییرات ناسلت محلی حول کره درون محفظه بسیار زیاد است. هادی حسین و کدکیم حسین [۱۶]، در هندسه‌ای مشابه با کار کیم و همکاران، به روش حجم محدود نشان دادند که برای استوانه با شار حرارتی ثابت، در رایلی‌های کم با نزدیک شدن استوانه به دیواره پایینی محفظه، نرخ انتقال حرارت کاهش می‌یابد در حالی که در رایلی‌های بالا نتیجه معکوس می‌شود. همچنین با حرکت استوانه به سمت دیواره بالایی، غالباً نرخ انتقال حرارت هم در رایلی‌های پایین و هم در رایلی‌های بالا افزایش پیدا می‌کند.

خزیمه نژاد و میربزرگی [۱۷] مقایسه‌ای را برای اشکال مختلف استوانه داغ و تغییر مکان عمودی آن بر نرخ انتقال حرارت به یک محفظه بسته مربعی سرد انجام دادند. آنها در کار خود دو مقطع دایره و مربع را برای استوانه داغ داخلی در نظر گرفتند و به روش حجم محدود نشان دادند که نرخ انتقال حرارت برای استوانه دایروی، بالاتر از نظیر مربعی آن است و همچنین هر چه موقعیت استوانه در محفظه پایین‌تر باشد نرخ

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \text{Pr} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) \quad (3)$$

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \text{Pr} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) + \text{RaPr}\theta \quad (4)$$

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \quad (5)$$

که در آن پارامترهای رایلی (Ra) و پرانتل (Pr) به ترتیب مطابق روابط (۶) و (۷) معرفی می‌شوند.

$$\text{Ra} = \frac{g\beta(T_h - T_c)H^3}{\alpha\theta} \quad (6)$$

$$\text{Pr} = \frac{\nu}{\alpha} \quad (7)$$

از طرف دیگر شرایط مرزی بدون بعد مربوط به این مسأله به صورت روابط (۸) و (۹) می‌باشند.

روی دیواره‌های محفظه بسته مربعی:

$$U = V = 0, \quad \theta = 0, \quad \frac{\partial P}{\partial n} = 0 \quad (8)$$

روی دیواره استوانه دایروی:

$$U = V = 0, \quad \theta = 1, \quad \frac{\partial P}{\partial n} = 0 \quad (9)$$

لازم به ذکر است که در گزارش نتایج، هنگام بررسی تغییرات ضریب انتقال حرارت، پارامتر بی‌بعد آن یعنی عدد ناسلت طبق روابط (۱۰) و (۱۱) محاسبه و استفاده شده است.

$$\text{Nu} = \frac{\partial \theta}{\partial n} \Big|_{\text{wall}} \quad \text{ناسلت موضعی} \quad (10)$$

$$\overline{\text{Nu}} = \frac{1}{S} \int_0^S \text{Nu} \, dS \quad \text{ناسلت متوسط} \quad (11)$$

۴- روش حل عددی

دستگاه معادلات دوبعدی (۲-۵) به روش حجم محدود و با استفاده از حلگری با الگوریتم ماتریس سه قطری به صورت ADI حل شده است [۱۸] که در این حل برای ارزیابی توأم جملات پخش و جابجایی در محل وجوه از طرح هیبرید و برای برقراری ارتباط بین میدان سرعت و فشار از الگوریتم سیمپل^۱ استفاده شده است. در این حل ضرایب زیرتخفیف

نسبت قطر این استوانه به طول مشخصه محفظه می‌تواند در محدوده $0.1 \leq 2R/H \leq 0.9$ تغییر کند که یازده مورد از این نسبت با اختلاف ۰/۱ در دو عدد رایلی مختلف یعنی 10^4 و 10^5 برای انجام این مطالعه پارامتری در نظر گرفته شده است. در این شبیه‌سازی استوانه داخلی با دمای بالاتر T_h و محفظه مربعی با دمای پایین‌تر T_c فرض شده است، به طوری که انتقال حرارت قابل توجهی از استوانه به دیواره محفظه رخ می‌دهد. خواص سیال ثابت فرض شده به جز چگالی که در جمله شناوری تغییرات آن به کمک مدل بوزینسک تراکم-ناپذیر تقریب زده شده است. در این شبیه‌سازی، هوا به عنوان سیال عامل لحاظ شده که پرانتل آن در حدود ۰/۷۱ می‌باشد. فرضیات ذیل در این شبیه‌سازی در نظر گرفته شده است: ۱- مسأله آرام و پایدار است. ۲- از اثرات تابش و اتلاف‌های لزج‌تی صرف‌نظر شده است. ۳- شتاب گرانشی در راستای منفی y اثر می‌کند. ۴- مسأله به صورت دو بعدی در مختصات کارتزین x - y مدل شده است. ۵- عمق (عمود بر سطح محفظه) واحد است.

۳- معادلات حاکم

به منظور بیان بدون بعد معادلات حاکم، متغیرهای بی‌بعدی مطابق رابطه (۱) تعریف می‌شوند:

$$X = \frac{x}{H}, \quad Y = \frac{y}{H}, \quad U = \frac{uH}{\alpha}, \quad V = \frac{vH}{\alpha}, \quad P = \frac{pH^2}{\rho\alpha^2}, \quad \theta = \frac{T - T_c}{T_h - T_c} \quad (1)$$

که در آن x و y به ترتیب مختصات کارتزین در جهت افقی و عمودی، u و v به ترتیب مؤلفه‌های سرعت در راستای x و y ، α ضریب نفوذ گرما، ρ چگالی سیال، p فشار و T دمای حاکم بر مسأله می‌باشند. همچنین X و Y به ترتیب مختصات بی‌بعد در راستای افقی و عمودی، U و V به ترتیب سرعت‌های بی‌بعد در راستای X و Y و P فشار بی‌بعد و θ دمای بی‌بعد حاکم بر مسأله هستند.

در این صورت معادلات بقای جرم، مومنتم در راستای x ، مومنتم در راستای y و انرژی به صورت دو بعدی به ترتیب مطابق فرمول‌های ۲-۵ تعریف می‌شوند.

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (2)$$

1. SIMPLE Algorithm

۱۲۰×۱۲۰ مطالعه شد و مطابق جدول ۲، چنانچه مقادیر ناسلت متوسط دیواره‌های محفظه (\overline{Nu}_{en}) نشان می‌دهد شبکه‌ای با ۱۰۰×۱۰۰ گره برای انجام محاسبات مورد نظر کافی است.

جدول ۱ مقایسه Nu_{ave} کار حاضر با نتایج کار کیم و همکاران [۱۲]

| عدد رایلی | Nu_{ave} | | اختلاف (%) |
|-----------------|------------------------|----------|------------|
| | کار کیم و همکاران [۱۲] | کار حاضر | |
| ۱۰ ^۴ | ۳/۴۱۴ | ۳/۳۸۹ | ۰/۷۳۲ |
| ۱۰ ^۵ | ۵/۱۳۸ | ۵/۱۴۹ | -۰/۲۱۴ |
| ۱۰ ^۶ | ۹/۳۹۰ | ۹/۳۵۱ | ۰/۴۱۵ |
| ۱۰ ^۷ | ۱۵/۶۶۵ | ۱۵/۷۳۱ | -۰/۴۲۱ |

جدول ۲ \overline{Nu}_{en} به دست آمده در تعداد گره‌های مختلف

| تعداد گره | ۴۰×۴۰ | ۸۰×۸۰ | ۱۰۰×۱۰۰ | ۱۲۰×۱۲۰ |
|----------------------|-------|-------|---------|---------|
| \overline{Nu}_{en} | ۲/۸۰۶ | ۲/۵۸۵ | ۲/۵۸ | ۲/۵۸ |

در انتها بایستی ذکر شود که با توجه به تقارن هندسی و حرارتی مسأله نسبت به خط قائم وسط محفظه، معادلات فقط در یک نیمه از حوزه هندسی مسأله حل شده است. با توجه به این موضوع، شرایط مرزی بدون بعد روی خط مذکور به صورت روابط (۱۲) و (۱۳) تعریف خواهد شد:

$$U = \frac{\partial V}{\partial X} = 0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial X} = 0, \quad \frac{\partial P}{\partial n} = 0 \quad (12)$$

روی دیواره استوانه دایروی:

$$U = V = 0, \quad \theta = 1, \quad \frac{\partial P}{\partial n} = 0 \quad (13)$$

۵- نتایج و بحث

۵-۱- بررسی تأثیر تغییر شعاع در عدد رایلی ۱۰^۴

شکل‌های ۳ و ۴ به ترتیب خطوط هم‌دما و جریان را اطراف استوانه داغ با $2R/H=0.4$ های مختلف در رایلی ۱۰^۴ درون محفظه بسته مربعی سرد نشان می‌دهد.

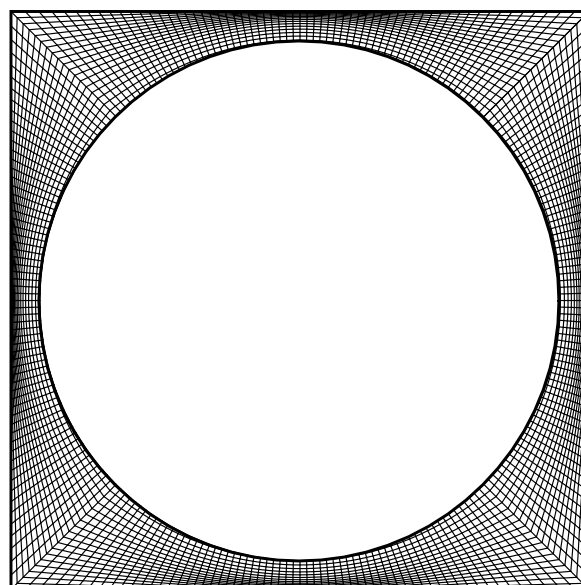
مقایسه شکل ۳- الف و ب با بقیه موارد نشان می‌دهد که در بالای استوانه خطوط هم‌دما از سطح استوانه فاصله گرفته و به دیواره بالایی محفظه نزدیک‌تر شده‌اند. در این وضعیت به دلیل فاصله زیاد بین استوانه و دیواره بالایی محفظه با توجه به ثابت

برای متغیرهای سرعت ۰/۴۵، برای متغیر دما ۰/۵۵ و برای متغیر فشار ۰/۳۵ در نظر گرفته شده است. همچنین معیار همگرایی برای تمامی متغیرها تقلیل خطای حل معادلات تا مرتبه ۱۰^{-۸} لحاظ شده است.

نمونه‌ای از شبکه ایجاد شده به روش جبری برای استوانه‌ای با $2R/H=0.9$ در شکل ۲ ارائه شده است که در آن به منظور وضوح بیشتر، شبکه‌ای با تعداد گره کمتر نشان داده شده است.

برای اعتبارسنجی برنامه عددی نوشته شده، مسأله انتقال حرارت همرفت طبیعی در اطراف یک استوانه داغ با $2R/H=0.4$ درون یک محفظه مربعی سرد در نظر گرفته شده است. در این مسأله معیار که نتایج سایر محققان در دسترس است، برای مثال ناسلت متوسط کل (Nu_{ave}) به دست آمده در مطالعه حاضر با نتایج کیم و همکاران [۱۲] در جدول ۱ مقایسه شده است. همان طور در این جدول مشاهده می‌شود، تطابق بسیار خوبی بین نتایج ارائه شده وجود دارد.

برای مطالعه استقلال نتایج مهم جریان از تعداد گره‌های شبکه، یک استوانه با نسبت $2R/H=0.4$ در $Ra=10^5$ نظر گرفته شده است.

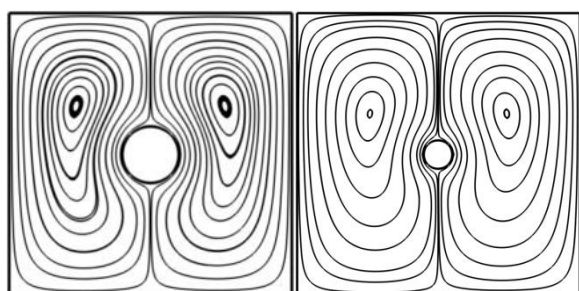


شکل ۲ نمونه‌ای از شبکه جبری تولید شده (به دلیل وضوح بیشتر، شبکه با تعداد گره کمتر نمایش داده شده است).

چهار شبکه با تعداد گره ۴۰×۴۰، ۸۰×۸۰، ۱۰۰×۱۰۰ و

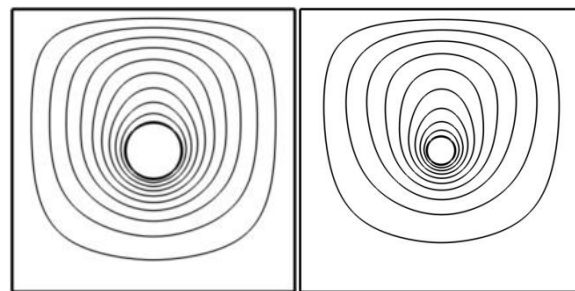
همچنین چنانچه در شکل ۳- ج تا ح مشاهده می شود خطوط هم‌دما روی دیواره‌های محفظه متراکم‌تر می‌شود و هر چه قطر استوانه افزایش یابد این تراکم بیشتر می‌شود. چنانچه در شکل ۴- الف تا ج مشاهده می‌شود دو گردابه بزرگ، در دو طرف چپ و راست این استوانه ظاهر شده است.

بودن اختلاف دمای $T_h - T_c$ ، گردایان دمای مؤثر در مکانیزم هدایتی مقدار کمتری نسبت به سایر موارد دارد و لذا مکانیزم غالب انتقال حرارت در این شکل همرفت طبیعی است که توانسته است جریان رو به بالایی بیشتری ایجاد نماید و باعث فاصله گرفتن خطوط دما در نیمه بالایی محفظه شود.



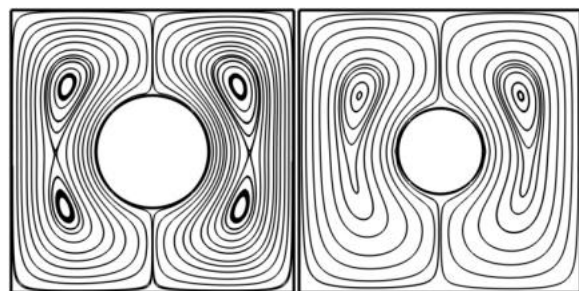
ب - $2R/H=0.2$

الف - $2R/H=0.1$



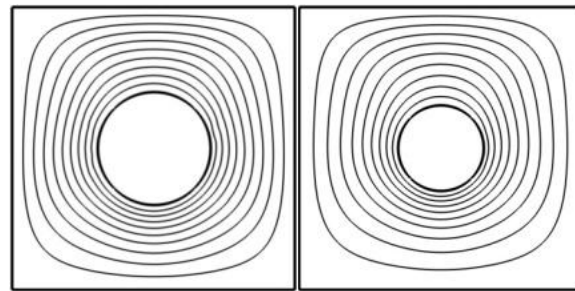
ب - $2R/H=0.2$

الف - $2R/H=0.1$



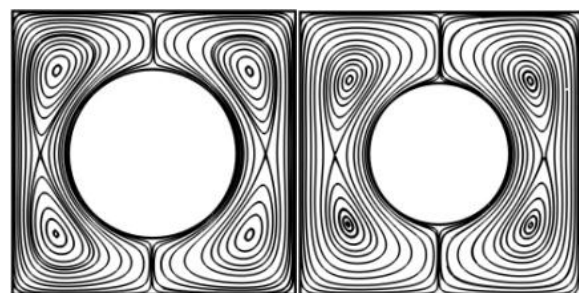
د - $2R/H=0.4$

ج - $2R/H=0.3$



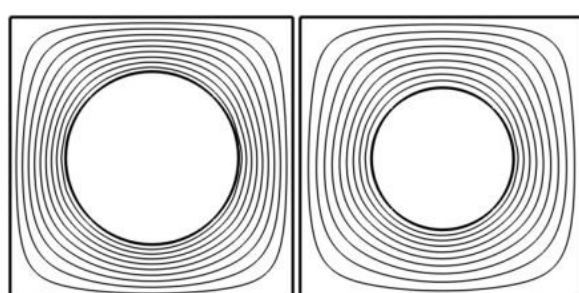
د - $2R/H=0.4$

ج - $2R/H=0.3$



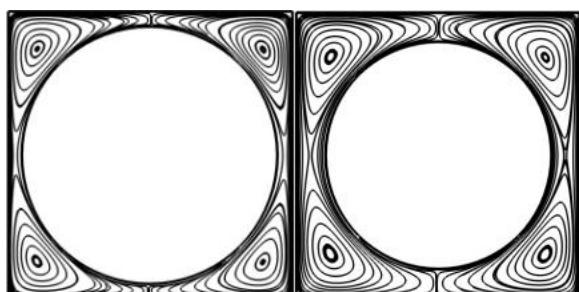
و - $2R/H=0.6$

ه - $2R/H=0.5$



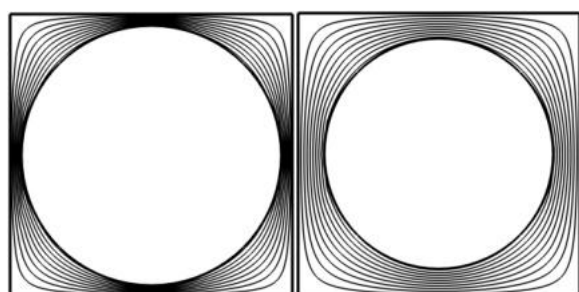
و - $2R/H=0.6$

ه - $2R/H=0.5$



ح - $2R/H=0.9$

ز - $2R/H=0.8$



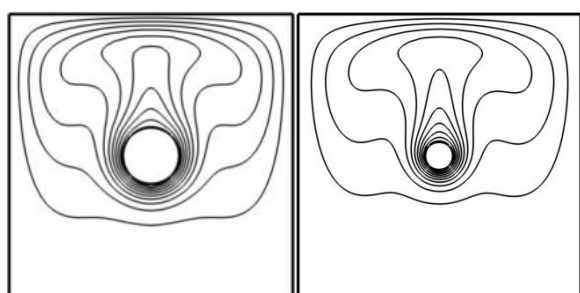
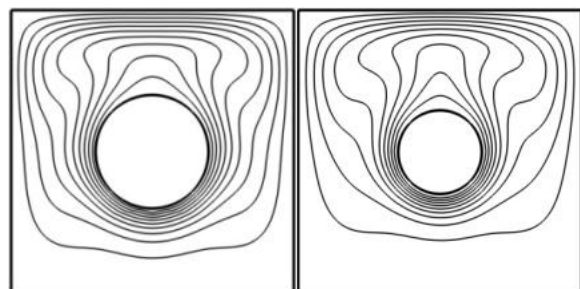
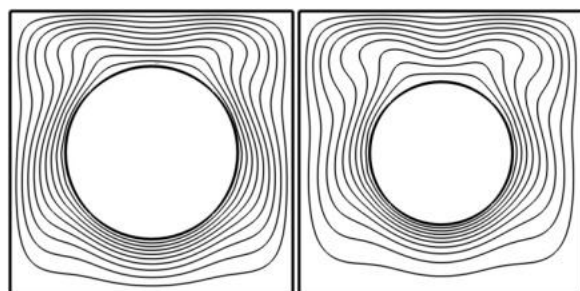
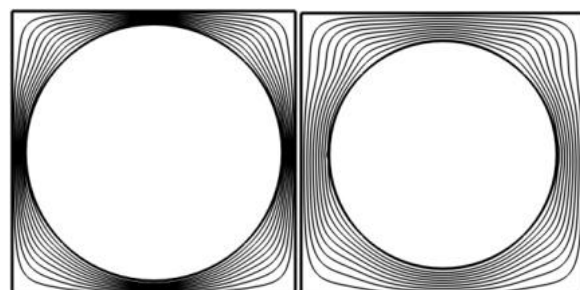
ح - $2R/H=0.9$

ز - $2R/H=0.8$

شکل ۴ خطوط جریان حول استوانه داغ با اقطار مختلف درون محفظه بسته مربعی سرد در عدد رایلی 10^4

شکل ۳ خطوط هم‌دما حول استوانه داغ با اقطار مختلف درون محفظه بسته مربعی سرد در عدد رایلی 10^4

رایلی 10^4 بالاتر قرار گرفته است و این به دلیل اثرات قوی-تر شدن همرفت طبیعی با افزایش عدد رایلی است. یک نکته قابل توجه که از الگوی جریان شکل ۶-د به دست می‌آید به تأخیر افتادن پیدایش مرکز گردابه در نیمه پایینی محفظه نسبت به رایلی 10^4 است.

ب - $2R/H=0/2$ الف - $2R/H=0/1$ د - $2R/H=0/4$ ج - $2R/H=0/3$ و - $2R/H=0/6$ ه - $2R/H=0/5$ ح - $2R/H=0/9$ ز - $2R/H=0/8$

شکل ۵ خطوط هم‌دما حول استوانه داغ با اقطار مختلف درون محفظه بسته مربعی سرد در عدد رایلی 10^5

به دلیل گرم‌تر بودن استوانه نسبت به محفظه، سیال اطراف آن به سمت دیواره بالایی محفظه شروع به حرکت کرده و اصطلاحاً یک ستون هوای بالا رونده در بالا و پایین استوانه ایجاد می‌شود. این ستون هوا با برخورد به دیواره بالایی ابتدا در راستای افقی به سمت دیواره‌های جانبی رفته و پس از برخورد با آنها در راستای قائم به سمت پایین محفظه حرکت خواهد کرد. به این ترتیب دو گردابه بزرگ در سمت چپ و راست استوانه به وجود می‌آید. با افزایش نسبت $2R/H$ تا میزان $0/4$ ، مطابق شکل ۴-د، همانند حالت قبل دو گردابه بزرگ در اطراف استوانه به وجود آمده است. اما بر خلاف حالت قبل که هر یک از گردابه‌های چپ و راست فقط یک مرکز گردابه دارند در این مورد مشاهده می‌شود که در هر کدام از گردابه‌های چپ و راست دو مرکز گردابه ظاهر شده است، یکی در نیمه بالایی و دیگری در نیمه پایینی محفظه. مجاورت هر چه بیشتر استوانه و دیواره‌های جانبی به عنوان یک کانال اصطکاکی، باعث کند شدن حرکت دورانی گردابه‌ها می‌گردد. وقتی قطر استوانه افزایش می‌یابد کانال اصطکاکی تنگ‌تر شده در نتیجه تعدادی از خطوط جریان به دلیل افزایش اصطکاک و در نتیجه کاهش انرژی حرکتی خود، قادر به عبور از این کانال نبوده و ناچار قبل از عبور از ناحیه تنگ کانال به سمت پایین بر می‌گردند و به این ترتیب در هر یک از گردابه‌ها دو مرکز گردابه کوچک در بالا و پایین محفظه حاصل می‌شود. با افزایش هر چه بیشتر قطر استوانه، الگوهای حاصل شبیه حالت قبل می‌باشند (شکل ۴-ه تا ح). البته بایستی ذکر شود که به دلیل افزایش سطح استوانه و تنگ‌تر شدن کانال اصطکاکی، فاصله مراکز گردابه‌ها نیز از خط افقی گذرنده از مرکز محفظه افزایش می‌یابد.

۲-۵ - بررسی تأثیر تغییر شعاع در عدد رایلی 10^5

شکل‌های ۵ و ۶ به ترتیب الگوهای دما و جریان را اطراف استوانه داغ درون محفظه بسته مربعی سرد در رایلی 10^5 نشان می‌دهد. مقایسه شکل ۵ با ۳ نشان می‌دهد وقتی عدد رایلی افزایش می‌یابد جریان همرفتی قوی‌تری خصوصاً در نیمه بالایی محفظه ایجاد می‌شود و ستون هوای بالارونده روی سطح استوانه باعث ایجاد جدایی بیشتر خطوط دما از روی این سطح می‌شود.

خطوط جریان شکل ۶-الف تا د دو گردابه بزرگ را اطراف استوانه نشان می‌دهد. مراکز این دو گردابه از نظیرش در عدد

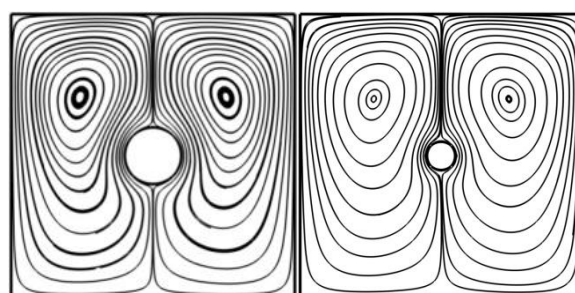
قوی‌تر می‌شود، در حقیقت انرژی سیال عامل برای غلبه بر اصطکاک دیواره افزایش می‌یابد. در نتیجه خطوط جریان تا $2R/H=0/4$ هنوز می‌تواند بدون برگشت از این کانال عبور کنند. ولی همان‌طور که در شکل ۶-ج مشاهده می‌شود با افزایش $2R/H$ تا میزان $0/5$ دیگر سیال انرژی لازم برای غلبه بر این اصطکاک را نداشته و بعضی از خطوط جریان داخل نمی‌توانند از کانال مذکور عبور کنند و دچار برگشت می‌شوند. بدین ترتیب یک گردابه کوچک در هر یک از گردابه‌های چپ و راست و در نیمه پایین محفظه ظاهر می‌شود. علاوه بر این گردابه‌ها، از این شکل آشکار است که دو گردابه ثانویه دیگر در قسمت فوقانی استوانه ظاهر شده‌اند. علت به وجود آمدن این گردابه‌ها، موازنه نیروی اصطکاکی و نیروی محرک روی سطح استوانه است. همان‌طور که در این شکل مشخص است در وضعیت $2R/H=0/5$ سیال دیگر توانایی غلبه بر اصطکاک روی سطح استوانه را نداشته و از روی آن جدا شده و سیال باقی‌مانده در قسمت فوقانی استوانه تشکیل یک گردابه خواهد داد. با افزایش نسبت $2R/H$ تا میزان $0/6$ ، مطابق شکل ۶-د و هنوز این گردابه‌های فوقانی حضور دارند. اما با افزایش بیشتر این نسبت مطابق شکل ۶-ز و ح نیروی محرک حرارتی بر نیروی اصطکاک روی سطح استوانه غلبه کرده و دیگر سیال دچار جدایش نخواهد شد و لذا گردابه‌های روی سطح فوقانی استوانه به وجود نخواهند آمد.

۵-۳- توزیع ناسلت محلی اطراف دیواره‌های محفظه

بسته مربعی

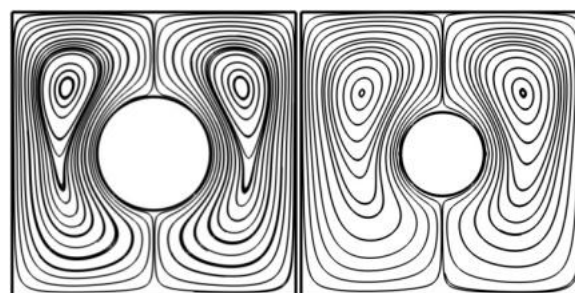
شکل ۷ توزیع ناسلت محلی را اطراف دیواره‌های محفظه بسته مربعی سرد در رایلی 10^4 و در حضور استوانه داغ با اقطار مختلف نشان می‌دهد. به علت این که مسأله نسبت به خط عمودی گذرنده از مرکز محفظه متقارن است، فقط توزیع ناسلت محلی در یک نیمه (نیمه راست) محفظه در این شکل نشان داده شده است.

با توجه به موقعیت نقطه A (نقطه مرکزی دیواره بالایی محفظه) و این که در این نقطه خطوط هم‌دما دارای تراکم بیشتری نسبت به سایر نقاط هستند لذا مقدار ناسلت این نقطه نیز از سایر نقاط بیشتر خواهد بود. با حرکت در طول دیواره بالایی محفظه، به تدریج از تراکم خطوط جریان در این راستا کم شده به طوری که در گوشه محفظه یعنی نقطه B ناسلت تقریباً صفر خواهد شد.



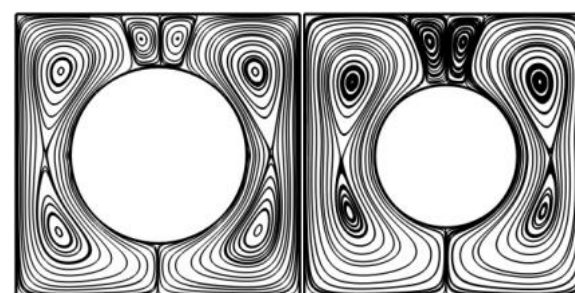
ب- $2R/H=0/2$

الف- $2R/H=0/1$



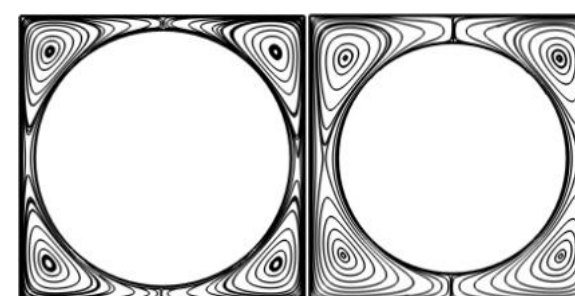
د- $2R/H=0/4$

ج- $2R/H=0/3$



و- $2R/H=0/6$

ه- $2R/H=0/5$



ح- $2R/H=0/9$

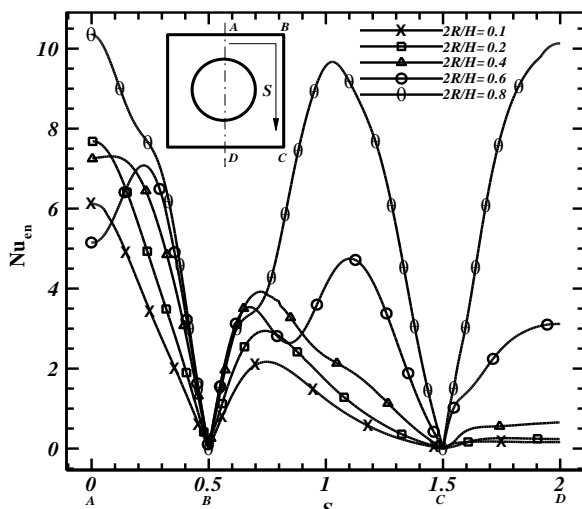
ز- $2R/H=0/8$

شکل ۶ خطوط جریان حول استوانه داغ با اقطار مختلف درون محفظه بسته مربعی سرد در عدد رایلی 10^5

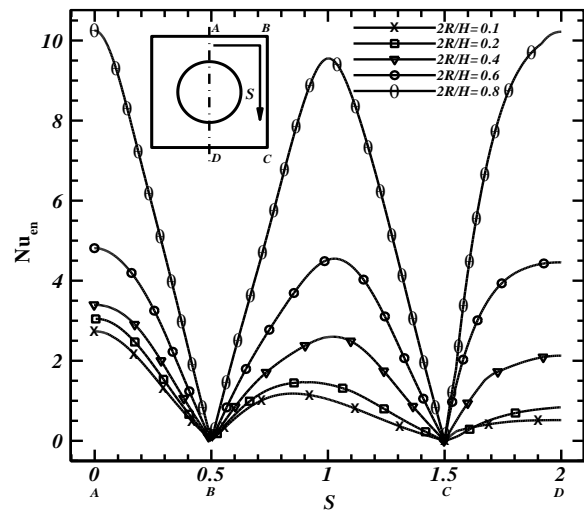
در رایلی 10^4 ، گردابه کوچک داخلی در نیمه پایین محفظه، در $2R/H=0/4$ ظاهر می‌شود، در حالی که در رایلی 10^5 ظهور این گردابه تا $2R/H=0/5$ به تاخیر می‌افتد. این موضوع به دلیل شدیدتر شدن اثرات همرفت طبیعی با افزایش عدد رایلی است. هنگامی که جریان همرفتی داخل محفظه

در رایلی 10^5 نشان می‌دهد. همان‌طور که در این شکل مشاهده می‌شود روند کلی تغییرات ناسلت همانند شکل ۷ برای رایلی 10^4 است با این حال در دو منطقه، به ویژه برای $2R/H=0.16$ تفاوت‌هایی مشاهده می‌شود.

در فاصله $A-B$ منحنی ناسلت ابتدا صعودی و سپس نزولی تغییر کرده است. به عبارت دیگر این منحنی همانند سایر منحنی‌های نظیرش از یک مقدار بیشینه شروع نشده است. علت این امر را می‌توان با توجه به شکل ۶- و توجیه کرد. در این شکل دیده می‌شود که روی سطح فوقانی استوانه یک گردابه ثانویه ظاهر شده است که با توجه به پادساعت‌گرد بودن آن تراکم خطوط هم‌دما در این ناحیه جلوگیری می‌شود در نتیجه ناسلت این ناحیه در ابتدا روند صعودی خواهد داشت. بعلاوه مشاهده می‌شود در فاصله $0.5 \leq S \leq 1$ منحنی ناسلت برای $2R/H=0.16$ دچار یک کمینه نسبی شده است؛ علت این امر را نیز می‌توان به کمک خطوط هم‌دما، شکل ۵- و تفسیر کرد. همان‌طور که در این شکل مشخص است در فاصله مذکور خطوط هم‌دما از دیواره فاصله گرفته‌اند که در نتیجه باعث کاهش نسبی ناسلت در این منطقه می‌شود. چنانچه در قسمت $C-D$ مشاهده می‌شود اختلاف مقادیر در این ناحیه با مقادیر ناسلت در دیواره فوقانی بیشتر از نظیرش در شکل ۷ می‌باشد. وقتی عدد رایلی افزایش می‌یابد، شدت جریان همرفتی در نیمه بالایی محفظه شدیدتر و در نیمه پایینی آن کاهش می‌یابد. در نتیجه انتقال حرارت در نیمه بالایی محفظه شدیدتر و در نیمه پایینی آن کم‌تر از قبل خواهد شد.



شکل ۸ توزیع ناسلت محلی روی دیواره‌های محفظه بسته مربعی در حضور استوانه دایروی با نسبت‌های $2R/H$ مختلف در رایلی 10^5



شکل ۷ توزیع ناسلت محلی روی دیواره‌های محفظه بسته مربعی در حضور استوانه دایروی با نسبت‌های $2R/H$ مختلف در رایلی 10^4

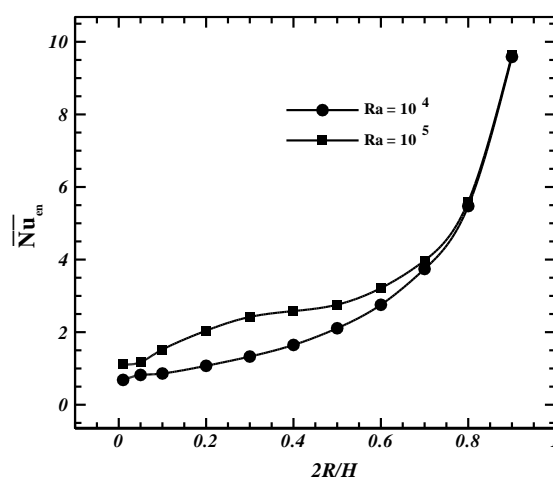
این موضوع با توجه به شکل مربعی محفظه قابل توجیه است. چرا که خطوط جریان نمی‌توانند به طور کامل از گوشه‌های تیز محفظه مربعی عبور نمایند و لذا ناسلت در این نقاط دارای کمترین مقدار خود خواهد بود. حذف گوشه‌ها با اختیار یک محفظه دایروی نشان داد که مقدار ناسلت در این منطقه همان روند کاهشی مورد انتظار را دارد، بدون این که ناسلت به طور غیر منتظره‌ای به سمت صفر میل نماید. در طول دیواره جانبی قائم محفظه، ناسلت ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد. چون با حرکت از نقطه B به سمت پایینی محفظه (نقطه C) به ویژه در مرکز این دیواره، به دلیل وجود استوانه، فضای عبور جریان کاهش یافته و این امر به خودی خود موجب تراکم خطوط دما در این ناحیه می‌گردد و به تبع آن ناسلت نیز در این ناحیه افزایش می‌یابد. توزیع ناسلت در دیواره پایینی محفظه، از نقطه C به سمت نقطه D افزایشی است؛ اما نکته قابل توجه، کمتر بودن مقدار ناسلت در این قسمت نسبت به دیواره بالایی محفظه به خصوص در نسبت‌های $2R/H$ پایین می‌باشد. همان‌طور که ذکر شد در این حالت همرفت طبیعی غالب شده و باعث تقویت جریان و انتقال حرارت در نیمه بالایی محفظه نسبت به نیمه پایینی آن خواهد شد. بعلاوه همان‌طور که از شکل مشخص است با افزایش $2R/H$ و غلبه مکانیزم هدایتی بر همرفت طبیعی تغییرات ناسلت نسبت به خط افقی مار بر مرکز محفظه متقارن ظاهر می‌شود.

شکل ۸ توزیع ناسلت را اطراف دیواره‌های محفظه بسته مربعی در حضور استوانه دایروی با نسبت‌های $2R/H$ مختلف

۴-۵- مقایسه ناسلت کل برای شعاع‌های مختلف در رایلی 10^4 با 10^5

داغ درون یک محفظه بسته مربعی سرد در دو عدد رایلی 10^4 و 10^5 انجام شده است. نتایج حاصل از این حل نشان می‌دهد الگوهای خطوط جریان و دما و مقادیر عدد ناسلت بسیار به عدد رایلی و نیز نسبت قطر استوانه به طول مشخصه محفظه ($2R/H$) وابسته هستند به طوری که مراکز گردابه‌های اطراف استوانه در نیمه پایین محفظه برای رایلی 10^4 در نسبت $2R/H=0.4$ و برای رایلی 10^5 در نسبت $2R/H=0.5$ ظاهر شده‌اند. همچنین با افزایش عدد رایلی به دلیل اثرات قوی‌تر همرفت طبیعی نرخ انتقال حرارت از محفظه نیز افزایش می‌یابد به طوری که با افزایش عدد رایلی از 10^4 به 10^5 برای استوانه با $2R/H=0.5$ ، ناسلت متوسط حدود ۳۰ درصد میزان اولیه افزایش یافت. تغییرات نسبت $2R/H$ نشان می‌دهد که با بزرگ شدن این نسبت نرخ انتقال حرارت نیز روند صعودی خواهد داشت به طوری که در رایلی 10^5 با تغییر نسبت $2R/H$ از 0.2 به 0.5 ناسلت متوسط حدود ۳۵ درصد میزان اولیه افزایش یافته است و با افزایش بیش از حد $2R/H$ ناسلت به طور نمایی افزایش می‌یابد.

شکل ۹ توزیع ناسلت متوسط کل محفظه را بر حسب نسبت‌های مختلف $2R/H$ استوانه در هر دو عدد رایلی 10^4 و 10^5 نشان می‌دهد. چنانچه در این شکل مشاهده می‌شود ناسلت برای $2R/H$ از صفر تا 0.6 به طور تقریباً خطی با شیب کم افزایش و به عدد ۳ نزدیک می‌شود حال آن که برای $0.6 \leq 2R/H \leq 0.9$ ناسلت از مقدار ۳ به طور نمایی سریعاً رشد کرده و به میزان حدود $9/5$ می‌رسد. با توجه به این که با افزایش قطر، سطح استوانه نیز به عنوان عامل تقویت منبع حرارتی افزایش می‌یابد، با افزایش توان حرارتی نرخ انتقال حرارت در $2R/H$ ‌های بالا با شدت بیشتری افزایش می‌یابد. با نزدیکی بیشتر دیواره استوانه به دیواره‌های محفظه مکانیزم هدایتی به قدری از مکانیزم همرفت قوی‌تر می‌شود که افزایش ناسلت دیواره‌ها برای ناحیه $2R/H$ به طور نمایی رشد می‌کند.



شکل ۹ توزیع ناسلت کل محفظه در شعاع‌های مختلف استوانه دایروی در رایلی 10^4 و 10^5

۶- نتیجه‌گیری

در این کار یک شبیه‌سازی عددی برای مطالعه پارامتری انتقال حرارت همرفت طبیعی در فضای داخلی بین یک استوانه دایروی داغ و محفظه بسته مربعی سرد انجام گرفته است. معادلات حاکم با استفاده از روش حجم محدود حل شده است به طوری که در این حل برای ارزیابی توأم جملات پخش و جابجایی در محل وجوه از طرح هیبرید و برای برقراری ارتباط بین میدان سرعت و فشار از الگوریتم سیمپل استفاده شده است. محاسبات برای قطرهای مختلف استوانه

۷- فهرست علائم

| | |
|-----------------|--|
| g | شتاب ثقل (m/s^2) |
| H | طول محفظه بسته مربعی (m) |
| n | جهت بردار عمود بر دیواره |
| \overline{Nu} | ناسلت متوسط |
| P | فشار بی بعد |
| Pr | عدد پرانتل |
| R | شعاع استوانه دایروی (m) |
| Ra | عدد رایلی |
| S | مسافت در طول دیواره محفظه بسته مربعی (m) |
| T | دما (K) |
| T_c | دمای دیواره سرد (محفظه مربعی) (K) |
| T_h | دمای دیواره داغ (استوانه داخلی) (K) |
| U | سرعت بی‌بعد در راستای x |
| u | سرعت در راستای x بر حسب متر بر ثانیه (m/s) |
| V | سرعت بی‌بعد در راستای y |
| v | سرعت در راستای y بر حسب متر بر ثانیه (m/s) |
| X | مختصه بی‌بعد در راستای افق |
| x | مختصه طولی کارتزین در راستای افق (m) |
| Y | مختصه بی‌بعد در راستای عمود |

- Bottom Wall”, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 55, 2012, pp.1844-1854.
- [8] Mahmoodi M., Sebdani S.M., “Natural Convection in a Square Cavity Containing a Nanofluid and an Adiabatic Square Block at the Center”, *Journal of Superlattices and Microstructures*, Vol. 52, 2012, pp. 261-275.
- [9] Mouhtadi D., Amahmid A., Hasnaoui M., Bennacer R., “Natural Convection in a Horizontal Channel Provided with Heat Generating Blocks: Discussion of the isothermal blocks validity”, *Journal of Energy Conversion and Management*, Vol. 53, 2012, pp. 45-54.
- [10] Roychowdhury D.G., Das, S.K., Sundararajan T., “Numerical Simulation of Natural Convection Heat Transfer and Fluid Flow around a Heated Cylinder inside an Enclosure”, *Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 38, 2002, pp. 565-576.
- [11] De A., Dalal A., “A Numerical Study of Natural Convection around a Square, Horizontal, Heated Cylinder Placed in an Enclosure”, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 49, 2006, pp. 4608-4623.
- [12] Kim B., Lee D., Ha M., Yoon H., “A Numerical Study of Natural Convection in a Square Enclosure with a Circular Cylinder at Different Vertical Locations”, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 51, 2008, pp. 1888-1906.
- [13] Xu X., Sun G., Yu Z., Hu Y., Fan L., Cen K., “Numerical Investigation of Laminar Natural Convective Heat Transfer from a Horizontal Triangular Cylinder to its Concentric Cylindrical Enclosure”, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 52, 2009, pp. 3176-3186.
- [14] Lee J.M., Ha M.Y., Yoon H.S., “Natural Convection in a Square Enclosure with a Circular Cylinder at Different Horizontal and Diagonal Locations”, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 53, 2010, pp. 5905-5919.
- [15] Yoon H.S., Yu D.H., Ha M.Y., Park Y.G., “Three-dimensional Natural Convection in an Enclosure with a Sphere at Different Vertical Locations”, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 53, 2010, pp. 3143-3155.
- [16] Hussain S., Hussein A., “Numerical Investigation of Natural Convection Phenomena in a Uniformly Heated Circular Cylinder Immersed in Square Enclosure Filled with Air at Different Vertical Locations”, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 37, 2010, pp. 1115-1126.
- [17] Khozaymehnezhad H., Mirbozorgi S.A. “Comparison of Natural Convection around a Circular Cylinder with a Square Cylinder inside a Square Enclosure”, *Journal of Mechanical Engineering and Automation*, Vol. 2, pp. 176-183.
- [18] Patankar S. V., *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, McGraw-Hill, New York, 1980, pp. 52-54.
- γ مختصه طولی کارترین در راستای عمود (m)
- علایم یونانی:**
- α ضریب پخش گرما (m^2/s)
- β ضریب حجمی انبساط گرمایی (K^{-1})
- θ دمای بی‌بعد
- ϑ ضریب لزجت سینماتیکی (m^2/s)
- μ ضریب لزجت دینامیکی ($\text{kg}/\text{m}\cdot\text{s}$)
- ρ چگالی سیال بر حسب کیلوگرم بر متر مکعب (kg/m^3)
- زیروندها:**
- c سرد
- h گرم
- en محفظه
- ۸- مراجع**
- [1] Nikfar M., Mahmoodi M., “Meshless Local Petrov–Galerkin Analysis of Free Convection of Nanofluid in a Cavity with Wavy Side Walls”, *Engineering Analysis with Boundary Elements*, Vol. 36, 2012, pp. 433-445.
- [2] Soleimani S., Sheikholeslami M., Ganji D.D., Gorji-Bandpay M., “Natural Convection Heat Transfer in a Nanofluid Filled Semi-Annulus Enclosure”, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 39, 2012, pp. 565-574.
- [3] Xu X., Yu Z.T., Hu Y.C., Fan L.W., Cen K.F., “Transient Natural Convective Heat Transfer of a Low-Prandtl Number Fluid from a Heated Horizontal Circular Cylinder to its Coaxial Triangular Enclosure”, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 55, 2012, pp. 995-1003.
- [4] Roslan R., Saleh H., Hashim I., “Effect of Rotating Cylinder on Heat Transfer in a Square Enclosure Filled with Nanofluids”, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 55, 2012, pp. 7247-7256.
- [5] Da Silva A., Fontana E., Mariani V.C., Marcondes F., “Numerical Investigation of Several Physical and Geometric Parameters in the Natural Convection into Trapezoidal Cavities”, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 55, 2012, pp. 6808-6818.
- [6] Mark A., Svenning E., Edelvik F., “An Immersed Boundary Method for Simulation of Flow with Heat Transfer”, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 56, 2013, pp.424-435.
- [7] Oztop Hakan F., Rahman M.M., Ahsan A., asanuzzaman M., Saidur R., Al-Salem Khaled., Rahim N.A., “MHD Natural Convection in an Enclosure from Two Semi-Circular Heaters on the